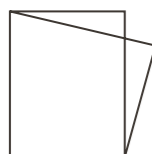


Ny ph.d.-afhandling: Strategier i addition: Mønstre og perspektiver

(Ph.d.-forsvar: September 2019)



Pernille Bødtker
Sunde, lektor,
VIA University
College

De fleste opgaver i færdighedsprøven i matematik, eller prøven uden hjælpemidler, for folkeskolernes 9.-klasser handler om tal og regning. Hvert år går fire opgaver igen i næsten uændret form: Det er de fire opgaver i regning med naturlige tal, en for hver af de fire regnearter.

I de sidste 20 års prøver har 20-30 % af eleverne ikke kunnet løse disse opgaver. F.eks. kunne 25 % af eleverne i 2011, efter 10 års skolegang, ikke løse opgaven $1018 - 619$ korrekt, og hele 46 % kunne ikke løse $8032 : 8$ korrekt (UVM 2011). Ser man grundigt på de to eksempler, vil man opdage, at de er designet til at kunne løses vha. hovedregningsstrategier. Faktisk er det væsentlig mere besværligt at bruge en skriftlig standard-algoritme i disse tilfælde pga. de mange tier-overgange. For at kunne løse denne slags opgaver skal eleverne altså have

gode numeriske kompetencer, eller med andre ord: De skal vide noget om tal og regnestrategier.

Netop elevers tidlige kompetencer inden for tal og regning har stor betydning for, hvordan de klarer sig senere i skolen og i livet i almindelighed (Duncan et al. 2007). Det er derfor vigtigt at øge andelen af elever, som forlader skolen med gode numeriske kompetencer, ikke blot for den enkelte men også for samfundet som helhed (OECD 2010).

Mange elever oplever udfordringer med regning igennem hele skoleforløbet, og ofte opdages vanskeligheder først i starten af mellemtrinnet, hvor eleverne bliver introduceret til mere kompliceret multiplikation og division. Årsagerne til disse vanskeligheder skal dog søges i de tidlige skoleår, hvor undervisningen er centreret omkring tal og regning.

Den tidlige numeriske kompetence er vigtig for den videre udvikling af matematisk viden og færdigheder (Cowan et al. 2011; Gersten, Jordan & Flojo 2005). Især hovedregningsstrategier er vigtige for udvikling af senere aritmetisk kompetence (Cowan 2003; Nunes, Dorneles, Lin & Rathgeb-Schnierer 2016), som fx at kunne løse de fire opgaver i regning med naturlige tal i folkeskolens afgangsprøve.

Min ph.d.-afhandling (Sunde 2019) omhandler danske folkeskoleelevers brug og udvikling af hovedregningsstrategier til etcifret addition i de første fire skoleår. Det overordnede mål var at beskrive variation og udvikling i brugen af hovedregningsstrategier i de tidligste klassetrin samt at undersøge sammenhænge mellem elevernes strategibrug i 1. klasse og 1) forskelle i undervisningspraksis, 2) senere matematiske viden og færdigheder og 3) lærernes perspektiver på undervisning og læring inden for tal og regning.

Elevernes strategibrug blev undersøgt med en standardiseret interview-procedure, hvor jeg interviewede eleverne enkeltvis. Her blev eleverne præsenteret for 36 små kort, et ad gangen. På hvert kort var trykt et af de etcifrede additionsstykker, som kan dannes af tallene 2 til 9. Ved hvert regnestykke blev eleven spurgt, hvordan hun eller han fandt svaret på opgaven. Elevens metode (strategi) til at løse hvert enkelt regnestykke blev inddelt i syv kategorier: giver op, regner fejl, tæller alt, tæller videre, automatisering, regruppering med addition (f.eks. $4 + 5 = 4 + 4 + 1$) og regruppering med subtraktion (f.eks. $4 + 5 = 5 + 5 - 1$). I nogle af de efterfølgende analyser blev kategorierne slået sammen til i alt fire kategorier: fejl

(giver op og regner fejl), tælling (tælle alt og tælle videre), automatisering og regruppering (regruppering med addition og subtraktion). Ved at kategorisere elevernes strategibrug på denne måde er det muligt at få kvantitative data, som kan analyseres statistisk.

Det samlede datagrundlag for analyserne stammer fra to uafhængige studier. I et første studie (studie A) målte jeg 147 elevers strategibrug fra samme skole fra 1. til 4. klasse, hvor eleverne er interviewet enten i ét skoleår, to efterfølgende skoleår eller tre efterfølgende skoleår. Efterfølgende (Studie B) undersøgte jeg i seks 1.-klasser på tre andre skoler (83 elever og seks lærere) elevernes strategibrug to gange i henholdsvis oktober/november og april/maj. Derudover blev lærerne interviewet om deres perspektiver på undervisning og læring inden for tal og regning, og en række undervisningslektioner blev videoobserveret. Studie B er siden blevet suppleret med data fra en senere undersøgelse af elevernes viden og færdigheder inden for tal og regning, brøker og tekstopgaver i 4. klasse.

Analyser og resultater falder i to dele: de kvantitative analyser og resultater af eleverne strategibrug og udvikling i de to studier, og de kvalitative analyser og resultater af lærernes perspektiver på læring og undervisning i tal og regning i 1. klasse.

Analyserne af lærerinterview af de seks 1.-klassers matematiklærere viste, at lærernes forventninger til deres elevers viden og kompetencer inden for tal og addition efter 1. klasse spændte over, hvad der svarer til 1-2 års læring (Sunde & Sayers 2017). Der var således tale om

seks meget forskellige undervisnings- og læringsmiljøer, hvad angår undervisningen i tal og regning i 1. klasse (Sunde 2019). Man kunne derfor forvente, at elevernes brug og udvikling af regnestrategier i de seks klasser ville vise udviklingsmæssige forskelle hen over første klasse. De kvantitative analyser viste dog, at dette ikke var tilfældet.

Elevernes udvikling og brug af strategier blev analyseret i forhold til følgende: 1) Hvordan varierer strategibrug med alder, køn og klasse?, 2) Hvor meget udvikles strategibrugen over et halvt år i 1. klasse? og 3) Hvordan er sammenhængen mellem strategibrug i første klasse og matematiske færdigheder og kompetencer i 4. klasse?

I hovedtræk viste de statistiske analyser, at strategibrugen til etcifret addition (som forventet) udviklede sig fra 1. til 4. klasse med gradvist mindre brug af tællestrategier og en øget brug af regrupperingsstrategier og automatisering (Sunde, Sunde & Sayers 2020). Set over et halvt skoleår (fra november til april) i 1. klasse blev den gennemsnitlige udvikling i strategibrug overskygget af en betydelig større variation børnene imellem, som i høj grad var koblet op på køn (Sunde & Sunde 2019; Sunde et al. 2020). I 1. klasse brugte piger således tælling tre gange så ofte i gennemsnit som drenge, hvilket svarer til en forskel på mindst to læringsår (Sunde et al. 2020).

Der var lidt forskel i strategibrug klasser imellem (Sunde & Sunde 2019; Sunde et al. 2020), og der kunne ikke påvises nogen forskel i udviklingen i strategibrug på klasseniveau i løbet af 1. klasse, på trods af at de forskellige lærere havde meget forskellige forventninger til, hvad

børnene skulle lære, og også meget forskellige perspektiver på undervisning i tal og regning. Heraf følger, at forskelle i undervisningspraksis ikke havde nogen målbar effekt på, hvordan og med hvilken hastighed elevernes strategibrug ændredes i løbet af et halvt år i 1. klasse (Sunde & Sunde 2019). Variationen i strategibrug eleverne imellem var mere eller mindre konstant i første klasse uden tegn på, at de elever, som brugte tælling mest i oktober/november, reducerede deres brug af denne strategi frem mod april/maj uforholdsmæssigt mere end de elever, som brugte tælling mindst (Sunde & Sunde 2019).

Elevernes tidlige strategibrug til etcifret addition viste sig at have betydning for deres senere matematiske kompetencer. Strategibrug i 1. klasse – især frekvensen af brug af 'tælle alt' – var således signifikant korreleret med testscore for matematiske færdigheder og viden i 4. klasse. Det viste sig, at strategibrug i 1. klasse forklarede forskelle i to ud af tre testtyper i 4. klasse (brøker og tekst-opgaver), som ikke blev forklaret af en standardiseret matematiktest i 1. klasse. Med andre ord kunne man ud fra data på, hvordan eleven regnede i 1. klasse, opnå et bedre mål for, hvor godt eleven

klarede sig i brøk- og tekstopgaver i 4. klasse end hvor rigtigt eleven regnede i 1. klasse. Disse sammenhænge var generelt stærkere for drenge end for piger (Sunde 2019). Dette kan muligvis skyldes, at piger er mere tilbøjelige til at bruge tælling som foretrukket regnestrategi i 1. klasse, selvom de fuldt ud mestrer regrupperingsstrategier. I så fald er pigernes strategibrug ikke i lige så høj grad som hos drengene et udtryk for deres talforståelse og regnefærdigheder.

Samlet set tyder mine resultater på, at strategibrugsmønstre er dybt forankret i det enkelte barn, at dette er etableret før eller ved den tidlige skolestart, samt at strategibrugen kun ændres langsomt og gradvist over tid. Dette viser betydningen af elevernes tidlige forståelse af tal og regning (strategier), både som indikator for senere viden og færdigheder og som fokus for intervention og særligt tilrettelagt undervisning med det mål at støtte alle elevers udvikling.

Fra et didaktisk perspektiv er resultaterne interessante på to måder. For det første kan tidlig strategibrug tilsyneladende bruges som screeningsparameter i forhold til potentielle matematikvanskeligheder. For det andet leder resultatet

hen på, at fokus på strategibrug er vigtigt i den tidlige matematikundervisning.

Først og fremmest tyder resultaterne på, at elevens tidlige 'strategiprofil' giver værdifuld information om elevens risiko for senere at opleve vanskeligheder i matematik. Her er især brugen af tællestrategier, og i særlig grad 'tælle alt', i de tidlige skoleår efter alt at dømme en god screenings-parameter. Hvis elever i potentielle vanskeligheder kan opdages tidligt, kan man igangsætte tiltag, før eventuelle vanskeligheder etableres.

Hvis den stærke sammenhæng mellem elevers strategibrug i 1. klasse og deres matematiske færdigheder og viden i 4. klasse er udtryk for en kausal sammenhæng (hvilket stadig mangler at blive eftervist), vil et øget fokus på at udvikle talforståelse og fleksibel strategibrug i de yngste år potentielt kunne fremme udviklingen af elevers matematiske viden og færdigheder i de senere skoleår. Dette vil igen øge andelen af elever, der forlader folkeskolen med gode numeriske kompetencer. Kompetencer, som er så vigtige for at klare sig godt i både uddannelse og livet.

REFERENCER

- Cowan, R. (2003). Does it all add up? Changes in children's knowledge of addition combinations, strategies, and principles. I: A.J. Baroody & A. Dowker (red.), *The development of arithmetic concepts and skills: Constructing adaptive expertise* (s. 35-74). Mahwah, NJ, US: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Cowan, R., Donlan, C., Shepherd, D.-L., Cole-Fletcher, R., Saxton, M. & Hurry, J. (2011). Basic calculation proficiency and mathematics achievement in elementary school children. *Journal of Educational Psychology, 103*(4), 786-803. <https://doi.org/10.1037/a0024556>.
- Duncan, G.J., Dowsett, C.J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A.C., Klebanov, P., ... Japel, C. (2007). School Readiness and Later Achievement. *Developmental Psychology, 43*(6), 1428-1446. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.43.6.1428>.
- Gersten, R., Jordan, N.C. & Flojo, J.R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities, 38*(4), 293-304. <https://doi.org/10.1177/00222194050380040301>.
- Nunes, T., Dorneles, B. V., Lin, P.-J. & Rathgeb-Schnierer, E. (2016). *Teaching and Learning About Whole Numbers in Primary School*. https://doi.org/10.1007/978-3-319-45113-8_1.

OECD (2010). *The High Cost of Low Educational Performance*. <https://doi.org/10.1787/9789264077485-en>.

Sunde, P.B. (2019). *Strategies in Single-Digit Addition: Patterns and Perspectives* (Aarhus University). <https://doi.org/10.7146/aul.349>.

Sunde, P.B. & Sayers, J. (2017). Danish teachers' expectations of year one pupils' additive competence. Paper præsenteret ved NORMA 17, Stockholm, Sweden.

Sunde, P.B. & Sunde, P. (2019). Development and variance components in single-digit addition strategies in year one. I: U.T. Jankvist, M. van den Heuvel-Panhuizen & M. Veldhuis (red.), *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Retrieved from <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02401094>.

Sunde, P.B., Sunde, P. & Sayers, J. (2020). Sex differences in mental strategies for single-digit addition in the first years of school. *Educational Psychology, 40*(1), 82-102. <https://doi.org/10.1080/01443410.2019.1622652>.

UVM (2011). PEU-hæfte matematik (Danish Ministry of Education). Retrieved February 25, 2019, from <http://www.uvm.dk/folkeskolen/folkeskolens-proever/censur-og-evaluering/evaluering-af-proeverne/tidligere-evaluering-af-proeverne>.