STENOMUSEN 60

MEDLEMSBLAD FOR STENO MUSEETS VENNER – JUNI 2013

Stenomusen runder de 60 numre

I anledning af de 60 udgivelser fortæller matematikhistorikeren Henrik Kragh Sørensen, Aarhus Universitet, her om tallet 60.

Nu runder *Stenomusen* 60 numre, og man kan måske – uden at gøre vold på metaforerne – sige, at dette blad er kommet hele skiven rundt. For vi ved jo godt, at der går tres minutter på en time, og sekundviseren bruger 60 sekunder på sin omgang på urskiven – men hvorfor nu egentlig det? Svaret på det spørgsmål involverer nogle lertavler fra en af verdens krigshærgede regioner, en vidtrækkende matematisk ide og en mand, der blev forvekslet med en konge.

I området mellem floderne Eufrat og Tigris i det nuværende Irak blomstrede for næsten 4000 år siden en kultur med en høj grad af central organisering og et imponerende kendskab til matematik og astronomi. Vi kalder i dag kulturen for "mesopotamisk" – hvilket betyder "mellem floderne" – eller lidt mindre præcist "babylonsk" efter en af de centrale byer, Babylon. Den mesopotamiske kultur dominerede regionen fra omkring 2000 fvt. til Babylons fald i 539 fvt., og trods det store tidspand var der faktisk tale om en bemærkelsesværdigt stabil kultur. Selvom det er så længe siden, har vi faktisk god kronologisk viden om den babylonske kultur, hvilket bl.a. skyldes dens skriftkultur og dens astronomiske kalendersystem.

Denne imponerende viden udnytter den engelske ekspert Eleanor Robson på de sociale medier ved at udsende en twitter-besked (@Eleanor_Robson) med et interessant faktum, hver gang en ny bruger "følger" hendes profil. Da hun for eksempel fik sin 146. "follower" tweetede hun:

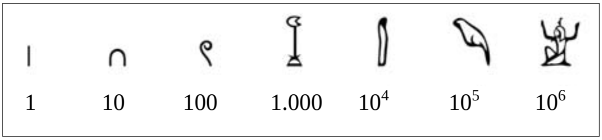
"146 BC: Babylonian scholar predicts evening & morning risings of Mercury for coming 23 y[ears] using complex mathematical astronomy (ACT 302) #bbh" (13. maj 2013).

På den måde er hun altså i gang med at "tweete" sig baglæns i den mesopotamiske civilisations historie i takt med, at hendes follower-tal vokser.

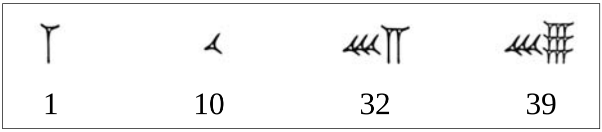
Det babylonske 60-talssystem

Det mesopotamiske talsystem var bygget på en epokegørende nyskabelse i forhold til det tidligere og til dels samtidige egyptiske talsystem. Hvor egypterne havde forskellige

Fortsættes side 16.



Figur 1: Egyptiske talsymboler.



Figur 2: Babylonske talsymboler.

Stenomusen runder …
Fortsat fra forsiden.

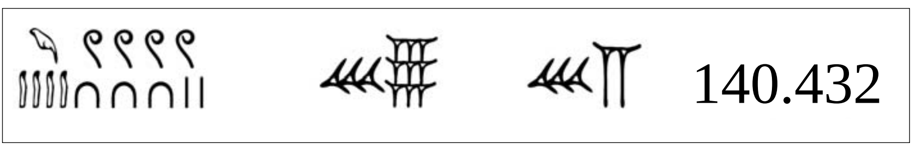
symboler for forskellige relevante potenser af 10 (altså 1, 10, 100, 1000, 10.000 og enkelte andre, se figur 1), havde man i Babylon kun to forskellige talsymboler, som angav henholdsvis 1 og 10 (se figur 2).

I stedet for som egypterne at stakke symbolerne op, var det babylonske talsystem et 60-tals-positionssystem, således at symbolet for 1 også kunne betyde 60, 3600 = 60^2 etc. afhængigt af, hvor det stod i tallet (se figur 3). Vi ved ikke noget præcist om, hvorfor de valgte tallet 60 som basis for deres positionssystem, men det har den egenskab, at mange tal går op i 60, hvilket gør det lettere at regne med brøker. Symbolet sammensat af 3 10’ere og 9 1’ere (se figur 2) kan så både betegne 39, eller 39×60 eller 39×1/60 eller nogen af de uendeligt mange andre muligheder svarende til andre potenser af 60.

Til dette talsystem hørte generelle metoder til at addere og multiplicere, som gjorde regning væsentligt lettere; division blev ligesom i Egypten klaret ved at gange med den omvendte brøk. Derved blev babylonske skrivere (gejstlige og verdslige embedsmænd) i stand til at foretage omfattende beregninger, selvom fx multiplikation måtte baseres på en meget stor “lille tabel”. Hvor vi i dag kan nøjes med at lære tabellen op til 9 gange 9 som udenadslære, måtte en babylonsk skriver kunne helt op til 59 gange 59, og dette krævede selvfølgelig en tabel.

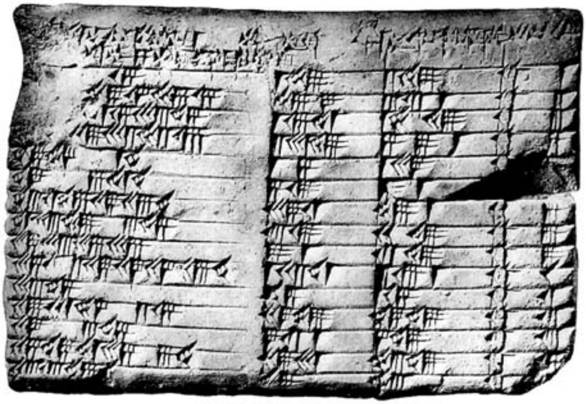
Det er nogle af disse regne-støttende tabeller samt en masse træningsopgaver, vi i dag har bevaret i form af lertavler med indprentet kileskrift (se figur 4). Da man – især i starten af 1900-tallet – igen fik afkodet sproget og kunne begynde at læse og oversætte skriften på lertavlerne, fandt man ud af, at mange af dem med matematisk indhold stammede fra en skriverskole, hvor matematik åbenbart var en væsentlig del af undervisningen. Og noget af den matematik, man skulle lære, var umiddelbart relevant for statsadministrationen – simpel aritmetik og tabeller – men man fandt også spor af meget mere avanceret matematisk viden: Dels fandt man omfattende astronomiske optegnelser, og dels fandt man en række matematiske typeopgaver, som i dag er berømte, fordi de svarer til algoritmer til løsning af kvadratiske ligninger.

Inden for de seneste år har man fokuseret megen forskning på at oversætte, forstå og fortolke lertavlerne ved at inddrage mere end den interne matematiske sammenhæng. Således har man bl.a. fokuseret på de udsagnsord og navneord, som indgår i



Figur 3: Opskrivning af store tal i egyptiske og mesopotamiske talsystemer samt i moderne, hindu-arabisk notation. Den egyptiske opskrivning til venstre gengiver 1×100.000 + 4×10.000 + 4×100 + 3×10 + 2×1 = 140.432. Den mesopotamiske opskrivning i midten: tallene 39 (3×10+9) og 32 (3×10+2); i kraft af det lille mellemrum angiver symbolet 39×60^2 *+ 32×1, hvilket i sædvanlig notation også er 140.432.*

den beskrevne løsning, som har form som en række instruktioner. Her har den danske ekspert Jens Høyrup påvist, hvordan de dækker over fysiske aktiviteter (at brække en størrelse i to, at afsætte et fremspring, etc.) og antyder dermed, at der har været en geometrisk forståelse bag ved den konkrete præsentation af opskriften. Dette kunne tyde på, at babylonierne tænkte geometrisk, men udtrykte sig algebraisk – dette synes matematikhistorisk bemærkelsesværdigt, idet vi fra græsk matematik har overleveret de geometriske beviser, mens grækerne tilsyneladende ikke havde nogen stor interesse i algoritmiske og algebraiske aspekter. Ved at påpege en geometrisk forståelse bag algoritmerne får man derfor også et glimt af, hvordan babylonierne måske har kunnet ræsonnere omkring korrektheden af deres løsninger – sådanne beviser er nemlig ikke overleveret på lertavlerne.



Figur 4: Fotografi af den berømte og omdiskuterede Plimpton-322-tavle – dateret til omkring 1800 fvt. – med dens talsøjler i kileskrift, hvis fortolkning stadig diskuteres.

Matematikhistorie er som en detektivroman

Det matematiske indhold udpeger imidlertid ikke entydigt fortolkningen af de gamle lertavler. Når dette kombineres med de betydelige forskelle i sprog og matematisk notation, der består mellem de mesopotamiske kilder og vores nuværende matematiske apparat, bliver det en delikat sag at læse, beskrive og fortolke mesopotamisk matematik. Babylonierne formulerede ikke eksplicit deres ligninger og formler, og de havde ingen notation for variable (vore dages *x*) eller konstanter (ofte i dag betegnet *a*, *b*,…). Så læseren – såvel forskeren som gymnasieeleven – bliver til en slags detektiv, som både skal forsøge at finde meningen med kilden og sandsynliggøre, hvordan dens indhold er blevet til. Alligevel kan emnet – sammen med fx egyptisk matematik – give et fascinerende indblik i en længst svunden kulturs høje niveau af matematisk formåen. Men man skal holde tungen lige i munden, når man skal give mening til den mesopotamiske regningsteknik.

Vi har jo i dag et 10-tals-positionssystem (de såkaldt hindu-arabiske tal, som kom til Vesteuropa fra Indien via den islamiske kultur omkring år 1000) – og det har nogle oplagte paralleller til det mesopotamiske system – cifrenes betydning afhænger af, hvor i tallet, de står. Men der er også to oplagte forskelle:

1) Der fandtes i den mesopotamiske kultur ikke noget symbol svarende til

vores 0, så tomme positioner blev angivet med et lille mellemrum mellem kiletegnene – så rent typografisk var der absolut ingen forskel på isolerede symboler for 1 og 60. I sådanne tilfælde må vi som matematikhistoriske detektiver overveje, hvor godt forskellige alternativer passer på de forhåndenværende oplysninger – og her giver de efterfølgende udregninger tit et ret entydigt svar.

2) Vi skriver ikke i dag cifrene i tallene på samme måde som babylonierne – i stedet er det effektivt at oversætte babylonske cifre til deres tilsvarende værdi i 10-tals-systemet. Således vil vi – i lyset af figur 3 – måske vælge at skrive 39,0,32 for 140.432.

For brøker i 60-talssystemet kan vi så bestemme os for – helt i overensstemmelse med den mesopotamiske repræsentation – at skrive 0;20 for 1/3 og 0;6,40 for 1/9 og så videre. Når vi så skal gøre rede for, hvordan man regner med disse tal, er det imidlertid vigtigt ikke at blive forledt af vores oversættelse, men at værdsætte, hvordan man opererede i 60-talssystemet.

Når vi altså står over for lertavler med spor fra mesopotamisk matematik, står vi – som med alle andre historiske kilder – med en fundamental fortolkningsudfordring. Men hvor man tidligere er blevet forledt af det matematiske indholds tilsyneladende genkendelighed, får man i dag meget mere ud af kilderne. Når man – meget gerne på et museum – betragter genstandene i deres materialitet, får man et nyt perspektiv på deres frembringelse og kontekst. Og når forskere i dag nærstuderer det sprog, der bærer det matematiske indhold, finder de et næsten taktilt, bagvedliggende geometrisk tæppe, som afslører den procestilgang til matematik, som tavlerne har indgået i. Og når man betragter en tavle, kan man måske begynde at værdsætte, at enhver oversættelse til moderne notation måske hjælper detektiven til at komme i gang. Men en modernisering kan aldrig udgøre en fuld forklaring af den rige historiske kontekst, hvor selv genkendelige entiteter som tal og positionssystemer alligevel så anderledes ud. For at komme så langt må man forsøge at tænke som en babylonsk skriver – man må “go native”.

En af de helt centrale anvendelser af matematik i den mesopotamiske kultur drejede sig om astronomiske observationer og forudsigelser. Man ved, at de førte nøje tabeller over deres observationer, og benyttede matematiske fremskrivninger til at forudsige påfaldende fænomener som formørkelser m.v. Disse tabeller var tilsyneladende så præcise og brugbare, at de blev inkorporeret af græske astronomer, efter at det kulturelle centrum var flyttet til Alexandria i det nuværende Egypten i den hellenistiske periode.

Det gjorde sig ikke mindst gældende hos den berømte astronom Ptolemaios (ca. 150 evt.), som samlede astronomisk teori og empiri i sit værk kendt som *Almagesten*. Derigennem kom det babylonske 60-talssystem med dets grader, minutter og sekunder til at blive en varig repræsentation af astrono-

Få mere viden om matematikhistorie på Lektor Henrik Kragh Sørensens blog: *www.matematikhistorie.dk*.

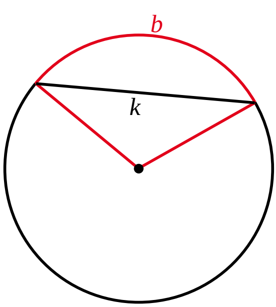
miske data, og herfra også af tidsangivelser, således at vi stadig bruger det på vores ure. Navnet Ptolemaios var udbredt i den makedonske overklasse på Alexander den Stores tid, og alle de græske konger (faraoner) af Egypten fra 323 fvt. til 30 fvt. bar dette navn. Sikkert af den grund har man fejlagtigt antaget astronomen Ptolemaios for at være af royal afstamning, og han afbilledes i middelalderen ofte med en kongekrone (se figur 5).

Ptolemaios udarbejdede også kordetabeller, som relaterer korden i en cirkel til den bue, den spænder over (se figur 6). Sådanne tabeller har stor astronomisk betydning og overførte de astronomiske 360 grader, minutter og sekunder til måden at måle cirkelbuer og dermed vinkler på.

Og dermed er vi så måske faktisk nået hele vejen rundt i cirklen: 60 er ikke bare et tilfældigt rundt tal – det er et tal, som har en rig matematisk og astronomisk historie bag sig. Og når man – for eksempel på et museum som Steno Museet – går på opdagelse i denne historie, kan man få et indblik i, hvordan matematik har været anderledes – om end genkendeligt – i fortiden. Og for den, der har tålmodighed, nysgerrighed og mod, er matematikkens detektivhistorier ikke at foragte for Arthur Conan Doyles, George Simenons eller Dan Browns fiktion.

Henrik Kragh Sørensen

Figur 5: På denne illustration fra Margarita Philosophica *af Gregor Reisch (1508) er Ptolemaios – støttet af musen Astronomia – i gang med astronomiske observationer iført kongekrone.*



Figur 6: I en cirkel er en kordes længde k *relateret til den bue* b*, som korden spænder over. Denne relation, som er vigtig i astronomien, blev kortlagt af Ptolemaios, og den er en forgænger for vore dages sinustabeller.*