Jens Høyrup

Om matematikkens historiografi: et summarisk essay

1. Traditionen

Det er en overdrivelse at tale om en matematikhistoriografisk[1] tradition med rødder i den tidlige hellenistiske epoke, i hvert fald hvis ordet tages i etymologisk-bogstavelig forstand, som videre*givelse*: Kun i de sidste halvandet hundrede år er matematikkens historieskrivning blevet båret af et netværk af aktive deltagere der gav egen viden, egne resultater og egne holdninger videre fra én generation til den næste, enten til ukritisk gentagelse eller til kritisk efterprøvelse.

Men den "vestlige, lærde" matematik selv[2] *har* udgjort en tradition siden det 5. århundrede f.Kr., blot med en udtynding i senantikken og den tidligste middelalder. I mange perioder har denne tradition givet anledning til interesse for dens historie. Hvad én epoke har efterladt sig på skrift om emnet har naturligvis tjent senere epoker for så vidt det har været tilgængeligt. Tilsammen har disse arbejder skabt en illusion om eksistensen af en tradition, der ved at blive accepteret både som ramme og som vidensreservoir af de arbejdende er blevet til en formende realitet. Derfor, og ikke kun fordi det falder naturligt for en historiker, kan en overvejelse over matematikhistoriografien passende tage udgangspunkt i den matematikhistoriografiske kvasi-tradition.

Aristoteles havde for vane at starte diskussionen af et område med en kritisk redegørelse af forgængeres synspunkter – men da han ikke har skrevet om matematiske emner (uanset hvor ofte han refererer til matematikken) har vi hverken denne form for doktrinhistorie eller anden matematikhistorie fra hans hånd. Derimod skrev hans elev og medarbejder Eudemos af Rhodos en *Aritmetikkens historie*, en *Geometriens historie*, samt en *Astronomiens historie*. Alle er de gået tabt, men indholdet af de to sidstnævnte er kendt gennem mange citater og er dermed vigtige kilder til meget af, hvad vi ved om den tidlige græske matematik; ofte kan det dog være svært at skelne hvad sene forfattere – f.eks Proklos Diadochos i hans kommentar til bog I af Euklids *Elementer* – trækker direkte eller (snarere) indirekte fra Eudemos fra de passager hvor nypythagoræiske historier og legender er underlaget.

Den islamiske middelalder har ikke blot bevaret adskillige græske matematiske værker, som var for vanskelige til at blive holdt i live i Byzans, men også forskellige arbejder af metamatematisk karakter; pålidelig, græsk matematikhistorieskrivning forsyner den os dog ikke med. Hvad angår den islamiske periodes egen matematiske aktivitet er (ud over de matematiske tekster selv) to genrer af vigtighed for nutidig matematikhistorie: Encyklopædier hvori de forskellige videnskaber beskrives, og biobibliografiske værker. Ingen af dem oversættes dog i det 12.–17. århundrede, og de kommer derfor ikke til at spille nogen rolle i den matematikhistoriografiske *tradition* uden for den islamiske verden selv før i det 19.–20. århundrede.

Med sin mangel på biografisk interesse og sin stærke binding til de antikke autorer som *autoriteter*, er den latinske middelalder betydelig mindre meddelsom om sin egen matematikhistorie, end den islamiske verden. En forstærkende årsag er fraværet af stærke konflikter mellem matematik og teologiske myndigheder; det berøver os paralleller til de lister over "fejltagelser" der udgør en slags filosofihistoriske øjebliksbilleder. I endnu højere grad, end når det gælder den islamiske kulturkreds, er det de matematiske manuskripter alene, der tillader en senere tid at skrive denne epokes matematikhistorie.

Efter den antikke begyndelse er renaissancen dermed den periode, hvor den matematikhistoriografiske kvasi-tradition igen bliver aktiv. Den første type, der dukker op svarer til Aristoteles indledende historiske redegørelser. Tre eksempler er værd at fremhæve:

– I 1463/64 holdt Regiomontanus i Padua en forelæsningsrække over den arabiske astronom al-Farghānī; indledningsforelæsningen, hvis emne var en "kort redegørelse for de matematiske videnskaber og deres nytte", indeholder blandt andet en historisk redegørelse.[3]
– I 1535 fremlagde Cardano ved *Academia Platina* i Milano en "Lovprisning af geometrien". Lovprisningen trækker stærkt på Proklos' historiske indledning til Euklid-kommentaren, der netop var blevet udgivet på tryk i 1533; Cardano har dog også egne overvejelser, bl.a. tillader han sig at bemærke at Platons store sympati for matematikken ikke blev fulgt op af arbejde med emnet.[4]
– I 1569 udgav Petrus Ramus sine *Scholae mathematicae* i 31 bøger (hvor *schola* antagelig skal læses i betydningen "dannet/lærd underholdning"). Bog 1 fortæller matematikkens historie fra Adam og Abraham til senantikken, bog 2 og 3 slutter begge med beretninger om matematikere fra det 15. og 16. århundrede og om fyrster, der har befordret matematikken i samme periode.[5]

De tre historier er ikke lige seriøse (Ramus er som så ofte først og fremmest propagandist), men de har helten til fælles: Archimedes. Det viser hen til deres – og, i almindelighed, til renaissancematematikhistoriografiens – funktion: at forankre matematikken i den antikke og humanistiske tradition, og dermed gøre den legitim i forhold til det sociale miljø (fyrstehoffer mv.), som humanismen var knyttet til.

Samme erkendelsesinteresse motiverer (sen-)renaissancens eneste specialiserede matematik- (eller rettere matematiker-)historie: Bernardino Baldis store samling af biografier af antikke, middelalderlige (europæiske og arabiske) matematikere, skrevet i slutningen af det 16. århundrede; at værket fik lov til at ligge som manuskript i næsten 300 år, før uddrag blev trykt, viser, at interessen for genren var begrænset. Det mål af historie som matematikerne havde brug for som identitetsunderbyggelse, kunne ikke bære omfanget af Baldis arbejde; ejheller var de interesserede i at få at vide at Māšā'allāh var en "glimrende filosof, læge og astrolog", at al-Farghānī blev agtet "som en ny Ptolemaios", at al-Kindī var "af det mest skarpsindige geni" i filosofi, medicin og astrologi, og at Thābit ibn Qurrah "ikke stod tilbage for nogen i geniets skarpsindighed".[6]

Den situation ændrede sig ikke med det første. Det 17. århundrede frembragte to almene matematikerhistorier: Giuseppe Biancanis *Clarorum mathematicorum chronologia* fra 1615, et "makværk" hvis "hårrejsende upålidelighed" den normalt tolerante Moritz Cantor [1901: 652, 655] dokumenterer med eksempler,[7] og Vossius' 500 siders *De scientiis mathematicis* med en tilknyttet *Chronologia mathematicorum* [1650], et spin-off fra hans almindelige antikvariske og filologiske arbejde; værket er da også af hæderlig filologisk-antikvarisk kvalitet men røber intetsteds at han skulle have forstået meget af de værker, han fortæller om.[8] Intet under derfor, at matematikhistoriografiens egen historiografi normalt forbigår begge arbejder i pinligt berørt tavshed, og intet under, at den regner Montuclas *Histoire des mathématiques* i to bind fra 1758 som den første af slagsen.[9]

Montucla begynder ved begyndelsen, men behandler legenderne med sund oplysningsskepsis (f.eks Josephus' påstand om, at ægypterne, og dermed også grækerne, havde deres matematik fra Abraham – den sluges råt af både Ramus og Vossius); hovedvægten ligger på de sidste århundreder og på helt aktuelle udviklinger og, i modsætning til alle middelalderlige og senere forgængere, på detaljeret gennemgang af det matematiske argument. "Matematik" omfatter for Montucla ikke blot hvad tiden ville opfatte som "ren" matematik – geometri, aritmetik, algebra – men også de "blandede" varianter: mekanik, optik, osv. I betragtning af Montuclas omgang med matematikere af d'Alemberts karat, kan det ikke undre. Mere forbløffende er det, at omtalen af den islamiske (arabiske, persiske og tyrkiske) og indiske matematik omfatter hvad, der med én af de gængse måder at bruge glosen på, kunne kaldes et ethnomatematisk (og samtidshistorisk) perspektiv, selvfølgelig med de begrænsninger som brug af rejsendes og diplomaters beretninger påtvinger ham: han beskriver brug af matematik og regnefærdighed i den almene kultur, undervisning både i den klassiske arv og på grundlag af moderne vesteuropæisk materiale.

Sit egentlige gennembrud og sin institutionalisering fik matematikhistorien først i det århundrede, der så at sige gjorde *historien* til overordnet perspektiv for enkeltvidenskaber fra biologi til lingvistik og antropologi, og i hvilket historie (selv når Georges Cuvier skrev om jordklodens historie) definitorisk blev forstået som *viden bygget på dokumenter* – altså det 19. århundrede.

Brug af europæiske trykte bøger og manuskripter var selvfølgelig ikke nyt; Montucla havde også opregnet hvad der fandtes af arabiske manuskripter i Escorial. Men det 19. århundrede gør vigtige dokumenttyper alment tilgængelige, som ikke havde været det før: I 1817 udgiver Colebrooke en engelsk oversættelse af Bhāskara II's *Līlāvatī* og de aritmetiske og algebraiske kapitler af Brahmaguptas *Brāhmasphuṭasiddhānta* (med grundig, kritisk kommentarer), i 1830 kommer Rosens udgave og engelske oversættelse af al-Khwārizmīs *Algebra*, i 1838–41 Libris *Histoire des mathématiques en Italie* i 4 bind, med udgave af et større antal middelalderlige og senere manuskripter i uddrag eller helhed.[10] I århundredets anden halvdel følger langt mere af samme slags, bl.a. i Boncompagnis *Bullettino* og i Cantors *Abhandlungen* (se nedenfor); ved det 19. århundredes udgang rådede den historisk interesserede europæiske matematiker dermed over et kildegrundlag, der tillod en karakterisering af den matematiske tænkning i det før-typografiske Vesteuropa; i den islamiske og indiske kulturkreds; samt (takket være udgivelsen af den matematiske Rhind Papyrus) i det faraoniske Ægypten. Herudover forelå der kritiske udgaver af Archimedes, Apollonios, Pappos, Diophant, og af de fleste af Euklids værker (de resterende fulgte i løbet af nogle få år).

Dokumenter i sig selv er selvfølgelig ikke historie, og de var heller ikke for det 19. århundrede mere end en forudsætning for en skrive en historie, der kom fri af nedarvede fabler og hjemmelavede *just-so stories* (altså for at skrive historie *wie es eigentlich gewesen*, med Rankes berømte og urimeligt bagtalte ord). I det 19. århundrede produceres der da også for det første en hel række sær-historier. Libris italienske matematikhistorie blev allerede nævnt, men vigtigere end nationalhistorierne er (i god overensstemmelse med århundredets generelle disciplinopspaltning) discipliners historie. Jeg skal som (stadig berømte og ofte nyttige) eksempler blot nævne Chasles' *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie, particulièrement de celles qui se rapportent à la géométrie moderne* fra 1837; Nesselmanns *Algebra der Griechen* fra 1842, første bind af en påtænkt *Versuch einer kritischen Geschichte der Algebra*, stadig hyppigt citeret for sit analytiske begrebsapparat;[11] samt Todhunters *History of the Progress of the Calculus of Variations During the Nineteenth Century* (1861) og sammes *History of the Mathematical Theory of Probability from the Time of Pascal to That of Laplace* (1865) – ifølge en moderne biografi, det eneste af hans udstrakte forfatterskab, der stadig er af værdi.[12]

En tredie type særhistorie er den institutionelle – på sin vis en videreførelse af det 17. og 18. århundredes antikvarisk-biografisk-bibliografiske studier, men dog ganske anderledes; jeg skal blot nævne Günthers *Geschichte des mathematischen Unterrichts im deutschen Mittelalter* fra 1887.[13]

Den betydeligste almene matematikhistorie fra det 19. århundrede er Moritz Cantors *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, hvis første tre bind (rækkende til 1758) udkommer 1880–98.[14] Som Günther, ser Cantor matematikhistorien, som et bidrag til den almene kulturhistorie,[15] hvad der ikke forhindrer ham i at gå i detaljer med det matematiske argument i de enkelte arbejder, i beskrivelsen af matematikken som *en kultur i sig selv*. Skønt bedaget, er værket stadig en særdeles nyttig håndbog, og i modsætning til de fleste senere almene matematikhistorier skrevet af en enkelt forfatter er der megen detailoplysning at hente for den, der arbejder på et specialområde.

Et værk som Cantors – og de fleste af særhistorierne – kunne naturligvis kun skabes på baggrund af et stort antal specialstudier, og dermed på grundlag af den institutionalisering af matematikhistorien, der fandt sted i det 19. århundrede. I stort omfang var denne afhængig af matematikkens egen nye institutionalisering i det forskningsrettede universitet. For det første kunne arbejde med matematikkens historie være en legitim udfyldelse af den videnskabelige virksomhed; for det andet, og tæt forbundet hermed, fungerede f.eks. *Zeitschrift für Mathematik und Physik* også som matematikhistorisk tidsskrift; i 1877 blev det på Cantor's initiativ udvidet med et supplement, *Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften* (fra 1900 *"mit Einschluß ihrer Anwendungen"*), hvori en række store arbejder udkom.

Men opkomsten af hvad der syntes at være et fag, tillod også skabelsen af specialtidsskrifter; mest imponerende er *Bullettino di Bibliografia e di Storia* *delle Scienze matematiche e fisiche*, i hvis 20 tykke bind Fyrst Baldassare Boncompagni begravede det meste af sin store formue og meget af sin energi i årene 1868–87 – med George Sartons ord "en meget righoldig samling, et forbillede for den type tidsskrifter, uundværlig i ethvert matematikhistorisk bibliotek", på grund af sine mange kildeudgivelser (bl.a. mange af Baldis biografier).[16]

Som i mange andre henseender udgør også for matematikkens historiografi årene 1914/18 et mere afgørende brud end århundredskiftet. I første omgang resulterer krigen i en vis stilstand. Mest slående er nok, at den europæiske middelalders matematik – et område, der var blevet oparbejdet med stor grundighed siden Libri – er næsten fuldstændig død som forskningsgenstand indtil omkring 1950. Generelt er det bemærkelsesværdigt at en række centrale matematikhistoriske periodica lukker omkring 1. Verdenskrig,[17] mens et par almene videnskabshistoriske tidsskrifter oprettes med held i samme periode.[18] I forbindelse med tro på den "genetiske metode" i matematikdidaktikken (se nedenfor) koncentrerede den ældre periodes historiografi sig om de græske matematikere, vel fordi de umiddelbart fremtræder som *rigtige* matematikere. Hvad angår den moderne epoke rykkede "vore umiddelbare forgængere" selvfølgelig opad sammen med årstallet selv.

I løbet af 1920erne og -30erne sker der dog et par afgørende gennembrud i studiet af den førgræske "vestlige" matematik. Den matematiske Papyrus Rhind kommer i to excellente kommenterede udgaver (1923, 1927/29), den anden store matematiske Papyrus Moskva udgives i 1930, Kurt Vogels afhandling om det ægyptiske brøksystem kommer i 1929 – og fra 1920ernes slutning knækker Otto Neugebauer og medlemmer af hans seminar i Göttingen, snart fulgt op af assyriologen François Thureau-Dangin, den babyloniske matematiske terminologi og viser at andengradsalgebra var rutine 1500 år før Euklid. Meget af hvad der produceres på disse områder udkommer i Neugebauers tidsskrift *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik* (1929–38).

Indholdet af dette tidsskrift (nærmere bestemt af rækken *Studien*) viser hvad der anses for væsentligt i de eksakte videnskabers (mest matematikkens) historie. Der er én artikel om Mach, én om Riemann, én om Wallis og én om en fæstningsmatematikbog fra det 17. århundrede. Én vægtig artikel behandler sammenhæng og kontrast mellem Diophant og Viète (samt andre tidligt-moderne algebraikere). Resten domineres af græsk matematik og videnskab, med babylonisk, ægyptisk, klassisk islamisk, klassisk indisk og klassisk kinesisk matematik (og undertiden anden videnskab) på hhv. 2., 3., 4., 5., 6. og 7. plads.

Europæisk middelalder og renaissance er aldeles fraværende. Hvad det græske angår, vil man bemærke, at produktionen af kritiske udgaver af klassikerne stort set var afsluttet i 1914; mellemkrigstiden koncentrerer sig om synteser og tolkninger af det historiske forløb. Når det gælder Ægypten og Babylon, ser vi en vekselvirkning mellem de to arbejdsmåder.

2. Efterkrigstiden – øjeblikket

Dette var altså matematikhistoriografiens situation ved udgangen af 1930erne – en situation som var en del af dens intellektuelle underlag i efterkrigstiden; en anden del af underlaget var den spontane historiske interesse inden for dele af det matematiske og naturvidenskabelige miljø, der som altid var en selvstændig kilde til engagement og orientering (og som også havde været Neugebauers udgangspunkt); en tredie del blev, hvad der foregik i den almene videnskabshistorie – en inspirationskilde, der naturligt nok har spillet en konstant rolle i hele den følgende periode, skønt lige så ofte ved at fremprovokere afstandtagen som efterligning.

En redegørelse for matematikhistoriografiens samtidshistorie vil føre for vidt. For forståelse af fagets karakter, som den har udviklet sig, er det dog vigtigt ud over de intellektuelle udgangspunkter at se på andre af de forhold, der har sat dets betingelser.

Én af disse er den akademiske verdens kvantitative vækst. Den almene vækst i antallet af doktorand-uddannelser og -uddannede har tilladt en række dynamiske og inspirerende enkeltpersoner at danne egentlig skole. Således vakte Marshall Clagett ikke blot skolastikkens matematik til nyt liv efter 30 års dvale, han (og andre rundt om i verden, men mest han og hans elever) gjorde den til et brændpunkt for forskningen; efter sin udvandring til USA gav Neugebauer (igen, ikke han alene) et tilsvarende skub til studiet af antik og førgræsk matematik og astronomi.[19] Tilsvarende centre omkring nøglepersoner eller institutter opstod andetsteds; da også de af os, som er begyndt i anden sammenhæng, har deres arbejde at forholde os til, blev effekten en egentlig og selvstændig professionalisering af matematikhistoriografien. Bidragende hertil har det også været, at der igen blev startet matematikhistoriske fagtidsskrifter og videnskabshistoriske fagtidsskrifter med stor vægt på de matematiske videnskaber – bl.a. *Istoriko-matematičeskogo issledovanija* i 1948, *Centaurus* i 1950, *Archive for History of Exact Sciences* i 1960, *Historia Mathematica* i 1974. Flere er fulgt efter siden.

En anden del af baggrunden er storpolitisk: koloniernes frigørelse, og udviklingen af lokale akademiske miljøer med nære bånd til det ekspanderede Europa. Ikke-europæeres arbejde med ikke-europæisk matematikhistoriografi er ganske vist intet helt ny fænomen, heller ikke vekselvirkning med det europæiske miljø – Yoshio Mikamis *Development of Mathematics in China and Japan* udkom i Leipzig i 1913, bind I af B. Dattas & A. N. Singhs *History of Hindu Mathematics* (Lahore, 1935, 1938) blev anmeldt af Neugebauer i *Quellen und Studien*. Men Japan og Indien havde som bekendt et særligt forhold til den europæiske akademiske verden; både på grund af ikke-europæiske forskeres arbejde med de ikke-europæiske traditioner og på grund af de forhenværende kolonimagters ændrede syn på verden, er matematikhistoriografiens perspektiv derfor blevet et andet – uanset at europæisk og deraf afledt matematik fra det 17. til det 20. århundrede så afgjort dominerer billedet.[20]

3. Motivation, stridsspørgsmål, tilgange og problemer

Vi kan nærme os matematikkens historiografi fra en anden side, og spørge nøjere efter ting som naivt er blevet taget for givet eller for pålydende i det foregående. Et første spørgsmål drejer sig om, hvad formål beskæftigelsen med matematikkens historiografi har – ud over individuelle motivationer som den umiddelbare glæde beskæftigelsen med et intellektuelt emne giver den, der er skruet sådan sammen, og forventningen om, at den, der er ansat i en stilling med matematikhistoriografisk stillingsbetegnelse, forventes at udfylde den. Ingen af delene kan forklare at "moderfaget" matematik stiller ressourcer og interesse til rådighed – og uden denne interesse og disse ressourcer ville matematikhistorien ikke eksistere som levende, organiseret disciplin.

Groft sagt kan matematikhistorikerens opgave i forhold til matematikken være én af to. Den første mulighed er at indtage hofhistorikerens, den officielle historieskrivers rolle. Som renaissancefyrster og industrikoncerner kan også matematiske miljøer have forskellige forventninger til den officielle historieskriver. Nogle ønsker en egentlig glorificering, ønsker at hovedfigurer i den ene eller den anden forstand er helte; nogle ønsker at historikerens arbejde koncentreres om "det egentlige", om det som institutionen (hof, koncern eller videnskabeligt fag) selv betragter som sit væsen; og nogle er godt tilfredse hvis historikeren med Ranke'sk søgen efter "hvordan det egentlig forholdt sig" kommer frem til det ukendte og uventede. At matematikhistorikerens betingelser i de tre situationer er forskellige er indlysende. Næsten lige så indlysende er det, at matematikhistoriografiens professionalisering spiller ind, både ved at forsyne historikeren med normer, der kan gå i dialog med, eller om nødvendigt modsætte sig, de krav som det ansættende miljø stiller, og ved at forsyne dette miljø (for så vidt det gider høre efter) med en model for, hvad man kan forvente sig af historikeren ud over at arbejde med "det egentlige", det tidløse "matematiske indhold" i det historiske materiale.

Alternativt forstås matematikhistoriens nytte i forhold til matematikdidaktikken. Igen er dette en hovedoverskrift med flere tilhørende underrubrikker.

Umiddelbart leder overskriften tanken hen på den "genetiske metode", forestillingen om at matematikhistorien (eventuelt rekonstrueret og således renset for blindgyder og tilfældige fejltagelser) repræsenterer en "naturlig" vej til de matematiske begreber, og at historien derfor viser os hvilken vej undervisningen skal følge. I denne enkle form er der næppe mange teoretikere, der vil forsvare metoden i dag, hvad der ikke forhindrer den i at have en umiddelbar, teoriløs indflydelse.

Et mere sofistikeret synspunkt er, at indblik i begrebers opkomst og baggrund på samme måde som en Brecht'sk *Verfremdung* ophæver det alt for selvfølgelige og uomgængelige i dagens matematik – hvadenten der nu er tale om et eller andet niveau af den traditionelle skolematematik eller, som i 60ernes *new math*, om universitetsundervisningens og de videnskabelige publikationers form. Det kan åbne blikket for at matematik kan laves på flere måder,[21] eller det kan, gennem det historiske eksempel, give indblik i sammenhængen (eller, beskednere, *mulige* sammenhænge) mellem den matematiske teknik eller teoribygning, det endnu-ikke-matematiserede udgangspunkt, og tænkningens konkret-historiske betingelser. Det formodes, "globalt", at kunne "menneskeliggøre" matematikken for elever, der frastødes af et fag, der automatisk altid har retten på sin side – eller, analogt på "lokalt" niveau, at gøre det utilgængelige, abstrakte begreb heuristisk tilgængeligt gennem forståelse af dets genese. Endelig stiller historien materiale til rådighed, der (undertiden!) er mere overskueligt end hvad den nutidige matematik kan tilbyde, men alligevel tillader en fuldgod træning af matematisk færdighed.

Også denne motivation kan, afhængigt af omstændighederne, selvsagt fungere som en spændetrøje ved at stille krav til, *hvad* historien skal kunne vise og derfor til, hvordan den *skal* se ud. For øjeblikket er – i overensstemmelse med matematikhistoriografiens professionalisering – hovedtendensen hos den historisk interesserede del af det matematikdidaktiske miljø (i Danmark og globalt) dog ikke blot accept af historiens autonomi, men et direkte ønske om at historikeren skal fremdrage variation og anderledeshed, om ikke til brug for matematikundervisningens elever så for matematiklærerne.[22]

Beslægtet med de bånd, matematikhistoriografiens sociale og kognitive afhængighed af matematikken kan frembringe, er et problem, der har stået i centrum af flere kontroverser, og som kort kan formuleres som et underliggende spørgsmål om matematikhistorie er *matematik* eller *historie*,– et spørgsmål der ofte kommer til syne som en strid om det, der kræves for at skrive matematikhistorie er matematikerens indsigt i hvad den gamle tekst *i virkeligheden* går ud på som matematik, eller den historiske tilgang, der primært sætter teksten ind i dens tidssammenhæng – hvadenten det drejer sig om denne tids matematik eller videnskab, disses anvendelser og institutioner, eller den kultur- og socialhistoriske baggrund. To af disse kontroverser er berømte og har været indflydelsesrige, dels på grund af kombattanternes skarpe stil, dels på grund af deres videnskabelige status.

Den første involverede Moritz Cantor og den danske matematiker Hieronymus Georg Zeuthen.[23] I uenighed med Cantors kulturhistoriske orientering gik Zeuthen i gang med en dybtgående analyse af Apollonios' keglesnitslære, som ledte ham frem til en tolkning af dens underlag (og dermed af den geometriske arealteknik i bog II af Euklids *Elementer*) som en *geometrisk algebra*, hvor arealer kort fortalt står for produkter, "anlæggelse" af et areal som rektangel langs et liniestykke for en division, osv. Han bebrejdede Cantor, at denne, i sin i øvrigt prisværdige iver for at belyse Apollonios' teoribygning, nok benytter mindre ånders arbejde, men forsømmer at gå så meget i dybden med argumentet, at han kan bruge Archimedes; Cantor på sin side mente, at Zeuthen ganske vist trofast læste Apollonios og Archimedes sætning for sætning, men ved hver sætning spurgte sig selv, hvad han ville forstå ved den som matematiker fra det 19. århundrede, og dermed læste ting ind i teksten, som ingen græsk matematiker kunne have tænkt.

Med en drejning af en kendt Marx-drejning af en Hegel-sætning, kan man sige at dette stykke borgerligt konversationsdrama blev genopført i 1970erne som melodrama. I mellemtiden var Zeuthens ide om en græsk "geometrisk algebra" blevet overtaget af Neugebauer, der i 1930erne havde konkluderet, at denne teori var en formulering af den babyloniske algebras resultater i geometrisk iklædning, nødvendiggjort af opdagelsen af irrationaliteten. Neugebauers tese var blevet accepteret af de fleste fagfolk, og bredt kendt gennem van der Waerdens eminent læselige *Science Awakening*.[24] I 1975 formulerede Sabetai Unguru et skarpt angreb på den algebraiske læsning af græsk geometri, i en artikel "On the Need to Rewrite the History of Greek Mathematics". Velbevæbnet med citater fra Zeuthen, fra hans samtidige meningsfælle Paul Tannery og fra andre af matematikhistoriografiens koryfæer opsummerede han, at den traditionelle skrivning af den græske matematiks historie havde set det som sit formål

> "at vise, hvorledes fortidens matematikere skjulte deres moderne idéer og fremgangsmåder i klodsede, *kejtede*, og pinlige tilsløringer gennem antikverede og umoderne udtryksmåder; med andre ord, formålet for matematikhistorikeren er at udrede og bringe fortidens matematik-tekster i orden, og dermed gøre dem tilgængelige for alle interesserede."[25]

Van der Waerden forsøgte at vende tilbage til konversationsgenren, og replicerede med et begrebsanalyserende og venligt "Forsvar for et 'chokerende' synspunkt". Den matematikdidaktiske pave Hans Freudenthal forsvarede læsningen af græsk geometri gennem den moderne skolealgebras briller og sluttede med at hævde, at ønsket om at trænge ind i de græske matematikeres egen tankegang var et udtryk for manglende respekt – hvad denne artikels forfatter kun kan læse som udtryk for den tankegang, der omtaltes i note 21, og for at kvalitetsbedømmelse af en fortidig matematiker kun kan gå på, om han *var på rette vej* og på hvor langt han var kommet af den.[26] Højdepunktet blev nået med et læserbrev fra matematikeren André Weil (en af dette århundredes store) til redaktøren for tidsskriftet hvor debatten løb, hvori Weil for det første demonstrerer ikke at have forstået Nesselmanns begrebsopdeling (se note 7) og hvad den implicerer om den moderne algebras særegenhed; for det andet at identificere f.eks. Euklids geometriske sætningers matematik med det "indhold" der kan udtrykkes i moderne algebraiske symboler, og at reducere forskellen til "et spørgsmål om smag og stil"; for det tredie at mene, at kun øvede matematikere er i stand til at "forstå forskellen mellem en definition, en notation og et begreb", og at kun "den øvede matematiker" er i stand til at forstå de klassiske tekster – nemlig ved at se deres forfatter i sit eget billede. Historikere, der prøver at gøre sig klogere end matematikere, er "parasitter", hvis publikationsmuligheder bør stoppes.[27]

Skønt Weil for mange, der ikke kendte til den antikke matematik stod som vinder af debatten, efter at have meldt sine 2 ottere som 5 esser, tabte han og Freudenthal på længere sigt; i det mindste i princippet domineres de sidste tiårs matematikhistoriografi af den hermeneutiske indstilling, at tekster skal læses efter deres egne begreber og ikke som udtryk for en senere tids alternativer. Moderniserende omskrivninger – som stadig er almindelige – bruges primært af den pragmatiske grund, at *vi* (f.eks) ikke har en Apollonios' træning i den euklidiske proportionsteknik, og derfor ikke er i stand til at følge en sådan argumentation med den græske matematikers selvfølgelighed. Skal vi forstå en græsk tekst loyalt, må vi derfor både fatte det, den faktisk *gør* – og derfor læse den uden omskrivning – og forstå den lethed hvormed det gøres – og derfor afbilde denne lethed i et medium, der er let for os. Dette dilemma kendes af enhver eftertænksom oversætter, der prøver at være trofast over for alle niveauer i den oversatte tekst, og jeg skal ikke uddybe det.

Derimod skal det pointeres, at de foregående afsnits stadige referencer til de historiske "tekster" gør de sidste tiårs matematikhistoriografi uret. Der har været en bred interesse for matematiske skoler, for institutioner, for transmission mellem niveauer og regioner, i det hele taget for hvad vi kunne kalde den matematisk kultur, samt for vekselvirkning med andre områder (anvendelser, inspiration, ...).

Spørgsmål som disse bringer tanken hen på det "internalisme-eksternalisme"-skænderi der beherskede meget af videnskabshistoriografiens metateoretiske diskussion i 1970erne og -80erne. Opfattet som diskussion af kausalitet eller forklaringsmodeller var der tale om et pseudoproblem, på linie med diskussionen om den procentvise betydning af arv og miljø for børns intelligenskvotient.[28] Forstået som beskrivelse af den aktuelle undersøgelse er begreberne selvfølgelig gode nok, hvis vi kan acceptere deres mangel på præcision: Det *er* muligt at tage et fags øjeblikkelige videnskabelige viden, arbejdsstil og kognitive organisering for givet og se på hvorledes disse er indlejret i eller forholder sig til andre videnskaber, eller til "ydre" sociale og kulturelle mønstre og betingelser, eller på hvordan faget er organiseret institutionelt; alternativt *er* det muligt at tage alle disse og andre "eksterne" betingelser for givet og at se på dynamikken i fagets egen udvikling under disse givne betingelser. Det er også muligt (men i praksis ofte uoverkommeligt) at tegne et billede hvor den indre dynamik og det dynamiske samspil med de ydre forhold er ligeligt i fokus. På trods af hvad der må have været af intentioner om det modsatte, viste det sig da også at mindst fire ud af hver fem bidrag til et nyligt symposium om "Mathematics in the Americas and the Far East, 1800–1940" (Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, oktober 1998) blev rent "eksternalistiske" eller personalhistoriske i orientering, mens højst ét af fem i nogen dybde diskuterede hvilken indvirkning overførslen fra Europa til "periferien" fik på den matematiske tanke- eller arbejdsstil –

uanset at de samme foredragsholderes arbejde i almindelighed er orienteret netop mod den matematiske *videns* historie og dynamik.

5. Matematikhistoriens særegenhed

En iagttagelse som den sidste rører ved ét af de punkter hvor matematikkens historie ofte opfattes som særegen i forhold til andre videnskabers: Vanskeligheden ved at etablere forbindelser mellem den matematiske viden og de forhold hvorunder, den er etableret. I det værk, der regnes for videnssociologiens grundlæggelse – Karl Mannheims *Ideologie und Utopie* fra 1929 – dukker "2+2=4" op gang på gang som repræsentant for den slags sandheder, der falder uden for videnssociologiens område; selv da videnssociologiske og beslægtede betragtningsmåder fandt indgang i videnskabshistoriografien og videnskabssociologien, blev matematikken normalt betragtet som "the hard case"[29] – den hårde nød – og den formulerede socialkonstruktivisme har af samme grund ikke gjort sig mærkbart gældende i matematikkens historiografi.[30]

Videnssociologiske betragtningsmåder er dog langtfra fraværende; når de ikke forstås som sådanne er grunden, at matematisk *viden* normalt identificeres med hvad André Weil kaldte *indholdet.* Begrebsdannelser, forestillinger om hvad der er legitim begrundelse og om hvilken status et matematisk udsagn har – alt hvad der således rutinemæssigt og uden at vække forargelse blandt matematikhistorikere kan diskuteres i videnssociologiske termer – forstås i denne sammenhæng som perifert i forhold til den indholdsmæssige kerne.

I denne henseende *har* matematikken stadig en særstilling i forhold til mange andre videnskaber, hvor det ikke er så let at skelne et ahistorisk og formodet "objektivt" indhold[31] fra en tids-, kultur- eller institutionelt (co-)determineret, begrebslig periferi.

Et andet punkt hvor matematikhistorien ofte ses som noget særligt i forhold til andre videnskabers historie er det formodede fravær af videnskabelige revolutioner. "Den læresætning, der er opkaldt efter Pythagoras, gælder i dag, som den galt på hans egen tid", som Chamisso sagde i sit ironiske digt om fremskridtets ofre; i dag, hvor den samme "Pythagoræiske læresætning" kan følges tilbage til det tidlige 18. århundrede f.Kr., er den revolutionsløse vækstperiode blevet forlænget med endnu 1300 år. Det bemærkes, at tidligere matematiske indsigter ikke afskaffes på samme måde som flogistonteorien og Ptolemaios' epicykler blev opgivet og erstattet af helt andre forklaringsmodeller; de indlejres som specialtilfælde i mere omfattende indsigter – ikke som når den klassiske fysik opfattes som et grænsetilfælde for den almene relativitetsteori, der gælder med stigende præcision efterhånden som de involverede hastigheder og tyngdefelter bliver mindre, men absolut. Uanset hvad den "udvidede pythagoræiske læresætning" (*Elementer* II.12–13) fortæller om sammenhængen mellem kvadraterne på de tre sider i en trekant uafhængigt af dennes vinkler, gælder den oprindelige version stadig absolut, når en af vinklerne er ret. Den kommutative lov for multiplikation, som grækerne kendte for "antal", dvs. hele tal større end 1 (*Elementer* VII.15), gælder også for udvidelser af talbegrebet lige de komplekse tal – og alle disse udvidelser indeholder stadig "antallene" som delmængder, for hvilke hele den euklidiske aritmetik bevarer sin gyldighed.

Også i dette tilfælde afhænger gyldigheden af synspunktet af, at vi identificerer matematikken med det Weil'ske "indhold". *Elementer* VII.15 udtaler faktisk *ikke*, som den står, den kommutative lov – *vi* kan se at den er en konsekvens; værre, teoremet er tænkt i en ramme inden for hvilken det ville være meningsløst at tale om en "udvidelse" til brudne tal (uanset at den græske matematiker udmærket vidste, at det meningsløse fungerede udmærket i den praktiske matematik. På trods af indlejringen på "indholdets" niveau kan man sagtens finde "revolutionære" brud i den matematiske tænkning – men netop på andre niveauer.

Men selv om den revolutionsløse indlejring kun gælder med forbehold, *er* der igen forskel. Der er grunde til at matematikken som profession har et langt intimere forhold til sin historie (og som institution til sine historiografer) end de fleste andre videnskaber.[32] Præcis de samme gode grunde gør, at matematikeren (ikke blot Weil) spontant er tilbøjelig til at identificere historikerens materiale med det "indhold", som tillader ham at se det som en forberedelse af hans egen virksomhed og ikke som et alternativ, der kunne rejse tvivl om selvfølgeligheden i denne virksomhed.

6. En pragmatisk grund til isolation

Epistemologisk set er matematikhistoriografi en videnskabshistoriografisk disciplin. Den har en særstilling blandt de videnskabshistoriografiske discipliner på grund af sit tætte institutionelle bånd til matematikken selv, og det er allerede en grund til at matematikkens historie fylder mindre både i de alment videnskabshistoriske tidsskrifter og i brede behandlinger af videnskabernes historie, end man måske ville forvente ud fra den plads matematikken optog i det samlede videnskabelige liv i de perioder, der betragtes.[33]

Men der er en anden grund, som bliver åbenbar for enhver, der forsøger at inddrage matematikhistorie i et bredt kursus i videnskabshistorie for studerende, der ikke har speciel matematisk baggrund: selv al-Khwārizmīs algebra og de indledende teoremer hos Euklid forekommer de fleste deltagere i undervisningen meget tekniske; går man ret meget videre, eller til matematik fra det 17. eller senere århundreder, bliver det hurtigt så teknisk for de fleste, at de giver op på forhånd.

Således forholder det sig ikke med en tekst af Darwin; et vist kendskab til de arter og forhold han taler om er en fordel, og nødvendig hvis man skal forstå rækkevidden og dybden af hans tænkning (og hvis man vil skelne hvad der er blevet stående fra det som evolutionsbiologien har forkastet i mellemtiden); men der er ingen mur der spærrer den eftertænksomme lægmand (inklusive den videnskabshistoriker hvis speciale ikke er biologi) ude på forhånd.

Hovedlinier i Darwins arbejde kan uden afgørende vanskelighed præsenteres i en bred undervisning i videnskabshistorie, og videnskabelige analyser af Darwins tvivl angående eksistensen af racer inden for menneskearten vil kunne læses med udbytte af kemi- og matematikhistorikere. Et arbejde om det 19. århundredes matematikhistorie, der ikke begrænser sig til at være en matematikerhistorie (biografisk eller kollektiv) og som ikke udtrykkeligt har valgt at være populærvidenskabeligt, er ikke tilsvarende tilgængeligt. Der er, ud over de særlige institutionelle bindinger, effektive pragmatiske grunde til at matematikhistoriografien i praksis ikke er en del af videnskabshistoriografien.

Noter

1. For at kunne referere til det matematiske videns- og praksisfelts egen udvikling gennem tiden som "matematikkens historie" skal jeg i det følgende tale om matematikhistorikerens virksomhed – udforskningen og skrivningen af denne historie – som *historiografi*.

2. Den "vestlige" kulturkreds jeg her refererer til omfatter antikkens græske og hellenistisk-romerske verden, den syrisk-byzantinske senantik og tidlige middelalder, det islamiske kerneområde fra Iran til al-Andalus og Maghreb, samt det latinske og senere Vest- og Centraleuropa (med dets amerikanske og andre oversøiske forlængelser fra de seneste århundreder). Den anderledes kontinuitet, der kan findes i indisk og kinesisk matematik, kan vi roligt lade ude af betragtning som basis for den *matematikhistoriografiske* næsten-kontinuitet. Det samme gælder landmålernes, bygmestrenes og handelsfolkenes "ikke-lærde" matematiske praktikertraditioner, hvis kontinuitet fra det sene 3. årtusinde f.Kr. til renaissancen er ubetvivlelig. "Vesten" brugt som transcendental eufemisme for NATO-området skal jeg tale om, som det "ekspanderede Europa".

3. Se Schmeidler, Felix (ed.), Joannis Regiomontani *Opera collectanea*. Faksimiledrucke von neun Schriften Regiomontans. (Milliaria X,2). Osnabrück: Otto Zeller, 1972.

4. Cardano, Girolamo, *Operum* tomus quartus; quo continentur *Arithmetica, Geometrica, Musica*. Lyon: Jean Antoine Huguetan & Marc Antoine Ragaud, 1663, ss. 440-45.

5. Ramus, Petrus, *Scholarum mathematicarum libri unus et triginta*. Basel: Eusebius Episcopius, 1569.

6. Citeret fra Steinschneider, Moritz (ed.), "Vite di matematici arabi tratte da un'opera inedita di Bernardino Baldi, con note". *Bulletino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche* **5** (1872) 427–534, *passim*.

7. Se Cantor, Moritz, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*. Dritter Band, *vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1758*. ²Leipzig: Teubner 1901. Det er aldrig lykkedes mig at se Biancanos arbejde, som jeg kun kender via Cantors gamle beskrivelse og henvisninger i andre arbejder fra det 17. århundrede.

8. Se Vossius, Gerardus Ioannes, *Quatuor artibus popularibus, de philologia, et scientiis mathematicis*, cui Operi subjungitur *Chronologia mathematicorum* libri tres. Amsterdam: Ioannes Blaev 1650. Omtrent det længste han kommer er en note på side 54 der ultrakort definerer inkommensurabilitet. Hovedkilder til Vossius' viden om matematikken er Platon, Aristoteles, Seneca osv., samt moderne encyklopædiske værker. Lejlighedsvise skarpe indsigter er citeret fra andre (f.eks en påpegning på side 183 af, at den matematikglade Nicholas de Cusa aldrig kom ret dybt).

9. Montucla når at offentliggøre 2 bind af en revideret udgave i 4 bind i 1799. De to sidste bind færdiggøres af astronomen de Lalande. Da jeg ikke har haft adgang til førsteudgaven, og end ikke Moritz Cantor har set den, bygger det følgende på 4-binds-versionen: Montucla, J. F., *Histoire des mathématiques*. 4 vols (III-IV achevés et publiés par Jérôme de la Lande). Paris: Henri Agasse, an VII – an X [1799–1802].

10. Alle tre værker blev genoptrykt i 1960erne!

11. Nesselmann skelner mellem en "retorisk" algebra udtrykt i ord; en "synkoperet", hvor ordene erstattes med forkortelser, men disse stadig refererer til ordene (f.eks Diophants brug af Δ for *dýnamis*, kvadratet på det ukendte tal); og en "symbolsk", hvor vi opererer på de abstrakte symboler uden at behøve at tænke over, hvad de betyder, som når vi "flytter en størrelse over på den anden side" i en ligning.

12. Baron, Margaret E., "Todhunter, Isaac", pp. 426–428 *in Dictionary of Scientific Biography*, vol XIII. New York: Scribner 1976.

13. I betragtning af at værket hører hjemme i serien *Monumenta Germaniae Paedagogica*, og altså er en del af markeringen af det nye Tyske Riges opståen, er det værd at citere indledningen til afsnittet "Jødernes skoler og uddannelsesmidler": "Det kan ikke betvivles, at den jødiske folkestamme, i moralhistorisk henseende, var en af de betydeligste faktorer for hele middelalderen. Dels gennem

en dyster tids barbari og dels gennem egen tilbøjelighed til isolation, var de næsten uden undtagelse forhindrede i at tage del i det nationale fællesskab, hvor de, grundet omstændighederne, var tvunget til at leve", Günther, Siegmund, *Geschichte des mathematischen Unterrichts im deutschen Mittelalter.* (Monumenta Germaniae Paedagogica III), Berlin 1887, s. 141.

14. Et fjerde bind om perioden 1759–1799, redigeret af Cantor, men skrevet af specialister på enkeltområder, udkommer i 1908. Hvert bind er på ca. 900 sider. Bind 1 blev senest revideret af Cantor i 1906 (udg. 1907), bind 2 i 1899 (udg. 1900).

15. I 1863 havde han udgivet *Mathematische Beiträge zum Culturleben der Völker.*

16. Sarton, George, *A Guide to the History of Science.* Waltham, Mass.: Chronica Botanica 1952, s. 209.

17. Således *Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften* i 1913, *Bibliotheca mathematica* i 1914; et ny-/genoprettet *Bollettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche* lever kun 1918-21 og opsluges så i *Bollettino di Matematica.*

18. *Isis* i 1913, *Archivio di Storia delle Scienze* (omdøbt først til *Archeion* i 1927, siden til *Archives internationales d'Histoire des Sciences* i 1947) i 1919.

19. Efter hvad Kurt Vogel har fortalt mig, faldt de fleste af hans tyske medarbejdere fra 1920erne og -30erne i 2. Verdenskrig.

20. Artiklerne (uden medtælling af anmeldelser og noter) i 10 tilfældigt udvalgte numre af *Historia Mathematica* fra 1990erne fordeler sig som følger (artikler hvis område fordeler sig på 2 af de nedennævnte er talt med ½ hvert sted; ingen faldt i mere end 2 grupper): Babylonien ½; græsk antik 3½; islamisk middelalder 4½; hebraisk middelalder 1; før-moderne Indien ½, moderne Indien ½; før-moderne Kina 1; renaissance ½; 1600–1800 9; 19. århundrede 11; 20. århundrede 7. En tilsvarende opgørelse på grundlag af de abstracts, der indeholdes i et enkelt nummers løbende bibliografi for disciplinen giver en langt voldsommere dominans for det 19. og 20. århundrede. I denne statistik tæller det matematiske miljøs egne nekrologer, hyldest- og mindeartikler, udgaver af samlede og udvalgte artikler osv. nemlig med. Det skal bemærkes, at meget af hvad der skrives om de mere esoteriske områder – Babylonisk, Ægyptisk, middelalderlige kulturer, samt ethnomatematik (forstået denne gang som skriftløse kulturers matematiske tænkning og teknikker) – publiceres andetsteds end i de almene matematikhistoriske tidsskrifter.

21. Med mindre, at det historiske materiale tolkes så moderniserende (hvad der ikke er helt ualmindeligt) at budskabet bliver det modsatte, at matematik kun kan laves på én måde, at de gamle ikke var så langt som vi, men dog *på vej mod os, på den eneste vej.*

22. Dette er dels mit indtryk fra det danske miljø, dels fra konferencer, som jeg er blevet inviteret til, og hvor min præsentation af den babyloniske matematiks anderledeshed er faldet helt i tråd med meget af hvad der ellers foregik. Jeg ser væk fra den del af matematiklærermiljøet der først og fremmest bruger historien som krydderi, og hvor det er den tilgængelige standardlitteratur, der (ofte i ukritisk læsning) bestemmer orienteringen. Det er tydeligt, at konferencer, som de omtalte, netop har til hensigt at højne den historisk-professionelle kvalitet i undervisernes brug af historien.

23. En detaljeret analyse findes i Lützen, Jesper, & Walter Purkert, "Conflicting Tendencies in the Historiography of Mathematics: M. Cantor and H. G. Zeuthen", pp. 1–42 *in* Eberhard Knobloch & David Rowe (eds), *The History of Modern Mathematics.* Vol. III: *Images, Ideas, and Communities.* Boston: Academic Press 1994; den åbenlyse debat løb i årene 1894–96, men formuleringer af uenigheden går 10 år længere tilbage. Ofte gik de selvfølgelig på konkrete spørgsmål og på reelle eller formodede fejltagelser; jeg uddrager på eget ansvar nogle hovedpunkter.

24. van der Waerden, B. L., *Science Awakening.* ²Groningen: Noordhoff (¹1954) 1962.

25. Unguru, Sabetai, "On the Need to Rewrite the History of Greek Mathematics". *Archive for History of Exact Sciences* **15** (1975) 67–114, s. 68f.

26. Freudenthal, Hans, "What is Algebra and What Has It Been in History?" *Archive for History of Exact Sciences* **16** (1977) 189–200.

27. Weil, André, "Who Betrayed Euclid?" *Archive for History of Exact Sciences* **19** (1978) 91–93.
28. "Betyder en 60% genetisk determinering af intelligenskvotienten, at et barn født uden gener får IQ 40, og et barn der vokser op uden miljø får IQ 60?", som det blev spurgt.
29. Således formuleret af Karin Knorr-Cetina, en af de ledende socialkonstruktivister, i en privat samtale.
30. Forsøg – også seriøse – på at anlægge socialkonstruktivistiske vinkler er selvfølgelig blevet gjort; men det er karakteristisk at Donald Mackenzie i dag smilende karakteriserer sin *Statistics in Britain, 1865–1930: The Social Construction of Scientific Knowledge*, Edinburgh: Edinburgh University Press 1981, som noget i retning af en ungdomsforsyndelse.
31. Hvad "objektivitet" så skal betyde, i betragtning af, at den rene matematiks objektivitet netop konstitueres af fraværet af et klart identificerbart objekt uden for matematikken selv.
32. Blandt naturvidenskaber i bred forstand er den eneste partielle undtagelse medicinens forhold til medicinhistorien – men med det forbehold, at medicinhistorie ofte er lige så meget sygdomshistorie som videnskabshistorie, og lige så ofte professionshistorie som videnshistorie; både sygdomme og medicinerprofessionen har selvfølgelig en høj grad af historisk kontinuitet.
33. En grundig (og ganske polemisk) diskussion af dette forhold er Grattan-Guinness, Ivor "Does History of Science treat of the history of science? The case of mathematics". *History of Science* **28**, (1990) 149–173.