

Fagdidaktiske perspektiver på formativ evaluering og faglig udvikling i forskellige fagområder

Artikler skrevet på basis af indlæg på
symposium for
Sammenlignende Fagdidaktik nr. 7,
november 2021

Redigeret af Torben Spanget Christensen, Peter Hobel, Martin Niss & Helle Rørbech

Udgivet af Afdeling for fagdidaktik ved DPU, Aarhus Universitet; IMFUFA, Institut for Naturvidenskab og Miljø, RUC og Forskningsprogrammet Almendidaktik og Fagdidaktik, Institut for Kulturvidenskaber, SDU

Indholdsfortegnelse:

| | |
|--|---------|
| Indledning | 1-10 |
| <i>Torben Spanget Christensen, Peter Hobel, Martin Niss og Helle Rørbech</i> | |
| Hovedartikler: | |
| Higher order thinking in social science education – an empirical study with classroom observations from Denmark and Norway | 11-36 |
| <i>Anders Stig Christensen og Nora E. H. Mathé</i> | |
| Om formativ evaluering af matematiske kompetencer | 37-56 |
| <i>Tomas Højgaard og Mogens Niss</i> | |
| Et internationalt STM-perspektiv på evaluering | 57-76 |
| <i>Jens Dolin, Jesper Bruun og Jan Alexis Nielsen</i> | |
| Elevers tidlige skriveudvikling – en tekstorienteret model med potentialer for differentieret skriveundervisning | 77-112 |
| <i>Kristine Kabel, Jeppe Bundsgaard og Jesper Bremholm</i> | |
| Responsartikler: | |
| Higher order-tænkning og samtale – Respons til Anders Stig Christensens & Nora Mathés artikel “Higher order thinking in social science education – an empirical study with classroom observations from Denmark and Norway” . | 113-124 |
| <i>Marie Louise Molbæk</i> | |
| Højere ordens-tænkning i samfundsfag anskuet i et elevperspektiv – Respons til Anders Stig Christensens & Nora Mathés artikel “Higher order thinking in social science education – an empirical study with classroom observations from Denmark and Norway” | 125-136 |
| <i>Vibeke Christensen</i> | |
| Formative og summativ evaluering af matematiske kompetencer set ud fra SOLO-taksonomien | 137-156 |
| <i>Bettina Dahl Søndergaard</i> | |
| Formativ evaluering gør matematik (kultur)relevant for eleven – en kommentar til Højgaard og Niss’ artikel | 157-170 |
| <i>Bjørn Friis Johannsen</i> | |
| Didaktisk evaluering – Perspektiver på udvikling af en meningsfuld, evalueringsinformeret undervisningspraksis | 171-186 |
| <i>Mikkel Stovgaard</i> | |

Kompetenceudviklende dybdelæring gennem design og evaluering af praktisk arbejde i geografi på læreruddannelsen 187-210
Jesper Heidemann Langhoff

Skriveudvikling, skriveridentitet og ekspansion. Respons til Kabel, Bundsgaard og Bremholm: "Elevens tidlige skriveudvikling" 211-226
Søren Nygaard Drejer

Afsluttende kommentar til symposiet:

Generelle og sammenlignende fagdidaktiske perspektiver på formativ evaluering 227-242
Martin Niss

Formativ og summativ evaluering af matematiske kompetencer set ud fra SOLO-taksonomien

Af: Bettina Dahl Søndergaard, Aalborg Universitet (Danmark), Universitetet i Bergen (Norge)¹

Responsartikel til Højgaard & Niss' artikel: "Om formativ evaluering af matematiske kompetencer". I denne responsartikel diskuteres nogle af ideerne, som fremsættes af Højgaard og Niss (2023), herunder hvad der karakteriserer kompetencer og forholdet mellem formativ og summativ evaluering. Der argumenteres for at se en formativ evaluering i sammenhæng med en summativ evaluering, da den formative evaluering afhænger af og indirekte er rettet mod den summative. Men primært er artiklen en analyse af de otte matematiske kompetencer (kompetenceblomsten) ud fra SOLO-taksonomien. Dette sker for derigennem at kvalificere kompetencebegrebet yderligere, primært ift. hvordan man kan forstå de verber, som bruges til at beskrive de otte kompetencer. Denne præcisering af kompetencebeskrivelserne er en hjælp i en evalueringssituation, da man ikke kan lede efter tegn på, om elever besidder en kompetence, hvis man ikke ved præcist, hvad man mener. Der er et eksempel fra stx-læreplanen på, hvordan man kan forstå det at "læse". Også verbet "forstå" diskuteres, da dette bruges på vidt forskellige SOLO-niveauer.

Indledning

I denne artikel vil jeg først kommentere på nogle af begreberne om kompetencer i Højgaard og Niss' (2023) artikel, dernæst foretage en dybere analyse af de otte matematiske kompetencer (kompetenceblomsten) ud fra SOLO-taksonomien, som nogle deltagere foreslog til SFD-seminaret i 2021. Til slut vil jeg igen inddrage elementer fra Højgaard og Niss (2023) i en diskussion af emnet.

Formålet med at inddrage SOLO-taksonomien er at yderligere kvalificere kompetencebegrebet gennem at tydeliggøre, hvordan man kan forstå de verber, som bruges til at beskrive de otte kompetencer. Denne præcisering af kompetencebeskrivelserne kan være en hjælp til evalueringen af disse. Dette skyldes, at man ikke for alvor kan lede efter tegn på, om elever besidder en kompetence, hvis man ikke ved præcist, hvad man mener, og der kan derfor hverken gives formativ eller summativ feedback i disse situationer.

Rent didaktisk lægger artiklen sig derfor inden for det Rasmussen (2020) kalder den generelle matematikdidaktik, også kaldet den almene matematiske fagdidaktik. Denne er til forskel fra den specifikke fagdidaktik (stofdidaktikken) ikke knyttet op på et bestemt stykke matematisk "stof" (indhold), som f.eks. brøker, funktioner, grænseværdi osv. I stedet omhandler den mange forskellige indholdsområder, altså noget generelt der går på tværs. Det er derfor noget, som gør sig gældende for matematikken generelt, men ikke nødvendigvis for andre fag end matematikken. Dog, i og med at kompetencebegrebet også anvendes inden for eksempelvis naturfagsdidaktik, bl.a. med inspiration fra beskrivelsen af de matematiske kompetencer

¹ Der henvises til denne artikel på følgende måde: Søndergaard, B.D. (2023). Formativ og summativ evaluering af matematiske kompetencer set ud fra SOLO-taksonomien. I Christensen, T.S.; Hobel, P.; Niss, M. og Rørbeck, H. (red.). *Sammenlignende Fagdidaktik 7*, side 137-156. <https://tidsskrift.dk/sammenlignendefagdidaktik>

(Busch et al., 2003; Dolin et al., 2017) kan diskussionen også være relevant for naturfagsdidaktikere.

Om matematiske kompetencer og evaluering af disse

I næste afsnit vil SOLO-taksonomien blive præsenteret, men først vil jeg præsentere de matematiske kompetencer og evalueringen af disse. Dette skyldes dels, at læseren ikke forventes at kende disse kompetencer i detaljer, dels at dette vil lede frem til, hvorfor SOLO-taksonomien med fordel kan inddrages.

Højgaard og Niss (2023) beskriver, hvordan man kan foretage formativ evaluering af matematiske kompetencer. De matematiske kompetencer de omtaler, er de otte kompetencer beskrevet i KOM-rapporten (Niss & Jensen, 2002): Tankegangs-, problembehandlings-, modellerings-, ræsonnements-, repræsentations-, symbol- og formalisme-, kommunikations- og hjælpemiddelkompetence. Disse otte kompetencer benævnes ofte som kompetenceblomsten, og de er meget lig de otte kompetencer i PISA (OECD, 1999, s. 43), samt den amerikanske matematiklærerforenings *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000) opdeling for *process standards* for 1.-12. trin. Disse processtandarder er: problem solving, communication, reasoning and proof, representation og connections. De fire førstnævnte er identiske med fire kompetencer i KOM-rapporten, dog bliver ”proof” særligt understreget i NCTM, da det eksplicit nævnes sammen med ”reasoning”, mens den danske KOM-rapport kun nævner ”ræsonnement”. Dette er for at understrege vigtigheden af beviser, som spiller en mindre rolle i undervisningen i USA end i Danmark. ”Connections” har en del ligheder med både modellering og tankegang, da denne både omhandler at kunne genkende og anvende sammenhænge mellem matematiske ideer og at kunne anvende matematik i kontekster uden for matematikken.

Evaluering af kompetencer er noget andet end evaluering af indhold, typisk beskrevet med substantiver som tal, funktioner, geometri osv. At besidde en kompetence vil sige at være i stand til at udføre en bestemt type handlinger med indholdet, og en kompetence kan besiddes på forskelligt niveau. Kompetencer kommer derfor til udfoldelse gennem aktiviteter: ”Kernen i en kompetence er med andre ord indsigt-baseret handleberedthed, hvor ’handling’ kan være både fysiske, adfærdsmæssige – herunder sproglige – og mentale” (Niss & Jensen, 2002, s. 125). Det er derfor essentielt, at der findes præcise måder at beskrive forskellige typer handlinger på. Sådanne handlinger er observerbare, hvorfor SOLO-taksonomien kommer ind i billedet, da den står for Structure of the *Observed Learning Outcome*.

Men først nogle flere kommentarer til Højgaard og Niss’ (2023) beskrivelse af kompetencerne.

Fem karakteristiske træk ved kompetencerne

Højgaard og Niss (2023) beskriver fem karakteristiske træk ved kompetencerne, som jeg vil diskutere nedenfor. De skriver, at kompetencebegrebet for det første er orienteret mod handling, og for det andet, at kompetencer har et aktionsområde. Jeg mener dog, der er et overlap mellem første og andet træk, da en kompetent handling vil være en, der er rettet mod/er i et relevant aktionsområde, ellers er den ikke kompetent. Set fra en analytisk vinkel

kan det give mening at nævne disse som særskilt, som Højgaard og Niss (2023) gør, men omvendt kan dette give indtryk af, at det er muligt at handle kompetent uden der er et specifikt aktionsområde. Sidstnævnte er ikke tilfældet. Man kan ikke være dygtig til f.eks. matematisk ræsonnement uden at kunne matematik.

Med hensyn til den tredje karakteristika skriver Højgaard og Niss (2023, side 39), at ”kompetence [er] et *analytisk begreb* der forudsætter en klarlæggelse af, hvad der objektivt set indgår i udøvelsen af en given kompetence. Men begrebet er også personbundet, fordi en kompetence altid er ”nogens”; kompetencer eksisterer ikke i sig selv – det, der eksisterer, er kompetente mennesker”. Jeg mener dog, dette karakteristika kunne opdeles i to – en analytisk og en personlig, netop som hjælp til en analytisk vurdering; selvom Højgaard og Niss (2023) naturligvis har helt ret i, at kompetencer altid er ”nogens”.

Det fjerde punkt er, at kompetencebegrebet er normativt. Dette kan måske virke åbenlyst, men et vigtigt punkt, da det at kompetencebegrebet også er ekskluderende, altså at der er noget der *ikke* er udtryk for en bestemt matematiske kompetence, er essentielt ift. vurderingen af elever og studerendes besiddelse af en kompetence. Det femte element omhandler en indsigtfuld parathed, hvormed menes, at den kompetente person har forudsætningerne til at udøve kompetencen. Dette element kunne dog sættes sammen med den ”personlige” del af punkt 3, da den indsigtfulde parathed netop er personlig.

Om evaluering af matematiske kompetencer

Højgaard og Niss (2023) skriver, at de matematiske kompetencer er en kompleks størrelse, og evaluering af dem derfor er særdeles kompleks og forudsætter, at evalueringsværktøjerne er i stand til at indfange denne kompleksitet. Vigtigheden af de rette instrumenter kan ikke overvurderes, men på samme tid må man være helt sikker på, hvad der ligger i kompetencebeskrivelserne. Højgaard og Niss (2023) fortsætter til at beskrive den holistiske-atomiske udfordring, som f.eks. at eftersom hver af de otte kompetencer for sig har en lavere kompleksitet end helheden af matematisk kompetence, er det ”oplagt at spørge, om evaluering af hver af disse kompetencer muliggør evaluering af kompetence, eller om der skal mere til for at indfange helheden” (Højgaard & Niss, 2023, side 44). Det er et dilemma, da helheden er så kompleks, at den kan være vanskelig at definere. Jeg er inde på noget lignende i Dahl (2008), hvor jeg skriver, at en udførlig beskrivelse af elever eller studerendes niveau inden for hver af de otte kompetencer, kun giver ”mening til en vis grænse. Dette skyldes, at kompetencerne også indbyrdes spiller sammen, hvorfor en alt for analytisk [’atomistisk’ i Højgaard og Niss’ (2023) terminologi] opdelt vurdering bliver meningsløs” (2008, s. 112). I samme artikel argumenterer jeg videre for, at et fokus på enkelte kompetencer dog kan være brugbar især til formativ evaluering, da det kan hjælpe til at sætte fokus på steder, elever eller studerende bør udvikle sig. For eksempel hvis man i et undervisningsforløb ønsker at koncentrere sig om ræsonnementskompetencen, kan opgaver, oplæg og feedback være centreret omkring dette. Højgaard og Niss (2023) fortsætter med at beskrive vigtigheden af at have en karakteristik af det, som evalueringen ser efter. Jeg vil dog i det nedenstående gå en anden vej og søge en dybere analyse af de enkelte kompetencer og deres betydning.

SOLO-taksonomien og sammenhængen med KOM-kompetencer

Som nævnt ovenfor kommer kompetencer til udtryk gennem aktiviteter, og de kan derfor observeres gennem aktiviteter. Det vil sige, hvis en elev kan gennemføre disse aktiviteter, er det et tegn på, at eleven besidder kompetencen. Kompetencebeskrivelser i uddannelser og kursers læringsmål angiver, at elever og studerende skal kunne gøre noget med noget på en bestemt måde. Det vil sige, de skal lære at gøre (verber) noget bestemt med det, de skal lære noget om (substantiver). Dette er i tråd med Biggs' teori om *constructive alignment* og den tilhørende SOLO-taksonomi (Biggs & Collis, 1982; Biggs, 2003; Biggs & Tang, 2011). SOLO-taksonomien står, som nævnt ovenfor, for *Structure of the Observed Learning Outcome* og har fem niveauer. I Brabrand og Dahl (2009) defineres *SOLO competence progression* som at bevæge sig op gennem stadig højere SOLO-niveauer. En kort beskrivelse af de fem niveauer er som følger:

SOLO 1: Før-strukturelt niveau. Eleven/den studerende har ikke forståelse, men lidt spredt information; har måske hørt ordene før.

SOLO 2: Et-strukturelt niveau. Eleven/den studerende kan håndtere et enkelt aspekt og skabe åbenlyse forbindelser. Han kan bruge terminologi, identificere (huske ting), udføre simple instruktioner/algoritmer osv.

SOLO 3: Fler-strukturelt niveau. Eleven/den studerende kan operere med flere aspekter, men ser ikke disse i sammenhæng. Han ser træerne, men ikke skoven og er i stand til at beskrive, klassificere, kombinere, anvende metode osv.

SOLO 4: Relationsniveau. Eleven/den studerende forstår relationen mellem forskellige aspekter, og hvordan de tilsammen danner en struktur. Han kan nu se skoven og kan sammenligne, anvende teori og forklare i form af årsag/virkning osv.

SOLO 5: Udvidet abstract niveau. Eleven/den studerende generaliserer strukturen ud over det givne, ser strukturen fra forskellige aspekter og bruger ideer i nye sammenhænge. Han kan hypotisere, kritisere osv.

Biggs og Tang (2011) beskriver SOLO 2+3 som den kvantitative fase og SOLO 4+5 som den kvalitative fase. Trinene udgør et hierarki, hvor f.eks. det flerstrukturelle niveau inden for et specifikt område (SOLO 3) forudsætter det et-strukturelle niveau (SOLO 2) osv. "SOLO describes a hierarchy where each partial construction [level] becomes a foundation on which further learning is built" (Biggs, 2003, s. 41). Det vil sige, man kan ikke befinde sig på SOLO 3, som betyder, at man kan operere med flere aspekter, uden at have været på SOLO 2, som betyder, at man kan håndtere et enkelt aspekt. På samme måde kan man heller ikke befinde sig på SOLO 4, dvs. forstå relationen mellem flere forskellige aspekter, uden forinden at kunne disse flere aspekter, og ikke kun f.eks. et enkelt, som er SOLO 2. Det er læringsmæssigt set ikke nødvendigvis sådant, at der må gå lang tid mellem trinene, men trinene beskriver et hierarki. En elev kan også på nogle områder være på ét SOLO-trin, men på andre områder på et andet SOLO-trin.

I Brabrand og Dahl (2009) blev SOLO-progression undersøgt på de naturvidenskabelige uddannelser på Aarhus Universitet og Syddansk Universitet. Som led i dette arbejde, blev de anvendte verber i 632 kursusbeskrivelser fra AU og SDU analyseret og klassificerede ud fra SOLO-taksonomien. Klassificering skete ud fra, hvordan de blev brugt i kursusbeskrivelserne. Nogle verber havde et mere ”født” SOLO-niveau end andre, f.eks. verber som ”generalisere” (SOLO 5) eller ”navngive” (SOLO 2) og var derfor lette både at placere på SOLO-taksonomien - og kommunikere og forstå – mens andre verbers niveau blev bestemt ud fra, hvordan de blev brugt. Dette gælder f.eks. ”bevise”, som endte på SOLO 3, da det oftest blev brugt i sammenhæng med at redegøre for et allerede givet bevis, ikke den mere abstrakte hypotiserende proces, der kendes fra f.eks. Lakatos (1976). Tabel 1 viser et overblik over en del af disse verber (Brabrand & Dahl, 2009). Tabellen kan derfor ikke bruges som opslagsværk i enhver given situation. Den er et øjebliksbillede over, hvordan verbet blev brugt på SDU og AU på et givet tidspunkt. Tabellen kan dog bruges som udgangspunkt for en klassificering, men en SOLO-klassificering må altid tage hensyn til den lokale sammenhæng som verbet indgår i.

| SOLO 2 | SOLO 3 | SOLO 4 | SOLO 5 |
|--------------|--------------------|-------------------|----------------|
| Angive | Anvende metode | Afgøre | Afgrænse |
| (Be/ud)regne | Behandle/-arbejde | Analysere | Bedømme |
| Bestemme | Beskrive | Begrunde | Diskutere |
| Definere | Bevise | Designere | Ekstrapolere |
| Finde | Bruge/benytte | Eksemplificere | Estimere |
| Gengive | Demonstrere | Forklare | Evaluerer |
| Genkende | Foretage | Implementere | Fortolke |
| Håndtere | Formulere | Konkludere | Forudse |
| Identificere | Gennemføre/-gå | Konstruere | Forudsige |
| Navngive | Give overblik over | Kontrastere | Generalisere |
| Nævne | Karakterisere | Modellere | Hypotisere |
| Nedskrive | Klassificere | Planlægge | Kritisere |
| Omformulere | Kombinere | Relatere | Perspektivere |
| Opstille | Konvertere | Sammenfatte | Problematisere |
| Oversætte | Løse | Sammenligne/holde | Rationalisere |
| Recitere | Redegøre for | Strukturere | Reflektere |
| Referere | Skelne | Skelne | Refutere |
| Regne | Udføre | Syntetisere | Ræsonnere |
| Skitsere | Udtrykke | Tilpasse | Skønne |
| Søge | Udvide | Tolke | Teoretisere |
| (Ud)vælge | Validere | Udlede | Vurdere |

Figur 1: Tabel 1: Verber i alfabetisk rækkefølge fortolket efter SOLO-taksonomien. Fra Brabrand & Dahl (2009). Udvalgt ud fra fuld liste: <http://www.itu.dk/people/brabrand/solo.xml>.

For at komme dybere ind i en forståelse af de otte matematiske kompetencer i KOM-rapporten, vil jeg i det nedenstående analysere og diskutere sammenhængen mellem SOLO-taksonomien og kompetenceblomsten. Dette vil ske gennem min analyse af de otte kompetencer. Formålet er en konkretisering af disse otte kompetencer, der kan bruges til at kvalificere kompetencebegrebet, og kompetenceblomsten, til gavn for evaluering af

matematik – og herunder en præcisering af et område inden for den generelle fagdidaktik i matematik.

SOLO-analyse af KOM-rapporten

Formålet med analysen er at bruge SOLO-taksonomien som et redskab til at konkretisere, hvilke observerbare handlinger hos en elev er kendetegn på, at eleven besidder den pågældende kompetence. Dette er nødvendigt for reelt at kunne komme med gode bud på både formativ og summativ evaluering af matematiske kompetencer. I det nedenstående vil hver af de otte kompetencer blive refereret, hvor verber sættes i kursiv og nedenunder analyseres disse verber. I alle tilfælde er det KOM-rapportens (Niss & Jensen, 2002) afsnit ”Karakteristik”, der er brugt som beskrivelse af kompetencen. Disse afsnit er en hel del længere end, hvordan Højgaard og Niss (2023) beskriver de otte kompetencer, og der findes også i litteraturen en lang række senere karakteriseringer. Men KOM-rapporten er grundig og detaljeret, den var nyskabende, og den satte en proces i gang, som stadig pågår, hvorfor det er interessant at se på de oprindelige formuleringer af kompetencerne.

Analysen er ikke en reduktiv lingvistisk skelnen til skemaet i Tabel 1 over verber. Dette er første trin, men verber har, som nævnt ovenfor, ikke (altid) et født SOLO-niveau, men deres niveau må udledes, eller konfirmeres, ud fra den konkrete lokale sammenhæng de optræder i.

Repræsentationskompetencen

- ”Denne kompetence består dels i at kunne forstå (dvs. *afkode, fortolke* og *skelne* mellem) og *betjene sig af* forskellige slags repræsentationer af matematiske objekter, fænomener, problemer eller situationer (herunder symbolske, specielt algebraiske, visuelle, geometriske, grafiske, diagrammatiske, tabelmæssige eller verbale repræsentationer, men også konkrete repræsentationer ved materielle objekter), dels i at kunne *forstå de indbyrdes forbindelser* mellem forskellige repræsentationsformer for det samme sagsforhold og *have kendskab til* deres styrker og svagheder, herunder informationstab og -tilvækst, dels i at kunne *vælge* blandt og *oversætte* imellem forskellige repræsentationsformer for et givet sagsforhold, alt efter situation og formål” (Niss & Jensen, 2002, s. 56-57).

| KOM-verber | Tilsvarende SOLO-verber | SOLO-niveau |
|-------------------------------|-------------------------|-------------|
| Fortolke | Fortolke | 5 |
| Afkode | Udlede/ Tolke | 4 |
| Forstå indbyrdes forbindelser | Relatere | 4 |
| Skelne | Skelne | 3 |
| Betjene sig af | Kombinere/ Anvende | 3 |
| Have kendskab til | Redegøre | 3 |
| Oversætte | Oversætte | 2 |
| Vælge | Vælge | 2 |

Figur 2: Verber i Repræsentationskompetencen

Læseren kan her se, at en del af KOM-verberne er identiske, i al fald sprogligt, med SOLO-verberne. Det er min vurdering, at de fleste andre verber lader sig forholdsvis nemt genkende/oversætte til SOLO-verber. Dog er ”have kendskab til” en anden natur. Hvad skal der til, for at man kan observere, at nogen har ”kendskab” til noget? Hvad betyder ”kendskab”? Det er ikke umiddelbart tydeligt, om det handler om, om man kan observere, at en elev kan f.eks. ”gengive” (SOLO 2), ”redegøre for” (SOLO 3), ”analysere” (SOLO 4) eller ”vurdere” (SOLO 5). Mit valg faldt på ”redegøre for”, da det ud fra sammenhængen i sætningen står, at man skal ”have kendskab til styrker og svagheder”, dvs. det er mere end SOLO 2, som angiver enkelte forståelse, men der fremgår ikke i karakteristikken, at det er en egentlig analyse/sammenholdning, som er SOLO 4. ”Betjene sig af” lyder ud fra sammenhængen som flerstrukturelt niveau, dvs. SOLO 3 på samme måde som kombinere og anvende.

Et SOLO-gennemsnit kan udregnes til: $26/8 = 3,3$, hvilket dog bør tages med forbehold, da verberne i virkeligheden ikke vægter lige.

Symbol- og formalismekompetence

- ”Denne kompetence består dels i at kunne *afkode* symbol- og formelsprog, i at kunne *oversætte* frem og tilbage mellem symbolholdigt matematisk sprog og naturligt sprog, og i at kunne *behandle* og *betjene sig af* symbolholdige udsagn og udtryk, herunder formler. Dels i at *have indsigt i* karakteren af og ”spillereglerne” for formelle matematiske systemer (typisk aksiomatiske teorier)” (Niss & Jensen, 2002, s. 58).

| KOM-verber | Tilsvarende SOLO-verber | SOLO-niveau |
|----------------|-------------------------|-------------|
| Afkode | Udlede/ Tolke | 4 |
| Betjene sig af | Kombinere/ Anvende | 3 |
| Have indsigt i | Redegøre | 3 |
| Behandle | Behandle | 3 |
| Oversætte | Oversætte | 2 |

Figur 3: Verber i Symbol- og formalismekompetencen

Essentielt i denne analyse var, hvad der ligger i at ”betjene sig af”, da dette ikke genfindes i Tabel 1 over SOLO-verber. Jeg har vurderet SOLO 3 som passende og ækvivalent til at ”kombinere”/”anvende”, hvilket også passer med sammenhængen i den her kompetence. Ellers var SOLO-klassificeringen af verberne passende.

SOLO-gennemsnit: $15/5 = 3$.

Kommunikationskompetencen

- ”Denne kompetence består dels i at kunne *sætte sig ind i* og *fortolke* andres matematikholdige skriftlige, mundtlige eller visuelle udsagn og ”tekster”, dels i at kunne *udtrykke sig på forskellige måder og på forskellige niveauer* af teoretisk eller

teknisk præcision om matematikholdige anliggender, skriftligt, mundtligt eller visuelt over for forskellige kategorier af modtagere” (Niss & Jensen, 2002, s. 60).

| KOM-verber | Tilsvarende SOLO-verber | SOLO-niveau |
|-----------------------------------|-------------------------|-------------|
| Fortolke | Fortolke | 5 |
| Sætte sig ind i andres...udsagn | Udlede | 4 |
| Udtrykke sig på forskellige måder | Udtrykke | 3 |

Figur 4: Verber i Kommunikationskompetencen

Hvad vil det sige ”at sætte sig ind i andres ... udsagn” rent SOLO-mæssigt? Verbet forekommer ikke i Tabel 1. Jeg vil vurdere, at det må minimum være, at man kan ”redegøre for”/”beskrive” (SOLO 3), hvad andre gør, men hvis man læser sætningen i sin helhed, er det ganske meget, som man skal sætte sig selv ind i og forholde til hinanden (skriftlige, mundtlige eller visuelle udsagn), hvilket sandsynliggør, at der er tale om SOLO 4, altså nærmere SOLO-verber som ”forklare”, ”sammenfatte”, ”begrunder”, ”udlede” osv.

SOLO-gennemsnit: $12/3 = 4$.

Hjælpekompetencen

- ”Denne kompetence består dels i at *have kendskab* til eksistensen og egenskaberne ved diverse former for relevante redskaber til brug for matematisk virksomhed, og *have indblik* i deres muligheder og begrænsninger i forskellige slags situationer, dels i at være i stand til, på reflekteret vis, at *betjene sig af* sådanne hjælpemidler” (Niss & Jensen, 2002, s. 62).

| KOM-verber | Tilsvarende SOLO-verber | SOLO-niveau |
|-------------------|-------------------------|-------------|
| Betjene sig af | Kombinere/ Anvende | 3 |
| Have kendskab til | Redegøre | 3 |
| Have indblik i | Gengive | 2 |

Figur 5: Verber i Hjælpekompetencen

Ift. ovenfor er ”betjene sig af” og ”have kendskab til” tidligere sat til SOLO 3. Udtrykket ”have indblik i” kan umiddelbart lyde synonymt til ”have indsigt i”, som tidligere er sat til SOLO 3. Jeg antager, at KOM-rapporten er internt konsistent, så samme klassificering kan anvendes. Dog er ”indblik i” en del mindre end ”indsigt i”, hvorfor SOLO 2 med SOLO-verber som: identificere, gengive, bestemme, angive osv. er synonyme.

SOLO-gennemsnit: $8/3 = 2,7$.

Tankegangskompetencen

- ”Denne kompetence består for det første i at *være klar over*, hvilke slags spørgsmål som er karakteristiske for matematik, i selv at kunne *stille sådanne spørgsmål*, og i at *have blik for* hvilke typer af svar som kan forventes. Af særlig vigtighed er

her matematikkens efterstræbelse af nødvendige og tilstrækkelige betingelser for et objekts besiddelse af en given egenskab. Den består tillige i at *kende, forstå* og *håndtere* givne matematiske begrebers rækkevidde (og begrænsning) og deres forankring i diverse domæner, i at kunne *udvide et begreb* ved abstraktion af egenskaber i begrebet, i at kunne *forstå hvad der ligger i generalisering af matematiske resultater*, og selv at kunne *generalisere* sådanne til at omfatte en større klasse af objekter. Denne kompetence omfatter også det at kunne *skelne, både passivt og aktivt*, mellem forskellige slags matematiske udsagn og påstande, herunder “betingede udsagn”, “definitioner”, “sætninger”, “fænomenologiske påstande” om enkelttilfælde, og “formodninger” baseret på intuition eller erfaringer med specialtilfælde. Af særlig betydning er her forståelsen af den rolle eksplicite eller implicite “kvantorer” spiller i matematiske udsagn, ikke mindst når de kombineres” (Niss & Jensen, 2002, s. 47).

| KOM-verber | Tilsvarende SOLO-verber | SOLO-niveau |
|--------------------------------|-------------------------|-------------|
| Være klar over | Genkende | 2 |
| Stille spørgsmål | Gengive | 2 |
| Have blik for | Give overblik over | 3 |
| Kende | Forklare | 4 |
| Forstå | Relatere | 4 |
| Håndtere | Håndtere | 2 |
| Udvide et begreb | Udvide | 3 |
| Forstå generalisering | Vurdere | 5 |
| Generalisering | Generalisere | 5 |
| Skelne, både passivt og aktivt | Skelne | 3 |

Figur 6: Verber i Tankegangskompetencen

Denne kompetencebeskrivelse indeholder mange verber, som ikke er SOLO-verber, men som jeg vurderer dog alligevel lader sig indfange i SOLO-modellen. Hvad vil det sige at ”være klar over noget”? Niveaulet bedømmes her at være forholdsvis lavt, SOLO 2, med følgende SOLO-verber som synonyme: identificere, gengive, genkende. Verbet at kunne ”stille sådanne spørgsmål” angiver en form for parallel til at ”være klar over”, hvorfor dette også bedømmes til SOLO 2, dog her med fokus på verbet ”gengive”, da eleven selv skal producere noget. Med verbet ”have blik for”, især med fortsættelsen ”typer af svar som kan forventes”, er eleven nødvendigvis på et højere niveau, SOLO 3, og dette passer også ordmæssigt med ”give overblik over”. Mht. verberne ”kende” og ”forstå” kan deres betydning aflæses af resten af sætningen, altså om det handler om begrebernes rækkevidde og begrænsning i diverse domæner, som samlet set antyder en relationel forståelse.

De næste verber ”udvide”, ”forstå” og ”generalisering” virker ud fra den lokale sammenhæng i KOM-rapporten som SOLO 4-5. Mht. ”udvide”, har dette lighed med SOLO 4 verber som ”konstruere”, ”designer”, ”udlede” og ”tilpasse”. De to formuleringer med ”forstå hvad der ligger i generalisering” og ”selv kunne generalisere” er parallelle, da man skal både forstå, hvad generalisering betyder og selv kunne udføre dette. Dvs. ”forstå” her er ikke det samme

”forstå” som ovenfor. ”Forstå” på dette sted har mere lighed med vurdering og fortolkning. Verbet ”forstå” diskuteres mere dybt nedenunder.

SOLO-gennemsnit: $33/10 = 3,3$.

Problembehandlingskompetencen

- ”Denne kompetence består dels i at kunne *opstille*, dvs. *detektere*, *formulere*, *afgrænse* og *præcisere* forskellige slags matematiske problemer, ”rene” såvel som ”anvendte”, ”åbne” såvel som ”lukkede”, dels i at kunne *løse* sådanne matematiske problemer i færdigformuleret form, egne såvel som andres, og, om fornødent eller ønskeligt, på forskellige måder” (Niss & Jensen, 2002, s. 49).

| KOM-verber | Tilsvarende SOLO-verber | SOLO-niveau |
|------------|-------------------------|-------------|
| Detektere | Identificere | 2 |
| Formulere | Formulere | 3 |
| Afgrænse | Afgrænse | 5 |
| Præcisere | Sammenfatte | 4 |
| Løse | Løse | 3 |

Figur 7: Verber i Problembehandlingskompetencen

I denne kompetence defineres verbet ”opstille” i KOM-rapporten som en kombination af fire andre verber, hvorfor det er disse fire, der vil blive analyseret hver for sig. ”Detektere” vurderer jeg til at være SOLO 2, ”formulere” er allerede et SOLO-verbum. ”Afgrænse” og ”løse” er allerede SOLO-verber, og deres tidligere klassificering virker passende på dette sted.

SOLO-gennemsnit: $17/5 = 3,4$.

Modelleringskompetencen

- ”Denne kompetence består på den ene side i at kunne *analysere* grundlaget for og egenskaberne ved foreliggende modeller og at kunne *bedømme* deres rækkevidde og holdbarhed. Hertil hører at kunne ”*afmatematisere*” (træk ved) foreliggende matematiske modeller, dvs. at kunne *afkode* og *fortolke* modelementer og -resultater i forhold til det felt eller den situation som er modelleret. På den anden side består kompetencen i at kunne *udføre aktiv modelbygning* i en given sammenhæng, dvs. at bringe matematik i spil og anvendelse til behandling af anliggender uden for matematikken selv. Aktiv modelbygning indeholder en række forskellige elementer. Først at kunne *strukturere* det felt eller den situation, der skal modelleres. Dernæst at kunne *gennemføre en matematisering* heraf, dvs. en *oversættelse* af objekter, relationer, problemstillinger m.v. til et område af matematikken resulterende i en matematisk model. At kunne *behandle* den opståede model, herunder *løse* de matematiske problemer den måtte give anledning til, samt at kunne *validere* den færdige model, dvs. *bedømme* dens holdbarhed både internt (i forhold til modellens

matematiske egenskaber) og eksternt (dvs. i forhold til det felt og den situation modellen omhandler). Der indgår tillige at kunne *analysere* modellen kritisk, både i forhold til dens egen brugbarhed og relevans og i forhold til mulige alternative modeller, og at kunne *kommunikere* med andre om modellen og dens resultater. Endelig indgår det i aktiv modelbygning at *have overblik over* og *kunne styre* den samlede modelleringsproces” (Niss & Jensen, 2002, s. 52).

| KOM-verber | Tilsvarende SOLO-verber | SOLO-niveau |
|---------------|-------------------------|-------------|
| Analysere | Analysere | 4 |
| Bedømme | Bedømme | 5 |
| Afkode | Tolke | 4 |
| Fortolke | Fortolke | 5 |
| Strukturere | Strukturere | 4 |
| Oversætte | Oversætte | 2 |
| Behandle | Behandle | 3 |
| Løse | Løse | 3 |
| Validere | Validere | 3 |
| Bedømme | Bedømme | 5 |
| Analysere | Analysere | 4 |
| Kommunikere | Forklare | 4 |
| Overblik over | Give overblik over | 3 |
| Kunne styre | Planlægge | 4 |

Figur 8: Verber i Modelleringskompetencen

I denne beskrivelse indgår verbet ”afmatematisere”, som i KOM-rapporten forklares ved hjælp af to andre verber ”afkode” og ”fortolke”, hvorfor det er disse to, som angives i tabellen. Kun verbet ”afkode” er ikke i Tabel 1, men jeg vurderer, at det har lighed med ”tolke”, ”udlede” og ”analysere” på SOLO 4. Verbet ”udføre aktiv modelbygning” bliver også forklaret ved hjælp af andre verber i resten af afsnittet, og det er derfor igen kun disse, der anføres i skemaet. Disse er: ”strukturere”, ”oversætte”, ”behandle”, ”løse”, ”validere”, ”bedømme”, ”analysere”, ”kommunikere”, ”overblik over” og ”kunne styre”. De tre sidstnævnte verber er lidt vanskelige i den forbindelse, da kommunikation jo kan være mange ting. Dette er et eksempel på, at man ikke altid blot kan slå et verbum op i en tabel, men man må se på, hvordan det bruges i den lokale sammenhæng. I denne sammenhæng, hvor verberne omkring ”kommunikere” er på højt SOLO-niveau, kan det antages, at kommunikationen ligeledes må være på samme niveau, ellers kan de andre ting ikke ”kommunikere”. På samme vis med at ”kunne styre”, hvorfor ”planlægge” kommer tættest på. Ellers var SOLO-klassificeringen af verberne passende.

SOLO-gennemsnit: $53/14 = 3,8$.

Ræsonnementskompetencen

- ”Denne kompetence består på den ene side i at kunne *følge og bedømme* et matematisk ræsonnement, dvs. en kæde af argumenter fremsat af andre på skrift eller i tale til støtte for en påstand, specielt at *vide og forstå* hvad et matematisk bevis er, og

hvordan det adskiller sig fra andre former for matematiske ræsonnementer, fx heuristiske ræsonnementer hvilende på intuition eller på betragtning af specialtilfælde, og at kunne *afgøre*, hvornår et matematisk ræsonnement faktisk udgør et bevis, og hvornår ikke. Heri indgår at *forstå* den logiske betydning af et modeksempel. Det indgår tillige i kompetencen at kunne *afdække* de bærende idéer i et matematisk bevis, herunder *skelne* mellem hovedpunkter og detaljer, mellem idéer og teknikaliteter. På den anden side består kompetencen i at kunne *udtænke* og *gennemføre* informelle og formelle ræsonnementer (på basis af intuition), herunder *omforme* heuristiske ræsonnementer til egentlige (gyldige) beviser” (Niss & Jensen, 2002, s. 54).

| KOM-verber | Tilsvarende SOLO-verber | SOLO-niveau |
|------------|-------------------------|-------------|
| Følge | Beskrive | 3 |
| Bedømme | Bedømme | 5 |
| Vide | Beskrive | 3 |
| Forstå | Forklare | 4 |
| Afgøre | Afgøre | 3 |
| Forstå | Gengive | 2 |
| Afdække | Forklare | 4 |
| Skelne | Skelne | 3 |
| Udtænke | Planlægge | 4 |
| Gennemføre | Gennemføre | 3 |
| Omforme | Fortolke | 5 |

Figur 9: Verber i Repræsentationskompetencen

I denne kompetence var verberne ”vide” og ”forstå” vanskelige at placere, men ud fra sammenhængen blev de vurderet at være på henholdsvis SOLO 3 og 4. ”Forstå” er også tidligere placeret på SOLO 4. Dog er det næste ”forstå” sat på SOLO 2, da det blot omhandler at forstå den logiske betydning af et modeksempel. ”Afdække” er vurderet til SOLO 4, da det handler om de bærende ideer i et bevis, dvs. en relationel forståelse er her nødvendig. ”Omforme” er sat som SOLO 5, da der er komplicerede ting i spil.

SOLO-gennemsnit: $39/11 = 3,5$.

Overblik over alle otte kompetencer i KOM-rapporten

Nedenfor ses en opsummering, og til dels sammenskrivning af de ovennævnte verber. De er samlet så SOLO 5 er øverst, dernæst SOLO 4 osv. De KOM-verber, som blev bedømt tilhørende samme SOLO-verbum, er sat i samme celle. I yderste højre søjle er antydnet, hvad kunne være en observerbar handling hos en elev, som kunne indikere, hvorvidt eleven besidder denne del af kompetencen. Som det ses, er det umiddelbart meget enkelt. Et KOM/SOLO-verbum som ”fortolke” kan konstateres, såfremt man observerer (dvs. hører, ser, læser, osv.) en elev fortolke noget. Om man i den forbindelse bruger KOM- eller SOLO-verbet er ikke i sig selv vigtigt, så længe det er tydeligt, hvad man mener.

| KOM-verber | Tilsvarende SOLO-verber | SOLO-niveau | Observerbar alignet handling |
|--|-------------------------|-------------|---------------------------------------|
| Fortolke, omforme | Fortolke | 5 | Fortolkning af ... |
| Forstå generalisering, validere | Vurdere | 5 | Vurdering af ... |
| Generalisering | Generalisere | 5 | Generalisering af ... |
| Bedømme | Bedømme | 5 | Bedømmelse af ... |
| Forstå indbyrdes forbindelser, forstå | Relatere | 4 | Relatering af ... |
| Sætte sig ind i andres... udsagn, afgrænse, afkode | Udlede/tolke | 4 | Afkodning, udledning, tolkning af ... |
| Kende, udtrykke sig på forskellige måder, forstå, kommunikere, afdække | Forklare | 4 | Forklaring af ... |
| Skelne, både passivt og aktivt; overblik over; præcisere | Sammenfatte | 4 | Sammenholdning af ... |
| Analysere | Analysere | 4 | Analyse af ... |
| Strukturere | Strukturere | 4 | Strukturering af ... |
| Kunne styre, udtænke | Planlægge | 4 | Styring/planlægning af ... |
| Gennemføre | Gennemføre | 3 | Gennemførelse af ... |
| Skelne | Skelne | 3 | Skelnen mellem ... |
| Betjene sig af, behandle | Kombinere/ Anvende | 3 | Anvendelsen af ... symboler |
| Have kendskab til, have indsigt i | Redegøre | 3 | Redegørelse for ... |
| Have blik for, afgøre | Afgøre | 3 | Afgørelse af ... |
| Løse | Løse | 3 | Løs ... |
| Formulere | Formulere | 3 | Formuler ... |
| Følge, vide | Beskrive | 3 | Beskrivelse af ... |
| Udvide et begreb | Udvide | 3 | Udvid ... |
| Vælge | Vælge | 2 | Vælge mellem ... |
| Have indblik i, stille spørgsmål, forstå | Gengive | 2 | Gengive ... |
| Være klar over | Genkende | 2 | Genkende af ... |
| Detektere | Identificere | 2 | Identificer ... |
| Oversætte | Oversætte | 2 | Oversættelsen af ... |
| Håndtere | Håndtere | 2 | Håndter ... |

Figur 10: Overblik over alle nævnte verber i de otte kompetencer i KOM-rapporten og tilsvarende SOLO-verber, SOLO-niveau og observerbare handlinger

Hvad vil det sige at "forstå" noget?

Noget, der springer i øjnene, er, at verbet "forstå" forekommer på alle SOLO-niveauer, men i vidt forskellig betydning. Også i den matematikdidaktiske litteratur er "forstå" defineret på forskellige måder, men mange gange sammen med et adverbium, som beskriver nærmere, hvordan verbet "forstå" skal forstås. For eksempel beskriver Skemp (1993) forskellen på at forstå relationelt og instrumentelt, og Hiebert og Lefevre (1986) beskriver forskellen mellem at forstå noget konceptuelt og proceduralt. Det ligger uden for denne artikels formål at vurdere SOLO-niveauet til disse begreber nærmere, men jeg vurderer dog, at instrumentelt

ligger forholds lavt SOLO-taksonomisk, mens konceptuelt og relationelt begge ligger højt. Proceduralt mellem disse, da det handler om at forstå procedurer. Men disse begreber er ikke anvendt i matematiklæreplaner til uddybelse.

Under Repræsentationskompetencen defineres forstå som at ”afkode”, ”fortolke” og ”skelne mellem”. Disse verber er SOLO-taksonomisk på henholdsvis niveau SOLO 4, SOLO 5 og SOLO 3. I forskellige kompetencer er ”forstå” brugt i betydningen at ”vurdere” (SOLO 5), at ”forklare” (SOLO 4) og at ”gengive” (SOLO 2). Det er således i høj grad uklart, hvad der menes med at ”forstå” noget. Dette gør sig ikke kun gældende i formuleringen af de otte matematiske kompetencer, men helt generelt. Ordet ”forstå” bruges overalt. Men når en lærer spørger sine elever: ”Har I forstået?” – hvad skal eleverne så svare? Skal man give både formativ og summativ feedback til læringsmål, som anvender verbet ”forstå”, er dette ikke muligt uden en analyse af, hvad der ligger i at forstå. Modtageren af feedbacken skal også kunne afkode, hvad der menes med brugen af ordet forstå. Dette gør sig ikke kun gældende for ”forstå”, men også en lang række andre verber som f.eks. ”vide”, ”beherske”, ”kende”, ”lære”, ”læse”, ”modtage”, ”være fortrolig med”, ”tilegne sig” og ”være klar over”. Alle disse verber, og flere andre, blev udelukket af analysen i Brabrand og Dahl (2009), da deres SOLO-niveau var uklart i sammenhængen.

Det centrale er her dog, at ikke alle verber har et ”født” SOLO-niveau, men kan og bliver fortolket forskelligt i forskellige situationer. SOLO-taksonomien kan være et redskab til at tydeliggøre, hvordan man skal forstå et verbum. Dette skyldes, at SOLO-taksonomien er meget præcis mht., hvordan hvert trin beskriver, hvad præcis en elev kan gøre.

SOLO-gennemsnit

Nedenunder er en oversigt over udregnet SOLO-gennemsnit. Som nævnt ovenfor skal tallene tages med forbehold, da det ikke er givet, at alle verber har skullet veje lige meget. Med det forbehold, ses dog, at kommunikations- og modelleringskompetencen begge har meget høje gennemsnit på 4 eller 3,8, mens hjælpemiddelkompetencen er under 3. De fem øvrige ligger imellem disse.

| | | | |
|----------------|-------------------|---------------|--------------|
| Repræsentation | Symbol/formalisme | Kommunikation | Hjælpemiddel |
| 3,3 | 3 | 4 | 2,7 |
| Tankegang | Problembehandling | Modellering | Ræsonnement |
| 3,3 | 3,4 | 3,8 | 3,5 |

Figur 11: Overblik over SOLO-gennemsnit for de otte matematiske kompetencer

Hvad skal man bruge SOLO-verberne til ved formativ og summativ feedback af matematiske kompetencer?

I Højgaard og Niss (2023) skriver forfatterne om, hvilke tegn man kan/skal se efter ved en evaluering. Her kan SOLO-taksonomiens og dens verber konkretisere, hvad der menes med de enkelte dele af de matematiske kompetencer. Som der blev diskuteret ovenfor, er ”forstå” et vidt begreb. Men også ved verber som ”være klare over”, ”vide”, ”kende” kan en skelnen til SOLO-taksonomien konkretisere, hvad der menes præcist med at vide noget. Man kan

ikke for alvor lede efter tegn på, om elever er klar over noget, hvis man ikke ved præcist, hvad man mener, og der kan derfor hverken gives formativ eller summativ feedback i disse situationer. Hvis man på samme tid formidler til eleverne, hvad man forstår ved de verber, man bruger, vil feedbacken, alt andet lige, i større grad modtages. Dette gælder uanset om det er formativ eller summativ evaluering. Ved den formative evaluering er formålet at hjælpe eleven til bedre/mere læring, hvorfor tydelig kommunikation er nødvendig. Ved summativ evaluering handler det også om fairness – at eleverne ikke føler sig snydt over, at de troede, at noget var ”nok” til at opfylde et læringsmål.

Analysen af KOM-kompetencen afslørede forholdsvis høje SOLO-gennemsnitniveauer, hvilket kan gøre formativ og summativ evaluering vanskelig, hvis den skal følge beskrivelsen. Som regel er SOLO 2 en forudsætning for SOLO 3 osv. Men SOLO 2 er kun nævnt få gange i Tabellerne 2-9. For eksempel havde kommunikationskompetencen ingen SOLO 2-verber, mens flere af de andre kompetencer havde meget få.

Kompetencebeskrivelserne er givetvis lavet som ”endemål” (til summativ evaluering), hvorfor SOLO 2 sjældent vil være et decideret læringsmål. Men i lyset af især formativ evaluering, vil de lavere SOLO-trin kunne være eksplicite trin på vejen frem mod de højere trin og handlinger, som kan genkendes hos elever, eller italesættes konkret. Men dette er lettere, hvis de er nævnt konkret – også for eleverne – de kan se, at der ”sker noget”, og de gør fremskridt. Mht. summativ evaluering giver endemålene større mening, men selv her kan en benævnelse af lavere SOLO-verber være formålstjenlig – især hvis dette skulle være nok til en 02-karakter. Ellers bliver sådanne lavere karakterer udtryk for mindre grad af opfyldelse/observation af de højere SOLO-niveauer frem for en egentlig fuldstændig observation af et lavere SOLO-niveau.

Eksempel – hvad vil det sige at ”læse”?

I KOM-rapporten beskrives ”at læse” ikke i sig selv, men som en del af en matematisk aktivitet, som berører en eller flere matematiske kompetencer:

En matematisk aktivitet kan fx være at løse et rent eller anvendt matematisk problem, at forstå eller bygge en konkret matematisk model, at læse en matematisk tekst med henblik på forståelse eller behandling, at bevise en matematisk sætning, at undersøge sammenhængen i en teoribygning, at skrive en matematikholdig tekst til andre, eller at holde et foredrag m.m.m. Udførelsen af en hvilken som helst matematisk aktivitet kræver udøvelse af en eller flere matematiske kompetencer (Niss & Jensen, 2002, s. 125)

Jeg vil vurdere, at det at læse vil berøre flere matematiske kompetencer. I første omgang må kommunikations-, symbol- og formalisme og repræsentationskompetencerne være åbenlyse, da det læste er tekst, som udtrykkes ved symboler mv. Men også de andre kompetencer kommer i spil, afhængig af sammenhængen. Er det f.eks. en tekst om modellering, vil modelleringskompetencen komme i spil, herunder sandsynligvis også hjælpemiddelskompetencen, da et værktøj kan indgå i at opstille en model. Osv.

Som nærmere eksempel har jeg valgt læreplanen for stx matematik A for 2017 (Børne- og undervisningsministeriet, 2017). Her står blandt andet som fagligt mål, afsnit 2.1 (Faglige mål) at eleven skal kunne ”læse matematikfaglige tekster på engelsk samt, når det er muligt, på andre fremmedsprog”. Men hvad vil det sige at kunne ”læse” i dette tilfælde? Dette er ikke uvæsentligt, da læringsmål som disse bruges til summativ evaluering, dvs. karakterer som i sidste ende afgør hvilke uddannelser eleven kan komme ind på. Første skridt for at kunne give formativ og summativ evaluering her er at afgøre, hvad der mere præcist menes med at kunne ”læse”. Her er der ikke så meget hjælp at hente i selve KOM-rapporten, men hvad med SOLO-taksonomien? Det efterfølgende er min vurdering af ”at læse” ud fra denne taksonomi. Givet, at dette er A-niveau, er det at læse sandsynligvis ikke tænkt som SOLO 2, da et slutmål for A-niveau ikke kan være at kunne læse enkelt forklaringer eller eksempler. Men er der tale om SOLO 3, flere forklaringer, SOLO 4, forstå relationer mellem begreberne, eller SOLO 5, hvor man kan aflæse sammenhænge til f.eks. andre fag? Det er faktisk ikke muligt at aflæse i læringsmålet. Senere i afsnit 3.2 (Arbejdsformer) står, at eleven skal ”tilegne sig matematisk indsigt gennem læsning, bearbejdning og formidling af matematiske tekster”. Men hvad betyder at ”tilegne sig” og ”bearbejde”? Disse er verber, som sammen med ”forstå” kan klassificeres på flere niveauer. Senere i afsnit 3.2 i læreplanene står, at ”Afsluttende afsættes 6 timers undervisningstid til en forberedelsesperiode til den skriftlige prøve i faget, jf. pkt. 4.2, hvor eleverne selvstændigt arbejder med et centralt stillet forberedelsesmateriale under vejledning”. Det vil sige, eleverne skal selv læse og lære sig selv noget matematik, de ikke får forklaret, men som udgør et centralt element i A-niveau skriftligt. En mulig slutning heraf er, at ”læse” må være på mindst SOLO 4-niveau. Relevante SOLO 4-verber fra Tabel 1 kunne derfor være at læse inkluderer, at eleverne f.eks. kan ”analysere”, ”begrunde”, ”eksemplificere”, ”forklare”, ”konkludere”, ”sammenfatte/-holde”, ”strukturere”, ”tolke”, ”udlede” osv. En formativ evaluering af elevernes læsning kunne derfor indeholde, at læreren stiller spørgsmål til eleverne efter endt læsning, som beder dem f.eks. ”sammenfatte”, ”tolke”, ”begrunde”. SOLO 4 fordrer, at der ikke blot er tale om en ”opremsning” af nok så mange faktorer, som er SOLO 3, men at disse kan ses i relation til hinanden. Hvis eleven ikke er i stand til dette, men måske kun er på SOLO 3, kan dette direkte italesættes.

Om formativ og eller summativ – og konklusion

Højgaard og Niss (2023) omhandler alene formativ evaluering. Jeg har valgt også at nævne summativ evaluering, da formativ og summativ evaluering ofte spiller sammen. Højgaard og Niss skriver i den forbindelse:

Summativ evaluering kan godt indgå i formativ evaluering, navnlig hvis den summative evaluering udføres successivt. Men summativ evaluering er forpligtet på at levere en afrundende evaluering af alle de slags læringsudbytte som ønskes gjort til genstand for evalueringen. Til forskel herfra har formativ evaluering ikke nødvendigvis en sådan forpligtelse. (2023, side 43).

Dette er korrekt, men det omvendte er også tilfældet. Det ses i, at til f.eks. mundtlige eksamener, som er summative evalueringer, er der tradition for, at elever og studerende også

får uddybende formativ feedback om studieform, forberedelse og en videre snak om nogle af de ting, der var vanskelige. Den formative evaluering må desuden, i al fald indirekte, være rettet mod de officielt listede læringsmål i f.eks. Fælles Mål for folkeskolen, læreplaner for gymnasiet og studieordninger på universiteterne. Disse officielle curricula benytter ofte kompetenceblomsten til at formulere læringsmålene som kompetencemål. Hvis den formative evaluering ikke er rettet mod disse læringsmål, og således indirekte er summativ evaluering, må det overvejes, om der i virkeligheden er implicite læringsmål i kurset, som bør gøres eksplicitte – om ikke andet så for gennemsigtighedens skyld. Christensen (2004, s. 129) argumenterer på samme måde for, at ”der er en summativ kerne i den formative evaluering. Den summative evaluering kan eksistere uden den formative, men den formative forudsætter den summative.” Det vil sige, både formativ og summativ evaluering af matematiske kompetencer, og ikke kun det matematiske indhold, er centralt.

Som Højgaard og Niss (2023) skriver afslutningsvis i artiklen, så kan evalueringsprocessen ikke lykkes uden at en kompetences kerne forstås. Det er mit håb, at mit bidrag med at anvende SOLO-taksonomien til yderligere konkretisering af KOM-kompetencerne vil hjælpe i dette arbejde. Hjælpen består især i en præcisering af, hvad der kan ligge i et verbum. Nogle verber har et ”født” SOLO-niveau, andre ikke, så verberne må analyseres i den lokale kontekst, de indgår i, og dette sammenlignes med SOLO-taksonomiens beskrivelser af dets niveauer. Måske kan også andre fag end matematik anvende SOLO-taksonomien som konkretiseringsværktøj, da taksonomien er generel og ikke specifik bygget op mod matematik. Dette kunne være naturfag, men måske også fag uden for den naturvidenskabelige og matematiske familie.

Referencer

- Biggs, J., & Collis, K., F. (1982). *Evaluating the Quality of Learning: The SOLO Taxonomy, Structure of the Observed Learning Outcome*. Academic Press.
- Biggs, J. B. (2003). *Teaching for Quality Learning at University*. Open University Press.
- Biggs, J., & Tang, C. (2011). *Teaching for quality learning at university*. McGraw-Hill.
- Busch, H., Horst, S., & Troelsen, R. (2003). *Inspiration til fremtidens naturfaglige uddannelser*. Undervisningsministeriet.
- Børne- og undervisningsministeriet (2017). *Stx-læreplaner*. <https://www.uvm.dk/gymnasiale-uddannelser/fag-og-laereplaner/laereplaner-2017/stx-laereplaner-2017> (Lokaliseret 14. marts 2023)
- Brabrand, C., & Dahl, B. (2009). Using the SOLO-Taxonomy to Analyze Competence Progression of University Science Curricula. *Higher Education*, 58(4), 531–549. <https://doi.org/10.1007/s10734-009-9210-4>

- Christensen, T. S. (2004). *Integreret evaluering. En undersøgelse af den fagligt integrerede lærer elevsamtale som evalueringsredskab i gymnasial uddannelse* [Ph.d.-afhandling; Syddansk Universitet].
https://findresearcher.sdu.dk/ws/portalfiles/portal/173360054/Integreret_evaluering.pdf
- Dahl Søndergaard, B. (2008). International mobilitet med den nye danske karakterskala? *MONA*, 4(2), 110–117.
- Dolin, J., Nielsen, J. A., & Tidemand, S. (2017). Evaluering af naturfaglige kompetencer. *Acta Didactica Norge*, 11(3), Art. 2, 28 sider. <https://doi.org/10.5617/adno.4702>
- Hiebert J, & Lefevre P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: an introductory analysis. I J. Hiebert (Red.), *Conceptual and procedural knowledge: the case of mathematics* (s. 1–27). Lawrence Erlbaum Associates.
- Højgaard, T., & Niss, M. (2023). Om formativ evaluering af matematiske kompetencer. I dette nummer, side 37-56.
- Lakatos, I (1976). *Proofs and Refutations*. Cambridge University Press.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Niss, M., & Jensen, T. H. (2002). *Kompetencer og matematiklæring*. Uddannelsesstyrelsen Temahæfteserie, nr. 18. Undervisningsministeriet.
- OECD (1999). *Measuring Student Knowledge and Skills*. Programme for International Students Assessment (PISA). OECD.
- Rasmussen, K. (2020). Kan vi ikke lave det lidt mere tydeligt matematikdidaktisk? Pas på med forsimplede opfattelser af matematikkens didaktik. *Folkeskolen.dk*. <https://blog.folkeskolen.dk/blog-fra-matematik-laererruddannernes-perspektiv-matematik/kan-vi-ikke-lave-det-lidt-mere-tydeligt-matematikdidaktisk/195687> (Lokaliseret 14. marts 2023)
- Skemp R. R. (1993). *The Psychology of Learning Mathematics*. Penguin.

English summary

In this response-paper, I discuss some of the ideas put forth by Højgaard and Niss (2023), including how to characterize competencies and the relationship between formative and summative assessment. I argue for seeing the formative assessment in connection with the summative assessment as the formative assessment is dependent on and indirectly aimed at the summative assessment. Primarily, however, the paper is an analysis of the eight mathematical competencies by using the SOLO Taxonomy. The reason for this is to further qualify the concept of mathematical competencies. The focus is on how to interpret the verbs that are being used to describe these competencies. This qualification of the description of the

mathematical competencies aids the assessment situation as it is not possible to look for signs of to what extent a pupil or student possess a competence, unless one knows exactly what it is one is looking for. Furthermore, the article discusses an example from the Danish upper secondary school curriculum, which uses the verb “to read”, and how this verb is to be understood. Also, the verb “understand (in Danish: “forstå”) is being discussed as it is applied on various SOLO-levels, to the confusion of many.

Nøgleord

Formativ evaluering, summativ evaluering, matematiske kompetencer, SOLO-taksonomien, general fagdidaktik.

Keywords

Formativ assessment, summative assessment, mathematical competencies, SOLO Taxonomy, general subject didactics.

Forfatteroplysninger

Bettina Dahl Søndergaard

Lektor, Aalborg Centre for Problem Based Learning in Engineering, Science and Sustainability under the auspices of UNESCO, Institut for Planlægning og Institute of Advanced Study in PBL, Aalborg Universitet

Professor, Matematisk institutt, Universitetet i Bergen

Hendes forskningsfelt er matematikdidaktik, problembaseret læring, vurdering, talentfulde elever, erhvervsskolematematik, klasserumsdialog, uformel læring og læreruddannelse.

Email: bdahls@plan.aau.dk

<https://vbn.aau.dk/da/persons/111458>

