

Ole P. Kristensen  
stud.mag.

### Matematik og politologi

Politicus redaktion har bedt mig skrive noget om matematik og politologi, formentlig fordi jeg er en "halvstuderet røver" inden for begge felter. Herunder har man ønsket en drøftelse af sondringen kvantitativ - kvalitativ metodik, sandsynligvis fordi der blandt politologer hersker den opfattelse, at der er en tæt sammenhæng mellem kvantitative metoder og matematik. Det er egentlig en skam, for matematikken er i bund og grund en kvalitativ disciplin, selv om teorien om de reelle tal er en matematisk teori, den er imidlertid kun en meget lille del, ja et specialtilfælde af en enkelt gren af matematikken (algebra). Misopfattelsen af matematikken som værende særligt kvantitativ skyldes nok bl.a. talteoriens store historiske betydning for matematikkens udvikling og sammenhængende hermed talteoriens fremtrædende plads i den elementære matematikundervisning.

Lad os først se på sondringen kvalitativ - kvantitativ metodik. Hertil behøves en definition af begreberne. Lad os i første omgang helt løst og primitivt definere kvantitativ metodik som en metodik, der involverer "noget med tal", en definition, der er løsagtig, og som det forhåbentlig lykkes mig at påvise, meningsløs, men som ikke desto mindre ofte anvendes i debatten om kvalitativ contra kvantitativ metodik.

For at skyde mig ind på problematikken vil jeg først inddrage de velkendte begreber enhed, variabel og variabelværdi. I enhver politologisk undersøgelse, afhandling e.l. forekommer der en række enheder, som er undersøgelsens objekter, disse enheder anskues evt. som enheder i et univers. En række forskellige aspekter af disse enheder kan undersøges og behandles ved hjælp af variabler, der dækker hvert sit aspekt af, eller hver sin egenskab ved enhederne. Det karakteristiske ved en variabel er, at den til hver enhed tilordner en "karakter" eller "værdi". F.eks. tilordner variabelen køn værdierne mand,

kvinde til enheden et menneske, og variabelen økonomisk udviklingsgrad tilordner f.eks. værdierne højt udviklet, udviklet, underudviklet og meget underudviklet til enheden et land (evt. en region).

Nu er betegnelserne variabel og værdi egentlig dårlige navne til de begreber, de dækker over, da de giver association til noget kvantitativt, til tal, og som allerede ovenstående eksempler viser behøver en variabels værdier ikke at være tal, man kan operere med kvalitative variabler.

Imidlertid vil det altid være muligt at "kvantificere" en variabel i den forstand, at enhver af variabelens værdier tildeles et tal som betegnelse (navn), noget man f.eks. altid vil gøre, hvis ens materiale skal overføres til hulkort. En sådan "kvantificering" kan foretages for alle variabler, selv de mest kvalitative, f.eks. kan man kalde værdien mand på variabelen køn for 0 og værdien kvinde på samme variabel for 1, d.v.s. vi nu har variabelen køn, der kan antage værdierne 0 og 1, hvor 0 og 1 så bare er nye navne for mand og kvinde.

I ovennævnte forstand vil enhver metodik kunne involvere "noget med tal", og derfor være en kvantitativ metodik ifølge den indledende definition.

D.v.s. det er formentlig ikke nok, at der er tal involveret, det må være en bestemt "slags" tal, før sontringen kvalitatativ - kvantitativ metodik får mening.

Følgende eksempler kan illustrere problematikken, nemlig at talbegrebet er mangetydigt, noget der i øvrigt er velkendt for enhver med bare mellemskole-kendskab til matematik:

	Enhed	Variabel	Variabelværdier
1. eksempel	Vælger	Partitilhørsforhold	1 (Socialdemokratiet) 2 (Det radikale Venstre) 3 (Det konservative Folkeparti) O.s.v.
2. eksempel	Menneske	Social status eller klasse-tilhørsforhold	1 (Overklasse, kapitalist e.l.) 2 (Mellemlasse, flipproletar e.l.) 3 (Arbejderklasse, underklasse, proletar e.l.)
3. eksempel	Dansk parti	Antal stemmer ved 1971-valget	Alle hele tal mellem 0 og 3-4 mill. er teoretisk mulige værdier

De tre variabler er alle "kvantificerede" men "kvantificeringerne" benytter i de tre tilfælde forskellige egenskaber ved tallene, og udnytter i forskellig grad de mange egenskaber, der er indeholdt i talsystemet.

I det første eksempel udnyttes ved "kvantificeringen" alene, at 0 er forskellig fra 1, vi kunne have byttet de to værdier om, eller erstattet dem vilkårligt med andre tal, blot de er forskellige, uden at meningen var blevet forstyrret. I eksempel 2 udnyttes desuden, at tallene kan ordnes efter størrelse, de kan rangordnes, vi kunne ikke have ombyttet to af værdierne uden at ødelægge den rangordning, der kan foretages af variabelværdierne. På den anden side kan de tre talværdier, uden at forstyrre meningen, erstattes af 3 andre vilkårligt valgt, når blot rangordenen opretholdes, f.eks. 1, 10 og 100. I det sidste eksempel tilføjes yderligere bl.a., at

at vi kan tale meningsfuldt om forskellen mellem variabelværdierne, vi kan trække dem fra hinanden og for den sags skyld lægge dem sammen, noget der er uden mening i de to første eksempler.

Ud over at de tre eksempler viser, at talbegrebet ikke er entydigt, illustrerer de hver for sig, hvad den intelligente læser for længst har indset, de tre variabeltyper fra typologien, der inddeler variabler i nominalskala-, ordinalskala- og intervallskalavariabler. <sup>1)</sup> Eks. 3 er til overflod et eksempel på en nulpunktsskalavariabel.

Men det vil på den anden side sige, at sontringen nominal-, ordinal-, intervallskala (+ evt. nulpunktsskala) ud over at illustrere det kvantitative relativitet, måske også kunne bruges til at etablere en bedre definition af kvantitativ metodik. Selvom vi har set, at der er en glidende overgang fra det mest kvalitative (nominalskalaen) til det mest kvantitative (nulpunktsskalaen), kunne vi skære igennem og f.eks. sige, at når vi arbejder med variabler på "mindst" intervallskalaniveauet, befinder vi os inden for den kvantitative metodiks rammer.

Men ikke engang denne definition etablerer en vandtæt sontring mellem kvantitativ og kvalitativ metodik, thi en nominalskala på et analyseniveau, enheds- eller individniveau, transformeres let til en nulpunktsskala på et andet analyseniveau, univers- eller populationsniveauet, uden at ændre en tøddel ved de grundlæggende teoretiske begreber, som danner udgangspunkt for analysen.

Hvis man nemlig inden for universet, eller evt. et subunivers, tæller op hvor mange enheder, der antager én bestemt af de værdier, som vores oprindelige nominalskalavariabel kan antage, kan dette tal bruges som en værdi for en variabel på univers- eller subuniversniveau. D.v.s. at enhederne, den nye variabel tilordner værdier, er vores oprindelige univers- eller subunivers, og den nye variabels værdier er antallet af enhe-

---

1) Hvis man ikke har denne typologi helt present henvises til Blalock, Social Statistics, pp. 11-16 eller Hellevik, Forskningsmetode i sociologi og statsvitenskap, pp. 135-40.

der i universet (subuniverset), som tilhører en bestemt kategori, fastlagt af vores oprindelige nominalskalavariabel.

Nedenstående eksempel illustrerer problematikken:

Analyse niveau	Variabel (Variabler)	Enhed(erne) som variablerne virker på	Variabelværdier	Skalaniveau måleniveau
Individniveau	Partitilhørsforhold (stemmer på)	Vælgerne	Socialdemokratiet, Det radikale Venstre, Venstre o.s.v.	Nominalskala kvalitativ variabel
Subunivers	a) antal socialdemokrater i subuniverset b) antal radikale i universet o.s.v.	F.eks.: Hovedstaden, Øerne, Jylland eller: De sociale kategorier: Arbejdere, funktionærer og selvstændige	Hele tal, der angiver antallet af stemmer på det pågældende parti i subuniverset.	Nulpunktsskala kvantitativ variabel

D.v.s. uanset hvor kvalitative begreber, man opererer med på sit oprindelige analyseniveau, individniveauet, kommer man ved at aggregere sine data helt automatisk til at arbejde med intervallskalavariabler, altså helt kvantitative data. Det gælder ikke alene den forkætrede valgforskning, skønt det ofte påstås, at dette område er af særlig kvantitativ natur. Det passer ikke, også her er udgangspunktet kvalitative data, partitilhørsforhold, disse data aggregeres og "keine Hexerei nur Behändigkeit", vore data bliver af kvantitativ natur.

Den eneste forskel mellem valgforskning og andre forskningsområder er, at inden for valgforskningen er aggregeringen (sammenlægningen) allerede foretaget af de administrative myndigheder, men den del af "forskningsprocessen" er helt problemløs, den forudsætter bare, at man kan tælle. Hvad der imidlertid kan volde problemer er operationaliseringen af den (evt. kvalitative) variabel på individniveauet, som danner udgangspunkt for aggregeringen. Men operationaliseringsproblemet skal under alle omstændigheder løses, også selv om man "afstår" fra at anvende kvantitative data. Alligevel er der mange, der forveksler operationaliseringsproblemer med kvantificeringsproblemer, altså fejlagtigt opfatter operationaliseringsproblemer som kvantificeringsproblemer.

Sådanne fejltagelser belaster naturligvis de kvantitative metoder urimeligt, da de overdimensionerer vanskelighederne ved at anvende kvantitative metoder. Det er primært p.g.a. manglende operationaliseringsproblemer valgproblematikken er særligt tilgængelig også, men ikke særligt, med anvendelse af kvantitative metoder.

Den afgørende konklusion er at, hvis vi starter med data på individ/enhedsniveau (husk her på, at placeringen i niveauhierarkiet er fuldstændig relativ), vil vi uanset grundmaterialets evt. kvalitative karakter, via en aggregering (sammenlægning) af materialet, ende med kvantitative data. Når dertil kommer, at der er en vis sammenhæng mellem at aggregere data på den ene side og at generalisere på den anden, kan det ikke virke overraskende, at man inden for en videnskab, der hævder at være generaliserende, nu og da støder på kvantita-

tive data.

Ovenstående konklusion kan også formuleres på følgende måde:

Først definerer man nogle begreber, fastlægger nogle kategorier o.s.v. inden for det område, man beskæftiger sig med. Derefter kan man undersøge hver enkelt empirisk enheds indpasning i eller karakteristik ved begrebsapparat, eller sagt på en anden måde, men bestemmer hver enheds værdi på de relevante (evt. kvalitative) variabler. Denne fase kan evt. med lidt god vilje kaldes den kvalitative fase.

Til slut kan man tælle op, hvor mange enheder, der faktisk svarer til hvert af ens begreber og kategorier, stadig med lidt god vilje : en kvantitativ fase.

Det ses heraf, at kvantitative og kvalitative metoder ikke nødvendigvis er konkurrerende men oftest komplementære.

Den glidende overgang mellem kvantitative og kvalitative data, og dermed mellem kvantitativ og kvalitativ metodik, kan også illustreres uden at skifte analyseniveau. Selv om vi forbliver på det oprindelige analyseniveau og derfor evt. udelukkende arbejder med nominalskala- eller ordinalskalavariabler kan vi anvende kvantitative metoder til behandling af data. Der findes statistiske metoder til behandling af variabler på alle måleniveauer, også nominalskalaniveauet. En anden udbredt misforståelse kan vi også udrydde i samme forbindelse, det er end ikke altid nødvendigt at have mange tilfælde (enheder) for at kunne anvende statistiske metoder.

Det blev ovenfor nævnt, at der findes statistiske metoder til behandling af variabler på alle måleniveauer. På den anden side er det væsentligt at holde sig for øje, hvilket måleniveau man befinder sig på, når man skal vælge mellem forskellige statistiske metoder. Ethvert statistisk mål, enhver statistisk metode kræver et minimalt måleniveau for at kunne anvendes. Disse minimumskrav negligeres ofte, så der anvendes statistiske metoder på data, som ikke opfylder de nødvendige betingelser for at kunne anvende de pågældende metoder. Dette forhold er i høj grad med til at bringe kvantitative metoder i miskredit, da det giver anledning til meningsløse eller ikke-valide resultater.

Et velkendt eksempel på denne type fejl er anvendelsen af karakterskalaen. En karakterskala er efter sit sigte en ordinalskala, og med lidt vejvilje kan den opfattes som sådan. Den er derimod ikke nogen intervalskala, alene fordi karakterskalaen er diskret, mens de eksamenspræstationer, der måles, må formodes at udgøre et kontinuum; sagt på jævnt dansk, en eksamenspræstation kan f.eks. ligge lige på "vippen" mellem to karaktertrin. D.v.s. karaktererne kan højst rangordne eksamenspræstationer, de kan ikke sige noget om afstanden mellem præstationerne, det er f.eks. meningsløst at påstå, at afstanden (i 13-skalaen) mellem en 11- og 13-præstation er dobbelt så stor som afstanden mellem en 10- og 11-præstation. Nu er det imidlertid sådan, at for at man meningsfuldt kan udregne et gennemsnit af skalaværdier må skalaen mindst være en intervalskala, <sup>1)</sup> det statistiske mål aritmetisk gennemsnit har kun mening, hvis man arbejder på "mindst" intervalskalaniveau. Alligevel udregnes der ofte gennemsnit på ordinale data, og altså også på karakterdata i form af en gennemsnitskarakter, skønt det logisk set er meningsløst.

Så meget om kvantitative metoder, lad os nu vende tilbage til udgangspunktet matematik og politologi. Kan matematik, når vi ser bort fra de kvantitative metoder, overhovedet anvendes inden for politologien? Det kan den givetvis, og hvad der er endnu vigtigere, man kan drage stor nytte af visse dele af matematikkens kvalitative elementer, uden at politologer først skal gennemføre et videre studium af matematik.

Matematikken kan opfattes som et storslået, intellektuelt rationaliseringsprojekt, hvis udgangspunkt er en helt præcis fastlæggelse af et stort antal begreber, hvor matematikken så én gang for alle ved deduktion udreder relationerne mellem disse begreber, og herunder stadigt tilføjer nye begreber. Resultaterne af denne udrednings- og afklaringsproces stilles derefter til rådighed, til fri afbenyttelse inden for andre discipliner. Den disciplin, der frem for nogen har leveret problemer til matematikken og derfor også i videst omfang har kun-

---

1) Se f.eks. Blalock, op.cit., kap. 5.



net nyde godt af resultaterne, er ubetinget fysikken. Men en stor del af de matematiske begreber er af en så generel karakter, at de direkte kan anvendes inden for andre discipliner herunder også politologi. I det følgende vil jeg i flæng forsøge at give eksempler på sådanne generelle begreber.

For at tage det helt selvfølgelig, kendskab til elementær logik er aldrig af vejen, heller ikke i politologi. F.eks. ville det være en stor gevinst at gøre sig sondringen mellem nødvendige og tilstrækkelige betingelser klart, når man taler om betingelser, explicitere hvilket af de to aspekter, man tænker på i hvert konkret tilfælde.

Et af matematikkens mest generelle og nyttige begreber er funktionsbegrebet. Eksempelvis ville variabelbegrebet kunne forklares og beskrives meget simpelt ved hjælp af det matematiske funktionsbegreb. En speciel klasse af funktioner, nemlig isomorfierne, er tydeligvis relevant for diskussionen om anvendelse af modeller i politologien. En brugbar model må i relevante henseender være isomorf med virkeligheden. Hele isomorfiproblematikken ville efter mit skøn blive i væsentlig grad afklaret, hvis man havde kendskab til det matematiske isomorfibegreb. I relation til enhver form for typologisering eller klasseinddeling, og i øvrigt i relation til analyseniveauproblemer vil det matematiske mængdebegreb være relevant. Kendskab til de matematiske begreber element, mængde og mængden af delmængder i en mængde, vil gøre det uendeligt meget lettere at forstå overgangen og forbindelsen mellem forskellige analyseniveauer, enhedsniveauet (individniveauet), subuniversniveauet og universniveauet, samt gøre det lettere at forstå denne typologis relative karakter, det der er enhed i én forbindelse er univers i en anden o.s.v. Ovenstående indeholder eksempler på begreber, der er så elementære (gymnasiepensum også for sproglige), at de sådan set uden videre kunne anvendes i politologien. <sup>1)</sup>

Man kan gå videre, men så begynder det dog at kræve en vis ind-

---

1) Hvis nogen er interesserede i begreberne kan jeg henvise til enhver gymnasielærebog i matematik.

sats, enten med at tilegne sig dele af matematikken, eller med at tilpasse matematiske begreber til politologisk brug. Jeg vil slutte med at nævne et lidt mere avanceret matematisk begreb topologi eller topologisk rum,<sup>1)</sup> som med lidt arbejdsindsats formentlig kunne anvendes med fordel i politologi. Et aspekt af topologibegrebet kan opfattes som et kvalitativt "afstandsmål", et andet aspekt kan opfattes som et hjælpemiddel til at beskrive og analysere strukturer, noget der bl.a. er relevant i forbindelse med de tidligere nævnte isomorfier.

---

1) En udmærket udredning af begrebet findes i den lille bog W. Franz, Topologie I, Sammlung Götschen, Berlin 1965. Det skal dog nævnes, at det er en matematikbog.