Peter Brask

Semantiske beskrivelses-principper

Eksempler på nytten af algebraiske grupper ved beskrivelse af betydningsfelter.

Oversigt

Det vises, at man ved hjælp af elementære begreber fra gruppeteorien kan danne en formél model for strukturen i et velafgrænset betydningsfelt. Feltet her er de udtryk der knytter sig til to parters besiddelsesforhold til ét emne (tage, give, ønske . . .). Først analyseres betydningskomponenter i disse udtryk. Dernæst formaliseres komponenterne, og der dannes en procedure for generering af 32 sådanne udtryk. Modellen bruges dernæst til analyse af udtryk, der kun har visse af sine komponenter i det analyserede felt; som eksempler analyseres 'købe/sælge' og 'låne af/låne til/aflevere/få igen'. Efter eksemplerne formaldefineres en række semantiske begreber. Til sidst fremsættes nogle formodninger om grundene til gruppealgebraens særlige duelighed i semantikken.

Indledning

Vi går ud fra et intuitivt afgrænset *betydningsfelt* i Trier og Porzigs forstand, nemlig de udtryk, der primært angår ejendomsforhold og sekundært en lang række abstrakte eller symbolske forhold. Umiddelbart véd man, at der her findes mange "modsatte" udtryk (give/tage; købe/sælge), men disse "modsætninger" ses snart at være af flere typer: Hvad er det "modsatte" af *at tage?* Er det at *få, købe, give* eller at *lade være at tage?* Eller er det måske at *be' pænt om?* Parret 'købe/sælge' gives ofte som eksempel på *konverse ord (Lyons 1968: 467)*, men det kniber med en klar definition af denne type, skønt den nok vel tilpas mange eksempler kan skelnes fra typen *komplementære ord* (gift/ugift; mandlig/kvindelig) og typen *antonyme ord* (stor/lille); *(Lyons 1968: 460, 463)*. Iøvrigt kommer man ikke langt i en strukturanalyse ved blot at klasseinddele, især ikke med så få klasser. – En farbar, men lang vej er at kombinere undersøgelser af syntaktiske lovmæssigheder med semantisk klasseinddeling (f.eks. som antydet i *Hansen 1970*).

cf. Br. D
relation

Den metode, som skal fremdrages her, er sandsynligvis en genvej til beskrivelsen af visse semantiske strukturer, og kan i alt fald supplere de sidstnævnte syntaktiske undersøgelser, som vi ikke går mere ind på her.

Vi forestiller os nu to parter (personer) og ét emne, idet vi forudsætter at emnet altid befinder sig hos en og kun én af personerne. Emnet kan være en fysisk genstand, en ting, et psykisk fænomen, en sproglig meddelelse, en handling (f.eks. "et nap med", "en håndsrækning"). Vi vil undersøge de udtryk – mest verber – der beskriver forholdet *mellem* personerne i deres forhold til emnet, og tillige deres forhold *til* dette. Det er f.eks. udtryk som "X giver Z til Y", "X ønsker Z af Y".

Vi formoder at dette udtryks-sæt er organiseret, og at organiseringen kan beskrives ved få og enkle principper. Vi vil danne en model for organiseringen. Midlet hertil bliver de enkleste algebraiske grupper. – Vi tillægger ikke på forhånd modellen nogen neurologisk eller sprogpsykologisk mening. Men *hvis* modellen kan organisere udtrykkene og *da* disse vides at være organiserede i sproget, må det hypotetisk antages, at vor formelle model på lovmæssig måde måtte kunne transformeres til en psykologisk model. Vi berører dette problem lidt mere i det sidste afsnit (VIII).

Notationsbemærkning

Formler betegnes ved F.x., hvor x er en fortløbende nummerering. Til figurer henvises stedse ved "figur" plus nummer. Til tavler ved "tavle" plus nummer. De algebraiske grupper betegnes ved G_f, hvor f er nummeret på den figur, der viser gruppens graf.

De elementære gruppebetegnelser er anført i *tillæg*, side 115.

Navnene på de abstrakte grupper: Der er ingen helt fast international codex på dette område, man ser krystallografer skrive på én måde, molekylbeskrivere på en anden, matematikere på flere andre. I denne artikel bruges Coxeter og Mosers (fra "Generators and Relations for Discrete Groups" Berlin-Göttingen 1957). Til orientering sættes her en gang for alle de oftest forekommende andre betegnelser for de to grupper vi næsten alene får brug for: *Kleins firegruppe* kaldes her D_2. Hermann-Mauguin skriver: 222. Undertiden betegnes den ved *K* (efter Klein), eller ved *V* (efter Vier). Den cykliske gruppe med 2 elementer betegner her ved C_2. Den kaldes af nogle blot for 2.

Artiklens matematik er iøvrigt yderst elementær og triviel.

I. Stedforholdet

Personen P er altid enten X eller Y. Emnet kaldes Z. At Z befinder sig hos P noteres (PsZ). Vi har allerede forudsat:

$$(P_1 sZ) \Longleftrightarrow (P_2 \bar{s} Z). \qquad \text{(F.1)}$$

komplementær modsætning

Streg over bogstav angiver negation. Vi betragter Z's sted til tiden t' og til den senere tid t", og kun i forhold til den ene person, X. Tidsskiftet fra t' til t" angives ved operatoren (t):

$(XsZ)t(X\bar{s}Z)$ hvilket fremover skrives: $z(X)=m$
$(X\bar{s}Z)t(XsZ)$ skrives: $z(X)=f$
$(XsZ)t(XsZ)$ skrives: $z(X)=\bar{m}$
$(X\bar{s}Z)t(X\bar{s}Z)$ skrives: $z(X)=\bar{f}$

For den anden person, Y, er der analoge muligheder. Af disse muligheder og (F.1) følger at kun følgende kombinationer af z(X) og z(Y) er mulige:

$$(z(X),z(Y))\epsilon \{(m,f),(f,m),(m,f),(f,m)\}.$$

hvilket vi tillader os at skrive bekvemmere:

$$z(X,Y)\epsilon \{mf,fm,\overline{mf},\overline{fm}\}. \tag{F.2}$$

Ved *stedforholdet* forstår vi den i en given situation foreliggende værdi for z(X,Y). (≈ [illegible] Z [illegible])

II. Kausalforholdet

Til hvert stedforhold er der knyttet mindst én årsag, og i visse situationer to.

II.1. Agens eller effector: C_2

Den ene person er altid endeligt afgørende for stedforholdet, enten ved at ændre det, eller ved netop ikke at ændre det. Hvis der kun er tale om et forslag om stedforholdet (tilbud, ønske), så er altid den ene person afgørende for forslagets fremsættelse. Vi kalder denne afgørende person for agens eller effector, noterer denne som C_2 og har altid C_2 = x eller C_2 = y. (Svarende til X og Y bruges x og y som C-værdier).

II.2. Motivator: C_1

Til effectors handling eller undladelse er der undertiden knyttet en forudgående årsag: C_1, og da forudsætter C_2 C_1. Dette sker, når effectors handling er et svar, en reaktion på den anden parts handling, f.eks. når effector opfylder eller nægter at opfylde et ønske; da er ønskeren C_1, og opfylderen eller nægteren er C_2. Selve den ønskendes eller tilbydendes situation kan betragtes som at samme part er C_1 og C_2: motivator som den der ønsker, og effector som den der fremsætter ønsket. Situationen kan betegnes ved $C_1 \Rrightarrow C_2$, hvilket ikke strider med $C_2 \Rrightarrow C_1$, eftersom $C_1 \Rrightarrow C_1$ altid er sandt. I disse tilfælde kunne man også sige at C_1 betegner den *bevidsthed* hvortil effectors handling knyttes.

II.3. Kombinationer af værdier for C_1 *og* C_2

C_2 kan antage værdierne x og y. C_1 antager værdierne x, y eller o, hvor o betegner at en motivator ikke foreligger. Der bliver da flg. værdier for (C_1,C_2):

$$(C_1,C_2)\epsilon \{ox,oy,xy,yx,xx,yy\}. \tag{F.3}$$

Ved ox og oy er der en handling eller undladelsen af den. Ved xx og yy er P's handling meddelelsen af P's eget handlingsforslag (tilbud eller ønske). Ved xy og yx udfører, undlader, tillader eller hindrer den ene part en handling motiveret eller foreslået af den anden.

Bemærkning

Man vil kunne indvende at f.eks. *Jensen ønsker sig en ny bil* ikke rummer at Jensen fremsætter dette ønske. Hertil må siges at vi kun undersøger udtryk der berører *to* parter i forhold til et emne. Når vi undersøger *ønsker* vil vi kun tilgodese den del af lexemet, som angår to-parts-forhold, dvs *ønsker* kan her kun indgå i betydningen *ønsker . . . af*. I formen *Jensen ønsker sig en ny bil af sin kone* kan man sige at *ønsker sig* angiver motivator, mens *ønsker af* angiver effector. Det er naturligvis analysen uvedkommende, at det ikke fremgår om Jensen rent faktisk siger det til konen.

Alment kan bemærkes at vi her kun undersøger de enkelte udtryk i den nuance, hvormed de indgår i forhold til feltets andre udtryk. Disse træder frem i løbet af undersøgelsen. Sædvanligt søger man at opstille alle lexemets nuancer og klassificere dem, hvad der snart kan blive uoverskueligt. Vi gør her det modsatte: vi strukturerer betydningsfeltet og udskiller således de lexembetydninger, som "indfanges" i denne struktur. Man kan da siden søge at bestemme de andre betydninger ved supplerende undersøgelser ud fra den her opstillede struktur.

III. Personforholdet (Synspunkterne)

III.1. "Synspunktet" (V)

Når C_1=o, når der altså ikke findes en "motivator", så kan stedforholdet anskues enten fra X eller Y og denne nuancering af synspunkter manifesteres (i dansken nødvendigt) i sproget. Et *eksempel:* Forudsat z(X,Y)=mf, C_1=o og C_2=x, vil dette betragtet fra X manifesteres sprogligt som "X giver Z til Y", men betragtet fra Y manifesteres det som "Y får Z af X".

III.2. Kombinationer med C_1, C_2 og V

Formlerne kan altså udvides fra $(z(X,Y),C_1,C_2)$ til $(z(X,Y),C_1,C_2,V)$ hvor V angiver betragteren (synspunktet) og kan antage værdierne x,y og o. Vi har bemærket at vi i dansk har den nødvendige sammenhæng $(C_1 \neq o) \Rightarrow (V=o)$ og $(V \neq o) \Rightarrow (C_1=o)$. For person- og kausalforholdene tilsammen haves altså mulighederne:

$$(C_1,C_2,V) \epsilon \{oxx,oxy,oyx,oyy,xyo,yxo,xxo,yyo\} . \qquad (F.4)$$

III.3. Fri eller bunden manifestering af V varierer med forskellige sprog. (Eksempel)

Vi nævnte (III.1) at der *i dansk* findes "bånd" på manifesteringsmulighederne i situationer med C_1=o: *dansk* manifesterer med nødvendighed en V-værdi. Dette naturligvis under den hidtil unævnte forudsætning at alle udtryk betragtes i samme grammatiske form, og f.eks. ikke omskrives til passiv eller andre mulige udtryk for afvigende situationer end den aktivt-præsentisk formede. Vi kan ikke i dansk udtrykke at Z overgår fra X til Y i en aktiv-præsentisk sætning med X eller Y som subjekt uden at manifestere den semantiske komponent V. Teoretisk kunne man tænke sig at der i nogle sprog var muligheder for en sådan konstruktion som kunne dette. Det er sandsynligt at de "bånd" vi lægger på kombination af de semantiske komponenters værdier, fraset de pragmatisk begrundede (som følger af F.1), er egenskaber som karakteriserer visse sprog, bl.a. dansk, i modsætning til visse andre. Ved frit at danne samtlige værdikombinationer for de semantiske komponenter, ville man frembringe en teoretisk kalkyle for sprogfeltet, og kunne dernæst empirisk undersøge, hvilke manifestationsmuligheder, der gives i de enkelte sprog. Ideen kan muligvis benyttes i komparativ sprogforskning.

Eksempel. Som et muligt eksempel på sprog der kan manifestere muligheder, som ikke manifesteres i dansk, kan nævnes amerikanske indianersprog. I *Sapir & Swadesh 1964* (1929-1946) foretages en sammenligning af "American Indian Grammatical Categories" i seks indianersprog, bl.a. netop med give-tage-få-miste-kategorier. Et eksempel fra syd-pajutisk indholdsoversættes til

(GIVE-will-visible . thing-visible . creature-thee)

som ækvivalent til den engelske sætning "he will give it to you". Den indianske sætning kommenteres:

> "The different enclitics of third person have only one form each and the order in which two of them are joined is determined by class (inanimate precedes animate) and not by case relations. For the second person, subject and object are diffent in form but there is no formal distinction between direct and indirect object. Thus, from the strictly formal viewpoint, our sentence can mean either 'creature will give thing to thee' or 'thing will give creature to thee' or 'creature will give you to thing' og 'thing will give thee to creature'. In the nature of things and creatures, the first is the most likely interpreation." (p. 104-105).

Sagforholdet kan ved andre udtryk beskrives utvetydigt også i dette sprog. (Se Sapir). Vor pointe er imidlertid at der *findes* former, der ikke udtrykker det skel, som nødvendigt manifesteres på dansk. Vi anfører kun dette som eksempel på de komparative undersøgelser, der muligt kunne udnytte semantiske modeller som den der opstilles her.

IV. De 32 kombinationer på dansk af stedforhold med årsags- og personforholdene

IV.1. Begrebet: udtrykket U's semantiske vektor i betydningsfelt F : Σ(U|F)

Vi fandt 4 værdisæt for z(X, Y) og 8 værdisæt for (C_1, C_2, V). Disse sæt kan frit kombineres. Et givet udtryk kan godt rumme yderligere mening end det der indgår i vor models elementer. Man kan derfor sige at vi ved konfrontationen af et udtryk U med det af modellen afgrænsede betydningsfelt, F, kun får de semantiske værdier frem, som U har i F. Formelt kan dette værdisæt betegnes som *U's semantiske vektor i F*. (Ved vektor forstås her blot et ordnet sæt af værdier). Vi noterer denne vektor ved Σ(U|F). Vi vedtager følgende faste orden for værdierne: z(X), z(Y), C_1, C_2, V. Altså skriver vi:

$$\Sigma(U|F) = \Sigma_U[(z(X), z(Y), C_1, C_2, V)] = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5). \qquad (F.5)$$

Den ordnede mængde med elementerne $\sigma_1, \dots, \sigma_5$ er U's værdier i F i et givet tilfælde. Antallet af disse værdisæt er 8·4 og de fås ved kombination af værdierne i F.2 og F.4. De 32 sæt er opført i *tavle I*, side 88. I tavlen er sættene vilkårligt nummereret, således at vi kan henvise til dem blot ved nummeret, fx. Σ(U|F) = 17.

IV.2. Arbejdsgangen

Det skulle nu være muligt at gøre klart, hvordan vi vil gå til værks resten af vejen: *1.* Vi redegør for strukturen i F ved en algebraisk metode (afsnit V). – *2.* Vi tolker hver vektor sprogligt (VI.1). – *3.* Vi redegør for implikationer mellem de fremkomne tolkninger eller udsagn. (Afsnit VI.2.). – *4.* Vi undersøger som eksempler nogle udtryk, som delvis kan afbildes i F. Hvad vi finder i F må da suppleres med undersøgelsen af udtrykkenes komponenter udenfor.

V. Den formelle struktur mellem de 32 semantiske vektorer

V.1. Indførelse af operatorer mellem vektorerne i F

Til at beskrive strukturen i F indfører vi nogle *operatorer*, som enkeltvis eller i sammensætninger kan føre vektorerne over i hinanden. Vi kan derefter belyse strukturen ved at undersøge lovmæssigheder for sammensætning af operatorerne.

V.2.1. Definition af operatorerne α og β

$\boxed{\alpha}$ Operatoren (α) virker på σ_1 og σ_2 og defineres ved:

$$m \xleftrightarrow{(\alpha)} f$$

Man har altså $\alpha(m) = f; \alpha(f) = m; \alpha(mf) = fm; \alpha(fm) = mf.$

Gentagelse af operationen: $\alpha\alpha(f) = \alpha^2(f) = f$ fører til identitet, hvad enhver brug af α et lige antal gange vil gøre. At α^2 giver identitet kan opfattes som en egenskab ved α og noteres $\alpha^2 = I$, hvor I betegner identiteten.

Vi bemærker, at man også kan benytte skrivemåden:
(m)α(f); (mf)α(fm); etc.

$\boxed{\beta}$ Operatoren (β) defineres ved:

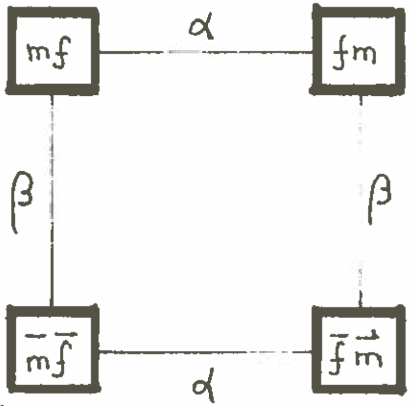
$$m \xleftrightarrow{(\beta)} \overline{m} \quad \text{og} \quad f \xleftrightarrow{(\beta)} \overline{f}$$

Den virker på samme værdier som α, og angiver negationen.

Man har fx.: $\beta(mf) = (\overline{mf}); \beta(\overline{fm}) = (fm)$. Det gælder, at $\beta^2 = I$.

V.2.2. Sammensætninger af α og β udgør en gruppe

Man bemærker sammenhængen:



Figur 1. Operatorgruppen $G_1 \cong D_2$.

Af figur I indses at alle sammenhænge mellem de fire værdipar ved α og β kan udtrykkes ved:

$$\alpha^2 = \beta^2 = (\alpha\beta)^2 = I \qquad (F.6)$$

Dette kan også tages som et udtryk for, at mængden af de *operationer*, hvorved værdisættene kan føres over i hinanden, ved sammensætning udgør *en algebraisk gruppe**. Formlen F.6 kan betragtes som denne gruppes definerende relationer. Man kan også beskrive gruppen ved dens kompositionstavle:

	I	α	β	$\alpha\beta$
I	I	α	β	$\alpha\beta$
α	α	I	$\alpha\beta$	β
β	β	$\alpha\beta$	I	α
$\alpha\beta$	$\alpha\beta$	β	α	I

Tavle II

Sammensætningen af en operator i den lodrette marginal med den operator, der har samme plads i den vandrette marginal, er identisk med den operator, som findes ud for de to operatorer inde i tavlen. At mængden af sammensætninger udgør en gruppe, medfører at antallet af sammensætninger med forskellig virkning på de semantiske vektorer er begrænset til gruppens elementer, her fire. Dette synes her et trivielt resultat, men har betydning for den samlede opstilling af felt-strukturen. – Den forefundne *operatorgruppe* er isomorf med en abelsk abstrakt gruppe, den simpleste dihedrale gruppe, som undertiden kaldes Kleins firegruppe.

Den har strukturbetegnelsen $D_2 \cong C_2 \times C_2$ i *Coxeter & Moser 1957*, som jeg følger fremover. Jævnfør side 79.

V.3.1. Definition af operatorerne γ, δ, og ϵ

$\boxed{\gamma}$ Operatoren (γ) defineres som virkende på σ_3 og σ_5 idet den foretager ombytningen: $x \xleftrightarrow{(\gamma)} y$ hvor x eller y findes (den findes enten i σ_3 eller σ_5).

$\boxed{\delta}$ Operatoren (δ) defineres som virkende på σ_4 med bytningen: $x \xleftrightarrow{(\delta)} y$

* Definition af de benyttede algebraiske begreber findes i tillægget efter artiklen s. 115.

[ε] Operatoren (ε) defineres ved: $\sigma_3 \xleftrightarrow{(\epsilon)} \sigma_5$

Det bemærkes, at der gælder $\gamma^2 = \delta^2 = \epsilon^2 = I$.

Hver operator virker altså kun på de ved definitionerne nævnte semantiske værdier, og berører ikke de øvrige vektorelementer. Den rækkefølge, hvori operatorerne benyttes på en given vektor er ligegyldig (hvilket kan udledes af operatorernes 'binære' eller symmetriske karakter, at $q^2 = I$ hvor q er enhver af operatorerne).

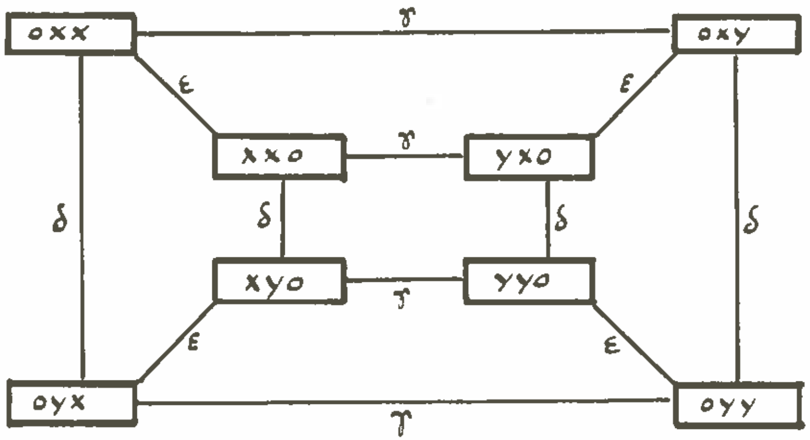
Vi giver nogle eksempler til orientering i brugen af operatorerne på vektorerne:

Eksempler:

Vi vælger vektoren (a) = (mfxyo) som udgangspunkt. Man får da fx.: α(a) = (fmxyo); β(a) = ($\bar{m}\bar{f}$xyo); $\alpha\beta$(a) = ($\bar{f}\bar{m}$xyo); $\delta\gamma$(a) = (mfyxo); $\delta\epsilon$(a) = (mfoxx); $\alpha\delta\epsilon$(a) = α(mfoxx) = (fmoxx); $\alpha\beta\delta\gamma\epsilon$(a) = $\beta\gamma$(fmoxx) = γ($\bar{f}\bar{m}$oxx) = ($\bar{f}\bar{m}$oxy).

V.3.2. Sammensætninger af γ, δ og ε udgør en gruppe

For brugen af operatorerne γ, δ og ε bemærkes sammenhængen:



Figur 2. Operatorgruppen $G_2 \cong D_2 \times C_2$.

Af figuren kan indses, at

$$\gamma^2 = \delta^2 = \epsilon^2 = (\gamma\delta)^2 = (\gamma\epsilon)^2 = (\delta\epsilon)^2 = I \qquad (F.7)$$

Mængden af operatorer udgør ved sammensætning en gruppe med de definerende relationer F.7 og isomorf med den abstrakte gruppe $D_2 \times C_2$.

Svarende til de otte værdisæt for $\sigma_3\sigma_4\sigma_5$ som relateres ved operatorerne findes der ialt otte ikke identiske sammensætninger af operationerne – alle sammensætninger iøvrigt vil kunne reduceres til en af disse. De otte elementer kan fx. vælges som γ, δ, ε, γδ, γε, γδε, δε samt identiteten I. Hvis et vilkårligt værdisæt vælges som I, vil de syv resterende operatorer frembringe de øvrige syv værdisæt af det valgte.

V.4. Sammensætninger af alle fem operatorer til én gruppe: F-gruppen

De to fundne operatorgrupper (figurerne 1 og 2) kan sammensættes til en tredje, som er isomorf med den abstrakte gruppe $D_2 \times D_2 \times C_2$. Denne gruppe har ialt 32 elementer, altså 32 operatorsammensætninger. Disse er opført i *tavle I*, side 88. Skønt der er 1024 kombinationsmuligheder for de 32 elementer, så er der altså kun 32 forskellige operatorer. Man kan tage dette som udtryk for strukturens lukkethed eller, om man vil, for lukketheden i det semantiske system, vi har opstillet. Hver semantisk vektor har fem relationer til de øvrige vektorer, men disse relationer sammenknyttes således at der er ialt 80 relationer mellem de 32 vektorer, nemlig 16 tilfælde af hver operation. *Figur 3*, side 89, viser operatorgruppen, med samtlige vektorer angivet ved deres numre i tavle I. Figuren viser tillige implikationsforhold mellem de til vektorerne svarende sproglige udtryk; disse implikationer beskrives i afsnit VI.

Den operatorsammensætning, der forbinder to givne vektorer, kan aflæses på figur 3. Man kan også udregne operatorsammensætningen af de to vektorers operatorformler i tavle I. Ud fra gruppealgebraens regneregler kan man give følgende praktiske fremgangsmåde: Man noterer den ene vektors operatorformel efter den anden, og derpå sletter man samtlige tegn, der står 2 gange i denne sammensætning. De resterende tegn er da den søgte operation mellem vektorerne. Operationen mellem vektorerne a og b kaldes Q(a, b).

Eksempel:

Vi vil finde Q(15, 23).

I tavle I findes operatorformlerne: ($\beta\delta$) for 15 og ($\beta\gamma\epsilon$) for 23.

Heraf fås:

$$Q(15, 23) = (\beta\delta) \Phi (\beta\gamma\epsilon) = \delta\gamma\epsilon.$$

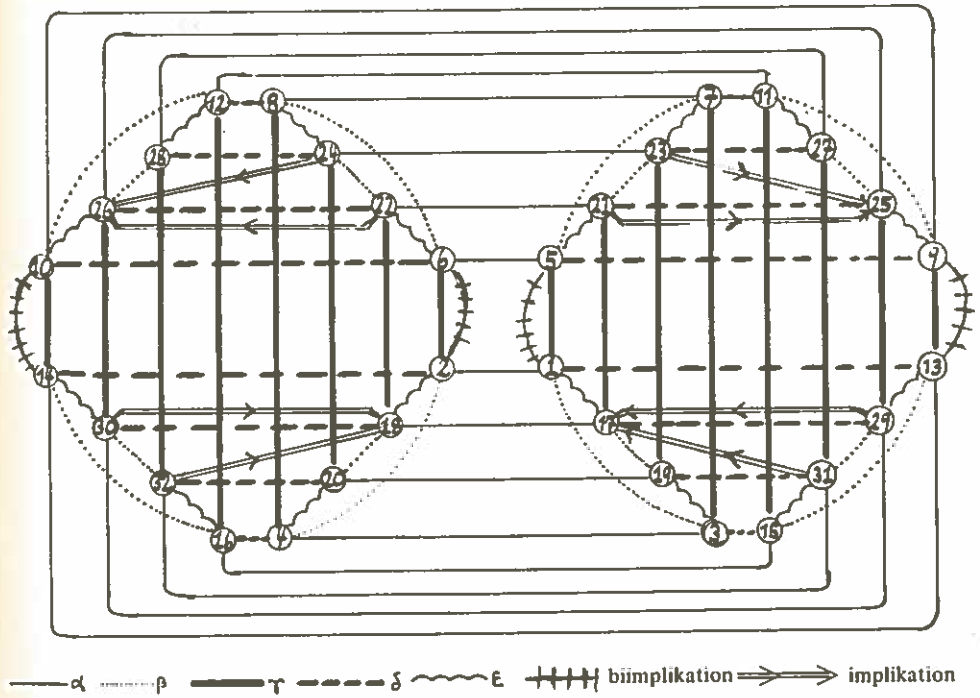
Resultatet kan kontrolleres på vektorformlerne:

$$\delta\gamma\epsilon(15) = \delta\gamma\epsilon(\bar{m}\bar{f}oxy) = \gamma\epsilon(\bar{m}\bar{f}oxx) = \epsilon(\bar{m}\bar{f}oxy) = (\bar{m}\bar{f}yxo) = (23).$$

TAVLE I

Vektorerne i F. For hver vektor angives dens nummer, n, og den operator der fører vektor nr. 1 over i den, samt dens sproglige tolkning.

Vektornr. n:	Operator	Vektor	Sproglig tolkning af vektorer
1	I	mfoxx	X giver Z til Y.
2	α	fmoxx	X tager Z fra Y.
3	β	mfoxx	X giver ikke Z til Y
4	$\alpha\beta$	fmoxx	X tager ikke Z fra Y
5	γ	mfoxy	Y får Z af X
6	$\alpha\gamma$	fmoxy	Y mister Z til X.
7	$\beta\gamma$	mfoxy	Y får ikke Z af X
8	$\alpha\beta\gamma$	fmoxy	Y mister ikke Z til X.
9	$\gamma\delta$	mfoyy	Y tager Z fra X
10	$\alpha\gamma\delta$	fmoyy	Y giver Z til X.
11	$\beta\gamma\delta$	mfoyy	Y tager ikke Z fra X.
12	$\alpha\beta\gamma\delta$	fmoyy	Y giver ikke Z til X
13	δ	mfoyx	X mister Z til Y.
14	$\alpha\delta$	fmoyx	X får Z af Y.
15	$\beta\delta$	mfoyx	X mister ikke Z til Y.
16	$\alpha\beta\delta$	fmoys	X får ikke Z af Y.
17	ϵ	mfxxo	X tilbyder Z til Y.
18	$\alpha\epsilon$	fmxxo	X ønsker Z af Y.
19	$\beta\epsilon$	mfxxo	X tilbyder ikke Z til Y.
20	$\alpha\beta\epsilon$	fmxxo	X ønsker ikke Z af Y.
21	$\gamma\epsilon$	mfyxo	X opfylder Y's ønske om Y.
22	$\alpha\gamma\epsilon$	fmyxo	X accepterer Y's tilbud om Z.
23	$\beta\gamma\epsilon$	mfyxo	X nægter Y Z; X forholder Y Z.
24	$\alpha\beta\gamma\epsilon$	fmyxo	X afslår Z fra Y; X afviser Z fra Y.
25	$\gamma\delta\epsilon$	mfyyo	Y ønsker Z af X.
26	$\alpha\gamma\delta\epsilon$	fmyyo	Y tilbyder Z til X.
27	$\beta\gamma\delta\epsilon$	mfyyo	Y ønsker ikke Z af X.
28	$\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$	fmyyo	Y tilbyder ikke Z til X.
29	$\delta\epsilon$	mfxyo	Y accepterer X's tilbud om Z.
30	$\alpha\delta\epsilon$	fmxyo	Y opfylder X's ønske om Z.
31	$\beta\delta\epsilon$	mfxyo	Y afslår Z fra X; Y afviser Z fra X.
32	$\alpha\beta\delta\epsilon$	fmxyo	Y nægter X Z; Y forholder X Z.



Figur 3. Strukturen i betydningsfeltet F er isomorf med $D_2 \times D_2 \times C_2$.

VI. Sproglig tolkning af de semantiske vektorer

VI.1. De enkelte vektorers tolkning

Vi har dannet de semantiske vektorer ud fra en analyse af en praktisk, pragmatisk situation. Hvert vektorelement er en semantisk værdi, som blev defineret i afsnit I–IV. Hver vektor skal ud fra disse værdier nu gives (mindst) en sproglig tolkning. Det bemærkes at vi ved *tolkning* forstår afbildning af en struktur på en anden; strukturerne er da modeller for hinanden. Vi tolkede først den praktiske situations struktur–på en formalistisk model. Nu skal vi forbinde denne med sproget. Sproget afbilder naturligvis på sin side de praktiske situationer, så opgaven er ikke så svær. Tolkningerne lægger nødvendigt visse begrænsninger på de valgte sproglige udtryk, som i nogle tilfælde ellers godt kunne have andre betydninger, end de får ved afbildningen ind i den formelle model. Dette betyder imidlertid blot, at vi afbilder den betydningsvariant af udtrykket, som ligger i betydningsfeltet F.

Vektor nr. 1: (mfoxx); her tolkes de to første værdier (mf) ud fra det sagforhold, at emnet Z skifter plads fra person eller part X til person eller part Y. De næste to værdier (ox) siger, at her kun skal være én årsag, nemlig X. Z skifter altså sted fra X til Y på grund af X. Og sidste værdi (x), siger at denne situation skal betragtes fra X's side. Vi kan da sprogligt sammenfatte dette i udtrykket: "X *giver* Z til Y".

Operatoren (β) negerer sagforholdet, og da Q(1, 3) = β må vektor nr. 3 tolkes "X *giver ikke* Z til Y".

Operatoren (α) ombytter stedværdierne i sagforholdet, og da Q(1, 2) = α, må vektor nr. 2 tolkes "X *tager* Z fra Y".

Da Q(1, 4) = $\alpha\beta$ tolkes vektor nr. 4: "X *tager ikke* Z fra Y".

Operator (γ) skifter synspunktet (når $\sigma_5 \neq 0$) Da Q (1,5) = γ, må vektor nr. 5 tolkes som samme situation som vektor nr. 1, men betragtet fra Y's side, altså som *"Y får* Z af X".

Ved fortsat at gå således frem, kan man nu let tolke de resterende vektorer til og med nr. 16. Tolkningerne er noteret i tavle I.

Vektorerne nr. 17–32 er baseret på kombinationerne af den "dobbelt-kausalitet" som kom frem i analysen II,2 og II.3. Vektor nr. 18: (fmxxo) angiver ved (fm) at sagforholdet er Z's stedskifte fra Y til X. De to næste værdier (xx) angiver, at X har begge årsagsroller, dvs. at X både er "motivator" og "effector". Dette kunne umiddelbart ligne situationen, at X får Z af X – men denne situation er ikke medtaget i det undersøgte område (den kunne dog udtrykkes som et særligt tilfælde, hvor man i vektor 14 (mfoyx) satte X = Y). Vi har defineret motivator som en størrelse, der kommer ind, når vi skal strukturere del-feltet med udtryk som *ønsker* og *tilbyder*. Vi tolker derfor vektor 18: "X ønsker Z af Y". Fordelen ved den formaliserede fremstilling er iøvrigt, at vi kan undlade en dybere analyse af selve den semantiske komponent, og blot definere den som klassifikations-mærke for del-feltet "ønsker-tilbyder". Dette indebærer at man godt kan godkende klassifikationen og deraf følgende tolkninger, selvom man ikke vil godtage analysen af kausalitetsforholdet. Iøvrigt kunne dette muligvis erstattes af begrebet "bevidsthed", idet *"ønsker"* refererer til den ønskendes bevidsthed, i modsætning til fx. *giver*, der er blot adfærdsbeskrivende, selvom der udtrykkes et synspunkt for handlingen.

Tolkningen af vektor 18 som "X *ønsker* Z af Y" giver os tolkningen af (17); da Q(17, 18) = α, skal sagforholdet vendes og (17) er altså "X *tilbyder* Z til Y". Vektor (20) er negationen af (18), og (19) af (17).

Når dobbeltkausaliteten, eller om man vil "bevidsthed" og "årsag", besættes med to forskellige personer, fremkommer tolkningerne med "opfylder" eller "accepterer" (21, 22, 29, 30). Negationer af disse

udtrykkes med egne lexemer, og ikke blot ved indsættelse af "ikke". "Accepterer ikke" tolkes som *"afslår"* eller *"afviser"* (24, 31). "Opfylder ikke" tolkes som *"nægter"* eller *"forholder"* (23, 32). Herfra kan de resterende vektorer tolkes.

Tolkningen af vektorerne dækker ikke de mangfoldige udtryk der findes i det store område, hvori vi tog intuitivt udgangspunkt. Man kan hurtigt finde nogle, som ikke er med. Men alle disse har formentlig visse komponenter, der kan analyseres i F, – samt andre komponenter, som ligger udenfor F. Analysen kan da opbygges ud fra komponenterne i F. Nogle sæt af udtryk vil kunne analyseres ved kombination af F-komponenter med et graderingssystem (udbede sig, forlange, kræve . . .; snuppe, nappe, tyvstjæle, stjæle, rove; narre, snyde, bedrage). Vi vil om lidt forsoge med ordparret *købe-sælge.*

VI. 2. Implikationer mellem visse F-vektorer

Mellem visse udtryk i tolkningen af F synes der at bestå nogle sammenhænge, der tilsyneladende ikke er medtaget i F. Man kunne umiddelbart mene, at (X giver) – (Y får) er forbundet på en særlig måde, som man måske ville kalde gensidig forudsætning. Hvilken slags "forudsætning" er her tale om? Det gælder i alt fald ikke alment at *Y får* rent pragmatisk er betinget af, at der findes et X, så at *X giver,* Y kan jo få orepine, fx. Ej heller indebær *X giver* rent pragmatisk, at *X mister* noget: Da Hector Masius i sin tid hævdede, at kongemagten umuligt kunne være kongen overdraget af folket, eftersom ingen kan give, hvad han ikke har, skrev professor Thomasius i Halle: "Jeg har ingen Ørefigen, men derfor kan jeg godt give Hr. Masius en, thi jeg har hvad der hører til". En sætning, der ikke tabte sin sandhed, selvom kongen lod skriftet brænde af boddelen. – Imidlertid har vi med vort udgangspunkt afgrænset de praktiske situationer til sådanne, hvor emnet eller genstanden nodvendigt i hver situation findes hos én af parterne. Der bliver derfor indenfor systemet tale om at materiel og sproglig-eksistentiel implikation følges ad. Hvor vi i praksis har materiel implikation, får vi i det sproglige univers eksistentiel implikation eller biimplikation. Man kan ikke heraf udlede at der altid iøvrigt skulle bestå selektion eller solidaritet mellem de pågældende sproglige udtryk.

Hvis synspunktpladsen overhovedet besættes, vil den altid kunne besættes med to alternative synspunkter. Vi får derfor eksistentiel biimplikation mellem formlerne:

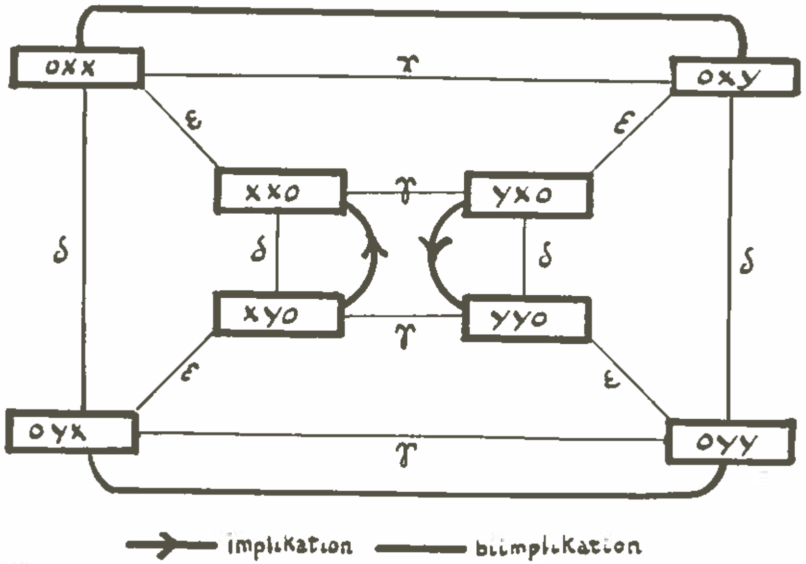
(oyy) $\Longleftrightarrow$ (oyx)
(oxx) $\Longleftrightarrow$ (oxy)

hvoraf følger biimplikation mellem de sproglige tolkninger af følgende vektorpar (10, 14), (9, 13), (2, 6), (1, 5).

Når der er forskellige personer på kausalpladserne, implicerer dette, at personen på førstepladsen (σ_3) forud må have fremsat ønske eller tilbud. Mellem formlerne haves altså:

(yxo) $\Rightarrow$ (yyo)
(xyo) $\Rightarrow$ (xxo)

hvoraf følger 8 implikationer mellem sproglige udtryk. Til oplysning indsætter vi implikationer og biimplikationer i diagrammet for operatorgruppen for disse formelafsnit (sml. figur 2 og 2a).



Figur 2 a.

Samtlige implikationer og biimplikationer er indtegnet på grafen for den totale gruppe, *figur 3.* Man bemærker deres symmetriske beliggenhed. Tillige anføres de i *tabel 1.*

Tabel 1. Implikationer og biimplikationer i feltet F.

(1) i (2)	1 = X, 2 = Y	1 = Y, 2 = X
(afslår) i (tilbyder)	(24) $\Rightarrow$ (26)	(31) $\Rightarrow$ (17)
(opfylder) i (ønsker)	(21) $\Rightarrow$ (25)	(30) $\Rightarrow$ (18)
(accepterer) i (tilbyder)	(22) $\Rightarrow$ (26)	(29) $\Rightarrow$ (17)
(nægter) i (ønsker)	(23) $\Rightarrow$ (25)	(32) $\Rightarrow$ (18)
(giver) $\Leftrightarrow$ (får)	(1) $\Leftrightarrow$ (5)	(10) $\Leftrightarrow$ (14)
(tager) $\Leftrightarrow$ (mister)	(2) $\Leftrightarrow$ (6)	(9) $\Leftrightarrow$ (13)

Excurs: Feltets grundstruktur og vektorgruppens kerne

Det er nu muligt ad rent formel vej at gøre rede for forholdet mellem strukturen i det her betragtede betydningsfelt og så de strukturer som er beskrevet med Piaget-gruppen og forsøgt beskrevet ved den greimaske "betydningens grundstruktur". Den første er en logisk struktur og strukturen i vort felt er ikke logisk – men abstrakt betragtet er piagetgruppen isomorf med D_2 og denne gruppe er undergruppe i feltets vektorgruppe. Den anden – greimas-modellen – er i virkeligheden ikke begrundet i logikken, men alene i sammensætningen af de to relationer sproglig modsætning (m) og negation (n). Også denne gruppe er isomorf med D_2. Ser vi nu på de sproglige størrelser i betydningsfeltet, er der ingen tvivl om negationens beliggenhed, for negationen svarer til operationen β. Som svarende til modsætningsrelationen m er det rimeligst at opfatte operationen α, hvilket vil sige at vi sætter relationen m mellem (giver), (tager), mellem (får) (mister) osv. Se tabel 2.

Hele feltets struktur kan da opfattes som fremkommende ved dannelsen af det direkte produkt af m-n-gruppen og en viss anden gruppe. Til m-n-gruppen svarer som lige forklaret operationsgruppen med elementerne I, α, β og $\alpha\beta$. Vi ønsker nu at finde den anden gruppe, hvormed denne skal danne produktet. Billedligt talt er denne opgave en slags 'division' af m-n-strukturen "op i" den store gruppe som udtrykker hele feltets struktur.

Det algebraiske særsprog er nu netop et billedsprog som tillader os at foretage denne 'division' ganske præcist. Lad os kalde den lille gruppe for P:

$$P = (\{ I, \alpha, \beta, \alpha\beta \}, \oplus) \cong (\{ I, m, n, mn \}, \oplus)$$

og lad os kalde den store operatorgruppe for F. Opgaven er da at finde X når P x X $\cong$ F, hvilket også kan skrives: P $\cong$ F / X. Strukturen i X kan vi let udregne, for vi kender jo strukturen i de to andre, således at vi har:

$$P \cong F / X.$$

$$D_2 \cong D_2 \times D_2 \times C_2 \,/\, D_2 \times C_2$$

hvilket bliver mere overskueligt hvis vi skriver produkterne som dannede af lutter cykliske grupper:

$$C_2^2 \cong C_2^5 / C_2^3.$$

Men udover strukturen skal vi jo også have fat i elementerne i X. Det er imidlertid ikke så svært. Hvis vi afbilder F homomorft på P, vil mængden af de elementer tilhørende F som afbildes på neutralelementet I udgøre homomorfiens såkaldte *kerne,* og P vil da være isomorf med faktorgruppen F / K_f hvor K_f er kernen og f betegner selve afbildningen. Men så har vi

$P \cong F/K_f$

og dermed $X = K_f$.

Afbildningen ses i tabel 3. Heraf fremgår at vi har

$K_f = \{I, \gamma, \delta, \epsilon, \delta\gamma, \delta\epsilon, \gamma\epsilon, \delta\gamma\epsilon\}$.

Disse elementer udgør ved sammensætning en normal undergruppe i F som altså er den søgte gruppe X. Se figur 4.

Vi kan altså konkludere at betydningsfeltet kan beskrives som det direkte produkt af den 'almene' semantiske gruppe med relationerne 'modsætning' og 'negation' og så den i figur 4 viste gruppe. Denne gruppe kunne da rimeligt kaldes feltets semantiske grundstruktur. Den semantiske grundstruktur fremkommer altså som gruppen af elementerne i *kernen* ved den homomorfe afbildning af hele feltgruppen på den almene semantiske gruppe – og denne sidste er begrebsmæssigt stærkt beslægtet med de strukturer der anses for fundamentale hos Piaget og hos Greimas.

P-gruppen:

Udtryk: X giver	Modsætning: X tager	Negation af udtryk: X giver ikke	Negation af modsætningen: X tager ikke
s	m(s)	n(s)	mn(s) = nm(s)
I	α	β	$\alpha\beta = \beta\alpha$

Tabel 2

Den homomorfe afbildning af F på P.

	f (x) = I		f (x) = α		f (x) = β	f (x) = $\alpha\beta$
x:	I	(X giver)	α	(X tager)	β	$\alpha\beta$
	γ	(Y får)	$\alpha\gamma$	(Y mister	$\beta\gamma$	$\alpha\beta\gamma$
	δ	(X mister)	$\alpha\delta$	(X får)	$\beta\delta$	$\alpha\beta\delta$
	ϵ	(X tilbyder)	$\alpha\epsilon$	(X ønsker)	$\beta\epsilon$	$\alpha\beta\epsilon$
	$\delta\gamma$	(Y tager)	$\alpha\delta\gamma$	(Y giver)	$\beta\delta\gamma$	$\alpha\beta\delta\gamma$
	$\delta\epsilon$	(Y accepterer)	$\alpha\delta\epsilon$	(Y opfylder	$\beta\delta\epsilon$	$\alpha\beta\delta\epsilon$
	$\gamma\epsilon$	(X opfylder)	$\alpha\gamma\epsilon$	(X accepterer)	$\beta\gamma\epsilon$	$\alpha\beta\gamma\epsilon$
	$\delta\gamma\epsilon$	(Y ønsker)	$\alpha\delta\gamma\epsilon$	(Y tilbyder)	$\beta\delta\gamma\epsilon$	$\alpha\beta\delta\gamma\epsilon$

Tabel 3.

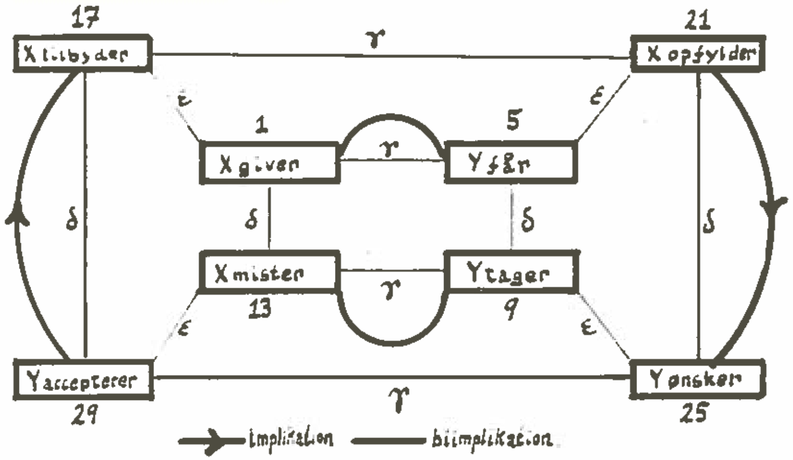


Fig. 4.

Feltet F's semantiske grundstruktur frembragt som kernen i den homomorfe afbildning af feltets operatorgruppe på den almene semantiske gruppe med relationerne m og n. Tilføjet er vektornumre og implikationer.

VI.3. Analyse af udtrykkene "køber" og "sælger"

Vi vil analysere *køber : sælger* ud fra en formodning om at en del af disse ords betydning er struktureret i feltet F. Det er klart at ord-parret har visse komponenter, som ikke tilhører F, fx sådanne som man løseligt kunne kalde økonomiske, dvs. denotatorer af økonomiske fænomener. Men det er også klart at disse økonomiske komponenter ikke har at gøre med den "modsætning" ved *køber : sælger*, hvorved disse netop udgør et *par*, nemlig dén hvorved parret indrangeres blandt de 'konverse' ord.

VI.3.1. Handelssituationen

For en første betragtning synes handelssituationen måske kun at rumme et gensidighedsforhold: (X giver Z, X får X') og (Y får Z, Y giver Z'). I denne foreløbige ramme kan den økonomiske komponent angives som ækvivalensen af Z med Z' i den givne situation. Den økonomiske komponent udskilles altså som: (Z ækvivalerer Z'). I resten af analysen kan man derfor tillade sig at arbejde med Z = Z', da deres forskellighed tilgodeses ved den økonomiske komponent. Ser man nu nøjere på handelssituationen, så er det først skitserede ikke tilstrækkeligt, da det lige så vel blot kunne beskrive en udveksling af gaver eller hilsener . . . eller en bytten-hatte i en garderobe. Man bemærker et implikationsforhold:

$$(X \text{ sælger } Z \text{ til } Y) \Longleftrightarrow (Y \text{ køber } Z \text{ af } X) \qquad (F.8.1)$$

hvor Z naturligvis er samme genstand i begge formler. Biimplikationen er materiel, og de komponenter, der udtrykker modsætningen mellem *sælger* og *køber* er tilsvarende solidariske. Solidaritet kan defineres som eksistentiel biimplikation i det *sproglige* univers. For nu at skelne handelssituationen fra en gavesituation kan man analysere den ved vektorer i F således:

$$((X \text{ tilbyder } Z \text{ til } Y) \wedge (Y \text{ accepterer } Z \text{ af } X))$$
$$\wedge ((Y \text{ tilbyder } Z' \text{ til } X) \wedge (X \text{ accepterer } Z' \text{ af } Y)) \qquad (F.8.2)$$

Strengt taget kan man ikke på disse formler se, hvem der køber og hvem der sælger. Vi regner med X som sælgeren, Y som køberen, og skal siden se at få dem éntydigt bestemt ved formlerne. Her er kun opført gensidigt tilbud og accept. Man kan ikke bestemme sælger som "tilbyder" modsat "acceptant". Ganske vist tilsløres det i et industrisamfund med papirspenge som vort at også køber gør tilbud. Men tænker man på konto- og kontrakthandel, ser man let at der lige så vel er gensidige tilbud her som i tuskhandelens lande. I en kontanthandel tilbyder man i en viss forstand sine rede penge og de skal accepteres, fx. som ægte og ikke falske. Betaler man med checks, skal disse jo også accepteres af sælger. (Sælger man derimod penge mod betaling med en veksel, betegner "accept" penge-*køberens,* eller trassatens løfte om at indfri vekslen til givet tid. Accepten kan her ses som en del af købers accept af sælgers tilbud, nemlig betingelsen underskrift. Begrebet accept er fastlagt i Veksellov 23/3-32, kap. 2).

Vi sletter nu skellet mellem Z og Z' i (F.9) under den forudsætning at skellet tilgodeses ved indførelse af en passende økonomisk komponent. Vi har altså Z i alle fire formler, og finder disse i Tavle I, så (F.8.2) omskrives til:

$$((17) \wedge (29)) \wedge ((26) \wedge (22)). \qquad (F.9)$$

eller

$$17 \wedge 29 \wedge 26 \wedge 22 \qquad (F.10)$$

For disse vektorer finder vi operator-relationerne:

$$Q(17, 29) = Q(22, 26) = \delta \qquad (F.11.1)$$
$$Q(17, 22) = Q(26, 29) = \alpha\gamma \qquad (F.11.2)$$
$$Q(17, 26) = Q(22, 29) = \alpha\delta\gamma \qquad (F.11.3)$$

Relationerne overskues i figur 5a.

Figur 5a viser at operatorerne (δ) og ($\alpha\gamma$) ved sammensætning udgør en gruppe isomorf med D_2, da man har $\delta^2 = (\alpha\gamma)^2 = (\delta\alpha\gamma)^2 = I$. Gruppen er en undergruppe i F-gruppen, som ses på figur 3. Det forhold, at den ene relation ($\alpha\gamma$) er sammensat af to operatorer, kan imidlertid også tydes derhen, at der foreligger en mere omfattende gruppe med 8 elementer, og man kan da opstille denne og undersøge hvorvidt de 4 tilkommende elementer kan tolkes meningsfuldt som komponenter i køber-sælger-udtrykket. Gruppen er isomorf med $D_2 \times C_2$ og defineret ved relationerne: $\alpha^2 = \gamma^2 = \delta^2 = (\alpha\gamma)^2 = (\alpha\delta)^2 = (\gamma\delta)^2 = I$. Den kan grafisk fremstilles som fig. 5b.

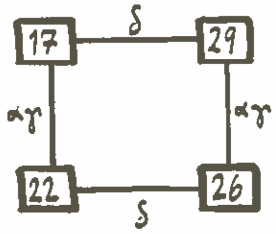


Fig. 5a.

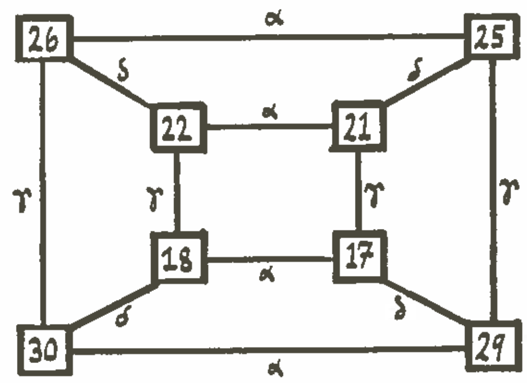
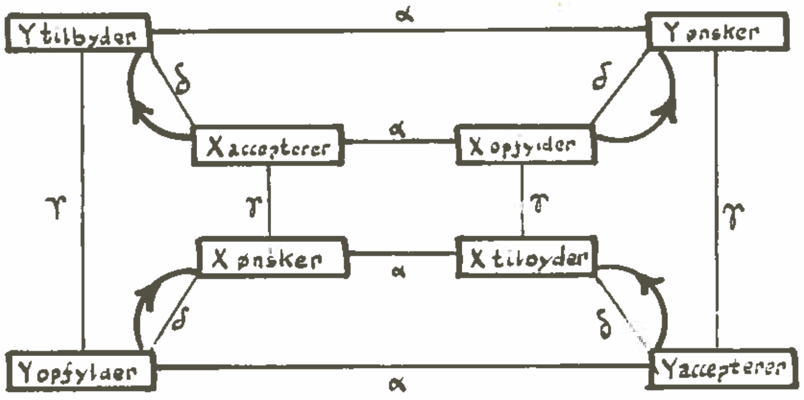


Fig. 5b. Gruppe G_5.

Man finder let de tilkomne elementer i tavle I eller på figur 3. På figur 3 findes endvidere implikationer mellem elementerne. I figur 6 er implikationerne indtegnet og vektorerne (elementerne) erstattet med deres respektive sproglige tolkninger.



Figur 6. Sproglig tolkning af G_5. Implikationer indsat: —>—

VI.3.2. "Proces"-Komponenten

Denne gruppe formenes altså at kunne delvis beskrive termerne "kober" og "sælger". De nytilkomne elementer synes ganske meningsfuldt at kunne indgå i denne beskrivelse, nemlig når køb-salg beskrives som en proces. Vi kan forestille os at en handel begynder med at (X tilbyder Z til Y). Næste trin er at (Y accepterer Z fra X). X vil så forlange en modydelse: (X onsker Z' af Y). Y vil derpå tilbyde en eller anden form for betaling af Z': (Y tilbyder Z" til X). Går handelen videre, vil vi få (X accepterer Z" fra Y), hvorefter (X opfylder Y's ønske om Z), dvs. X leverer varen, – og Y betaler: (Y opfylder X's ønske om Z").

Dette er en forenklet model af handel, – men netop så enkel, at dens momenter i mere eller mindre abstrakt og udziret form nok findes i al handel, netop i grundudtrykkene: køber-sælger. Flere af processens trin rummer sikkert en frem-og-tilbage-bevægelse, før man kan gå videre i handelen. Den begynder ikke altid med sælgers tilbud, men også tit med købers ønske: vi kan starte med enten udbud eller efterspørgsel. Til den sidste svarer (Y ønsker Z af X). Tager vi hensyn til, at ordenen af to nabotrin ikke er fast, kan man bruge følgende fire trin som en rimelig model:

	SÆLGER:	KØBER:
1. trin:	(X tilbyder Z),	(Y ønsker Z).
2. trin:	(X ønsker Z'),	(Y accepterer Z).
3. trin:	(X accepterer Z"),	(Y tilbyder Z")
4. trin:	(X opfylder Z),	(Y opfylder Z").

Den okonomiske komponent er
(Z) ækvivalerer (Z') ækvivalerer (Z").

Vi udelader nu denne komponent og sætter overalt Z=Z'=Z". At vi går fra et trin til det næste, vil vi udtrykke ved en operator (t), således at
(trin 1) t (trin 2) t (trin 3) t (trin 4).

Vi kan benytte t som en algebraisk generator af trin 1, 2, 3, 4:
$t(1) = 2;\ t(2) = 3;\ t(3) = 4$:

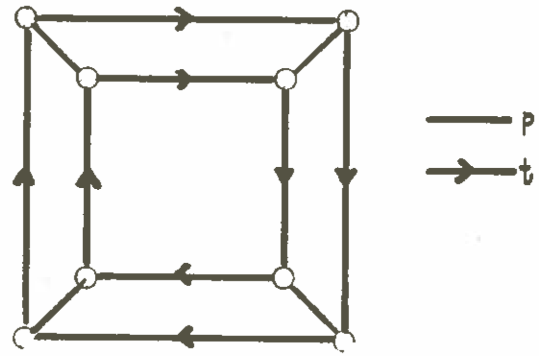
Eller: $t(1) = 2;\ t^2(1) = 3;\ t^3(1) = 4$.

At processen slutter med trin 4, kan vi formelt udtrykke ved at lade t føre trin 4 tilbage i trin 1. Dette skal naturligvis ikke tolkes på den praktiske model som at handelen begynder forfra. Vi noterer altså $t^4(1) = 1$.

For hvert trin har vi to udsagn. Disse udsagn på samme trin lader vi være forbundet af en operator (p). Da er processens struktur beskrivelig ved sammensætningerne af t og p, idet $t^4 = p^2 = I$. Ved sammensætning af t og p fremkommer tillige en ny egenskab: $(pt)^4 = I$. Der bliver da 8 elementer: I, t, t^2, t^3, p, pt, pt^2, pt^3. Disse udgør ved sammensætning en gruppe med de definerende relationer:

$$t^4 = p^2 = (pt)^4 = I. \qquad \text{(F.12)}$$

Dens grafiske fremstilling er figur 7:



Figur 7. Gruppe G_7

Gruppen er isomorf med den abstrakte gruppe $C_2 \times C_4$.

I den sproglige tolkning er gruppens elementer de 8 udsagn, hvormed vi lige beskrev handelsprocessen. Disse skal indsættes på forskellige pladser, alt efter om X eller Y er koberen. Tabel 4ab viser, hvilke vektorer der i hvert tilfælde skal tildeles gruppens elementer. Ved n betegnes vektorernes nummer i tavle 1, ved e angives det tilsvarende gruppe-element. Tillige anføres det til vektoren svarende sproglige udsagn.

X sælger			Y køber		
udsagn:	e:	n:	udsagn:	e:	n:
X tilbyder	I	17	Y ønsker	p	25
X ønsker	t	18	Y accepterer	pt	29
X accepterer	t^2	22	Y tilbyder	pt^2	26
X opfylder	t^3	21	Y opfylder	pt^3	30

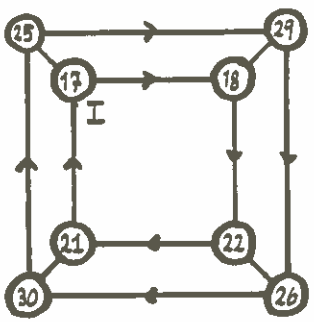
Tabel 4a.

X køber			Y sælger		
udsagn:	e:	n:	udsagn:	e:	n:
X ønsker	I	18	Y tilbyder	p	26
X accepterer	t	22	Y ønsker	pt	25
X tilbyder	t^2	17	Y accepterer	pt^2	29
X opfylder	t^3	21	Y opfylder	pt^3	30

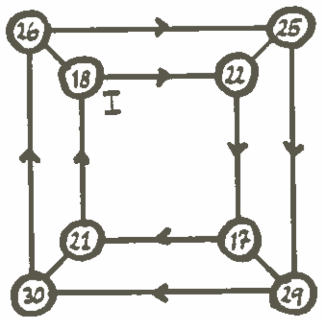
Tabel 4b.

Tabel 4a og 4b. Tilordning af udsagnsvektorer på gruppen i figur 7.

På figur 8 er vektornumrene indsat som elementer i gruppen G_7 figur 7 overensstemmende med tabel 4a. Figur 9 svarer analogt til tabel 4b.



Figur 8. Jævnfør tabel 4a. Gruppe G_8. X sælger/Y køber. —— p ——>—— t.



Figur 9. Jævnfør tabel 4b. Gruppe G_9. X køber/Y sælger. —— p ——>—— t.

Disse grupper, G_8 og G_9, udtrykker ikke strukturer mellem vektorerne indenfor feltet F, men den nye struktur hvori vi har ladet vektorerne (udsagnene) indgå ved at indsætte dem som led i handels-processens to mulige situationer.

Grupperne er naturligvis indbyrdes isomorfe, forskellen er kun hvilken vektor vi har afbildet på I, identiteten i gruppen. Derimod er grupperne ikke isomorfe med G_5, der er udtryk for vektorernes indbyrdes relationer i F.

VI. 3.3. Vektoren for "køber" og "sælger" danner en gruppe.

Problemet er nu: kan vi danne et fælles udtryk for de to strukturer vi har mellem de otte vektorer. I så fald kunne dette udtryk jo siges at beskrive semantikken i køber/sælger (stadig bortset fra den "økonomiske komponent" som vi eliminerede side 99). Vi bemærker at G_5 beskriver de interne relationer mellem vektorerne og G_8-G_9 det eksterne, i den forstand, at de lægger en *ordning* ind over vektorerne fire og fire. Vi kan derfor udtrykke hver af udsagnene (X køber), (X sælger), (Y køber) og (Y sælger) som en *ordnet* mængde med fire elementer, idet ordningen aflæses i figur 8 og 9:

X Køber:	(18, 22, 17, 21). = A.	(F.13.1)
X sælger:	(17, 18, 22, 21). = B.	(F.13.2)
Y køber:	(25, 29, 26, 30). = C.	(F.13.3)
Y sælger:	(26, 25, 29, 30). = D.	(F.13.4)

Disse nye vektorer udtrykker de fire udsagns semantik, fraset den økonomiske ækvivalens af vare og betalingsmidler. Vi vil undersøge indbyrdes forbindelser mellem dem. Ved hjælp af tavle I kan samtlige værdier udtrykkes ud fra værdien 17:

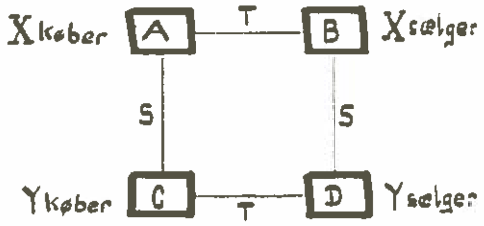
$$A = (\alpha\,(17),\ \alpha\gamma\,(17),\ (17),\ \gamma\,(17)). \quad (F.14.1)$$
$$B = (\ (17),\ \alpha\,(17),\ \alpha\gamma\,(17),\ \gamma\,(17)). \quad (F.14.2)$$
$$C = (\gamma\delta\,(17),\ \delta\,(17),\ \alpha\gamma\delta\,(17),\ \alpha\delta\,(17)). \quad (F.14.3)$$
$$D = (\alpha\gamma\delta(17),\ \gamma\delta\,(17),\ \delta\,(17),\ \alpha\delta\,(17)). \quad (F.14.4)$$

Hermed er vektorerne A, B, C, D bragt på en form, som gør det muligt at beskrive deres indbyrdes relationer. Som operatorer kan nemlig benyttes de ordnede sæt af operationer fra tavle I, som fører værdierne på tilsvarende pladser over i hinanden; for eksempel er første værdi i A α (17), som føres over i første værdi i B ved α, i C ved $\alpha\gamma\delta$ og i D ved $\gamma\delta$. Der bliver ialt to operatorer:

$$S = (\alpha\gamma\delta,\ \alpha\gamma\delta,\ \alpha\gamma\delta,\ \alpha\gamma\delta) \quad (F.15.1)$$
$$T = (\alpha,\ \gamma,\ \alpha\gamma,\ I) \quad (F.15.2)$$

Relationerne kan da beskrives ved den måde hvorpå disse operatorer fører udtrykkenes vektorer, A, B, C, D, over i hinanden (fig. 10).

Relationen mellem *køber* og *sælger* kan for samme person beskrives ved T, for to personer ved ST = TS.



Figur 10. Gruppe G_{10}.

VI. 3.4. Formel definition af begrebet "konverse ord"

Dette afslører en uklarhed ved betegnelsen *konverse ord*. Når man siger at køber og sælger er konverse menes der da brugen af dem om samme person i forskellige situationer (som køber i den ene, sælger i den anden) eller brugen af dem om de to personer i samme situation? Relationen mellem dem er i første tilfælde T, i det andet ST. Det må være rimeligst at antage, at man "nærmest" har tænkt på samme person i de to situationer. "Hvad er forskellen på at sige 'jeg sælger' og 'jeg køber'?". Formentlig har man også haft implikationsforholdet i tankerne: Når X siger 'jeg sælger' findes der en Y, således at Y kan sige 'jeg køber' om samme situation. Hvis dette er konvertibiliteten (hvad ordet tyder på), så er den klart udtrykt i figur 10, nemlig ved strukturen $S^2 = T^2 = (ST)^2 = I$ (F.15.3), altså en gruppe af strukturen D_2. At der foreligger denne struktur mellem termerne er åbenbart en *nødvendig* betingelse for konvertibilitet. Men næppe en tilstrækkelig, thi vi har jo set, at der består ganske særlige egenskaber ved S og T i forhold til de 'indre' relationer mellem A, B, C og D. Værdierne i operatoren T udgør selv en gruppe ved sammensætning: $\alpha^2 = \gamma^2 = (\alpha\gamma)^2 = I$, igen en D_2-gruppe. Hvorvidt disse forhold bør inddrages i en *tilstrækkelig* definition af konvertabilitet skal vi dog ikke undersøge her. Vi kan blot bemærke, at T ikke altid nødvendigvis består af værdier, der indbyrdes danner en gruppe. S er for alle konverse ordpar i F lig med $\alpha\delta\gamma$, mens T antager forskellige værdier. For (får, giver) er $T = \alpha\delta$, for (tager, mister) $T = \alpha\delta$, for (ønsker, opfylder) $T = \alpha\gamma$. Operatoren α er overalt nødvendig, da det er den, der vender forholdet mellem sag og person. De andre afhænger af de enkelte involverede ord.

Figur 10 dækker over en ganske kompliceret struktur, hvad vi lige vil pege på, inden vi forlader dette emne. S og T er relationer mellem A, B, C og D og disse er vektorer med hver fire værdier som atter er vektorer i F, hver med fem værdier. Vi har altså udtrykt for eksempel "X køber" som en vektor med 20 semantiske værdier hvis indbyrdes struktur er beskrevet i grupperne G_5 og G_9, hvoraf G_5 er en undergruppe i F. De formelle udtryk for X sælger, Y køber, Y sælger, er bygget analogt op, og de indbyrdes relationer mellem alle fire udtryk er beskrevet ved G_{10}.

Vi fandt at vi kunne opbygge en semantisk beskrivelse af det undersøgte ordpar ud fra betydningsfeltet F. Tillige fandt vi ved figur 10 en nødvendig betingelse for at to ord (udtryk) danner et konverst par: *To ord, W og M er kun konverse i* F *hvis W's semantiske vektor* $\Sigma(W|F)$ *kan afbildes bijektivt på M's semantiske vektor* $\Sigma(M|F)$ *ved en operator, T, for hvilken det gælder, at idet* $S = \alpha\gamma\delta$, *så er* $S^2 = T^2 = (ST)^2 = I$.

VI. 3.5. Biimplikationen mellem de konverse ord kan udledes af vor model

I begyndelsen af denne analyse skrev vi uden videre (F.8):

(X sælger Z til Y) $\Longleftrightarrow$ (Y køber Z af X)

for sådan bruger man jo ordene. Vi vil se om biimplikationen kan udledes af implikationerne i F, som opført i tabel 1 og figur 3. Logisk kan vektorerne for disse udsagn betragtes som konjunktionerne af de sproglige udsagn som vektorelementerne angiver.

Altså for *X sælger:* $(17 \wedge 18 \wedge 22 \wedge 21)$
$= (17 \wedge 18) \wedge (22 \wedge 21) = x \wedge y.$ (F.16.1)

Y køber: $(25 \wedge 29 \wedge 26 \wedge 30)$
$= (25 \wedge 26) \wedge (29 \wedge 30) = z \wedge w.$ (F.16.2)

x, y, z, w er blot forkortelser for $(17 \wedge 18)$ osv. Man får da:

$$[x \wedge y \wedge (y \Rightarrow z)] \Longleftrightarrow [x \wedge z] \quad \text{(F.17.1)}$$

og

$$[z \wedge w \wedge (w \Rightarrow x)] \Longleftrightarrow [z \wedge x] \quad \text{(F.17.2)}$$

Det kan bevises at implikationsforholdene mellem de to vektorers elementer medfører biimplikation mellem konjunktionen af den ene vektors elementer og konjunktionen af den anden. Den praktisk begrundede biimplikation kan altså udledes af vore formalismer, hvilket bestyrker formodningen om deres duelighed som modelbygning.

VI. 4.0. Analyse af udtrykkene omkring "at låne"

Her skal analyseres udtryk omkring *at låne*.

Når vi i samme situation kan sige at (X låner) og (Y låner) har den ene lånt af den anden, men hvem er hvem? Den, der låner, både får og har alligevel ikke; den, der låner, både giver og har dog alligevel. Den der både giver og har er naturligvis låneren, som er den der får og alligevel ikke har.

Kort og mindre paradoxalt: der er intet konverst verbum til *at låne*. Sproget bryder dog ikke sammen som ovenstående af den grund. Udtrykket (X låner Z), hvor Z er det udlånte, synes forbeholdt situationen, der også kan beskrives: (X låner Z *af* Y). Og om samme situation kan man sige (Y låner Z *til* X) eller (Y låner Z ud). Man ser at der for begge personers vedkommende findes både et 2-parts og et 3-parts udtryk: (X låner Z) og (Y låner Z ud) er 2-parts-udtryk; (X låner Z af Y) og (Y låner Z til X) er 3-parts-udtryk. Det er klart at der ikke til *låner* findes et konverst ord, men også at *låne af* og *låne til* må være konvertible udtryk, Ligeledes er *låner* konvertibelt til *udlåner*, men bruges ikke kun som konvers hertil. Vi vil undersøge 3-parts-udtrykkene *låner til, låner af.*

Man kan tage et lån i banken, hvis man da kan få et. Får man det ikke, kan man ikke sige at man har mistet det, men højest at man er gået glip af det. Og har man fået det kan man næppe heller miste det – sært nok. *Tage, miste,* som i F er konvertible, optræder ikke som konvertible i feltet omkring *at låne. Tage lån* og *få lån* beskriver samme situation, blot opfattet med henholdsvis debitor og kreditor som aktør; juridisk taler man om *låntager* og *långiver.* Låntageren optager eller modtager lånet, hvad der dog nærmere set er to forskellige forhold. At *optage* lån vil sige at man stifter lånet: indgår en forpligtelse til returnering; man kan optage lån *i* noget, som man stiller som sikkerhed eller pant. At *modtage* lånet vil derimod enten sige at man accepterer et tilbud om lån, eller at man modtager selve dét, man låner, fx. pengene. Det første udtrykkes éntydigt ved: at tage imod et lån. Man kan optage lån i sit hus, men modtage lån gør man bedst i sin tegnebog. Alt dette tyder på, at *tage, miste* ikke bør inddrages som komponenter i *låne*,. Disse to verber beskriver låne*situationen,* og står så at sige et pragmatisk trin højere. Man kunne højtideligt kalde dem metasproglige i forhold til *låne.*

VI. 4.1. Semantiske komponenter i "låne"

Når vi lader X være udlåneren finder vi derfor som komponenter i *låne:*

B: (X låner Z til Y): (X giver Z til Y) $\wedge$(X ønsker Z af Y).
C: (Y låner Z af X): (Y får Z af X) $\wedge$(Y tilbyder Z til X).

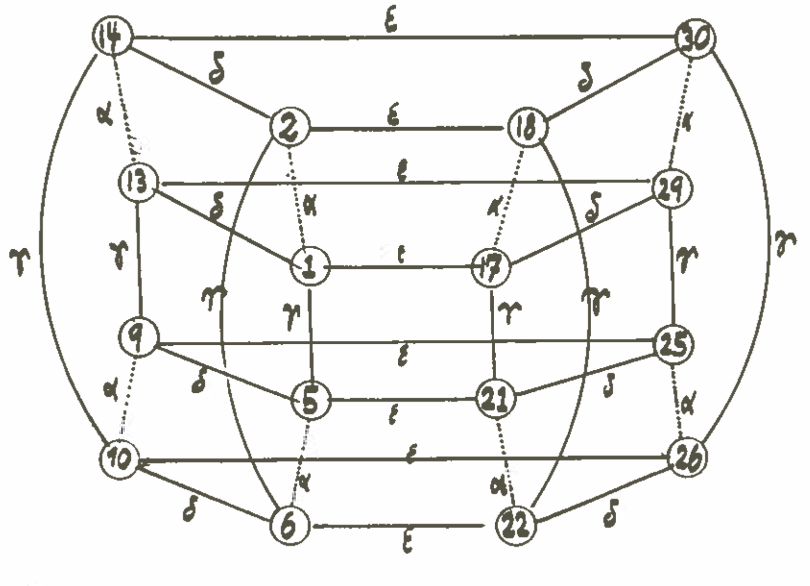
Hertil kommer en tidskomponent som vi ikke inddrager, da vi kun vil analysere den del af udtrykkene, som kan afbildes i F.

Vektorerne for B er 1 og 18; for C: 5 og 26. Tavle I giver:

$$\underbrace{(1)\,\alpha\epsilon\,(18)}_{B}\,\gamma\delta\,\underbrace{(26)\,\alpha\delta\epsilon\,(5)}_{C}\,\gamma\,(1) \qquad \text{(F.18)}$$

Der findes ikke symmetrisk anbragte relationer mellem elementerne, ses altså ingen gruppe. Vi splitter relationerne så der mellem hvert elementpar fremkommer kun én usammensat operator. Da fåes figur 11 hvorved en del nye vektorer i F inddrages som elementer.

Strukturen er én gruppe, men vore fire vektorer findes ikke alle i én undergruppe deri. Af de nye F-vektorer er 6,13,9 og 2 udtryk med *miste*



Figur 11.

og *tage*, som vi netop ikke vil benytte. 22 og 29 angår *accepterer* som heller ikke synes påkrævet. 14,17,10 og 25 giver de udsagn der fremgår af vore udgangspunkter B, C ved personombytning:

A: X låner Z af Y. (14, 17).
D: Y låner Z til X. (10, 25).

Tilbage er 30 og 21:

30: Y opfylder X's ønske om Z.
21: X opfylder Y's ønske om Z.

Disse vektorer kan vi bruge, da 30 ved sammenknytning med 10: (*Y giver Z til X*) kan svare til: *Y afleverer Z igen til X,* hvilket er den processuelle modsætning til udsagn B. Analogt kobler vi 21 med 1. Vi bruger betegnelserne:

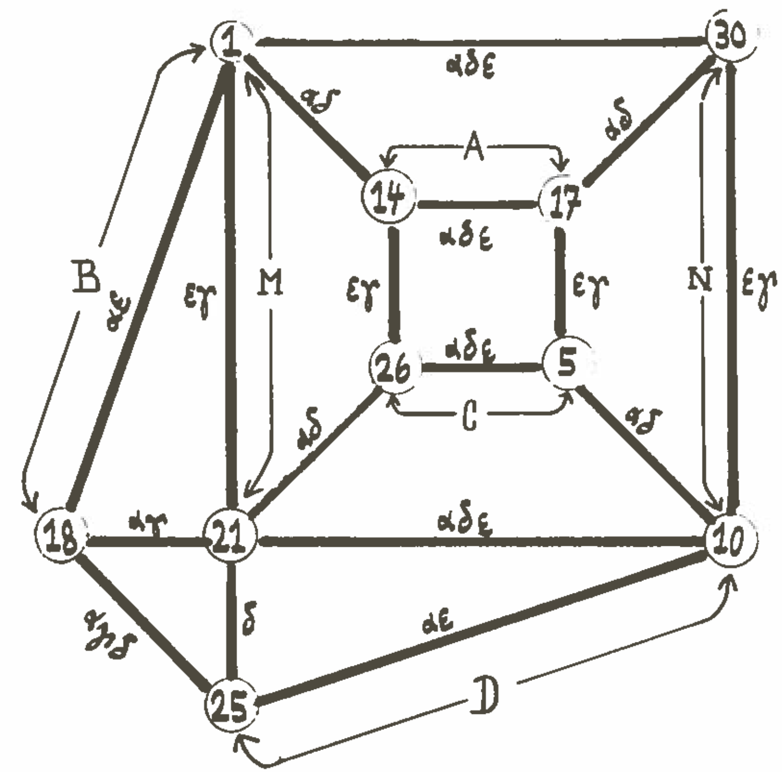
M: X afleverer Z igen til Y.
N: Y afleverer Z igen til X.

Vi bruger nu bogstaverne A, B, C, D, M, N til at betegne de ordnede par af F-vektorer, som vi har knyttet til udsagnene: hvert par er nu en ny vektor:

A: (14,17). *B:* (1,18). *C:* (5,26).
D: (10,25). *M:* (1,21). *N:* (10,30) (F.19)

Elementerne i A og C kan sammensættes til en gruppe isomorf med D_2.
Elementerne i B og D kan sammensættes til en gruppe isomorf med D_2.
Elementerne i M og N kan sammensættes til en gruppe isomorf med D_2.

Elementerne i A, C, M og N kan sammensættes til en gruppe, som er isomorf med $D_2 \times C_2$. Denne gruppe har to elementer fælles med B-D-gruppen, som man kan se det på figur 12.



Figur 12. Viser operatorstrukturen mellem komponenterne i:
A: X låner Z af Y.
B: X låner Z til Y.
C: Y låner Z af X.
D: Y låner Z til X.
M: X afleverer Z igen til Y.
N: Y afleverer Z igen til X.

VI. 4.2. Feltet omkring "at låne" kan beskrives ved 8 vektorer med én operatorgruppe

Vi skal se på de indbyrdes relationer mellem de seks vektorer (F.19). Teoretisk kan der være 15 forskellige relationer mellem dem. (De kan kombineres i 36 par, men heraf består de 6 af samme to elementer og skal ikke medregnes. Af de resterende 30 må halvdelen være identiske med den anden halvdel, da relationerne alle er binære. Der kan altså højest være 15). Disse 15 relationer viser sig ved eftersyn at kunne indskrænkes til tre plus sammensætninger af disse:

$S = (\alpha\delta\gamma, \alpha\delta\gamma)$ (F.20.1)
$T = (\alpha\delta, \alpha)$ (F.20.2)
$U = (\alpha\delta\gamma, \delta)$ (F.20.3)

Relationerne danner nemlig indbyrdes en gruppe isomorf med $D_2 \times C_2$ defineret ved $S^2 = T^2 = U^2 = I$, $ST = TS$, $SU = US$, $TU = UT$. (F.20.4)

De otte elementer er: I, S, T, TS, U, TU, SU, TSU. (Se G_{13}, figur 13a og 13b).

Da operationerne mellem de semantiske vektorer A, B, C, D, M og N altså udgør denne gruppe, kan vi beskrive sammenhængene mellem de semantiske vektorer ved gruppen, idet vi vælger en af vektorerne som identitet ("nulelement", "neutralelement"). Vi vælger hertil vektor A: *"X låner Z af Y"*. Da fåes de øvrige vektorer som B=T(A), C=S(A), D=TS(A), N=TU(A), M=TSU(A). Tilbage er da U(A) og SU(A) hvortil vi ikke har nogle tilsvarende vektorer. Men man kan regne ud, hvad der svarer dertil:

$$U(A) = ((\alpha\delta\gamma, \delta) \circ (A)) = (\alpha\delta\gamma(14), \delta(17)) = (\gamma(1), \delta\epsilon(1)) = (5, 29) \quad \text{(F.20.5)}$$

$$SU(A) = U(C) = (\alpha\gamma\delta(5), \delta(26)) = (14, 22) \quad \text{(F.20.6)}$$

I tavle I findes de sproglige tolkninger hertil.

L = (5, 29): (Y får Z af X), (Y accepterer X's tilbud om Z).
K = (14, 22): (X får Z af Y), (X accepterer Y's tilbud om Z).

Her kommer de udtryk med *accepterer* atter ind, som vi før ikke mente at have brug for. Deres placering i sammenhængen viser imidlertid hvad det er for komponenter. Vi kalder dem L og K, som noteret ovenfor. Ser vi på de to udsagn i L og på at de i *figur 13* har samme forhold til "Y afleverer", som der er fra "X låner af" til "X låner til", *samt* at de selv har samme forhold til "X låner *af*", som "Y afleverer" har til "X låner *til*", *så* må man heraf slutte, at L er den processuelt modstående term til "Y afleverer", nemlig *Y modtager* (igen, fra udlån). Tilsvarende er *K = X modtager.*

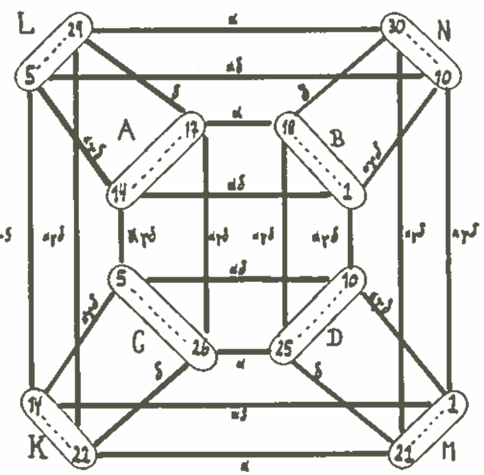
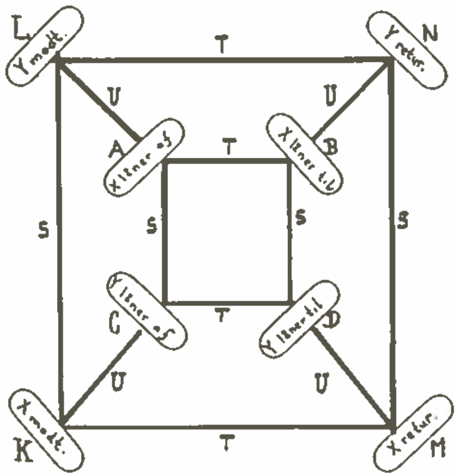


Fig. 13 a. Se teksten til fig. 13 b.



Figur 13 b. Medens 13 a viser samtlige operatorer mellem alle komponenter i de otte udtryk i feltet omkring "at låne" er operatorerne nu trukket parvis sammen i de nye operatorer S, T og U, der med deres sammensætninger udgør en gruppe isomorf med $D_2 \times C_2$. Den semantiske tolkning af elementerne er angivet let forkortet: modt=modtager igen; retur= afleverer igen. Operatorerne S, T og U er defineret i formel F.20.

VI. 4.3. Konvertabilitet i feltet omkring "at låne" kan udledes formelt

Vi har nu fuldstændigt beskrevet relationerne mellem *låner af* og *låner til* samt i tilgift disses processuelle modsætninger *afleverer igen* og *modtager (fra lån)*.

Det bemærkes at relationerne for *låner af, låner til* netop opfylder de i afsnit VI. 3 opstillede betingelser til konvertabilitet (side 103). Vi fandt jo *at* A's vektor kunne afbildes bijektivt på B's vektor ved $T = (\alpha\delta, \alpha)$, *og* at der gjaldt $S^2 = T^2 = (ST)^2 = I$ (som er en undergruppe i G_{13}, se figur 13b) *og* at dette S netop er $\alpha\delta\gamma$, altså den i betingelsen forlangte værdi.

At man ad så store omveje kommer til samme struktur mellem formodet konverse udtryk, som den vi før tentativt opstillede som nodvendig betingelse, kunne tyde på at dette simpelthen er betingel*sen* for konvertabilitet, altså dens formelle definition.

Endelig bemærkes, at også (afleverer igen) og (modtager fra lån) er konverse ord under samme betingelse. Dette ordpar ses endvidere at være knyttet til (låner af/låner til) på meningsfuld måde (se figuren!) ved relationen $U = (\alpha\delta\gamma, \delta)$. At de tre relationer S, T og U netop er tilstrækkelige til at beskrive samtlige sammenhænge mellem de otte udsagn kan tolkes som et vidnesbyrd om deres nære semantiske forbindelse. Indenfor sammenhængen (helheden forudsat) kan man sige, at T udtrykker konvertabiliteten, S personbytning og U processuel modsætning. Her er altså tre semantiske dimensioner i kombination, nøje svarende til figuren der iovrigt kan fremstilles i rumlig perspektivtegning som på figur 14. Stillet over for denne enkelthed minder vi atter om at der i hver af termerne A, B, . . . , M, N er indbygget 10 semantiske variabler, altså 10 dimensioner. Det vil sige at det sprogligt beskedne lille felt, som beskrives i figurerne 13 og 14 i det mindste er 30-dimensionalt. Vor metode er trods alt ret økonomisk, takket være de fra algebraen lånte begreber.

VII. Formaldefinition af nogle semantiske begreber i konsekvens af de opstillede formalismer

Ud fra de benyttede formalismer kan en række semantiske begreber defineres formelt. Vi tager ikke stilling til deres praktiske brugbarhed i sproganalysen, og heller ikke til deres mulige lighed med allerede foreliggende begreber.

VII. 1. Vektormængden og operatorgruppen

Vi har arbejdet med tre begreber: *betydningsfeltet* **F**; *vektormængden* der beskriver feltets udtryk komponentielt og som derfor også er blevet kaldt **F**; samt *operatorgruppen*, der beskriver relationerne mellem vektorerne og dermed strukturen i feltet. I det følgende må vi skelne klart mellem disse tre begreber. Ved **F** forstår vi nu kun vektormængden:

$$F = \{1, 2, \ldots, 32\} \quad (F.33)$$

hvor tallenes mening fremgår af tavle I. Operatorgruppen, der hidtil er omtalt som F-gruppen, kalder nu nu G_F. Betydningsfeltet omtales fremover som "feltet".

VII.2. Et betydningsfelts dimension

Ethvert udtryk i feltet har semantisk opposition til hvert af de andre. Ved analysens begyndelse bestod der således 496 parvise semantiske oppositioner (nemlig $(32^2-32): 2$). Efter analysen ses udtrykkenes vektorer at være sammenknyttede ved blot 80 enkeltrelationer, idet α, β, γ, δ, ϵ, hver optræder 16 gange (figur 3). Hver vektor skal ved hver enkeltoperator forbindes med netop én anden vektor; for hver enkeltoperator skal der derfor dannes 32:2 = 16 par som sammenknyttes ved den, altså bliver der $5 \cdot 16 = 80$ forbindelser. Alle relationer i feltet kan beskrives ved sammensætninger af ialt fem enkeltoppositioner. Man kan derfor sige at feltet har fem dimensioner, ligesom vektorerne har fem elementer og dermed dimensionen 5. Vi kalder hver enkeltoperator (som α eller β, idet $\alpha\beta$ er en sammensat) én dimension i F. Tilsvarende siger vi at F er femdimensional og at feltets struktur er femdimensional (figur 3 er en 2-dimensionalt graf af denne struktur). Vi kan da fastslå følgende almene forhold.

Komponentanalysen af et felt består i at finde et sæt af oppositioner, hvoraf alle feltets relationer kan sammensættes. Lad dette sæt bestå af ialt Δ enkeltoppositioner. Feltet kan da struktureres ved 2^Δ vektorer, som hver har dimensionen Δ. Til vektormængden F svarer en gruppe G_F med 2^Δ elementer. Denne gruppe er isomorf med den abstrakte gruppe C_2^Δ. (Vi minder om, at $D_2 \cong C_2 \times C_2$). Vi siger da at feltet er Δ-dimensionalt.

I vort felt havde vi $32 = 2^5$ vektorer. Feltet er femdimensionalt. Til hver dimension svarer én enkeltopposition; disse oppositioner er:

1. *Enten* går Z til P_1 *eller* til P_2. (m) eller (f).
2. *Enten* handles der *eller* der handles ikke. (negationen).
3. *Enten* udtrykkes synspunkt *eller* motiv. ($C_1 = 0$) eller ($V = 0$).
4. *Enten* $P_1 = x$ *eller* $P_1 = y$. (For C_1 eller V).
5. *Enten* $P_2 = x$ *eller* $P_2 = y$. (For C_2).

Forholdet dimensioner-oppositioner kan tillige belyses af figur 14a og b.

VII.3. Et udtryks semantiske position i et felt

For et givet udtryk i feltet er det rimeligt især at bemærke de fem andre udtryk, hvortil det har enkeltoppositioner. Når operatorgruppens elementer skal virke på F, er det et vilkårligt valg, hvilken vektor der tilknyttes

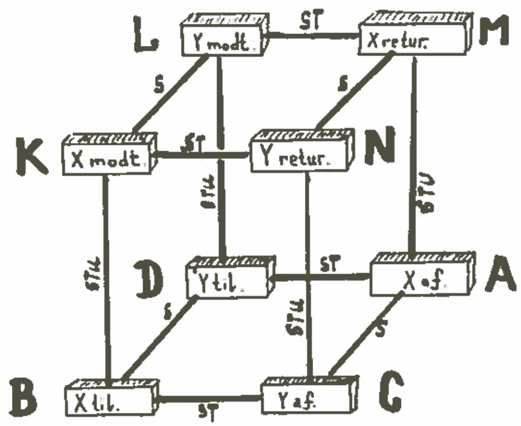


Fig. 14 a. Rumlig fremstilling af gruppen figur 13 b. Relationerne er omlagt, således at de axiologiske modsætninger fremhæves. Se videre i figur 14 b.

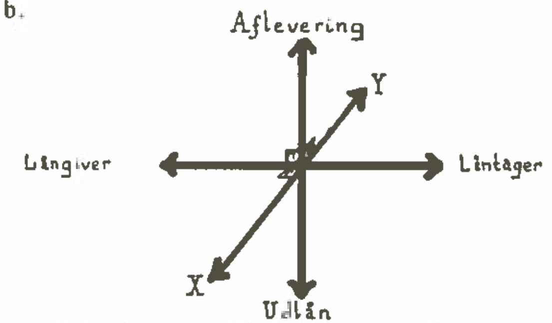


Fig. 14 b. Axiologisk fremstilling af modsætningssystemet i den semantiske gruppe figur 13 b og 14 a. Hver af "axerne" kan identificeres med én af de opstillede operatorer: Personfordelingen med S, modsætningen (långiver) : (låntager) med ST, modsætningen (udlån) : (aflevering) med STU.

neutralelementet I i G_F. Sætter man et givet udtryks vektor som I, vil udtrykkene, der står i enkeltoppostion dertil, svare til gruppelementerne α, β, γ, δ, ϵ. Man kan også sige at vi bestemmer den forstnævnte vektors beliggenhed ved disse andre vektorers relative beliggenhed. Ved *positionen* P(n) for en vektor n vil vi derfor forstå:

$$P(n) = (\alpha(n), \beta(n), \gamma(n), \delta(n), \epsilon(n)). \quad (F.34)$$

under forudsætning af at I er fastlagt (som i tavle I).

Eksempler

$P(1) = (2, 3, 5, 13, 17)$. $P(5) = (6, 7, 1, 9, 21)$.
$P(23) = (24, 21, 19, 27, 7)$.

P(n) repræsenterer altså netop hver dimension med én værdi.

Bemærk at $\gamma\epsilon\beta(1) = (23)$ og $\gamma\epsilon\beta(P(1)) = P(23)$. Alment: *Når*

$P(n) = (f_1 \ldots f_\Delta), f_i \epsilon F;$

$P(n') = (f'_1 \ldots f'_\Delta),\ f'_i \epsilon F$

så findes der et $g \epsilon G_F$, således at

$$P(gn) = (gf_1 \ldots gf_\Delta) = P(n'). \tag{F.35}$$

Man kommer altså fra et givet udtryks position i feltet til et andet udtryks position ved en *lineær transformation.* Det kan formodes, at et studium af sådanne transformationer i forskellige felter vil kunne afdække en række semantiske lovmæssigheder.

VIII.4. Semantiske ækvivalensrelationer og undergrupper

For hver operator $g \epsilon G_F$ kan dannes mængden af de vektorpar, hvis komponenter føres over i hinanden ved g:

$$f_g = \left\{ (n_x, n_y) \epsilon F \times F \mid (n_x) g (n_y) \right\} \tag{F.36}$$

På grund af forbindelsen mellem F og G_F har ligningen $f_g(n) = x$ altid en løsning i F, og f_g er en funktion i F, som fastlægges ved g. Den f_g, som fås for et givet g ved (F.36), kalder vi g-funktionen i F (altså for eksempel α-funktionen i F). Sprogligt set er g-funktionen mængden af de udtrykspar, som har den til g svarende enkeltopposition.

Hvis X er mængden af n_x-er og Y mængden af n_y-er i f_g, så vil foreningsmængden X ∪ Y være lig med F. Dvs. at g foranlediger en *klasseinddeling* i F. Vi kan derfor sige, at alle elementer i X er g-ækvivalente, og at alle elementer i Y er g-ækvivalente; vi kalder de første for X_g, de andre for Y_g og har altså at:

$$\forall a, b \epsilon X_g : a \overset{g}{\sim} b; \forall a, b \epsilon Y_g : a \overset{g}{\sim} b. \tag{F.37}$$

Sprogligt kan elementerne i X_g karakteriseres ved at de tilsvarende udtryk er dem, der *ikke* har oppositionen g. (Analogt for Y_g). Men hermed er *semantisk ækvivalens* defineret: To udtryk i et felt er g-ækvivalente, når og kun når deres vektorer begge tilhører X_g, eller begge tilhører Y_g.

Lad nu p være antallet af enkeltoperatorer i g. (Således at p for $\alpha\gamma\epsilon$ er 3). For vort felt vil da gælde, at når p = 1 vil vektorerne i X_g og Y_g hver for sig være strukturerede ved 1 undergruppe i G_F isomorf med $D_2 \times D_2 \cong C_2^4$. Når p = 2, i 2 undergrupper isomorfe med $D_2 \times C_2 \cong C_2^3$. Når p = 3, i

4 undergrupper isomorfe med $D_2 \cong C_2^2$. Når p = 4, i 8 undergrupper isomorfe med C_2. Heraf indses strukturen mellem de ækvivalente udtryk. Alment kan det siges, at der til ækvivalensklassen X_g, hvor g består af p enkeltoperatorer, svarer 2^{p-1} undergrupper i F, som hver er isomorfe med den abstrakte gruppe $C_2^{\Delta-p}$.

Disse sammenhænge må nok kunne udnyttes, når man forsøger at analysere, dvs. finde strukturen i, et givet betydningsfelt.

Forudsat at analysen går ud på at finde fundamentale binære relationer, altså enkeltoppositioner, hvoraf hele strukturen opbygges, vil de almene regler i dette kapitel være gyldige.

VIII. Afsluttende bemærkninger om brugen af gruppealgebra ved lingvistisk og ved æstetisk beskrivelse

Henri Poincaré sagde "Alt er grupper". Det passer jo ikke, men meningen må have været, at mange og forbavsende forskellige fænomener kan beskrives ved grupper.

Symmetribegreber har været brugt i kunstbeskrivelse fra antikkens dage (Polykleitos, Platon, Vitruv). Systematisk blev symmetribegrebet i løbet af renaissancen (Leonardo, Dürer).

Grupper kan beskrive symmetrier, og har selv symmetriske egenskaber. Men en symmetribeskrivelse ved hjælp af grupper adskiller sig fra klassisk symmetribeskrivelse – der som regel er en proportionslære – ved at være 'dynamisk': den beskriver *strukturel* symmetri, -symmetri mellem relationer i et system. Jeg anser ikke strukturel symmetri for en af de såkaldte 'æstetiske effekter' (som jeg iøvrigt gerne overlader til pyroteknikere og psykolingvister), ej heller for et 'stiltræk', men for en fundamental egenskab ved sproglige strukturer. Denne egenskab bliver særlig let at iagttage ved sprogkunstværker, fordi disse er strengere og enklere opbyggede end hverdagens talesprog.

Eksistensen af sådanne fundamentale sprog-egenskaber, som lader sig beskrive ved gruppealgebraiske modeller er der i grunden ikke noget mystisk ved. Den hænger nok sammen med en række psykologiske og neurologiske forhold; næppe dog kausalt, men i en gensidigt betingethed med disse. De resterende bemærkninger skal antyde disse sammenhænge.

Gruppeteorien er udviklet fra ca. 1830. Næsten samtidig og formentlig uafhængigt af den, udviklede *H.C.Ørsted* en elegant og åndfuld teori om forbindelsen mellem kunstværkers fysiske egenskaber og deres psykiske fremtrædelsesform. I Ørsteds teori spiller symmetribegreber en fremtrædende rolle *(Ørsted 1851)*.

Gruppeteorien dannedes for at skabe forbindelser mellem en række matematiske discipliner, men i vort århundrede har den vist sig nyttig til modelbygning i mange forskellige fag, fx. atomfysik, kosmologi, biologi. Allerede dette tyder på teoriens "evne" til at strukturere komplicerede data-masser.

Til musik-beskrivelse brugtes teorien vist først af Andreas Speiser i 1930'erne (se *Weyl 1962*). I 50'erne søgte Walter O'Connell med held at beskrive tonale systemer og elementære dele af det dodekafone system v.hj.af grupper. *(O'Connell 1962).* Ideen viste sig siden at kunne udvikles til en udtømmende beskrivelse af tolvtonemusikkens grundstruktur (*Brask 1968).*

Anvendelsernes mangfoldighed bør nok opfattes som et vidnesbyrd om, at dét, der beskrives ved grupperne, er selve vor egen måde at gestalte fænomenerne eller data-massen på. (Denne tanke er analog med en betragtning af Bohr om kausaliteten, *Bohr, 1957*). Herpå kunne også dét tyde, at Jean Piaget i sin teori om barnets psykiske udviklingstrin har karakteriseret trinnene ved de grupper, som barnet kan tumle. Dermed menes naturligvis ikke, at barnet beskæftiger sig med algebra, men at barnets erkendelsesakter har en struktur, der lader sig beskrive ved grupperne. Det er værd at minde om, at Piagets teori er en *erkendelses-teori;* det er hans udtrykkelige mål at beskrive de kognitive processers phyllogenetiske beskaffenhed for at belyse de ontogenetiske betingelser for erkendelse. (Hans betydning for eksperimentalpsykologien får underti-den hans talsmænd til at undervurdere denne side af hans værk). – (*Piaget 1954.* Resumé i: *Tanner & Inhelder 1969*). – Når den kognitive udvikling kan karakteriseres ved grupper, er det naturligt at lave direkte forsøg med erkendelsen af strukturer, der er isomorfe med grupper. Sådanne forsøg er blevet heldigt gennemført (*Dienes & Jeeves 1965*). Endelig måtte man også formode, at hvis gruppebegreberne virkelig kan være frugtbare ved beskrivelsen af kognitive processer, så måtte de også være det for neurologien. Dette synes faktisk også at være tilfældet. *(Pitts & McCulloch 1947; Rosenblatt 1960; Wiener 1961; Arbib 1964)*.

Det er måske ikke overflødigt i denne forbindelse at minde om, at modsætningsparret (ontogenetisk, phyllogenetisk) ikke kan identificeres med parret (genetisk-givent, kulturelt-udviklet). Såvel onto- som phyllo-genesen er historiske fænomener, og da historien her drejer sig om mennesket: kulturfænomener. Beskrivelsen af sprogets ontogenese er en kulturhistorie – og dermed også en "politisk".

Sprogets nære tilknytning til de kognitive processer gør det sandsynligt at man også med fordel vil kunne betjene sig af gruppealgebra ved beskrivelse af sprogstrukturer, især (eller kun?) dem der har med "meningen" at gøre. Det er ikke sikkert at de sider af gruppeteorien som netop nu er kraftigst udviklet, er netop dem, der er mest nyttige ved lingvistisk og æstetisk beskrivelse. (En særlig udvidelse af gruppeteorien er 'kategori-teori' (*Eilenberg & MacLane 1945*), som iflg. C.F.Hockett muligvis vil være specielt nyttig for lingvistikken (*Hockett 1966*)). Det forekommer mig, at gruppeteoriens allerenkleste dele – som er benyttet i denne artikel – viser sig så brugbare, at der er grund til at se, hvor langt man kan komme ad denne vej. Indtil videre er der nok at gøre med de primitiveste dele af den foreliggende gruppealgebra.

Tillæg

Definition af algebraisk gruppe

En gruppe er en *mængde*, som er *organiseret* således at organiserings-principperne opfylder bestemte betingelser. Det er en forudsætning at mængden virkelig er *en mængde*, dvs. at det altid er afgørligt, hvorvidt en given størrelse tilhører mængden eller ej. Mængden kan angives enten ved en definition (en adgangsbetingelse) eller ved opremsning af dens elemen-ter. Vi forudsætter at der foreligger en sådan velafgrænset mængde (men den behøver ikke have et endeligt antal elementer).

En *gruppe* (G,∘) er en mængde, G, organiseret ved en operation (∘) der sammenknytter mængdens elementer parvis, under opfyldelse af tre betingelser:

1. For alle x, y, z tilhørende G skal gælde:
   $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$.
   Det vil sige at operationen skal være *associativ.*
2. Der skal findes et element I tilhørende G, således at for ethvert element x tilhørende G, gælder:
   $x \circ I = I \circ x = x$.

   Det særlige element I kaldes nulelement, eller neutralelement eller *identiteten.*
3. For ethvert element x tilhørende G skal der findes et element y tilhørende G, således at:
   $x \circ y = y \circ x = I$.

   Man kalder y det *inverse* element til x.

Til disse tre krav, der altså definerer en gruppe, kan føjes et fjerde, som afgrænser en særlig klasse af grupper, nemlig de *abelske* eller kommutative grupper:

4. $x \circ y = y \circ x$ for alle x, y tilhørende G.

Alle grupperne i denne artikel undtagen G_7, G_8 og G_9 er abelske.

Notationer

Vi noterer normalt ikke operationen da vi overalt kun arbejder med én operation, nemlig "sammensætning". (NB: sammensætning af operatorer i F, som selv er operationer). Når vi skriver $\alpha\gamma\beta$ betyder dette altså $(\alpha)\circ(\gamma)\circ(\beta)$, idet *gruppeoperationen* $\circ$ blot betegner at vi indenfor F udfører de tre operationer α, β og γ i vilkårlig orden (ordenen er ligegyldig da F-gruppen og dens undergrupper er abelsk).

Fremstilling af elementær gruppeteori findes i enhver matematikbog for gymnasiet. Iøvrigt henvises her blot til to alment indførende bøger om grupper:

J.A.Green: Sets and Groups. London 1965. Routledge and Kegan Paul. 84 sider. 5 shillings.

I.Grossman & W.Magnus: Groups and their Graphs. New York 1964. Random House. 195 sider. 1.95 dollars.

Litteraturhenvisninger

1851 Ørsted, Hans Christian: Bidrag til det Skjønnes Naturlære.
i: Samlede og efterladte Skrifter, III, 67–218. København.
1945 Eilenberg, S. & MacLane, S.: A general theory of natural equivalences.
i: Transactions of the American Mathematical Society, vol. 58, 231–294.
1947 Pitts & McCulloch: How we know Universals.
i: Bulletin of Math. Biophys. 9: 124–147.
1954 Piaget, Jean: The Construction of Reality in the Child. New York. 7. oplag. (Især kap. II).
1957 Bohr, Niels: Atomfysik og menneskelig Erkendelse. København.
1957 Coxeter & Moser: Generators and Relations for Discrete Groups. Berlin-Göttingen.
1960 Rosenblatt, F.: Perceptual Generalization over Transformation Groups.
i: Yovits & Cameron (ed.): Self-Organizing Systems. London.
1961 Wiener, Norbert: Cybernetics. 2. ed. Mass. (Kapitel 6).
1962 O'Connell, Walter: Der Ton-Raum.
i: Die Reihe, nr. VIII. Wien.
Weyl, Hermann: Symmetry. Princeton. (=1966⁵).
1964 Arbib, M.A.: Brains, Machines and Mathematics. New York.
Sapir, Edward & Swadesh, Morris: American Indian Grammatical Categories. (Efterladt artikel af Sapir, afsluttet af MS).
i: Dell Hymes (ed.): Language in Culture and Society. Side 101–111. New York, London, Tokyo.
1965 Dienes, Z.P. & Jeeves, M.A.: Thinking in Structures. Psychological Monographs on Cognitive Processes, I. London.
1966 Hockett, Charles F.: Language, Mathematics and Linguistics.
i: Thomas A. Sebeok (ed.): Current Trends in Linguistics, Volume III: Theoretical Foundations. The Haugue. 155–304.
1968 Brask, Peter: Tolvtone-musikkens grundstruktur. Utrykt, men kommer som: Festskrift udgivet af Københavns Universitet i anledning af Hendes Majestæt Dronningens fødselsdag d. 16. april 1973.
Lyons, John: Introduction to Theoretical Linguistics. Cambridge.

1969 Tanner, J. M. & Inhelder, Bärbel (ed.): Discussions on Child Development. London. Volume I. (Optryk fra 1956. Diskussion nr. 3. Side 75–107).
1970 Hansen, Erik: Sætningsskema og verbalskemaer.
i: H.A.Kofoed (ed.): Grammatik, Pragmatik & Tekstbeskrivelse. Rapport fra den I. studiekonference i nydansk grammatik og sprogbeskrivelse.
= *Nydanske Studier*, hefte 2. København.
ODS: Ordbog over det danske Sprog. København. 1919–1956.

Januar 1971

Peter Brask.
RUC.
Postbox 260.
4000, Roskilde.