

H. Westergaards Mortalitäts-Statistik.

Die Lehre von der Mortalität und Morbilität. Anthropologisch-statistische Untersuchungen. Von Harald Westergaard. (Von der Universität in Kopenhagen preisgekrönte Schrift). Erste Abtheilung. Jena, Verlag von Gustav Fischer. 1881. (352 S.).

Anm. af Dr. **T. N. Thiele**, Prof. astr.

Hr. Westergaard tager Ordet for en Reaktion i Statistiken. «Den tørre Statistik», siger han, «har været udsat for at bruges af populære Forfattere i tendentiøse Øjemed, især da den endnu var saa ung og bøjelig, at den med Lethed kunde blive taget til Indtægt for alle mulige Meninger. Det gjælder om at gjøre Statistiken til en nøgtern Videnskab, som hellere vil sige for lidt end for meget, og det er paa Tide overalt at træde i Skranken mod overilede og tendentiøse Slutninger. Bliver da Resultatet end negativt, saa faar man trøste sig med, at der er banet Vej for Sandheden».

Den overdrevne Frihed, som Statistiken har taget sig, skal begrænses med strænge Love, og da denne Videnskabs hele Indhold er Tal, saa er det Mathematiken, der skal afgive Lovene.

Hr. Westergaard lader sig dog ikke forlede af denne Sandheds Erkjendelse til at skrive rent matematisk om Statistik, han fylder ikke sin Bog altfor meget med Formler

og matematiske Beviser. Efter Indledningen, hvor det matematiske Grundlag træder mere frem for Dagens Lys, viser Mathematiken sig ikke mere med sine for de fleste Læsere saa ubehagelige Attributer. Den har været Forfatterens Kompas og Prøvesten, men den spores ikke længere i Bogens ydre Form.

I Indledningen omtales foruden Grundprinciper for al Statistik tillige den matematiske Sammenhæng mellem visse Begreber, som særlig angaa Dødeligheds- og Sygelighedsstatistiken, forsaavidt Alderen tages til Inddelingsgrund. Mellem Sandsynligheden for at dø i et givet Øjeblik eller Dødelighedsstyrken, Sandsynligheden for at dø i et givet endeligt Tidsrum, Middellevetiden og den sandsynlige Levetid, samt Dødelighedstabellen bestaar der vigtige matematiske Afhængigheder, som maatte omtales og skarpt defineres ved Formler, der ere nødvendige ogsaa for rigtig kritisk at undersøge de forskjellige Metoder til af Tællinger af Fødsler, Dødsfald og Folketal at slutte sig til Alderens Indflydelse paa Livet. Om dette Afsnit skal jeg her kun bemærke, at Forfatterens Behandling maa anses for god, om den end ikke kan kaldes for original i det Væsentlige. Dette Væsentlige er, at Dødelighedsstyrken og dermed Infinitesimalmetoden sættes i Spidsen fremfor de øvrige nævnte Begreber. Men denne Forbedring er allerede ved Woolhouses Arbejder blevet tilgængelig for Alle, og Westergaard har kun kunnet indlægge sig den Fortjeneste at have bidraget til Reformens yderligere Udbredelse. Det vilde vistnok have været heldigt, om denne Sags Historie var blevet kort omtalt i Bogen, da den jo dog fremtræder som en Lærebog i Dødelighedsstatistiken.

Det forekommer iøvrigt Anmelderen, at dette Afsnit

ikke er sat paa sin rette Plads ved at optages i Indledningen. Det angaar jo kun en enkelt om end den vigtigste af alle de Inddelingsgrunde, som bringes i Anvendelse overfor Dødelighedsstatistiken. Ved at henføre dette Afsnit til Kapitel om Alder, Kjøen og Civilstand, vilde Indledningen ikke blot være blevet befriet for en Del Integraltegn m. m., men det vilde være undgaaet, at den overordentlig vigtige Behandling af Loven om de store Tal, er bleven splittet i to, saa at den Sætning, at denne Lovs egentlige Indhold er Afvigelserne fra selve Loven ikke har faaet tilbørlig Indflydelse paa Behandlingens Form. Først behandles nemlig Loven om de store Tal som strængt rigtig, derpaa indskydes det omtalte Afsnit, og først senere omtales, hvorledes Unøjagtigheden retter sig efter Tallenes Størrelse.

Til denne formelle Uklarhed i Fremstillingen af Loven om de store Tal kommer der en reel Usikkerhed. Forf. har nok omhyggelig undgaaet at støtte sig til Bayes Theorem, der tidligere er bleven anvendt i Beviset for denne Lov, men som er blevet stærkt angrebet af den nyere Tids Kritik; men det er ikke lykkedes ham at gennemføre denne Kritik overfor selve Loven om de store Tal, eller at stille Lovens videnskabelige Betydning i en klar Belysning. Forf. stiller Theori og Erfaring det vil sige mindste Kvadraters Methode og visse Undersøgelser af Fejls Fordeling, overfor hinanden og ser deri et Bevis for Loven om de store Tal. Men saadant Bevis er vist ikke holdbart. Ganske vist har man flere Gange fundet, at visse Fejls eller Tilfældigheders Fordeling kan stemme med den Hypothese, som mindste Kvadraters Methode hviler paa, men saadanne Exempler paa Overensstemmelse foreligger ikke i stort Antal, og hvad værre er, man

kan uden stor Vanskelighed baade bevise, at denne Hypothese ikke kan gjælde i alle Tilfælde, og vise Exemp-
ler paa Uoverensstemmelser (skjæve Fejlkurver og desl.). Sagen er vistnok den, at Loven om de store Tal slet ikke lader sig bevise, men bør opfattes som en Definition.

Ved Omtalen af Loven om de store Tal og Begrebet Sandsynlighed bemærker Forf., at det til en vis Grad er rigtigt naar man har beskyldt Statistiken for Vilkaarlighed, nemlig for saa vidt som Statistikens Grundprincip selv beror paa en Vilkaarlighed. Man kan, hverken naar det gjælder om at slaa Plat og Krone, eller om at trække et Lotteri, eller overfor Menneskers Død beregne det enkelte Resultat ud af de nødvendigt virkende Aarsager, og at dette er umuligt, kan ikke antages at ligge i, at noget af dette kan ske uden ifølge Nødvendighed. Vanskeligheden er blot, at vi dels ikke kjende alle de Aarsager, som have indvirket paa Resultatet, dels vilde komme sørgeligt tilkort med Tid og Kraft, selv om vi kun vilde efterregne de kjendte Aarsagers Virkninger blot paa et eneste Exempel. Og som det gaar med disse statistiske Exempler saaledes gaar det ved enhver Erfaring i de andre Naturvidenskaber, intetsteds kan man exakt gjøre Rede for alle de Aarsager, som have virket i Forening for at fremkalde det Resultat, der foreligger i en Erfaring.

Skal man da overhovedet kunne efterregne Erfaringerne, saa maa man begrænse sig til en summarisk Behandling af et udvalgt mindre Antal af Aarsager. Om man ogsaa kjendte alle nødvendige Data, kunde man ikke beregne, hvornaar Skomager NN i NN skal dø, og man kjender først og fremmest langt fra alle de Data, som

maatte være nødvendige, derimod kan det maaske lykkes, at tilvejebringe Oplysninger om, hvormange Personer af samme Kjøen, Alder, ægteskabelig Stilling, med samme Formue, Nationalitet, Religion og Næringsvej, der dø i de forskjellige Aldre, og udrustet med saadanne Oplysninger vilde Statistiken vel ikke kunne svare bestemt paa Spørgsmaalet, men dog kunne sige endel derom. Vilkaarligheden ligger i Valget mellem de Aarsager, som man tager i Betragtning, og dem, fra hvilke man vil se bort.

Methoden er i Statistiken som i al matematisk Erfaringsvidenskab væsenligt den samme. Man stiller de Erfaringer sammen, som ere gjorte under lige Forhold i Henseende til de Aarsager, som man vil tage Hensyn til, og behandler saa Erfaringerne, som om de vare Svar paa et og samme Spørgsmaal. Men Spørgsmaalene have i Virkeligheden været forskjellige i de enkelte Tilfælde (nemlig formedelst de ikke medtagne Aarsager), følgelig blive ogsaa Svarene forskjellige. Erfaringsresultaterne ere unøjagtige, og de Beregninger, hvortil de bruges, kunne ikke saaledes som i den rene Mathematik betragtes som fuldt paalidelige.

Saaledes er som sagt Forholdet i enhver matematisk Erfaringsvidenskab og for Statistikens Vedkommende fremhæver Hr. Westergaard dette Forhold, denne Vilkaarlighed formedelst den fingerede Lighed, med al ønskelig Klarhed og Styrke.

Men overfor Vilkaarligheden maa der spørges om, hvorvidt den er tilladt eller ikke; og i denne Henseende er Ref. ikke ganske enig i Forf.s Fremstilling. Han siger Pag. 4 »at Aarsagernes hele Komplex ligesom deler sig i to Rækker, af hvilke den ene, som man kalder tilfældige Aarsager, forsvinder i Hovedresultatet, naar man tager et

stort Antal Forsøg i Betragtning», og Pag. 7 tager han det Forbehold, «at denne Deling af Aarsagerne i Grunden kun er et Ideal, og at Aarsagerne snarere danne en sammenhængende Række, og at man tildels i Kraft af Vilkaarlighed overskjærer denne Række paa et eller andet Sted». Sammenligner man disse to Udtalelser, saa finder man, at Forf. rigtigt nok mener, baade at Delingen af Aarsagsrækken sker i Kraft af Vilkaarlighed, og at Delingspunktet dog ikke er helt ligegyldigt, eftersom der ideelt burde deles paa bestemt Sted. Men Loven for, hvor Delingen kan ske, et Kjendetegn, hvorpaa det kunde kjendes, naar ved Delingen en ikke tilfældig Aarsag var sat i de tilfældige Aarsagers Række (paa de systematiske Fejl, som de kaldes i den almindelige Fejllære), denne Lov finder man ikke forud angivet som Grundlag for Aarsagernes Inddeling.

Det er nu sikkert nok, at Afgjørelsen af denne Slags Spørgsmaal om rigtig eller urigtig Vurdering af Aarsagerne i Praxis som oftest baade kan og maa overlades til individuelt Skjøn, og Hr. Westergaard synes mig i denne Bog gennemgaaende at have vist en sjælden Takt i den Slags Valg; men ønskeligt var det dog, om det videnskabelige Kjendetegn, hvorefter Dommen i sidste Instans maa fældes, dersom Statistikerens Takt droges i Tvivl, var blevet angivet rigtigt, klart og bestemt. Denne Angivelse af Grænsen har ligget overordentlig nær ved Forfatterens Tankegang. Ja naar han i det første af de citerede Steder siger om de tilfældige Aarsager, at de forsvinde i Hovedresultatet, naar man har foretaget et stort Antal Forsøg, saa har han i Grunden allerede sagt, at Loven om de store Tal er Definitionen paa de tilfældige Aarsager, Grænseskjellet mellem de Aarsager man

kan se bort fra og dem, som man skal tage særligt Hensyn til. Men denne Forfatterens Udtalelse har ikke sat Frugt i hans videre Behandling af Loven. Havde han erkjendt, at Loven om de store Tal er en Definition, saa vilde han ikke blot have forkastet Bayes Theorem, men ogsaa have undladt at føre den exponentielle Fejllov og mindste Kvadraters Methode frem som Bevis for en Sætning, der slet ikke kan eller skal bevises.

Naar Loven om de store Tal gjælder, skal man ved at samle et større og større Antal enkelte Erfaringer, for hvilke alle de Aarsager, der tages i Betragtning, ere ens, se Forholdet mellem de gunstige og de samlede Antal nærme sig til en bestemt Talværdi, som er Sandsynligheden for, at de betragtede Aarsager have det omspurgte Resultat til Følge. Og kun hvor en saadan Tilnærmelse maa antages at finde Sted, tør man benytte den fundne Sandsynlighed til Forudberegning i lignende Tilfælde, kun da tør man slutte til Aarsagsforholdets Realitet.

Naar man saaledes f. Ex. i Dødelighedstatistiken vil afgjøre, om Opholdsstedet kan anses for en tilfældig Aarsag, og det saa, alt andet lige har vist sig, at Sandsynligheden for at dø er størst i Hovedstaden, mindst paa Landet, og man saa først tæller Hovedstadens Indbyggere og dens Døde, derpaa efterhaanden tager Kjøbstæderne med og tilsidst flere og flere af Landbefolkningen, vil Forholdet af Døde til Indbyggere ikke nærme sig noget bestemt Tal men aftage mere og mere efterhaanden som man efter at være kommen ud over Hovedstaden, tager flere og flere Erfaringer med i Betragtning. Er Loven om de store Tal da Definition og Grænseskjel mellem de tilfældige og systematiske Aarsager, saa viser det sig, at man ikke tør anse Opholdsstedet som tilfældig Aarsag,

eller rettere, at man kun tør gjøre dette, naar man har Sikkerhed for, at der er konstant Forhold imellem de Antal, hvori de tre Slags Indbyggere indgaa i Tællingen. Resultatet bliver da, at Opholdet ikke almindeligt men kun under ganske bestemte Betingelser kan anses som tilfældig Aarsag.

Ved den her angivne Opfattelse af Loven om de store Tal bliver det let at se, at den kun har approximativ Gyldighed selv for de største endelige Antal. Og ogsaa det Maal for Usikkerheden af de af endelige Antal afledede Sandsynligheder, som haves i Middelfejlen lader sig matematisk udlede paa Grundlag af denne Opfattelse.

Mod Slutningen af Bogens Indledning Pag. 56 og 57 findes en Udvikling, som er særlig interessant fordi Hr. Westergaard ved Hjælp af Formlen for Middelfejlen, forsøger at føre Læserne til større Indsigt i Statistikens Theori, og virkelig nærmer sig stærkt til Erkjendelsen af den rette Betydning af Loven om de store Tal, men dog ved et uheldigt Misgreb tilintetgjør sin Hensigt. Han sammenligner her det korrekte Udtryk (44) for Middelfejlen med det andet (43), som vilde følge af, at en systematisk virkende Aarsag betragtedes som tilfældig. Han omtaler, at disse Formler under «visse Forudsætninger blive identiske», men nævner ikke Hovedsagen, som er, at denne Identitet strængt taget kun finder Sted naar $p_1 = p_2 = \dots = p$, det vil sige, naar Loven om de store Tal er fyldestgjort, og altsaa den formodede systematiske Aarsag dog viser sig at være tilfældig. Derimod behandler Forfatteren udførligt et Tilfælde (q omtrent = 1), i hvilket han mener, at man med Tilnærmelse kan betragte de to Middelfejlsbestemmelser som lige store; dette Tilfælde anbefales til Forfatterens nærmere Prøvelse.

Ref. har her udelukkende holdt sig til Indledningen, fordi denne synes at være det svageste Punkt i Hr. Westergaards Bog. De følgende Kapitler forekomme ham gjennemgaaende at være saa fortrinlige, at der ikke ere mere Grund til at dvæle ved det ene Afsnit end ved alle de andre. Er der i de senere Afsnit noget, som kunde være gjort bedre, saa vil det vistnok stedse findes, at Aarsagen ligger i et af de Forhold, som ikke ret er lykkedes i Indledningen. Og med alt dette anser Referenten selv Indledningen, som den er, for at betegne et Fremskridt i Dødelighedsstatistiken.
