

C. L. Madsen: Den sandsynlige Lov for den internationale Telegraftrafik. Kbhvn. 1876.

Anmeldt af **H. Westergaard.**

Was ihr hinein nicht gelegt, ziehet ihr nimmer heraus.

Det er i Reglen et utaknemligt Arbejde at behandle et nyt Spørgsmaal i Statistiken. Som oftest existerer der intet Materiale, eller det er slet ikke lagt tilrette, og der maa da gøres en Række besværlige og bekostelige Forarbejder, hvis Udbytte sjeldent svarer til Ulejligheden. Dette gjælder i fuldt Maal om den Opgave, Hr. Madsen har sat sig. Hvad enten dette Forsøg paa at drage et nyt Æmne ind under Statistiken er lykkedes eller ej, fortjener det derfor at betragtes med Interesse og Paaskjønnelse.

Forfatteren søger at finde en Sammenhæng mellem den internationale Telegraftrafik og det øvrige Samkvem mellem Nationerne. Det er klart nok, at disse Momenter maa staa i temmelig nøje Forbindelse med hinanden. De Telegrammer, der sendes til Bladene, eller som indeholde Efterretninger om Familiebegivenheder eller Lignende, ere i Reglen saa faa, at man ganske kan se bort fra dem. Det aldeles overvejende Antal Telegrammer have et merkantilt Indhold; de vedrøre Afslutningen af en Handel, Varers Afsendelse, Skibes Ankomst og Afgang osv. Jo livligere Handelsforbindelsen er imellem to Nationer, jo flere Skibe, der gaa imellem dem, desmere Anledning bliver der til at telegrafere. Hvis man

altsaa kjendte alle disse Forhold tilbunds i alle deres Detailler, saa maatte man med stor Tilnærmelse kunne forud angive, hvormange Telegrammer den nærmeste Fremtid vil bringe. Men dette har ikke stor Interesse for Statistikeren, thi han er i Reglen kun i Besiddelse af nogle faa Tal, der give en Hovedoversigt over Forholdene, men ikke tillade at gaa meget i det Enkelte. Spørgsmaalet er da, om man kan skyde en Gjenvej, idet disse summariske Oplysninger ere tilstrækkelige til med større eller mindre Nøjaglighed at kunne forudberegne Antallet af Telegrammer.

Forfatteren mener, at dette er Tilfældet, idet han tror at kunne paavise, at Telegramtallet T mellem to Lande vil være bestemt ved følgende Ligninger:

$$T = C \cdot U \quad (1)$$

$$\text{og} \quad U = \sqrt{V \cdot N + N_1 + N_2} \quad (2)$$

hvor C er en endnu ubestemt Størrelse, der afhænger af Telegrafforbindelsens Art, Landenes Afstand og Lign., medens V er Værdien af Omsætningen i £, N Antallet af Tons i de Skibe, der have besørget den, N_1 og N_2 Antallet af Tons i de Skibe, der tilhøre det ene Land og fare mellem det andet Land og Udlandet. U kaldes Antallet af kommercielle Enheder. Størrelsen C bestemmes hvert Aar af Ligningen (1), idet T og U betragtes som givne.

Man kan vel her strax gjøre opmærksom paa, at Forfatterens Lov ikke kan anvendes paa Telegrafforbindelsen mellem Lande, hvor der slet ikke er Tale om Søhandel, f. Ex. mellem Schweiz og Bayern. Her forsvinder N , N_1 og N_2 , og Antallet af Telegrammer bliver Nul. For saadanne Lande maa der da opstilles andre Formler.

En saadan Lov kan nu betragtes paa to Maader. Det kan enten være, at den kun tilfældig stemmer med Virkeligheden i et længere eller kortere Tidsrum, eller Meningen kan være, at Loven til ethvert Tidspunkt skal være et Udtryk for Virkeligheden. Men dette vil atter sige, at det er en almen-gyldig nødvendig Lov; thi naar den altid passer paa Forholdene, naar Telegramtallet altid paa en bestemt Maade følger med

Omsætningen, saa maa der jo være en Grund dertil, det maa kunne paavises, at det nødvendig maa være saa.

Saadanne nødvendige Love indeholder den politiske Økonomi Exempler nok paa, der er saaledes Sætningerne om Jordrenten, Værdilæren og Theorien om Handelsbalancen; og det er især den sidste, der kan tjene til Vejledning her, fordi ogsaa den behandler Samkvemmet mellem Nationerne.

Jeg vil nu først søge at vise, at saaledes kan ikke Hr. Madsens Lov opfattes. At denne Lov ikke stiller sig som den naturligste, er i hvert Fald let at se. Den rimeligste Slutning vilde aabenbart være følgende: Hvis der er en Lov, maa denne vistnok hidrøre fra, at enhver Omsætning af en vis Art medfører et vist Antal Telegrammer. De Telegrammer, der have et udelukkende merkantilt Indhold, maa da have et Antal: $a_1 V_1 + a_2 V_2 + \dots$, hvor V_1, V_2 osv. ere Værdierne af de forskellige Vareomsætninger, a_1, a_2 osv. Konstanter, der skulle bestemmes nærmere for hvert Par Lande. Dernæst er der nogle Telegrammer, som hidrøre fra Rederne, som afsendes til Skibenes Bestemmelsessteder, som udvexles ved Stranding og Lign.; disse Telegrammers Antal staa maaske i ligefremt Forhold til Skibenes Antal, Bestuvning eller deslige, og dette giver Anledning til et lignende Udtryk. Andre Telegrammer skyldes maaske Landtrafikken, f. Ex. Jernbaneforsendelser; og her vilde lignende Regler finde Sted. Det sidste Moment tager Forfatteren slet ikke med i Betragtning, og det har maaske heller ingen Betydning; men i hvert Fald er der ved en første Betragtning af Forholdene ikke Tale om Kvadratrødder, Loven er helt igjennem af første Grad.

Det er imidlertid ogsaa let at paavise, at dette maa den være, naar man vil undgaa Strid. For at se dette kan man sammenligne Loven med Læren om Handelsbalancen. Som bekjendt siger denne Theori, at Værdien af de Tjenester, som et Land yder Udlandet, maa i Længden være lig Værdien af de Tjenester, det faar igjen. Denne Sætning gjælder nu aabenbart ikke blot, naar det er en enkelt Nation, der er Tale om, men ogsaa naar man betragter 2 eller 3 Lande under ét, eller et helt Komplex af Lande. Det Samme maa ogsaa gjælde

om Telegrammerne, hvis den sandsynlige Lov er en almen-gyldig økonomisk Lov. Thi derved, at man betragter et Land som to, eller to Lande som ét, kan dog Antallet af Telegrammerne ikke forandres. Hr. Madsen tager selv heller ikke i Betragtning at slaa flere Lande sammen. Saaledes betragtes Holland og Belgien under ét, Spanien og Portugal ligesaa, Landene udenfor Evropa ere slaaede sammen osv.

For nu at gjøre en Prøve med Loven, kan man eksempelvis antage, at der er to Lande, som ere beliggende ganske ens i Forhold til et tredje. Telegraf forbindelsen er ganske af samme Art, den har været lige længe i Gang begge Steder, kort sagt, hvis Omsætningen var den samme, vilde der komme ligemange Telegrammer fra begge Lande. Lad nu Omsætningen mellem det første og tredje Land være 16 Mill. £, mellem det andet og tredje 810000 £, medens Varerne ere af saa forskjellig Art, at der bruges henholdsvis 90000 og 160000 Tons til Transporten. For Nemheds Skyld kan man tænke sig N_1 og N_2 lig Nul begge Steder. I dette Tilfælde vil Antallene af Telegrammerne blive proportionale med henholdsvis 1200000 og 360000, ialt med 1560000. — Sæt nu, at de to Lande indgaa i Union. Der bliver ikke afbrudt en eneste Handelsforbindelse, ikke et eneste Skib bliver forsinket, Alt er som før, kun skal de to Lande nu betragtes som ét, ogsaa hvad Omsætning og Telegraftrafik angaar. Men i dette Tilfælde angiver Loven, at Antallet af Telegrammer er proportionalt med 2050000, medens det før var 1560000; det passer ikke!

Et andet tydeligt Exempel faar man, naar man antager, at det ene Land aldeles ingen Skibe har, men at dets Omsætning besørgeres udelukkende af det andet. Man vil let kunne se almindeligt, at for at saadanne Belingelser kunne være opfyldte, maa Udtrykket helt igjennem være af første Grad; altsaa det samme Resultat som før. Naar da Forfatterens Lov ikke har dette Udseende, saa betyder dette, at den ikke er nogen nødvendig Lov, den kan blot udtrykke en ren tilfældig Overensstemmelse med de faktiske Forhold. Endnu et Bevis herpaa finder man deri, at Ligningen ikke er homogen. Sæt, at man istedetfor £ havde brugt Kroner, istedetfor Tons Kommerce-

læster, saa havde Loven strax faaet et andet Udseende. Det er ellers overalt i den anvendte Mathematik en uafviselig Fordring, at Ligningerne ikke maa forandres ved en Forandring af Enheder.

Deri, at Loven ikke er mere end et tilfældigt Udtryk for Telegraftrafikken, ligger nu, at alle de andre Sætninger, som Forfatteren kommer til; kun kunne have den samme relative Berettigelse; thi de støtte sig alle til Theorien om de kommercielle Enheder. Hertil kommer, at enhver Anvendelse af Loven paa fremtidige Forhold bliver upaalidelig. Fordi Loven passer nu, har man ingensomhelst Garanti for, at den vil gjælde i Fremtiden. Dette synes Forfatteren at mene, at den kan; men fra den øvrige Statistik har man saa mange Exempler, der tyde paa det Modsatte, at man heller ikke kan antage det her uden lange Rækker af Erfaringer.

Efter den Betydning Loven har, som et tilfældigt Udtryk for de faktiske Forhold, er man udelukkende henvist til det statistiske Materiale, og Spørgsmaalet er da først, hvorledes dette er. Det maa nu først fremhæves som en stor Mangel, at Materialet er saa overordenlig begrænset. Der findes kun Opgivelser for Sverig og Norge fra 1871—73 og for Danmark fra 1874.

Et saa lille Materiale kan man egenlig slet ikke faa Noget at vide af, man vil uden Vanskelighed kunne finde meget simple Love, der passer fuldkomment saa godt med de foreliggende Erfaringer som Forfatterens; og det er heller ikke vanskeligt at finde simple Love, der passe aldeles paa Erfaringerne. Men hvor godt disse Love end stemme med de givne Erfaringer, saa ville de dog give de forskjelligste Resultater, naar man vil bruge dem til at slutte til Fremtiden, og der er intet Bevis for, at netop den sandsynlige Lov vil give det rigtige Resultat.

Det første man bør gjøre ved Erfaringsrækkerne, maa nu være at undersøge, hvorvidt man kan stole paa dem, hvor store Fejl man kan vente. En saadan Prøve kan man gjøre ved at sammenligne Opgivelser fra to Lande over de samme Tal. Saaledes angives Antallene af Telegrammer, udvexlede mellem Danmark og Norge, til:

	Danmark.	Norge.
1871	24836	25061
1872	32308	32646
1873	28940	29263
1874	31891	32288

Endnu mindre stemme de øvrige Opgivelser; saaledes opgives Omsætningen mellem de samme Lande i 1873

fra Danmark til £ 1292341

fra Norge til - 1400378

og Antallene af Tons afvige ikke faa Procent. Ganske det Samme viser sig paa andre Punkter. Endel af disse Afvigelser kunde maaske hæves, naar man fik at vide, hvorledes Opgjørelserne ere foretagne; men saameget er dog vist, at Materialet ikke er meget paalideligt. Det er underligt, at Forfatteren ikke afrunder Tallene eller søger at korrigere dem, da det dog maa være en uafviselig Fordring, at to Opgivelser af samme Tal maa være noget nær ens, og man kan spare en Del Regneri ved at benytte simplere Tal.

Flere Steder nøjes Forfatteren med saa smaa Tal, at det er tilfældigt, om Resultaterne komme til at stemme med de Sætninger, der søges beviste. Saaledes sammenligner han de tre skandinaviske Landes Trafik med de fremmede Verdensdele og viser, at Værdierne af *C* ere meget nær ens; men de Telegramtal, der er Tale om, ere kun henholdsvis 463, 1392 og 348. Af disse Tal kan man ikke udlede noget Sikkert, naar man ikke véd, om Hundrederne ere rigtigt opgivne.

Det fremhævedes ovenfor, at man kunde finde mangfoldige Love af samme Art som Forfatterens, der passede godt med de Erfaringer, der foreligge, men som ikke kunde angive noget om Fremtiden, fordi de ikke vare nødvendige Love. Der er navnlig én Omstændighed, som gjør det let at finde saadanne Love, foruden den, at de kun skulde gjælde for et Tidsrum af 3 Aar. Det er den Egenskab, som de foreliggende Talrækker dele med de fleste Tal i Statistiken, nemlig at de variere jævnt fra Aar til Aar. Der sker sjældent her som andetsteds noget større Brud. Ofte følges Tallene ad i disse Bevægelser. Saaledes kan en daarlig Høst bevirke, at Vielserne aftage og Selv-

mordenes Antal voxe, at Handel og Industri lammes osv. osv. Bevægelsen i et enkelt Forhold vil efterhaanden forplante sig til andre Forhold og saaledes medføre en lang Kjæde af Virkninger. Saaledes gaar det ogsaa her. Naar Omsætningen tager af, eller Skibsfarten lammes, saa vil der blive mindre Anledning til at telegrafere, og omvendt, jo livligere Samfærdselen mellem Nationerne er, desto flere Telegrammer vil der blive udvexlet. Et Blik paa de foreliggende Tabeller stadfæster dette, og forsaavidt Forfatteren vil nøjes med at paa-pege dette, er han i sin gode Ret.

Naar man leder efter saadanne nye Love, behøver man heller ikke just at indskrænke sig netop til de Tal, der udtrykke Omsætning og Skibsfart. Man kan ligesaa godt benytte Befolkning, Dødsfald eller Lignende, thi disse Tal bevæge sig jo ogsaa i Reglen langsomt frem. Heller ikke behøver man just at holde paa Stedets og Tidens Enhed. Man kan saaledes f. Ex. sammenligne de kjøbenhavnske Bankers Status med Telegraftrafiken imellem Norge og England i 1871—74. Kaldes Telegramtallet T , Aktiverne i Kroner U og Forholdet $T: U$ for a , saa giver Sammenstillingen følgende Resultat:

	T	U	a
1871	41000	112 Mill.	0,00046
1872	60000	131 —	0,00046
1873	71000	153 —	0,00046
1874	77000	170 —	0,00045

Med andre Ord: Aar for Aar er der omtrent samme Forhold mellem Telegramtallene og Aktivernes Størrelse, og man har da i Forfatterens Betydning af Ordet en Lov for sig. Spørgsmaalet er nu, hvad man er berettiget til at slutte af en saadan Lov. Sikkert ikke, at de kjøbenhavnske Bankers Status er Hovedaarsag til Telegraftrafiken. Men selvfølgelig er dette Rythmiske i Bevægelserne heller ikke uden Grund, og denne Grund er temmelig nærliggende, skjønt det er vanskeligt at gjøre fuldstændig Rede derfor; thi Sagen er den, at baade Banker og Telegraftrafiken til Syvende og Sidst afhænger af hele Samfundets Tilstand. Det kan da heller ikke forundre,

at man ogsaa kan finde Love ved at sammenligne Tal fra de forskjelligste Perioder; atter her støder man paa noget Sammenhængende, noget Solidarisk, og det er denne Solidaritet, der overhovedet gjør Statistiken mulig.

Naar Talrækkerne have disse almindelige Egenskaber, at Tallene variere jevnt fra Aar til Aar, saa vil man som sagt med Lethed kunne danne en Mængde Love, der have de samme Egenskaber som Forfatterens; og man vil ogsaa kunne danne ligesaa mange Love det skal være, som have andre forud opgivne Egenskaber; det vil altid være muligt at finde Funktioner, der have de Egenskaber man ønsker, naar disse blot ikke staa i indbyrdes Strid. Med andre Ord: de Sætninger, Forfatteren kommer til, ere ikke at betragte som paalidelige Resultater med praktisk Brugbarhed, men som algebraiske Følger af, at man valgte en Funktion med visse bestemte Egenskaber.

For at oplyse dette kan man tage to Lande, som f. Ex. England og Sverig for sig. Tabellerne angive for 1871—73 følgende Værdier:

	Telegramtal.	Kommercielle Enheder.
1871	c. 40400	c. 3939000
1872	49200	4688000
1873	57400	5255000

De kommercielle Enheder voxe her noget langsommere end Værdierne af T , og dette er Tilfældet for de fleste andre Landes Vedkommende. Hvis man derfor vælger Hr. Madsens Lov ($T = C \cdot U$), saa opnaar man, at C i de fleste Tilfælde vil voxe fra Aar til Aar, men ikke saa stærkt som Telegramtallene. For da at give C et Navn, kan man sige, at den udtrykker den hele telegrafiske Tilstand, medens U angiver hele den Indflydelse, Omsætningen spiller. Men i Virkeligheden mener man, og kan man kun mene, at C er en Størrelse, der voxer, fordi man valgte den anden Faktor i Produktet vilkaarligt saaledes at den voxede langsommere end Produktet. — Ønsker man nu, at C skal voxe raskere, kan man f. Ex. lade Loven hedde: $T = C \log U$, og lader man den

hedde $T = 10^{-8} \cdot C \cdot U^2$, opnaar man, at C aftager. Værdierne af C kan sammenstilles i følgende Tabel:

	$T = C U$	$T = C \log U$	$T = 10^{-8} \cdot C \cdot U^2$
1871	0,0103	6130	0,26
1872	0,0105	7380	0,22
1873	0,0109	8540	0,21

Disse eller lignende Beregninger kunne gennemføres for alle Landene, og man vil da se, at Værdierne af C voxer i første Tilfælde gennemgaaende langsomt, i andet Tilfælde rask, og at de aftage i tredje Tilfælde. Man kan ogsaa godt indrette sig saaledes, at der omtrent er Ligevægt, saaledes at C omtrent holder sig konstant.*)

Vil man i Almindelighed have en Lov frem, der nogenlunde udtrykker Bevægelsen i Telegramtallene, saa er Løsningen den, at man vælger en Funktion, som voxer og aftager, naar Omsætningen og Skibsfarten voxer og aftager. Dette gjør saaledes:

$$U = \sqrt{VN} + N_1 + N_2$$

eller $W = V + a(N + N_1 + N_2)$
 eller U^n eller W^n eller $U \cdot W$ eller $U + W$ osv. osv. osv.

Alle disse Love ville kunne give lige gode Resultater; det Hele er en algebraisk Følge af den valgte Funktions Egenskaber, ikke mere.

Jeg omtalte ovenfor, at Størrelsen C ikke kan have anden Betydning end den, som Faktor til de kommercielle Enheder at bringe Ligningen i Orden. Forfatteren tillægger den imidlertid en ganske anden Betydning, idet han mener, at den udtrykker Telegrafforbindelsens Art, Landenes Afstand o. Lign. Men skal dette være Tilfældet, saa maa C kunne findes ved Hjælp af de Momenter, hvoraf den skal afhænge, og ikke, som Forfatteren gjør, af Ligningen: $T = C \cdot U$ for hvert Aar og for hvert

*) Saaledes har jeg gennemført Beregningerne ved følgende Lov: $T = a(V + \frac{2}{3}(N + N_1 + N_2))$, men anfører ikke Resultaterne af Hensyn til Pladsen.

Par Lande. Thi herved mister C ethvertsomhelst Indhold. Vi saa, at man ved at vælge sin Lov paa passende Maade, kunde faa C til at voxe og aftage, som man vilde, og der er intet Bevis for, at netop Forfatterens C udtrykker de omtalte Momenter. Vil man virkelig lægge en Betydning ind i C , saa maa man finde den direkte eller engang for Alle, og saa ved Nedsættelse i Ligningen vise, at Loven gjælder. Dette har nu Forfatteren gjort tildels, idet han har delt C i to Faktorer ved Ligningen $C = \frac{c}{d}$ hvor saa d er bestemt direkte; men da c jo alligevel bestemmes paa samme Maade som før C , er derved intet vundet.

Ved denne Deling i Faktorer tror Forfatteren at kunne bevise en ny Sætning, Afstandens Lov, som han lægger stor Vægt paa. Denne Sætning siger, at Antallet af Telegrammer staar i omvendt Forhold til Afstanden (d) mellem Landene. Naar Alt iøvrigt er lige, vil den dobbelte Afstand bevirke, at Telegramtallet synker til det Halve osv. Beviset herfor søges ved at samle alle de Lande, der handle med Sverig og Norge i 5 Grupper og saa vise, at C i første Gruppe er dobbelt saa stor som i anden, tre Gange saa stor som i tredje osv. Nu ere Landene saaledes samlede i Grupper, at disses Numre omtrent betegner den nærmere eller fjernere Afstand, og heraf mener Forfatteren da, at Sætningen følger. Beviset maa imidlertid føres helt ud: det maa vises, at Sætningen gjælder for de enkelte Lande. Men dette gjøres ikke paa nogen fyldestgørende Maade. Det er klart, at hvis Afstandens Lov er rigtig, maa c være nogenlunde konstant; men et Blik paa Tabellerne over c viser meget store Afvigelser; selv om man udelader de mest afvigende Værdier, bliver Forskjellen stor nok. Betragter man saaledes Danmarks Telegraftrafik med Sverig, Norge, Rusland, Tyskland og England, saa finder man, at c varierer fra 1,6 til 2,3, og i Tabellerne for Norge og Sverig ser det snarere værre ud. Men naar dette ikke er Tilfældet, at c er omtrent konstant, saa existerer Afstandens Lov slet ikke, det er som de andre en Sætning med et ganske formelt Indhold. Ganske vist kan man svare, at Tallene for de enkelte Lande ere for smaa til at udlede noget Sikkert af

dem; men saa ere de ogsaa for smaa til at udlede andre Sætninger, hvilket Forfatteren dog gjør.

Man vilde maaske indvende, at den Afstand, der her er Tale om, er en telegrafisk Afstand, som maa bestemmes hvert Aar for hvert Par Lande, og at Uoverensstemmelserne skrive sig fra, at man ikke just har gjort dette. Men Spørgsmaalet er da blot: kan man bestemme denne Afstand direkte, og bliver saa c konstant. Thi er dette ikke Tilfældet, saa er Sætningen rent formel, og Beviset et Cirkelbevis. Sætningen omtaler en Størrelse, som kaldes Afstand; men der er intet Bevis for, at den virkelig er Afstand.

Forfatteren vedbliver nu paa den samme Bane. Størrelsen c opløses aller i nye Størrelser, der faa nye Betydninger. Men om disse Undersøgelser gjælde da ogsaa de samme Bemærkninger som ovenfor, at de ikke føre til andet end fingerede Sætninger. Det vil da formentlig være unødvendigt at dvæle nærmere derved. De give ganske vist gode Illustrationer til den ovenfor omtalte Sætning; at man vilkaarligt kan lægge Egenskaber ind i Loven, som man da ved Regning faar frem igjen, at de forskjellige Sætninger ere algebraiske Følger af de valgte Love, ligesaameget som af de givne Erfaringer — men det vilde føre allfor vidt at gaa ind herpaa.

Efter det Ovenanførte er det maaske klart, hvad Betydningen er af Loven, og hvad den kan bruges til. Det er ikke nogen Lov, der virker med tvingende Nødvendighed, den gjør med andre Ord ikke Rede for alle de Aarsager, der indvirke paa Telegraftrafikken, men kun paa nogle af dem. Loven peger hen paa, at der er en Sammenhæng tilstede mellem forskjellige Forhold; men den gjør os aldeles ikke til Herrer over denne Sammenhæng, og vi ere endnu kun paa Vejen til at forstaa Fænomenerne. Loven faar da den Betydning at tjene som en Slags Interpolationsformel, omtrent som naar man gjennem nogle givne Punkter lægger en Kurve. Men den har ikke den Betydning at være den eneste Lov; der er tværtimod en uendelig Mængde Love, der ere ligesaa gode eller bedre. Det er snarere en Hemske for Undersøgelserne, at Forfatteren paa et saa tidligt Stadium, med saa ufuldkomment Materiale, vil

tilsløre Sagens Sammenhæng med en bestemt Lov, tilmed naar denne Lov optræder med et saa stort Apparat. Thi dette Apparat giver ikke den sandsynlige Lov noget Fortrin. Afstandens Lov og de øvrige Sætninger ere Egenskaber, som man selv vilkaarligt har nedlagt i Loven, og som altsaa ere uden Nytte. Heller ikke kan man bedre benytte den sandsynlige Lov end alle andre til at gjøre Slutninger med Hensyn til Fremtiden, om nye Anlæg eller Lignende. Gjør man Forsøg i denne Retning, vil man finde, at man ikke ved denne Formel faar sikrere Resultat end ved andre Interpolationer.

Man vilde maaske sige til Forsvar for den «sandsynlige Lov», at Loven har staaet en Slags Prøve, idet den har kunnet bruges til at paavise en Fejl i Norges Statistik og beregne dens Størrelse. De Tal, der angive Skibsfarten mellem Norge og Sverig, ere opgivne forskjelligt fra de to Lande; men der er dog en vis Regelmæssighed i Afgangen, og kun i et enkelt Aar er der en paafaldende Uoverensstemmelse mellem Opgivelserne af Antallet af Tons tilhørende norske Skibe, der fare mellem Sverig og Udlandet. Medens Forskjellen i de øvrige Aar er c. 60000 Tons, beløber den sig i 1871 til c. 150000. Man antager nu, at Fejlen ligger i Norges Statistik, da dets Tal er fundet ved et Skjøn, og Forfatteren undersøger da, hvor meget der skal trækkes fra i Norges Opgivelser, for at der skal komme Overensstemmelse. Herved viser det sig, at Fejlen er c. 89000, medens den fra Norges statistiske Bureau anslaaes til c. 80000, hvilket aabenbart er en meget god Tilnærmelse.

Dette vilde være en Støtte for Loven, hvis man ikke kunde opnaa samme Resultat paa mangfoldige andre Maader. Det Simpleste er at sige, at da Afgangen det ene Aar er c. 90000 større end i de andre Aar, saa er Fejlen c. 90000 (nøjagtigere 88000); men istedetfor at benytte denne eller lignende Beregninger, kan man ogsaa benytte forskellige Funktioner af N_1 . Betingelsen er blot, at Funktionen maa variere nogenlunde jævnt, naar N_1 varierer. Saaledes giver N_1^2 og $\log N_1$ Værdier for Fejlen fra c. 80000 til c. 90000, eftersom man anvender forskellige Maader at skjønne paa. Der er heller ikke noget i Vejen for at indføre N og N_2 eller flere Størrel-

ser i Funktionen, naar blot disse Størrelser ikke ere behæftede med for store Fejl. Det er dette, Forfatteren har gjort, idet han har indført alle de Størrelser, der findes i Loven. Paa denne Maade kan Fejlen beregnes; men det er jo rigtignok ikke den simpleste Maade. I det Exempel, Forfatteren behandler, er Forholdene imidlertid noget udviklede, idet Værdierne af T og V ere saa forskjelligt opgivne, at man maatte være nærmest berettiget til ogsaa her at vente en Fejl. Søger man at rette denne, kommer man atter til det gamle Resultat; men vil man ikke rette Fejlene, maa man indrette sin Funktion saaledes, at Fejlen ikke faar stor Indflydelse. Dette har Forfatteren opnaaet derved, at Værdien af Omsætningen forekommer under Kvadratrod og med en temmelig lille Faktor, og Fejlene paa T og V gaa i samme Retning, hvilket virker yderligere til at frembringe en tilnærmelsesvis rigtig Værdi for N_1 .

Man har altsaa atter her at gjøre med rent algebraiske Fænomener. Man skal vælge en Funktion, der varierer nogenlunde jævnt, og hvori visse Størrelser indgaa saaledes, at deres Fejl ikke faa stor Betydning. Naar da Forfatterens Lov kan hjælpe til at finde Fejlen, er dette ikke en Støtte for Loven; det antyder blot, at Loven har de anførte algebraiske Egenskaber.

Forfatterens Lov udmærker sig altsaa i ingen Henseende fra andre; den giver en Interpolationsformel, men heller ikke mere, og den følger ikke nødvendig af Forholdenes Natur, men staar tvertimod i Strid dermed. Ikke destomindre skylder man Forfatteren Tak for dette Forsøg paa at bringe et vigtigt og interessant Spørgsmaal frem. Han har samlet et Materiale, der ogsaa paa andre Omraader kan komme til Nytte, og han har paavist, at der i dette Materiale gjør sig lignende Egenskaber gjældende, som paa andre Punkter i Statistiken. Men i den egenlige Opgave kan det ikke ses, at han har bragt tilstrækkeligt Lys.

Anm. Idet Red. undlader at knytte Bemærkninger til ovenstaaende Artikel, forbeholder den Hr. Overkrigskommissær Madsen i et følgende Hefte at besvare Kand. Westergaards Anmeldelse af hans Bog.