

# Endogen teknologisk udvikling

Christian Groth

Økonomisk Institut, Københavns Universitet

*SUMMARY: The paper discusses basic ideas in Paul Romer's R & D model of endogenous growth. Some surprising implications of extending the model by allowing for population growth and decreasing marginal productivity of knowledge are considered.*

---

## Indledning

To velkendte »stylized facts« fra internationale vækstsammenligninger er, at vækstraten i output pr. beskæftiget over lange tidsrum udviser betydelige forskelle lande og landegrupper imellem, og at vækstraten udviser positiv korrelation med investeringernes andel af nationalindkomsten (Kaldor 1961, Lucas 1988, Dowrik & Nguyen 1989). Solows berømte vækstmodel (Solow 1956) og den derpå byggende growth accounting litteratur, hvor den hastighed, hvormed de teknologiske fremskridt indfinder sig, betragtes som eksogen og altså uafhængig af den økonomiske adfærd, bidrager kun i ringe omfang til forklaring heraf. Bl. a. Arrow (1962) tog op, at teknologiske fremskridt i væsentlig grad indtræffer som følge af *gentagelses effekter* og *indlærings effekter* (kumuleret erfaring). Arrows såkaldte »learning by doing«-vækstmodel bidrager imidlertid heller ikke i særlig grad til forklaring af de nævnte *forskelle* i vækstrater, og modellen har også den empiriske problematiske implikation, at langsigtsvækstraten i output pr. arbejdstime er en voksende funktion af befolkningsvækstraten.

En alternativ måde at endogenisere teknologiske fremskridt på er den af Romer anvendte (Romer 1987, 1990). Her tages udgangspunkt i, at kommercielt brugbare nye ideer ofte er resultat af en bevidst satsning af økonomiske ressourcer på *forskning* og *udvikling*. Romer videreudvikler her ideer fra bl. a. Schumpeter og, hvad formaliseringen angår, fra Uzawa (1965).

Et essentielt element i Romers tilgang er, at teknologisk viden delvis har karakter af et offentligt gode. På den ene side er teknologisk viden et *ikke-rivaliserende* gode (samme viden kan bruges i vilkårligt mange produktionsprocesser på én gang). På den anden side er teknologisk viden kendetegnet ved, at *udelukkelse delvis er mulig* (patentering). Det første aspekt giver tendens til *voksende skalaafkast*, og det andet aspekt fører til, at *markedsmagt*, som betonet af Schumpeter, bliver vigtig. At således »the road from science to industry is a two-way road« (Rasmussen 1976, s. 17), og at en Schumpeteriansk tankegang kan kaste lys herover, er en synsmåde, der ikke ligger elever af Nørregaard Rasmussen fjernt.

# Endogen teknologisk udvikling

Christian Groth

Økonomisk Institut, Københavns Universitet

*SUMMARY: The paper discusses basic ideas in Paul Romer's R & D model of endogenous growth. Some surprising implications of extending the model by allowing for population growth and decreasing marginal productivity of knowledge are considered.*

---

## Indledning

To velkendte »stylized facts« fra internationale vækstsammenligninger er, at vækstraten i output pr. beskæftiget over lange tidsrum udviser betydelige forskelle lande og landegrupper imellem, og at vækstraten udviser positiv korrelation med investeringernes andel af nationalindkomsten (Kaldor 1961, Lucas 1988, Dowrik & Nguyen 1989). Solows berømte vækstmodel (Solow 1956) og den derpå byggende growth accounting litteratur, hvor den hastighed, hvormed de teknologiske fremskridt indfinder sig, betragtes som eksogen og altså uafhængig af den økonomiske adfærd, bidrager kun i ringe omfang til forklaring heraf. Bl. a. Arrow (1962) tog op, at teknologiske fremskridt i væsentlig grad indtræffer som følge af *gentagelseseffekter* og *indlærings-effekter* (kumuleret erfaring). Arrows såkaldte »learning by doing«-vækstmodel bidrager imidlertid heller ikke i særlig grad til forklaring af de nævnte *forskelle* i vækstrater, og modellen har også den empiriske problematiske implikation, at langsigtsvækstraten i output pr. arbejdstime er en voksende funktion af befolkningsvækstraten.

En alternativ måde at endogenisere teknologiske fremskridt på er den af Romer anvendte (Romer 1987, 1990). Her tages udgangspunkt i, at kommercielt brugbare nye ideer ofte er resultat af en bevidst satsning af økonomiske ressourcer på *forskning* og *udvikling*. Romer videreudvikler her ideer fra bl. a. Schumpeter og, hvad formaliseringen angår, fra Uzawa (1965).

Et essentielt element i Romers tilgang er, at teknologisk viden delvis har karakter af et offentligt gode. På den ene side er teknologisk viden et *ikke-rivaliserende* gode (samme viden kan bruges i vilkårligt mange produktionsprocesser på én gang). På den anden side er teknologisk viden kendetegnet ved, at *udelukkelse delvis er mulig* (patentering). Det første aspekt giver tendens til *voksende skalaafkast*, og det andet aspekt fører til, at *markedsmagt*, som betonet af Schumpeter, bliver vigtig. At således »the road from science to industry is a two-way road« (Rasmussen 1976, s. 17), og at en Schumpeteriansk tankegang kan kaste lys herover, er en synsmåde, der ikke ligger elever af Nørregaard Rasmussen fjernt.

Formålet med det følgende er, ud over at redegøre for Romers model, at undersøge nogle overraskende implikationer af at udvide den ved at inkorporere befolkningsvækst og aftagende grænseproduktivitet af teknologisk viden. Der slutes af med nogle betragtninger over klassen af »endogene vækst«-modeller.

### 1. Forbrugsadfærd

Den repræsentative husholdning antages at have uendelig tidshorisont og præferencer, der kan repræsenteres ved en intertemporal nyttefunktion af formen

$$U_0 = \int_0^{\infty} u(c_t) e^{-\theta t} dt,$$

hvor  $c_t \equiv C_t/L_t$  og  $C$  er husholdningens samlede forbrug (pr. tidsenhed) på tidspunkt  $t$ ,  $L_t$  antal familiemedlemmer på tidspunkt  $t$ , mens  $\theta$  er tidspræferenceraten med hensyn til nytte over tid. Der forudsættes en konstant vækstrate  $\lambda$  i familiens størrelse, dvs.

$$L_t = L_0 e^{\lambda t}, \quad \lambda \geq 0. \quad (1)$$

Husholdningens arbejdsudbud er forudsat uelastisk og proportionalt med  $L_t$ . Vi sætter for enkelheds skyld proportionalitetsfaktoren til 1, således at (1) direkte angiver arbejdsuddannelsens udvikling over tid.

Om elementarnyttefunktionen  $u$  gælder  $u' > 0$ ,  $u'' < 0$  (positiv, men aftagende grænsenytte). I det følgende vil vi benytte den bekvemme specifikation, at der er konstant intertemporal substitutionselasticitet i forbruget,  $1/\epsilon$ , dvs.<sup>1</sup>

$$U_0 = \int_0^{\infty} \frac{c_t^{1-\epsilon} - 1}{1-\epsilon} e^{-\theta t} dt, \quad \epsilon > 0, \theta > 0. \quad (2)$$

Den repræsentative husholdning får al indkomst i økonomien. Husholdningen vælger den forbrugsplan  $(c_t)_{t=0}^{\infty}$ , der maksimerer  $U_0$  under overholdelse af husholdningens intertemporale budgetrestriktion. Der antages at være fuld forudseenhed og et perfekt kreditmarked. Realrenten kaldes  $r_t$ . Det er velkendt, at en løsning af dette maksimeringsproblem vil opfylde

$$\dot{c}_t/c_t = \frac{1}{\epsilon} (r_t - \lambda - \theta), \quad (3)$$

hvor  $\dot{c}_t$  betyder  $dc_t/dt$ , jfr. Blanchard & Fischer (1989, kap. 2).

1. Logaritmefunktionen  $\ln c_t$  svarer til  $\epsilon = 1$ , idet  $\frac{c_t^{1-\epsilon} - 1}{1-\epsilon} \rightarrow \ln c_t$  for  $\epsilon \rightarrow 1$ .

## 2. Produktion, forskning og udvikling

Her betragter vi til at begynde med tiden som diskret. Lad  $A_t$  = indeks for teknologisk niveau på tidspunkt  $t$ , dvs. ved starten af periode  $t$  ( $A_t$  opfattes som et serienr. for sidste nye ingeniørvidenskabelige princip, her kaldet et teknologisk *design*; hvert nyt serienr. svarer til et trin opad på en »videnstrappe«);<sup>2</sup>  $x_{it}$  = mængden af kapitalgoder på tidspunkt  $t$  indrettet efter design nr.  $i$ ,  $i = 1, 2, \dots, A_t$ ;  $H_t = \beta L_t$  = mængden af »kvalificeret arbejdskraft« på tidspunkt  $t$  (fx. målt som antal personer med højt uddannelsesniveau<sup>3</sup>),  $0 < \beta < 1$ ;  $(1-\beta)L_t$  = mængden af »simpel arbejdskraft«;  $Y_t$  = output af basisvarer (som defineret nedenfor) i periode  $t$ .

Da vi forudsætter proportionalitet mellem beholdningsstørrelser og ydelse pr. tidsenhed af den pågældende beholdning, kan symbolerne  $L_t$  og  $H_t$  også benyttes som strømstørrelser.  $\beta$ , der står for den andel af den repræsentative husholdnings samlede arbejdsudbud, der består af arbejdskraft med særlige kvalifikationer, er en eksogen konstant i hele vor analyse.

Der er tre sektorer i modellen, en *R & D*-sektor, en »basisvare«-sektor og en kapitalgodesektor. *R & D-sektoren*, som vi også vil kalde *forskningssektoren*, frembringer ny teknologisk viden, tager patent på det design til en ny type kapitalgoder, som denne viden lægger op til, og sælger dette patent til en virksomhed i kapitalgodesektoren. *Basisvaresektoren* fremstiller homogene varer, der dels sælges som forbrugsgoder til husholdningerne, dels som investeringsgoder til kapitalgodesektoren. I *kapitalgodesektoren* fremstilles differentierede kapitalgoder på basis af de patenterede designs, de enkelte virksomheder har tilkøbt sig.<sup>4</sup> De forskellige typer af kapitalgoder udlejes til virksomhederne i basisvaresektoren.

I hver sektor er der mange virksomheder. Disses mål er at opnå maksimal profit. Da virksomhederne inden for den enkelte sektor er ens, kan vi nøjes med at se på en repræsentativ virksomhed i hver sektor.

*R & D-sektoren.* Det antages, at kvalificeret arbejdskraft,  $H_R$ , og viden,  $A$ , er de eneste inputs i forskningssektoren. Dette kan betragtes som en idealisering af det faktum, at forskning og udvikling i hvert fald er relativt arbejdskvalifikations- og vidensintensive processer. Sektorens output,  $R_t$ , nemlig ny viden, dvs. nye designs, antages bestemt ved produktionsfunktionen

2. De måleproblemer, som med indekset  $A$  er fejlet ind under gulvtæppet, må nok siges at være en tand værre end de gængse aggregeringsproblemer. For en diskussion, se fx. Rasmussen (1969, 1976) og Griliches (1990).

3. Men uddannelse som ressourcekrævende aktivitet betragtes ikke i denne model. Ikke desto mindre vil vi undertiden, af praktiske grunde, bruge betegnelsen *humankapital* om  $H$ .

4. Det er ikke essentielt (men blot bekvemt), at forskningssektoren beskrives som adskilt fra kapitalgodesektoren. Forskningsaktiviteten kunne også finde sted i laboratorier i kapitalgodevirksomhederne.

$$R_t = A_{t+1} - A_t = A_t^\gamma H_{Rt}, \quad 0 < \gamma \leq 1. \quad (4)$$

$A_{t+1}$  er indeks for det teknologiske vidensniveau ved starten af næste periode.  $R_t$  er dermed det antal trin, som forsknings- og udviklingsaktiviteten i perioden flytter vidensniveauet opad på »videnstrappen«. Det forudsættes således (af bekvemmelighedsgrunde), at forskningsoutput er proportionalt med antal forskertimer i perioden.<sup>5</sup>

Med hensyn til det andet input i forskningssektoren, nemlig den samlede pulje,  $A_t$ , af hidtil opnået ingeniørvidenskabelig viden og praktisk knowhow, er tankegangen, at jo større  $A_t$  er, jo større er antallet af potentielle ideer til nye projekter (sammenlign overfladen på en ballon, der pustes op). At  $\gamma \leq 1$  indebærer, at vi tillader såvel konstant grænseproduktivitet ( $\gamma = 1$ ) som aftagende grænseproduktivitet ( $\gamma < 1$ ) af viden. Hvilket af disse to tilfælde, der faktisk forekommer, viser sig at have stor betydning for resultaterne.<sup>6</sup>

Alle, der arbejder i forskningssektoren, har fri adgang til den samlede beholdning af viden,  $A_t$ . Dette er netop muligt som følge af, at viden er et *ikke-rivaliserende* gode. Virksomhederne i sektoren tager ganske vist patent på deres nye designs (med henblik på at sælge denne eneret til kommerciel anvendelse af designet til en virksomhed i kapitalgodesektoren). Men andre virksomheders forskere kan nemt udfinde *principper* bag designet, lad os sige nyt EDB-software, og udnytte dette i deres bestræbelser på at frembringe andre nye designs, fx andet nyt software. Med andre ord er der positive eksterne effekter i forskningssektoren.<sup>7</sup> Vi ser, at der med hensyn til de to inputs tilsammen er *voksende* skalaafkast i produktionen af ny viden (skalaelasticiteten er  $1 + \gamma$ ). Men det ene input er som sagt et frit gode.

I ligevægt får virksomhederne i forskningssektoren netop nul profit. Nye virksomheder har fri adgang til sektoren, og der er konstant skalaafkast med hensyn til det input, der koster noget, nemlig  $wH_t$ . Lader vi  $wH_t$  være lønsatsen for den kvalificerede arbejdskraft, der benyttes, og  $p_{jt}$  være prisen på et nyt design,  $j \in \{A_t + 1, A_t + 2, \dots, A_t + R_t\}$ , haves altså i ligevægt, når  $H_{Rt} > 0$ , at  $p_{jt}$  må opfylde

5. Egentlig burde vi tillade aftagende grænseproduktivitet af  $H_t$  på aggregeret niveau for at tage højde for, at en fordobling af forskningsindsatsen kan føre til mindre end en fordobling i  $R \& D$  output på grund af koordinerings- og redundansproblemer. De mange forskere, der bearbejder samme givne mængde viden, kan komme til at lave de samme undersøgelser og nå samme resultater uafhængigt af hinanden. Eller med en mere bidsk formulering fra midt i 70'erne: »It remains a postulate if I argue that the heavy inflow of research-workers into Danish universities over the past decade has pointed to a production function with declining marginal productivity« (Rasmussen 1976, s. 18).

6.  $\gamma > 1$  udelukkes, fordi det ville få økonomiens vækstrate til vedblivende at *vokse* over tid, hvilket ikke forekommer plausibelt.

7. Det forudsættes, at det betragtede samfund har et veludviklet kommunikationsnetværk.

$$w_{Ht} = p_{jt} \frac{\partial R_t}{\partial H_{Rt}} = p_{jt} A_t^\gamma. \quad (5)$$

Vi bruger basisvarer som numeraire. Fra nu af udelades den eksplicitte datering, hvor den ikke er påkrævet for klarhedens skyld.

*Basisvaresektoren.* Den repræsentative virksomhed i denne sektor lejer af kapitalgodevirksomhederne mængderne  $x_i$  af de på tidspunkt  $t$  til rådighed værende kapitalgodevarianter,  $i = 1, 2, \dots, A$ , til lejesatsen  $z_i$  (user cost) og benytter tillige kvalificeret arbejdskraft  $H_Y$  (management) samt simpel arbejdskraft  $L_Y$  til at producere outputmængden  $Y$ . Produktionsfunktionen er

$$Y = M(H_Y, L_Y)^{1-\alpha} \sum_{i=1}^A x_i^\alpha, \quad 0 < \alpha < 1. \quad (6)$$

»Mandskabs«-funktionen  $M$  antages homogen af 1. grad, således at der i (6) er konstant skalaafkast med hensyn til samtlige inputs. Funktionen  $M$  antages desuden at have de sædvanlige neoklassiske egenskaber (positiv, men aftagende grænseproduktivitet af de to faktorer). Mere centralt er det, at der ses at være additiv separabilitet med hensyn til de forskellige kapitalinputs. Heri ligger, at fx en ny type PC'ere ikke påvirker grænseproduktiviteten af en lastbil. Nye kapitalgoder er forskellige fra de gamle, men er i denne model hverken bedre eller ringere end disse, er substitutter til dem, men ikke nære substitutter.<sup>8</sup> Det, der er det væsentlige, er, at når antallet af forskellige varianter øges, bliver effektiviteten større. Dette er den måde, hvorpå Romer formaliserer ideen om, at arbejdsdeling og specialisering giver større effektivitet, jfr. nedenfor.

Virksomhederne i basisvaresektoren er pristagere både på inputsiden og på outputsiden. De efterspørger kapitalgode nr.  $i$  op til det punkt, hvor grænseproduktiviteten er lig kapitallejen  $z_i$ , dvs.  $\partial Y / \partial x_i = M(H_Y, L_Y)^{1-\alpha} \alpha x_i^{\alpha-1} = z_i$ . Den efterspurgte mængde  $x_i$  må altså opfylde

$$x_i = M(H_Y, L_Y) \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} z_i^{-\frac{1}{1-\alpha}}, \quad i=1, 2, \dots, A. \quad (7)$$

Desuden efterspørges henholdsvis kvalificeret arbejdskraft og simpel arbejdskraft op til det punkt, hvor henholdsvis  $\partial Y / \partial H_Y = w_H$  og  $\partial Y / \partial L_Y = w_L$ .

*Kapitalgodesektoren.* I denne sektor er der én virksomhed for hver kapitalgodetype,  $i = 1, 2, \dots, A$ . Når et nyt design,  $j$ , er opfundet i forskningssektoren, står et stort antal potentielle udbydere af den nye kapitalgodetype, der kan baseres på designet, parate til at købe patentet. Hver af disse potentielle udbydere tager prisen,  $p_j$ , på designet for

8. Der er altså ikke »økonomisk forældelse« i denne model.

given. Den, der køber patentet, afholder således den faste omkostning  $p_j$ . Den herved erhvervede eneret til design nr.  $j$  kan nu bruges til at fremstille den dertil svarende nye kapitalgodetype. Teknologien i denne fremstilling antages lineær, således at der til at fremstille  $x_j$  enheder af kapitalgode nr.  $j$  kræves  $\xi x_j$  enheder af basisvaren. Herudover er fremstillingen af kapitalgodet ikke ressourcekrævende (end ikke tidskrævende). Vi forudsætter, at der ikke er nedslidning, og at alle kapitalgoder er »putty-putty« og altså ved periodens slutning øjeblikkeligt kan konverteres tilbage til  $\xi$  enheder basisvarer. For enkelheds skyld lader vi  $\xi$  være uafhængig af  $j$  og  $t$ .

Virksomheden, der producerer og udlejer kapitalgode nr.  $i$ ,  $i = 1, 2, \dots, A$ , og som jo er den eneste virksomhed, der gør dette, fastsætter ved starten af hver periode ud fra kendskab til sin afsætningskurve, jfr. (7), lejesatsen  $z_i$  således, at den løbende indtjening  $\pi_i = z_i x_i - r \xi x_i$  maksimeres under bibetingelsen (7). Monopolistens eneste omkostning er renteomkostningen på udlægget  $\xi x_i$ . Monopolisten sætter sin pris, her  $z_i$ , sådan, at grænseomsætningen bliver lig grænseomkostningen,  $MC$ . Heraf fås

$$z_i = \frac{MC}{1 - \frac{1}{\eta_{xz}}} = \frac{r\xi}{\alpha} \equiv z. \quad (8)$$

$\eta_{xz}$  er den numeriske efterspørgselselastisitet, der ud fra (7) ses at være lig  $1/(1-\alpha)$ . Mark up'en på grænseomkostningen bliver altså  $1/(1-(1-\alpha)) = 1/\alpha$ . (7) giver nu

$$x_j = M(H_Y, L_Y) \left[ \frac{\alpha^2}{\xi r} \right]^{1/(1-\alpha)} \equiv x, \quad \pi_i = \left( \frac{1}{\alpha} - 1 \right) r \xi x \equiv \pi. \quad (8a)$$

Nutidsværdien primo periode  $t$  af virksomhedens indtjeningsstrøm ud i al fremtid er, under fuld forudseenhed,

$$V_{it} = \sum_{\tau=0}^{\infty} (\pi_{i+\tau} \prod_{s=0}^{\tau} (1 + r_{i+s})^{-1}) \equiv V_t. \quad (9)$$

Vi ser, at kapitalgodevirksomhederne vil sætte samme lejesats  $z$ , have samme udbud  $x$ , samme indtjening  $\pi$  og samme nutidsværdi  $V$ .

De nye designs,  $j$ , som forskningssektoren har fremstillet og udbudt i løbet af periode  $t-1$ , er der mange potentielle købere af (fri adgang). Disses indbyrdes konkurrence presser prisen  $p_{j,t-1}$  op, indtil der ikke længere er nogen ren profit at tjene, dvs. indtil  $p_{j,t-1} = V_t$ . Der er intet i vejen for at tillade eksistensen af et second hand marked for patenter. At  $p_{j,t-1} = V_t$ , kan således opfattes som gældende ved overgangen mellem periode  $t-1$  og  $t$  for alle designs, dvs. for  $j = 1, 2, \dots, A_t$ .

### 3. Generel ligevægt

Det akkumulerede ikke-forbrugte output af basisvarer vil vi kalde  $K$ . Dvs.  $K$  angiver økonomiens realkapitalbeholdning regnet til genanskaffelsespris. Vi har  $K_{t+1} - K = Y - C$ . Den samlede beholdningsefterspørgsel efter basisvarer er  $\sum_i \xi x_i = \xi Ax$  fra (8a). Ved clearing på dette marked haves derfor, idet vi for enkelheds skyld sætter  $\xi = I$ ,  $K = Ax$ . Dette indsat i (6) giver, hvis  $H_Y$  og  $L_Y$  midleridig betragtes som givne, periodens produktion af basisvarer

$$Y = M(H_Y, L_Y)^{1-\alpha} A^{1-\alpha} K^\alpha = F(A, H_Y, L_Y, K). \quad (10)$$

Det ses, at basisvaresektoren for fast  $A$  har konstant skalaafkast med hensyn til de traditionelle inputs, de to slags arbejdskraft og  $K$  (der kan kaldes »rå realkapital«). Men når også »teknologiinputtet«  $A$  er variabelt, er der *voksende skalaafkast* under et. At  $\partial Y / \partial A > 0$ , er udtryk for, at når en given beholdning af rå kapital fordeles ud på flere forskellige kapitalgodevarianter, bliver output større. Selve forøgelsen af antal varianter er således produktiv.<sup>9</sup> Fortolkningen er, at arbejdsfordeling og specialisering giver effektivitetsgevinster, jfr. Adam Smiths gamle idé om voksende skalaafkast som følge af arbejdsdeling.

Endelig antages clearing på markederne for de to typer arbejdskraft, dvs.  $H_R + H_Y = \beta L$ , og  $L_Y = (1-\beta)L$ .

*Forløbet over tid.* Da den dynamiske analyse er enklest at gennemføre i en kontinuert model, lader vi nu dels periodelængden gå mod nul, dels antallet af kapitalgodevarianter være en kontinuert variabel.<sup>10</sup>

Det viser sig relevant at sondre mellem to cases: (I)  $\gamma = 1$ ,  $\lambda = 0$ , og (II)  $\gamma < 1$ ,  $\lambda \geq 0$ , idet konklusionerne bliver ret forskellige.

*Case I.*  $\gamma = 1$ ,  $\lambda = 0$ . At  $\gamma = 1$ , betyder konstant grænseproduktivitet af viden i forskningssektoren. Hvis der var positiv vækst i  $L$ , dvs.  $\lambda > 0$ , ville økonomiens vækstrate vedvarende vokse over tid (eksplosiv vækst). Derfor nøjes vi med at betragte  $\lambda = 0$ . Dette kan måske forsvares ud fra, at  $L$  i modellen kan fortolkes som repræsenterende ikke-producerbare ressourcer generelt, indbefattende bl.a. udtømmelige naturressourcer. Desuden må det formodes, at der på det virkeligt lange sigt er en øvre grænse for jordens befolkning – om ikke andet så på grund af pladsproblemer.

I Groth (1992) er det vist, at økonomien over tid i case I vil konvergere med en steady state, hvor pr. capita-vækstraten  $g$  opfylder

9. Faktoren  $\sum_{i=1}^A \left[ \frac{k}{A} \right]^\alpha$  er voksende i  $A$ , idet  $\frac{\partial}{\partial A} \left[ A \left[ \frac{k}{A} \right]^\alpha \right] = (1-\alpha) A^{-\alpha} K^\alpha > 0$ .

Det analoge fænomen i forbrugerteorien kaldes The Law of Variety. Tankegangen er her, at jo flere varianter af forbrugsgoder, jo større nytte alt andet lige (Dixit og Stiglitz, 1977).

10. Dvs. vi ignorerer delelighedsproblemer.



$$g = \frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{A}}{A} = aH = \frac{\alpha H - \theta v}{\alpha + \varepsilon v}. \quad (11)$$

Her er  $y \equiv Y/L$ ,  $k \equiv K/L$ , og  $H = \beta L$  (konstant), mens  $v(1 - \alpha)$  er elasticiteten af  $Y$  med hensyn til  $H_Y$ , og  $a$  betegner den andel af den kvalificerede arbejdskraft, der i steady state er allokert til forskningssektoren. Det er her forudsat, at  $H > \theta v / \alpha$ . Hvis i stedet  $H \leq \theta v / \alpha$ , bliver  $g = 0$ , idet det privatøkonomisk set bliver ulønsomt at være beskæftiget i forskningssektoren. Produktivitetsvækst kræver altså et vist minimum af »humankapital«. Dette synes at være i god overensstemmelse med økonomisk historie.

(11) viser, at både lavere nutidspræference, dvs. mindre  $\theta$ , og højere intertemporal substitutionselasticitet i forbruget, dvs. mindre  $\varepsilon$ , giver højere langsigtsvækstrate. Mekanismen er, at opsparingstilbøjeligheden øges, hvorved den ikke-forbrugsorienterede arbejdskraftanvendelse, bl.a. allokeringen til forskningssektoren, stimuleres. En sådan effekt er noget helt nyt i forhold til traditionel vækstteori, hvor opsparingstilbøjeligheden ikke påvirker langsigtsvækstraten, men kun tilpasningshastigheden til steady state (jfr. fx Solow-modellen).

(11) viser også, at faktorer, der mindsker »monopolgraden«,  $1/\alpha$ , eller mindsker humankapitalens »betydning«,  $v$ , i basisvaresektoren, giver større langsigtsvækstrate.

Endelig ser vi, at større beholdning af humankapital  $H$  giver større langsigtsvækstrate.<sup>11</sup> Forklaringen er, at større  $H$  giver større forsknings- og udviklingsats og dermed hurtigere vækst i teknologiparameteren  $A$ , der er den afgørende faktor for væksten.

Det kan vises, at en altbestemmende samfundsplanlægger, der har (3) som kriteriefunktion, vil vælge en opsparingsplan og en allokering til forskningssektoren, så økonomiens pr. capita-vækstrate over tid konvergerer mod

$$g^* = \frac{H - \theta v}{\varepsilon v + 1 - v} > g. \quad (12)$$

At den decentralisere markedsøkonomi således fører til for lav vækst skyldes to forhold. For det første bliver de *positive eksterne effekter* af vidensproduktionen ikke belønnet af markedet, dvs. allokeringen af humankapital til forskningssektoren bliver for lille. For det andet bevirker forekomsten af *ufuldkommen konkurrence* i kapitalgodesektoren, at der drives en kile,  $1/\alpha$ , ind imellem den private aflønning af opsparing,  $r$ , og  $\partial Y / \partial K = r/\alpha$ , der er den »samfundsmæssige aflønning« af opsparing.

To økonomisk-politiske implikationer af modellen kan således fremhæves. For det første bør forskning subsidieres (ideelt set finansieret via lump sum beskatning). For det andet er fri international handel ud fra denne model en fordel i det omfang, at landenes forskningssektorer integreres.

11. Derimod vil øget  $L$  for fast  $H$  (dvs.  $L$  går op, men  $\beta$  ned, så  $\beta L$  er uændret) ikke påvirke  $g$  hvis elasticiteten er en konstant som i Cobb-Douglasfunktionen.

*Case II.*  $\gamma < 1$ ,  $\lambda \geq 0$ . Her er der aftagende grænseproduktivitet af viden. Dette kunne, lidt vagt, begrundes med, at beholdningen af uudnyttede potentielle teknologiske fornyelser efterhånden tenderer til at blive udtømt. I dette tilfælde vil positiv befolkningsvækst ikke resultere i eksplosiv vækst, hvorfor vi kan tillade  $\lambda > 0$ . Bemærk, at når  $\lambda > 0$ , vil pr. forudsætning også  $H$ , mængden af humankapital, vokse med den positive rate  $\lambda$ .

Det viser sig, at pr. capita steady state-vækstraten i dette tilfælde bliver

$$g = \frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{A}}{A} = \frac{\lambda}{1 - \gamma}, \quad (13)$$

mens steady state-vækstraten i basisvareproduktionen bliver  $\dot{Y}/Y = \lambda(2 - \gamma) / (1 - \gamma)$ .

Det »positive« ved dette case er, at det kan inkorporere positiv befolkningsvækst uden at føre til eksplosiv vækst i produktionen. Det »negative« er, at man får, at  $\partial g / \partial \lambda = 1 / (1 - \gamma) > 0$ , dvs. en empirisk set problematisk konklusion.

#### 4. »Endogen vækst«

Det fænomen, der fremkommer i case I, nemlig at steady state-vækstraten i forbrug pr. hoved er positiv, uden at nogen eksogen faktor vokser, går i litteraturen under slagordet »endogen vækst«. Ud fra den traditionelle betydning af »endogen« kan denne sprogbrug være en anelse vildledende (også i Solow-modellen er langsigtstvækstraten et resultat af modellens mekanismer og for så vidt endogen). Det forekommer derfor hensigtsmæssigt at tilføje et prædikat til ordet endogen, hvorfor vi i ovennævnte tilfælde vil sige, at der foreligger »stærkt endogen produktivitetsvækst«. Parallelt hermed er det naturligt at sige, at der i case II, hvis  $\lambda > 0$ , foreligger »svagt endogen produktivitetsvækst«. Langsigtstvækst er nemlig her positiv uden, at nogen eksogen *teknologifaktor* vokser – men kun såfremt befolkningsvæksten er positiv. Til forskel herfra hidrører langsigtstvækst i Solow-modellen netop fra vækst i en eksogen teknologifaktor.

Case I, dvs. »stærkt endogen produktivitetsvækst«, er blevet populært i den nyere litteratur (for en oversigt, se Sala-i-Martin 1990). Det skyldes, at langsigtstvækstraten i dette tilfælde er afhængig af en række karakteristika ved præferencer, teknologi, markedsvilkår samt økonomisk politik. Således får man herved et bidrag til forklaring af internationale forskelle i vækstrater på længere sigt. På den anden side må Case I siges at være lidt af et knivsæg-tilfælde, hvad case II ikke er. Desuden kan de ovennævnte forhold, der gør case I attraktivt, egentlig lige så vel tale for at fokusere på case II. De nævnte vækstfaktorer vil nemlig under alle omstændigheder spille en rolle under hele tilpasningsprocessen mod steady state, og den her involverede tilpasningstid kan gøres så lang, det måtte ønskes, ved at vælge  $\gamma$  tæt på 1.

### 5. Afsluttende bemærkninger

R & D-vækstteorien udgør et interessant bidrag til forklaring af forskelle i vækstrater, bl.a. mellem de udviklede lande, de såkaldte NIC-lande og de tilbagestående u-lande. I de foreliggende versioner er der også, som vist, problemer i teorien. Nogle af disse problemer kan antagelig afhjælpes ved at inddrage dels *uddannelsesomkostninger* (se bl.a. Lucas 1988), dels eksistensen af *udtømmelige ressourcer* i analysen. Det forekommer også at være påkrævet, at en teori om den rolle, ressourceallokeringen til forskning og udvikling har i en økonomi, inddrager betydningen af *usikkerhed*, et essentielt træk netop ved forskning og udvikling.

#### Litteratur

- Arrow, K. J. 1962. The Economic Implications of Learning by Doing. *Review of Economic Studies* 29.
- Blanchard, O. J. & S. Fischer. 1989. *Lectures on Macroeconomics*. Cambridge (Mass.).
- Dixit, A. & J. E. Stiglitz. 1977. Monopolistic Competition and Optimal Product Diversity. *American Economic Review* 67.
- Dowrick, S. & D. T. Nguyen. 1989. OECD Comparative Economic Growth 1950-1985: Catch-up and Convergence. *American Economic Review* 79.
- Griliches, Z. 1990. Patent Statistics as Economic Indicators: A Survey. *Journal of Economic Literature* 28.
- Groth, C. 1992. Transitional Dynamics in Romer's R&D Model of Endogenous Growth. Arbejdsrapport.
- Kaldor, N. 1961. Capital Accumulation and Economic Growth. Se F. Lutz, ed. *The Theory of Capital*, London.
- Lucas, R. E. jr. 1988. On the Mechanics of Economic Development. *Journal of Monetary Economics* 22.
- Rasmussen, P. Nørregaard. 1969. Hvem tog patenterne? Se *Aktuelle økonomiske problemer. Festskrift til Carl Iversen*. Kbh.
- Rasmussen, P. Nørregaard. 1976. *The Economics of Technological Change*. (Wicksell Lectures 1975). Uppsala.
- Romer, P. M. 1987. Growth Based on Increasing Returns Due to Specialization. *American Economic Review. Papers and Proceedings*, 77.
- Romer, P. M. 1990. Endogenous technological Change. *Journal of Political Economy* 98.
- Sala-i-Martin, X. 1990. Lecture Notes on Economic Growth I-II. NBER Working Papers Series No. 3563-3564. Cambridge (Mass.).
- Solow, R. M. 1956. A Contribution to the Theory of Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics* 70.
- Uzawa, H. 1965. Optimum Technical Change in an Aggregative Model of Economic Growth. *International Economic Review* 6.

### 5. Afsluttende bemærkninger

R & D-vækstteorien udgør et interessant bidrag til forklaring af forskelle i vækstrater, bl.a. mellem de udviklede lande, de såkaldte NIC-lande og de tilbagestående u-lande. I de foreliggende versioner er der også, som vist, problemer i teorien. Nogle af disse problemer kan antagelig afhjælpes ved at inddrage dels *uddannelsesomkostninger* (se bl.a. Lucas 1988), dels eksistensen af *udtømmelige ressourcer* i analysen. Det forekommer også at være påkrævet, at en teori om den rolle, ressourceallokeringen til forskning og udvikling har i en økonomi, inddrager betydningen af *usikkerhed*, et essentielt træk netop ved forskning og udvikling.

#### Litteratur

- Arrow, K. J. 1962. The Economic Implications of Learning by Doing. *Review of Economic Studies* 29.
- Blanchard, O. J. & S. Fischer. 1989. *Lectures on Macroeconomics*. Cambridge (Mass.).
- Dixit, A. & J. E. Stiglitz. 1977. Monopolistic Competition and Optimal Product Diversity. *American Economic Review* 67.
- Dowrick, S. & D. T. Nguyen. 1989. OECD Comparative Economic Growth 1950-1985: Catch-up and Convergence. *American Economic Review* 79.
- Griliches, Z. 1990. Patent Statistics as Economic Indicators: A Survey. *Journal of Economic Literature* 28.
- Groth, C. 1992. Transitional Dynamics in Romer's R&D Model of Endogenous Growth. Arbejdsrapport.
- Kaldor, N. 1961. Capital Accumulation and Economic Growth. Se F. Lutz, ed. *The Theory of Capital*, London.
- Lucas, R. E. jr. 1988. On the Mechanics of Economic Development. *Journal of Monetary Economics* 22.
- Rasmussen, P. Nørregaard. 1969. Hvem tog patenterne? Se *Aktuelle økonomiske problemer. Festskrift til Carl Iversen*. Kbh.
- Rasmussen, P. Nørregaard. 1976. *The Economics of Technological Change*. (Wicksell Lectures 1975). Uppsala.
- Romer, P. M. 1987. Growth Based on Increasing Returns Due to Specialization. *American Economic Review. Papers and Proceedings*, 77.
- Romer, P. M. 1990. Endogenous technological Change. *Journal of Political Economy* 98.
- Sala-i-Martin, X. 1990. Lecture Notes on Economic Growth I-II. NBER Working Papers Series No. 3563-3564. Cambridge (Mass.).
- Solow, R. M. 1956. A Contribution to the Theory of Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics* 70.
- Uzawa, H. 1965. Optimum Technical Change in an Aggregative Model of Economic Growth. *International Economic Review* 6.