

Rationelle bobler i de danske aktiekurser 1923-1991 – en empirisk analyse

Jesper Lund

Urmagertoften 59, 8270 Højbjerg

SUMMARY: A rational bubble in stock prices is a deviation from fundamental values that is consistent with the investors having rational expectations. Since rational bubbles are unobserved testing for them poses great conceptual difficulties, but tests have been developed. In this paper tests developed by Diba & Grossman and West are applied to Danish data covering the period 1923-1991. All tests lead to the conclusion that there have been no rational bubbles in the Danish stock prices in that period.

1. Indledning

En rationel boble i prisdannelsen for en aktie kan ses som et udtryk for en selvbekræftende tro på, at aktiekursen afhænger af en række variable, der fundamentalt set er irrelevante for aktiekursen (Diba & Grossman 1988a). Selv om aktien afviger fra fundamental-værdien, er dette imidlertid foreneligt med rationelle forventninger hos investorerne. Afvigelsen fra fundamental-kursen vil vokse over tid indtil boblen brister,¹ og dermed kan teorien om rationelle bobler bruges som en forklaring på »børskrakket« i oktober 1987.

Størsteparten af litteraturen om rationelle bobler beskæftiger sig med betingelserne for at rationelle bobler overhovedet kan eksistere. Derimod er der kun lavet få empiriske undersøgelser, hvilket der kan gives flere forklaringer på. For det første er det problematisk overhovedet at opstille et test for rationelle bobler, fordi de ikke kan observeres direkte. For det andet stiller de boble-test, der er udviklet af Diba & Grossman (1988b) og West (1987), krav om en tidsserie for såvel aktiekursen som den udbetalte dividende. Det er normalt kun aktiekursen, der er umiddelbart tilgængelig i de officielle statistiske publikationer, og det er derfor tidskrævende at fremskaffe et datamateriale til testene.

Artiklen er baseret på afsnit 5.3-5.7 i Lund, Hansen & Voetmann (1991). Jeg ønsker at takke Peder J. Pedersen, Esben Høg og Tom Engsted for kommentarer til en tidligere udgave af denne artikel.

1. Det antages, at der er tale om en stokastisk (probabilistisk) boble. Den anden type bobler (deterministiske bobler) kan ikke briste.

Rationelle bobler i de danske aktiekurser 1923-1991 – en empirisk analyse

Jesper Lund

Urmagertoften 59, 8270 Højbjerg

SUMMARY: A rational bubble in stock prices is a deviation from fundamental values that is consistent with the investors having rational expectations. Since rational bubbles are unobserved testing for them poses great conceptual difficulties, but tests have been developed. In this paper tests developed by Diba & Grossman and West are applied to Danish data covering the period 1923-1991. All tests lead to the conclusion that there have been no rational bubbles in the Danish stock prices in that period.

1. Indledning

En rationel boble i prisdannelsen for en aktie kan ses som et udtryk for en selvbekræftende tro på, at aktiekursen afhænger af en række variable, der fundamentalt set er irrelevante for aktiekursen (Diba & Grossman 1988a). Selv om aktien afviger fra fundamental-værdien, er dette imidlertid foreneligt med rationelle forventninger hos investorerne. Afvigelsen fra fundamental-kursen vil vokse over tid indtil boblen brister,¹ og dermed kan teorien om rationelle bobler bruges som en forklaring på »børskrakket« i oktober 1987.

Størsteparten af litteraturen om rationelle bobler beskæftiger sig med betingelserne for at rationelle bobler overhovedet kan eksistere. Derimod er der kun lavet få empiriske undersøgelser, hvilket der kan gives flere forklaringer på. For det første er det problematisk overhovedet at opstille et test for rationelle bobler, fordi de ikke kan observeres direkte. For det andet stiller de boble-test, der er udviklet af Diba & Grossman (1988b) og West (1987), krav om en tidsserie for såvel aktiekursen som den udbetalte dividende. Det er normalt kun aktiekursen, der er umiddelbart tilgængelig i de officielle statistiske publikationer, og det er derfor tidskrævende at fremskaffe et datamateriale til testene.

Artiklen er baseret på afsnit 5.3-5.7 i Lund, Hansen & Voetmann (1991). Jeg ønsker at takke Peder J. Pedersen, Esben Høg og Tom Engsted for kommentarer til en tidligere udgave af denne artikel.

1. Det antages, at der er tale om en stokastisk (probabilistisk) boble. Den anden type bobler (deterministiske bobler) kan ikke briste.

Rationelle bobler er tidligere behandlet i Nationaløkonomisk Tidsskrift af Timmermann (1989), der analyserer forskellige forklaringer på børskrakket i oktober 1987. I nærværende artikel, hvor hovedvægten lægges på den empiriske analyse, testes for bobler i de danske aktiekurser i perioden 1923-1991. Først gives en beskrivelse af modellen for rationelle bobler (afsnit 2) og af datamaterialet (afsnit 3). I afsnit 4 og 5 anvendes Diba & Grossman's test og i afsnit 6 West's test på dette datamateriale.

2. Udledning af modellen for rationelle bobler i aktiekursen

Formålet med dette afsnit er primært at opstille grundlaget for den efterfølgende empiriske analyse. Udledningen indeholder derfor de forenklinger, som alligevel må gøres, når man går fra det teoretiske til det empiriske plan. For en mere detaljeret udledning henvises til Diba & Grossman (1988a), der også diskuterer betingelserne for at rationelle bobler kan eksistere. Dette problem er desuden behandlet af Tirole (1982, 1985).

I teorien om rationelle bobler antages det, at alle investorer har samme information om aktiekurserne (dvs. der er én repræsentativ investor), og at investorerne har rationelle forventninger. Aktiekursen på tidspunkt t er bestemt af arbitrage-relationen

$$P_t = b \cdot E(P_{t+1} + D_{t+1} | I_t) ; b = 1/(1+r) \quad (1)$$

hvor P_t og D_t er hhv. aktiekursen og den udbetalte dividende. Begge variable er målt realt, og $b=1/(1+r)$ er derfor den reale diskonteringsfaktor. E er forventningsoperatoren, der betinger i I_t , som er investorenes informationssæt. Diskonteringsfaktoren b er bestemt af investorenes afkastkrav, og i (1) antages det at være konstant over tid. For at opfylde dette krav, er det nødvendigt at antage, at investorerne er risikoneutrale, idet afkastkravet så kun vil bestå af realrenten, som med rimelighed kan antages at være konstant over tid. Hvis investorerne i stedet er risikoaverse vil afkastkravet tillige bestå af en risikopræmie, og når bobler introduceres i modellen, er det meget usandsynligt, at risikopræmien kan være konstant over tid.

I (1) kan et tilsvarende udtryk for P_{t+1} indsættes, og hvis det gøres $n-1$ gange samtidigt med at loven om itererede forventninger anvendes, kan (1) omskrives til

$$P_t = \sum_{j=1}^n b^j E(D_{t+j} | I_t) + b^n E(P_{t+n} | I_t) \quad (2)$$

Løsningen til (2) er ikke entydig, idet P_t afhænger af $E(P_{t+n} | I_t)$. Hvis det kan antages, at transversalitet betingelsen

$$\lim b^n \cdot E(P_{t+n} | I_t) = 0, \quad (3)$$

når $n \rightarrow \infty$ er opfyldt, fås fundamentalløsningen

$$P_t = \sum_{j=1}^{\infty} b^j E(D_{t+j} | I_t) \quad (4)$$

dvs. at aktiekursen alene er bestemt af forventningen til de fremtidige dividender. Rationelle bobler opstår ved at (4) ikke er den eneste løsning til (2). En alternativ løsning er

$$P_t = F_t + B_t \quad (5)$$

hvor F_t er fundamentalløsningen fra (4), mens B_t er det rationelle boble-element, der for at sikre overensstemmelse med (1) – og derigennem med antagelsen om rationelle forventninger – må tilfredsstille den homogene differensligning

$$E(B_{t+1} | I_t) - (1+r) \cdot B_t = 0 \quad (6)$$

Det kan måske umiddelbart virke underligt, at det er rationelt for en investor at blive i markedet, når han risikerer et stort tab, hvis boblen brister. Afkastet af aktieinvesteringen vil imidlertid indeholde en boble-præmie, så det forventede afkast svarer til kravet r (Timmermann 1989, p. 80). Derimod vil variansen på afkastet blive større, jo større boblen er, men en risikoneutral investor ser kun på de forventede værdier og vil ikke kræve kompensation for den ekstra risiko.

For at sikre overensstemmelse med antagelsen om rationelle forventninger hos investorerne, er det endvidere nødvendigt at pålægge bobleprocessen nogle ret restriktive forudsætninger. Ud fra (6) deducerer Diba & Grossman (1988a)

1. Negative bobler kan udelukkes.
2. Hvis boblen brister fuldstændigt, kan den ikke starte igen.²
3. Hvis en boble eksisterer i aktiekursen, må den have eksisteret den første dag, aktien blev handlet.

Selv om disse forudsætninger ikke er opfyldt, er der alligevel en idé i at teste for bobler i aktiekurserne, idet testene kan bruges som specifikations-test af fundamentalmodellen (4) (Flood & Hodrick 1990). Desuden kan bobler gøres mere sandsynlige ved at slække lidt på de strenge rationalitetsforudsætninger. En oplagt mulighed vil være at tillade bobler at opstå på et senere tidspunkt end den første dag, hvor aktien handles, f.eks. som en overreaktion på ny information om en fundamental-variabel. Irra-

2. Der er ikke noget i vejen for, at en del af boblen kan bryde, blot (6) er opfyldt (se West (1987)).

tionaliteten hos investorerne er da begrænset til den dag, hvor investorerne første gang fejlfortolker den nye information om fundamental-variablen.

3. Databeskrivelse

I det forudgående afsnit har P_t og D_t været aktiekursen og den udbetalte dividende for en enkelt aktie. Modellen gælder imidlertid også for en portefølje af aktier, og dermed kan man basere analysen på et aktieindeks i stedet. Diba & Grossman (1988b) og West (1987) analyserer begge et aktieindeks, der dækker et bredt udsnit af det amerikanske aktiemarked. Hvis bobler skal bruges som forklaring på det store generelle kursfald i oktober 1987, kan fænomenet ikke være begrænset til enkelte aktier, og det synes derfor rimeligt at anvende et aktieindeks til analysen. Endvidere må det forventes, at der er mindre støj i et aktieindeks end i kursen på en enkelt aktie, hvilket øger styrken af testene.

I denne artikel bruges et aktieindeks, der dækker perioden 1923-1991 (medio februar det pågældende år). Oplysninger om aktiekurs og udbetalt dividende er taget fra de officielle kurslister fra Københavns Fondsbørs. Aktieindekset omfatter i hver periode ca. 16 selskaber, der er udvalgt med henblik på at få en så stor dækning af hele aktiemarkedet som muligt. For at opfylde dette krav er det nødvendigt at udskifte selskaberne i aktieindekset, og det er gjort ved først at opdele perioden 1923-1991 i 5 delperioder, og dernæst inden for hver delperiode at udvælge de selskaber, som sikrer den størst mulige dækning af markedet. De kriterier, der er lagt til grund for udvælgelsen, er aktiekapitalens størrelse og en spredning på de forskellige brancher.

Selskaberne indgår i aktieindekset med en vægt, der er beregnet som deres andel af den totale markedsværdi (aktiekapital \times kurs) i det første år i hver delperiode. Inden aktiekurserne kan vægtes til et aktieindeks, er det nødvendigt at foretage en korrektion for fondsaktieemissioner og emissioner til underkurs, idet aktiekursen ellers vil blive undervurderet. Det er gjort ved at multiplicere de registrerede aktiekurser med en korrektionsfaktor f_t , der udtrykker det antal aktier, som investoren – uden yderligere indskud – vil have per oprindelig aktie som følge af fondsemissioner og emissioner til underkurs. Korrektionsfaktoren for periode t er beregnet som

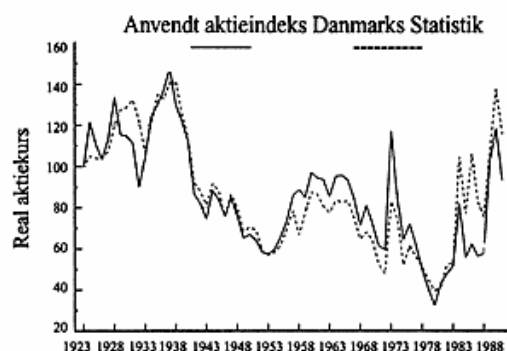
$$f_t = \left[\frac{K_t \cdot (1+g) - U \cdot g}{K_t} \right] \cdot f_{t-1}$$

hvor

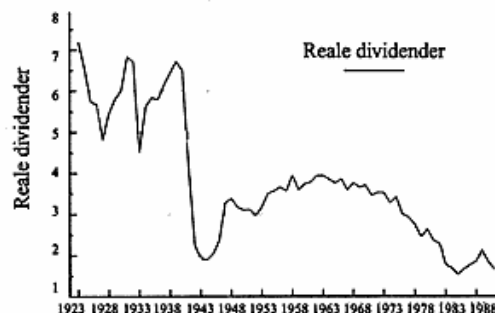
K_t er den noterede kurs på tidspunkt t

g er antal nye aktier per eksisterende aktie

U Underkursen for de eksisterende aktionærer (U er 0 i en fondsaktieemission).



Figur 1. Realt Aktiekursindeks
(1923 = 100).



Figur 2. Reale udbetalte dividender.

En tilsvarende korrektion er foretaget for de udbetalte dividender, hvor der dog også skal tages højde for, at de nye aktier i nogle tilfælde ikke modtager fuld dividende første gang. Endelig er aktiekurserne og dividendeudbetalingerne omregnet til reale størrelser. Som prisindeks er anvendt nationalregnskabsdeflatoren (beregnet ud fra BFI) for år $t-1$.³

I figur 1 og 2 er vist et plot af det konstruerede reale aktiekursindeks og af den udbetalte reale dividende for en portefølje af aktierne i dette aktieindeks. Danmarks Statistik offentliggør et kursindeks, der dækker hele aktiemarkedet, og den reale værdi af dette aktieindeks er også vist i figur 1.

Bortset fra nogle enkelte år synes der generelt at være en god overensstemmelse mellem mit aktieindeks og det, der offentliggøres af Danmarks Statistik. Den mest bemærkelsesværdige udvikling findes i dividendeserien, hvor der tilsyneladende sker et niveauskift omkring 1940. Det kraftige fald i starten af 1940'erne skyldes en kombination af kraftige prisstigninger og et nominelt fald i de udbetalte dividender, mens faldet siden 1960 alene skyldes, at de nominelle dividender er steget mindre end prisniveauet.

4. Diba & Grossman's boble-test

Et af de største problemer ved at opstille et test er at man ikke empirisk kan skelne mellem rationelle bobler og bidraget fra fundamental-variable, som ikke observeres. Som et eksempel på dette problem nævner Flood & Hodrick (1986) den situation, at investorerne kalkulerer med, at der på et fremtidigt tidspunkt T er en sandsynlighed π for, at regeringen vil øge beskatningen af dividendeindkomsten. Da fundamentalkursen er den tilbagediskonterede værdi af de fremtidige dividender efter skat, vil dette ned-

3. For årene 1922-1965 er der ingen officiel nationalregnskabsstatistik, og jeg har i stedet anvendt Svend Aage Hansens nationalregnskabstal (tabel 10.1 og 10.2 i Johansen (1985)).

sætte værdien af aktierne, og Flood & Hodrick (1986) viser, at aktiekursen frem til tidspunkt T vil få et forløb, der svarer til en rationel boble.

På grund af datakravene er det ikke muligt at arbejde med observationer med et kortere tidsinterval end et år, og problemet kan derfor ikke løses ved at indskrænke analysen til en periode, hvor beskatningsforholdene er uændrede. Diba & Grossman (1988b) søger i stedet at »løse« problemet ved at inddrage en uobserveret variabel $(U_t)^4$ som investorerne antages at tage hensyn til ved fastlæggelsen af aktiekursen P_t :

$$P_t = \sum_{j=1}^{\infty} b^j E(D_{t+j} | I_t) + \sum_{j=1}^{\infty} b^j E(U_{t+j} | I_t) + B_t \quad (7)$$

I (7) er det antaget, at den uobserverede variabel kan kvantificeres på samme måde som de forventede fremtidige dividender, men da de uobserverede variable alligevel ikke kan inddrages direkte i analysen, bliver dette problem aldrig aktuelt. Konsekvensen af at medtage U_t i (7) er alene, at en afvisning af nul-hypotesen om ingen bobler ikke umiddelbart kan føre til den konklusion, at der er rationelle bobler i aktiekursen, idet ændringer i den uobserverede variabel altid kan fremføres som en alternativ forklaring.

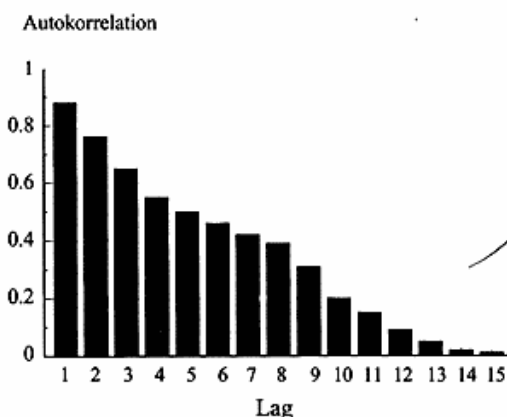
Idéen i Diba & Grossman's test er først at undersøge integrationsordenen for dividenden, dvs. finde det d , hvor $\Delta^d D_t = (1-L)^d D_t$ er stationær, mens $\Delta^{d-1} D_t$ ikke er det. Hvis det gælder, at

- a. D_t er integreret af d 'te orden – $D_t \sim I(d)$ – og $d=0$ eller 1
- b. den uobserverede variabel er $I(k)$, hvor $k \leq d$
- c. der er ikke bobler i aktiekursen (dvs. $B_t = 0$ for alle t)

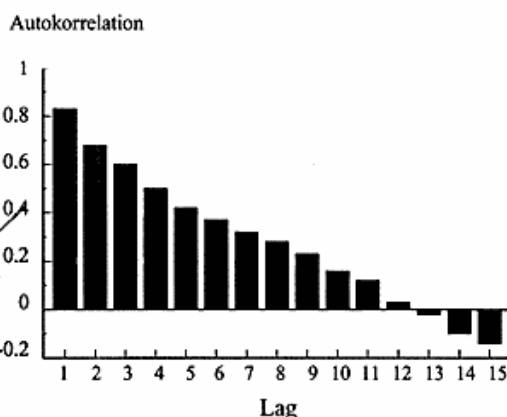
vil P_t også være $I(d)$. Bortset fra et eventuelt bobleelement er P_t den tilbagediskonterede værdi af de fremtidige dividender og uobserverede variable. Hvis D_t og U_t begge er $I(d)$, $d=0$ eller 1, vil P_t også være $I(d)$, idet en linearkombination af $I(d)$ variable som udgangspunkt også er $I(d)$ (Engle & Granger 1987, p. 253). Det skal understreges, at det er integrationsordenen af de fremtidige dividender, der er interessant, men da det naturligvis kun er muligt at undersøge de historiske dividender, må det antages, at integrationsordenen er konstant over tid.

Såfremt der er bobler, vil højresiden i (7) indeholde et element (B_t) , som vokser eksponentielt. Dette element vil ikke have nogen endelig integrationsorden, og da en stadig større del af P_t vil bestå af B_t , vil det også gælde, at P_t ikke har en endelig integrationsorden (Diba & Grossman 1988b, p. 522). Hvis det i den statistiske analyse må

4. U_t kan f.eks. repræsentere beskatning af dividender eller kursgevinster.



Figur 3. Estimeret autokorrelationsfunktion. Dividender.



Figur 4. Estimeret autokorrelationsfunktion. Aktiekurser.

konkluderes, at D_t og P_t har samme integrationsorden, kan det derfor tages som udtryk for, at der ikke er bobler i aktiekurserne. Er det modsatte derimod tilfældet, kan det selvfølgelig skyldes, at der er bobler, men en alternativ forklaring er, at $\Delta^d U_t$ ikke er stationær (Diba & Grossman 1988b, p. 520).

Undersøgelsen af seriernes integrationsorden sker primært ved hjælp af Dickey-Fuller testene (Dickey & Fuller (1979, 1981)). Som et supplement til de formelle test kan man først se på plot af tidsserierne i niveau og ændringer samt undersøge den estimerede autokorrelationsfunktion. Plot af serierne i ændringer er ikke medtaget her, men de giver ikke anledning til at afvise, at ΔD_t og ΔP_t er stationære. Ud fra plottene af P_t og D_t i afsnit 3 kan det dog ikke helt udelukkes, at serierne allerede er stationære i niveau, dvs. $I(0)$. Denne konklusion styrkes endvidere af, at den estimerede autokorrelation (se figur 3 og 4) for begge serier dør noget hurtigere ud, end man skulle forvente for en $I(1)$ variabel.

Dickey-Fuller testet udføres ved at estimere regressionsmodellen

$$\Delta X_t = m + \pi \cdot X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \alpha_i \cdot \Delta X_{t-i} + \epsilon_t$$

vha. OLS og sammenligne t -ratioen $\hat{\pi}/s(\hat{\pi})$ med de kritiske værdier i tabel 8.5.2 i Fuller (1976). Under nul-hypotesen $\pi=0$ er ΔX_t en stationær $AR(p)$ proces, dvs. at X_t har en enhedsrod (er en integreret proces). Den alternative hypotese er, at X_t følger en $AR(p+1)$ proces, der er stationær omkring en fast middelværdi ($\pi < 0$) eller eksplosiv ikke-stationær ($\pi > 0$). Alternativet skal være dobbeltsidet, idet P_t (og ΔP_t) vil udvikle sig eksplosivt, hvis der er rationelle bobler.

Tabel 1. DF og ADF test for dividenden og aktiekursen

Variabel	DF-test ($p=0$)		ADF-test ($p=1$)	
	$\hat{\pi}$	$t = \hat{\pi}/s(\hat{\pi})$	$\hat{\pi}$	$t = \hat{\pi}/s(\hat{\pi})$
D_t	-0.090	-2.06	-0.094	-2.08
ΔD_t	-0.812	-6.72 *	-0.889	-5.63 *
P_t	-0.172	-2.50	-0.177	-2.47
ΔP_t	-1.106	-8.92 *	-1.334	-7.29 *

Anm.: * Signifikant på 5% niveau

I tabel 1 vises resultaterne af Dickey-Fuller testene for P_t og D_t samt deres ændringer. Testene er gennemført med $p=0$ og $p=1$ (når $p>0$ kaldes testet det augmented Dickey-Fuller (ADF) test), idet laggene af højere orden er klart insignifikante.

Nul-hypotesen om at D_t og P_t er $I(1)$ kan ikke afvises på et 5% niveau. Hvis det samme test udføres på ΔD_t og ΔP_t kan nul-hypotesen om, at serierne er $I(1)$ klart afvises til fordel for det stationære alternativ (svarende til at D_t og P_t er $I(1)$). Konklusionen på testene bliver derfor, at D_t og P_t kun er stationære i ændringer. Denne konklusion er dog noget usikker, idet Dickey-Fuller testet i små stikprøver generelt har en ret lav styrke overfor stationære alternativer, hvis største rod er tæt på en (se tabel 8 i Dickey & Fuller (1981)). I relation til spørgsmålet om rationelle bobler i aktiekursen er det imidlertid underordnet, om P_t er $I(1)$ eller $I(0)$. Det afgørende er, at ingen af de udførte test viser tegn på, at P_t og ΔP_t udvikler sig eksplosivt, hvilket vil være tilfældet, hvis der er rationelle bobler i aktiekursen (Diba & Grossman 1988b).

5. Kointegrationstest

Som en fortsættelse af analysen i afsnit 4 kan eksistensen af rationelle bobler i aktiekursen testes ved at undersøge, om P_t og D_t er kointegrerede (Campbell & Shiller 1987). Hvis variablene i en vektorproces x_t alle er $I(d)$, mens en linearkombination af variablene $z_t = a'x_t$ er $I(b)$, $b < d$, siges variablene at være kointegrerede med kointegrationsvektoren a (Engle & Granger 1987). Den økonomiske tolkning er, at der findes en langsigtssammenhæng mellem variablene i x_t udtrykt ved kointegrationsvektoren a . Forudsætningen for at P_t og D_t er kointegrerede kan ses ved at foretage en omskrivning af (7)

$$P_t - r^{-1}D_t = B_t + r^{-1} \left[\sum_{j=1}^{\infty} b^{j-1} \cdot E(\Delta D_{t+j} | I_t) \right] + \sum_{j=1}^{\infty} b^j \cdot E(U_{t+j} | I_t) \quad (8)$$

(Diba & Grossman 1988b, p. 524). Hvis det gælder at

- a. P_t og D_t begge er $I(1)$
- b. den uobserverede variabel U_t er $I(0)$
- c. aktiekursen indeholder ikke rationelle bobler ($B_t=0$ for alle t)

vil alle led på højresiden i (8) være $I(0)$, og P_t og D_t kointegrerer med kointegrationsvektoren $\alpha' = [1, -r^{-1}]$. I lighed med analysen i afsnit 4 kan en manglende kointegration mellem P_t og D_t ikke umiddelbart fortolkes som en indikation på bobler, idet en alternativ forklaring er at punkt b ikke er opfyldt. Kravet til U_t er strengere end i afsnit 4, hvor det er tilstrækkeligt, at ΔU_t er stationær.

Som foreslået af Engle & Granger (1987) estimeres kointegrationsvektoren i en OLS-regression af P_t på D_t . Derefter beregnes testorerne *CRDW*, *DF* og *ADF*, som bruges til at teste en nul-hypotese om at z_t er $I(1)$ (fravær af kointegration) mod alternativet, at z_t er $I(0)$ (variablene er kointegrerede). *CRDW* beregnes som den almindelige Durbin-Watson testor, mens *DF* og *ADF* er Dickey-Fuller testene på residualerne fra regressionen af P_t på D_t (i *ADF* er der anvendt 4 lags). De kritiske værdier for disse test findes i Engle & Yoo (1987) for $T=50$ og $T=100$.

$$\hat{P}_t = 40.9791 + 11.8896 \cdot D_t \quad ; \quad R^2=0.4991 \quad DF=3.858$$

$$(5.926) \quad (1.4552) \quad CRDW=0.726 \quad ADF=2.684$$

Den reciprokke værdi af koefficienten til D_t er et estimat på realrenten r , jfr. (8), og det er her 8.4%, hvilket skal sammenholdes med det ex-post realiserede afkast på 6.1% i perioden 1923-1991. *CRDW* og *DF* er signifikante på et 5% niveau, mens nul-hypotesen må fastholdes, hvis *ADF*-testet anvendes. Koefficienterne til laggene i *ADF*-testet er imidlertid klart insignifikante, og *DF*-testet bør derfor anvendes, da det har større styrke (Engle & Granger 1987, p. 268). Konklusionen bliver derfor, at P_t og D_t er kointegrerede, og dermed at der ikke er rationelle bobler i aktiekursen.

Umiddelbart kan der stilles spørgsmålstejn ved værdien af kointegrationstestet i relation til rationelle bobler. Betingelsen for at det giver mening at overveje, om P_t og D_t er kointegrerede er, at P_t og D_t er $I(1)$, og det udelukker allerede, at der er rationelle bobler i aktiekursen. Det er dog usikkert, hvor stor styrke integrationstestene i afsnit 4 har over for rationelle bobler. På grundlag af et Monte Carlo studie argumenterer Diba & Grossman (1988b) for, at testet har gode muligheder for at afsløre en boble i aktiekursen. I det pågældende studie udgør boblen imidlertid 100% af aktiekursen, og den eksisterer gennem hele perioden, hvorfor styrken klart overvurderes. Under mere realistiske betingelser, vil en aktiekurs med en boble-komponent formentlig let kunne forveksles med en $I(1)$ variabel, specielt hvis boblen ikke eksisterer gennem hele perioden, eller hvis den har en stor innovationsvarians. Meese (1986, pp. 353-55) og Evans

(1991) præsenterer begge simulationsresultater, der viser, at integrationstestet har vanskeligt ved at afsløre en rationel boble, der brister delvist i løbet af perioden.

Evans (1991) undersøger også kointegrationstestet, og disse resultater viser, at dette test afslører bobler i flere tilfælde end integrationstestet. Når styrken vurderes absolut, er den dog langt fra at være tilfredsstillende. Endelig skal man være opmærksom på, at en mulig årsag til fastholdelse af nul-hypotesen er, at data ikke indeholder ret meget information om det spørgsmål, der undersøges (Engle 1984), jfr. også styrkeovervejelserne ovenfor. I modsætning til integrationstestet i afsnit 4 har kointegrationstestet bobler under nul-hypotesen, og ved at inddrage det sidstnævnte test, mindskes risikoen for, at testproceduren er biased mod en konklusion om, at der ikke er bobler i aktiekursen.

6. West's boble-test

West (1987) har udviklet et andet bobletest, der bygger på de krydsligningsrestriktioner i rationelle forventningsdannelsesmodeller, som er udledt af Hansen & Sargent (1980). Testet tager udgangspunkt i ligningen (4), hvor P_t bestemmes som nutidsværdien af den forventede værdi af de fremtidige dividender. Da det ikke er muligt at specificere investorerens fulde informationssæt I_t (og de ligninger, der relaterer $E(D_{t+j})$ til variablene i I_t), antages det i stedet, at forventningen til de fremtidige dividender dannes på grundlag af et begrænset informationssæt H_t , der indeholder nuværende samt laggede dividender, og at D_t eller ΔD_t kan beskrives ved en stationær $AR(p)$ model. Eftersom det ikke sikkert kan fastslås, om D_t er $I(1)$ eller $I(0)$, jvf. afsnit 4, vil begge varianter af testet blive anvendt i dette afsnit.

Hvis det f.eks. antages, at D_t følger en $AR(1)$ model, kan skønnet på P_t beregnes ved at erstatte $E(D_{t+j} | I_t)$ med forudsigelsesfunktionen i en $AR(1)$ model:

$$\begin{aligned} P_{tH} &= \sum_{j=1}^{\infty} b^j \cdot E(D_{t+j} | H_t) = \sum_{j=1}^{\infty} b^j \cdot (\mu_D + \phi_1^j \cdot (D_t - \mu_D)) \\ &= \frac{b}{1-b} \mu_D + \frac{b\phi_1}{1-b\phi_1} (D_t - \mu_D) = \phi_0 \frac{b/(1-b)}{1-b\phi_1} + \frac{b\phi_1}{1-b\phi_1} D_t \end{aligned} \quad (9)$$

hvor $\phi_0 = (1-\phi_1) \cdot \mu_D$, μ_D er middelværdien af D_t , mens ϕ_0 og ϕ_1 er parametre i $AR(1)$ modellen. H_t består her af en konstant samt D_t . Hvis de fremtidige dividender forudsiges på denne måde, kan et lukket udtryk for løsningen for P_t altså skrives ved hjælp af D_t samt parametre fra $AR(1)$ modellen og arbitrage-relasjonen (1). West's boble-test udføres nu ved at estimere regressionsmodellen

$$P_t = \delta_0 + \delta_1 D_t + w_t \quad ; \quad w_t = v_t + B_t \quad (10)$$

og afprøve en hypotese om, at δ_i 'erne i (10) kan pålægges de restriktioner, der følger af (9). Grunden til at dette kan betragtes som et test for rationelle bobler er, at krydsligningsrestriktionerne er udledt under den antagelse, at transversalitetetsbetingelsen (3) er opfyldt, og denne betingelse udelukker rationelle bobler (jfr. afsnit 2). Den første komponent i fejlleddet w_t skyldes, at forventningen til de fremtidige dividender ikke er dannet på grundlag af investorernes fulde informationssæt, men da v_t er ukorreleret med H_t (dvs. de forklarende variable), kan parametrene i (10) estimeres konsistent. Hvis der derimod er bobler i aktiekursen, vil w_t også bestå af B_t , der kan betragtes som en udeladt forklarende variabel i regressionsmodellen, og det vil ikke være muligt at estimere parametrene konsistent. Derimod vil det altid være muligt at opnå konsistente estimater på parametrene i AR-modellen og diskonteringsfaktoren b , da arbitrageligningen (1) ikke er pålagt nogen transversalitetetsbetingelse.

Hvis D_t og B_t er positivt korreleret, vil det medføre, at δ_1 overestimeres. Ifølge West (1987) er det den mest sandsynlige situation, idet boblen så kan skyldes en overreaktion på ny information om dividenden. Selv om B_t og D_t er ukorreleret, vil estimatet på δ_0 være inkonsistent, idet gennemsnittet af den udeladte variabel B_t er positiv (Flood & Hodrick 1990, p. 92).

En forkastelse af disse krydsligningsrestriktioner kan dog ikke uden videre fortolkes som en indikation på, at der er rationelle bobler i aktiekursen, idet nul-hypotesen om ingen bobler altid testes sammen med en antagelse om, at fundamental-modellen er korrekt specificeret. I West's test er denne model imidlertid direkte specificeret i form af arbitrageligningen, $AR(p)$ modellen for D_t samt det lukkede udtryk for P_t , og der er derfor mulighed for at undersøge, om antagelserne om bl.a. rationelle forventninger og konstant diskonteringsfaktor holder. I modsætning til Diba & Grossman's test er der derfor en reel mulighed for at skelne mellem årsagerne, hvis nul-hypotesen om ingen bobler forkastes.

Ovenfor er det for forenklingens skyld antaget, at D_t følger en $AR(1)$ proces. West's boble-test kan generelt beskrives som et ligningssystem bestående af tre ligninger, der i det stationære tilfælde er:

$$\begin{aligned} (1) \quad & P_t = b \cdot E_t (P_{t+1} D_{t+1} | I_t) \\ (2) \quad & D_t = \phi_0 + \phi_1 D_{t-1} + \dots + \phi_p D_{t-p} + u_t \\ (3) \quad & P_t = \delta_0 + \delta_1 D_t + \dots + \delta_p D_{t-p+1} + w_t \quad ; \quad w_t = v_t + B_t \end{aligned}$$

Hvis D_t er $I(1)$, skal (2) være en $AR(p)$ model for ΔD_t , mens (3) bliver en regressionsmodel for ΔP_t med p lags på ΔD_t (ΔD_{t-1} , ..., ΔD_{t-p}) som regressorer (West

Tabel 2. Estimation af arbitrage-relationen.

\hat{b}	R^2	CHOW	$\hat{\rho}$	ORT
0.9700 (0.0187)	0.9727	0.5299 (0.4667)	-0.101 (0.389)	0.9861 (0.6163)

Anm: Tallene i parentes er standardafvigelser i den første kolonne og kritiske signifikansniveauer for de øvrige kolonner. Standardafvigelse er beregnet så de er heteroscedasticitets-konsistente. CHOW er Chow-testet for parameterstabilitet (skift i 1958), og $\hat{\rho}$ er den estimerede første ordens autokorrelation. ORT er et test for, om fejleddet er ukorreleret med instrumenterne (Hansen 1982).

1987, p. 562). Krydsligningsrestriktionerne, der udtrykker δ_i 'erne som funktioner af parametrene i (1) og (2) bliver noget mere komplicerede end i eksemplet ovenfor, og de er derfor ikke vist her (se West 1987, p. 564).

Den første ligning i systemet er arbitrage-relationen, hvor diskonteringsfaktoren b skal estimeres. Det er ikke umiddelbart muligt, da den forklarende variabel er uobserveret, men problemet kan løses ved at erstatte $E(P_{t+1}+D_{t+1} | I_t)$ med den observerede værdi. Derved kommer ligningen til at indeholde en forventningsfejl, som er korreleret med $P_{t+1}+D_{t+1}$, og OLS vil derfor give inkonsistente estimater.⁵ I stedet anvendes en instrument variabel teknik, hvor en konstant, D_t og D_{t-1} bruges som instrumenter (se West (1987, 1988b)). De valgte instrumenter er variable i investorerne informations-sæt, og de er ukorreleret med forventningsfejlen, hvis antagelsen om rationelle forventninger holder. En anden betingelse for at forventningerne er rationelle er, at forventningsfejlen ikke er serielt korreleret.

Estimationsresultatet (se tabel 2) må betragtes som yderst tilfredsstillende, idet b er estimeret præcist (med en lille standardafvigelse), og de tre specifikationstest giver ikke anledning til at forkaste antagelserne om konstant realrente (CHOW) og rationelle forventninger ($\hat{\rho}$ og ORT).

Ordenen p af AR-modellerne for D_t og ΔD_t er bestemt ud fra den estimerede autokorrelationsfunktion. Ud fra disse overvejelser er der identificeret en AR(2) model for D_t og en AR(1) model for ΔD_t . Parametrene i disse modeller er estimeret vha. OLS, og resultaterne er vist i tabel 3.

For specifikationen i niveau opnås en pæn forklaringsgrad, og Ljung-Box testet giver ikke anledning til at forkaste modellen. Derimod er parametrene ikke konstante over tid, hvilket formentlig skyldes det relativt store niveauskift i serien (se figur 2 i afsnit 3). Den manglende parameterstabilitet gør, at det er problematisk at antage, at modellen kan approksimere investorerne forventning til de fremtidige dividender i al uendelighed. Der er ikke tilsvarende problemer med specifikationen i ændringer, men her er forklaringsgraden til gengæld meget beskedne, og parametrene er insignifikante.

5. Tilfældet svarer til målefejl i de forklarende variable (errors in variables).

Tabel 3. Estimation af ARIMA ($p, d, 0$) model for D_t .

Model i	$\hat{\phi}_0$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\phi}_2$	R^2	$Q(12)$	CHOW
Niveau ($d=0$)	0.2958 (0.2053)	1.1239 (0.2155)	(-0.2175) (0.2339)	0.8684	14.92 (0.135)	13.5938 (0.0035)
Ændringer ($d=1$)	-0.0580 (0.0602)	0.1879 (0.2224)	–	0.0358	17.98 (0.082)	3.9375 (0.1396)

Ann: For parameterestimer er tal i parentes White's (1980) heteroscedasticitets-konsistente standardafvigelse, mens de i øvrige kolonner er kritiske signifikansniveauer for testerne. $Q(12)$ er Ljung-Box testoren for op til 12'te ordens residual-autokorrelation. CHOW er Chow-testet for parameterstabilitet (skift i 1958).

Da årsagen imidlertid er, at ΔD_t er tæt på at være en hvid støj, er det næppe muligt at forbedre resultatet væsentligt.

I den tredje ligning reflekterer fejlleddet w_t , at de fremtidige dividender ikke forudsiges på grundlag af investorernes fulde informationsæt, og det må af den grund forventes, at der er autokorrelation i fejlleddet (West 1987). Parametrene i de lukkede udtryk for P_t og ΔP_t estimeres dog alligevel vha. OLS⁶ (se tabel 4), men kovariansmatricen for parameterestimerne beregnes, så den er såvel heteroscedasticitets- som autokorrelations-konsistent (West 1988b; Newey & West 1987).

Den lave forklaringsgrad og de klart insignifikante estimater i modellen i ændringer, skyldes at også ΔP_t er tæt på at være en hvid støj. Krydsligningsrestriktionerne er ikke-lineære i parametrene, og de kan derfor nemmest testes med et Wald test (Engle 1984; Harvey 1990), da dette testprincip kun kræver estimation af modellen under den alternative hypotese. For begge specifikationer må nul-hypotesen om, at krydsligningsrestriktionerne holder, klart fastholdes, og det kan derfor konkluderes, at der ikke er rationelle bobler i aktiekursen.

7. Konklusion

En nul-hypotese om ingen rationelle bobler testes altid sammen med en antagelse om, at fundamental-modellen er korrekt specificeret. West's test gør brug af en fuldt specificeret fundamental-model, og det må derfor forventes, at dette test har større styrke end Diba & Grossman's test, der alene undersøger nogle empiriske konsekvenser af, at der ikke er rationelle bobler (Camerer 1989).⁷ På den anden side er West's test langt mere følsomt over for de forudsætninger, der ligger til grund for testet, men der er som nævnt en mulighed for at teste nogle af disse, nemlig forudsætninger om rationelle for-

6. GLS-estimation er ikke anvendelig i denne sammenhæng (Hansen 1982; Hansen & Hodrick 1980).

7. Matthey og Meese (1986) har gennemført et omfattende simulationsstudie, hvor de bl.a. undersøger West's bobletest. De undersøger dog kun $I(0)$ specifikationen, og de fokuserer ikke eksplicit på testets styrke over for rationelle bobler.

Tabel 4. Urestringeret estimation af parametrene i de lukkede udtryk for løsningen for P_t og ΔP_t .

Model i	$\hat{\delta}_0$	$\hat{\delta}_1$	$\hat{\delta}_2$	R^2	W
Niveau ($d=0$)	39.0959 (10.562)	12.4360 (3.1021)	0.0627 (1.8604)	0.5135	1.5309 (0.675)
Ændringer ($d=1$)	-0.5918 (1.5882)	-2.2007 (3.0690)	–	0.0067	1.7359 (0.420)

Anm: For parameterestimer er tal i parentes standardafvigelse. W er Wald testoren for krydsligningsrestriktionerne (se tekst) med kritiske signifikansniveau i parentes.

ventninger, konstant realrente og specifikationen af dividendeprocessen. Et mere alvorligt problem for West's test er, at andre afvigelser fra fundamental-modellen (4) end rationelle bobler kan føre til, at krydsligningsrestriktionerne forkastes (West (1988a), Camerer (1989)). Et eksempel herpå er givet i indledningen til afsnit 4, og de diagnostiske test er formentlig ikke i stand til at afsløre sådanne tilfælde. Disse indvendinger er dog ikke særligt relevante i forhold til testresultaterne på de danske aktiekurser, idet alle udførte test leder frem til den ret klare konklusion, at der ikke er rationelle bobler i aktiekursen.

Litteratur

- Camerer, Colin. 1989. Bubbles and Fads in Asset Prices. *Journal of Economic Surveys*, 3(1):3-41.
- Campbell, John Y. & Robert J. Shiller. 1987. Cointegration and Tests of Present Value Models. *Journal of Political Economy*, 95(5):1062-1088.
- Diba, Behzad T. & Herschel I. Grossman. 1988a. The Theory of Rational Bubbles in Stock Prices. *Economic Journal*, 98 (9): 746-754.
- Diba, Behzad T. & Herschel I. Grossman. 1988b. Explosive Rational Bubbles in Stock Prices. *American Economic Review*, 78(3):520-530.
- Dickey, David A. & Wayne A. Fuller. 1979. Distributions of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association*, 74:427-31.
- Dickey, David A. & Wayne A. Fuller. 1981. Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root. *Econometrica*, 49(4):1057-1072.
- Engle, Robert F. 1984. Wald, Likelihood Ratio and Lagrange Multiplier Tests in Econometrics. Kapitel 13 i *Handbook of Econometrics*, red. af Z. Griliches & M.D. Intriligator, Amsterdam.
- Engle, Robert F. & C.W.J. Granger. 1987. Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing. *Econometrica*, 55(2):251-276.
- Engle, Robert F. & Sam Byung Yoo. 1987. Forecasting and Testing in Co-Integrated Systems. *Journal of Econometrics*, 35: 143-159.
- Evans, George W. 1991. Pitfalls in Testing for Explosive Rational Bubbles in Asset Prices, *American Economic Review*, 81(4): 922-930.
- Flood, Robert P. & Robert J. Hodrick. 1986. Asset Price Volatility, Bubbles and Process Switching. *Journal of Finance*, 41(4):831-842.
- Flood, Robert P. & Robert J. Hodrick. 1990. On Testing for Speculative Bubbles. *Journal of Economic Perspectives*, 4(2):85-101.

Tabel 4. Urestringeret estimation af parametrene i de lukkede udtryk for løsningen for P_t og ΔP_t .

Model i	$\hat{\delta}_0$	$\hat{\delta}_1$	$\hat{\delta}_2$	R^2	W
Niveau ($d=0$)	39.0959 (10.562)	12.4360 (3.1021)	0.0627 (1.8604)	0.5135	1.5309 (0.675)
Ændringer ($d=1$)	-0.5918 (1.5882)	-2.2007 (3.0690)	–	0.0067	1.7359 (0.420)

Anm: For parameterestimer er tal i parentes standardafvigelse. W er Wald testoren for krydsligningsrestriktionerne (se tekst) med kritiske signifikansniveau i parentes.

ventninger, konstant realrente og specifikationen af dividendeprocessen. Et mere alvorligt problem for West's test er, at andre afvigelser fra fundamental-modellen (4) end rationelle bobler kan føre til, at krydsligningsrestriktionerne forkastes (West (1988a), Camerer (1989)). Et eksempel herpå er givet i indledningen til afsnit 4, og de diagnostiske test er formentlig ikke i stand til at afsløre sådanne tilfælde. Disse indvendinger er dog ikke særligt relevante i forhold til testresultaterne på de danske aktiekurser, idet alle udførte test leder frem til den ret klare konklusion, at der ikke er rationelle bobler i aktiekursen.

Litteratur

- Camerer, Colin. 1989. Bubbles and Fads in Asset Prices. *Journal of Economic Surveys*, 3(1):3-41.
- Campbell, John Y. & Robert J. Shiller. 1987. Cointegration and Tests of Present Value Models. *Journal of Political Economy*, 95(5):1062-1088.
- Diba, Behzad T. & Herschel I. Grossman. 1988a. The Theory of Rational Bubbles in Stock Prices. *Economic Journal*, 98 (9): 746-754.
- Diba, Behzad T. & Herschel I. Grossman. 1988b. Explosive Rational Bubbles in Stock Prices. *American Economic Review*, 78(3):520-530.
- Dickey, David A. & Wayne A. Fuller. 1979. Distributions of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association*, 74:427-31.
- Dickey, David A. & Wayne A. Fuller. 1981. Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root. *Econometrica*, 49(4):1057-1072.
- Engle, Robert F. 1984. Wald, Likelihood Ratio and Lagrange Multiplier Tests in Econometrics. Kapitel 13 i *Handbook of Econometrics*, red. af Z. Griliches & M.D. Intriligator, Amsterdam.
- Engle, Robert F. & C.W.J. Granger. 1987. Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing. *Econometrica*, 55(2):251-276.
- Engle, Robert F. & Sam Byung Yoo. 1987. Forecasting and Testing in Co-Integrated Systems. *Journal of Econometrics*, 35: 143-159.
- Evans, George W. 1991. Pitfalls in Testing for Explosive Rational Bubbles in Asset Prices, *American Economic Review*, 81(4): 922-930.
- Flood, Robert P. & Robert J. Hodrick. 1986. Asset Price Volatility, Bubbles and Process Switching. *Journal of Finance*, 41(4):831-842.
- Flood, Robert P. & Robert J. Hodrick. 1990. On Testing for Speculative Bubbles. *Journal of Economic Perspectives*, 4(2):85-101.

- Fuller, Wayne A. 1976. *Introduction to Statistical Time Series*. New York.
- Hansen, Lars Peter. 1982. Large Sample Properties of Generalized Methods of Moment Estimators. *Econometrica*, 50(4): 1029-1054.
- Hansen, Lars Peter & Robert J. Hodrick. 1980. Forward Exchange Rates as Optimal Predictors of Future Spot Rates: An Econometric Analysis. *Journal of Political Economy*, 88(5):829-853.
- Hansen, Lars Peter & Thomas J. Sargent. 1980. Formulation and Estimating Dynamics Linear Rational Expectations Models. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2(1):7-46.
- Harvey, Andrew C. 1990. *The Econometric Analysis of Time Series*, 2. ed. Oxford.
- Johansen, Hans Chr. 1985. *Dansk historisk statistik 1914-1980*. København.
- Lund, Jesper, Carsten Hansen & Torben Voetmann. 1991. *Analyse af aktiemarkedet*. Projekt opgave på HAI-studiet ved Handelshøjskolen i Århus.
- Mattey, Joe & Richard Meese. 1986. Empirical Assessment of Present Value Relations. *Econometric Review*, 5(2):171-234.
- Meese, Richard A. 1986. Testing for Rational Bubbles in Exchange Markets: A Case of Sparkling Rates? *Journal of Political Economy*, 94(2):345-373.
- Newey, Whitney K. & Kenneth D. West. 1987. A Simple Positive Semidefinite, Heteroscedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix. *Econometrica*, 55(3):703-708.
- Timmermann, Allan. 1989. Børskraket i oktober 1987. *Nationaløkonomisk Tidsskrift*, 127(1):74-94.
- Tirole, Jean. 1982. On the Possibility of Speculation under Rational Expectations. *Econometrica*, 50(5):1163-1181.
- Tirole, Jean. 1985. Asset Bubbles and Overlapping Generations. *Econometrica*, 53(5): 1071-1100.
- West, Kenneth D. 1987. A Specification Test for Speculative Bubbles. *Quarterly Journal of Economics*, 102(3):553-580.
- West, Kenneth D. 1988a. Bubbles, Fads and Stock Price Volatility Tests: A Partial Evaluation. *Journal of Finance*, 43(3):639-660.
- West, Kenneth D. 1988b. Asymptotic Normality when the Regressors Have a Unit Root. *Econometrica*, 56(6):1397-1417.
- White, Halbert. 1980. A Heteroscedasticity Consistent Covariance Estimator and a Direct Test for Heteroscedasticity. *Econometrica*, 48(4):817-38.