Vækstteori med udtømmelige ressourcer

Hans Aage

Økonomisk Institut, Københavns Universitet

SUMMARY: *The theory of growth with exhaustible resources are summarized in some main results about the possibility of steadily growing per capita consumption, the optimal paths of depletion and prices, and the possibility of optimal depletion in different market settings. On the basis of this review the economic arguments for the optimistic view on resource problems, widespread among economists, will be discussed in a subsequent article.*

1. Problemstilling

At dømme efter økonomernes indlæg i den offentlige debat er det den gængse opfattelse blandt økonomer, at bekymringerne for fremtidens forsyning med naturressourcer – specielt som de kommer til udtryk i de såkaldte dommedagsprofetier – er vildt overdrevne. Mogens Boserup, som indtil sin død var den mest fremtrædende og engagerede økonom blandt debattens deltagere, argumenterede i sin bog, Vor Voksende Verden (Boserup: 1974), samt i talrige artikler imod disse »mode-meninger« (Boserup, 1974:7; 1977; 1978a; 1978b). Paldam (1978) og Nørregaard Rasmussen (1979:295) giver udtryk for lignende, optimistiske synspunkter. Andre eksempler refereres af Gunst (1978), og i den internationale debat findes nogle kendte artikler af bl.a. Nordhaus (1973, 1974) og Kay & Mirrlees (1975) med konklusioner i samme retning. Bortset fra enkelte, væsentlige undtagelser, fx Hahn (1973:14), Pearce (1975), og Singh (1978), hersker der i dette spørgsmål en udbredt enighed om en optimistisk vurdering blandt økonomer, som jo ellers er kendt for deres indbyrdes uenighed og for deres dystre forudsigelser og anbefalinger, og det er betegnende, at et temanummer af Ekonomisk Debatt 2 (1974, nr. 8) med den sigende titel »Ingen domedag!« udelukkende indeholdt artikler med denne optimistiske tendens.

Ifølge disse indlæg skulle økonomiens bidrag til løsningen af ressourceproblemerne bestå i, dels en benægtelse af deres eksistens, dels en tiltro til, at spontane reaktioner på markedet vil kunne løse de meget begrænsede problemer, som kan tænkes at

Vækstteori med udtømmelige ressourcer

Hans Aage

Økonomisk Institut, Københavns Universitet

SUMMARY: *The theory of growth with exhaustible resources are summarized in some main results about the possibility of steadily growing per capita consumption, the optimal paths of depletion and prices, and the possibility of optimal depletion in different market settings. On the basis of this review the economic arguments for the optimistic view on resource problems, widespread among economists, will be discussed in a subsequent article.*

1. Problemstilling

At dømme efter økonomernes indlæg i den offentlige debat er det den gængse opfattelse blandt økonomer, at bekymringerne for fremtidens forsyning med naturressourcer – specielt som de kommer til udtryk i de såkaldte dommedagsprofetier – er vildt overdrevne. Mogens Boserup, som indtil sin død var den mest fremtrædende og engagerede økonom blandt debattens deltagere, argumenterede i sin bog, Vor Voksende Verden (Boserup: 1974), samt i talrige artikler imod disse »mode-meninger« (Boserup, 1974:7; 1977; 1978a; 1978b). Paldam (1978) og Nørregaard Rasmussen (1979:295) giver udtryk for lignende, optimistiske synspunkter. Andre eksempler refereres af Gunst (1978), og i den internationale debat findes nogle kendte artikler af bl.a. Nordhaus (1973, 1974) og Kay & Mirrlees (1975) med konklusioner i samme retning. Bortset fra enkelte, væsentlige undtagelser, fx Hahn (1973:14), Pearce (1975), og Singh (1978), hersker der i dette spørgsmål en udbredt enighed om en optimistisk vurdering blandt økonomer, som jo ellers er kendt for deres indbyrdes uenighed og for deres dystre forudsigelser og anbefalinger, og det er betegnende, at et temanummer af Ekonomisk Debatt 2 (1974, nr. 8) med den sigende titel »Ingen domedag!« udelukkende indeholdt artikler med denne optimistiske tendens.

Ifølge disse indlæg skulle økonomiens bidrag til løsningen af ressourceproblemerne bestå i, dels en benægtelse af deres eksistens, dels en tiltro til, at spontane reaktioner på markedet vil kunne løse de meget begrænsede problemer, som kan tænkes at opstå. Formålet med det følgende er at belyse, hvorvidt denne opfattelse er funderet i økonomisk teori eller anden form for økonomisk viden. I afsnit 2-5 gengives hovedtrækkene af den økonomiske teori om udtømmelige ressourcer. I afsnit 2 præciseres, hvad der forstås ved en »essentiel« ressource, og der udledes betingelser vedrørende det tekniske fremskridt og produktionsfunktionen, som skal være opfyldt, hvis det skal være muligt at opretholde forbruget på langt sigt på trods af eksistensen af en essentiel, udtømmelig ressource. I afsnit 3 karakteriseres optimal udtømning af en udtømmelig ressource ud fra maximering af en aggregeret nyttefunktion over tiden, og det undersøges, om optimal udtømning er forenelig med ligevægt på et marked med fuldkommen konkurrence. Endelig gengives nogle resultater om monopol og andre ufuldkomne markeder (afsnit 4) og om dynamisk markedstilpasning (afsnit 5). For at øge overskueligheden resumeres konklusionerne løbende i en række »resultater«. I gennemgangen af teorien anføres kun de vigtigste udledninger og forudsætninger, men ikke alle de matematiske detaljer, som i øvrigt ofte kan være vanskelige at fortolke økonomisk. På grundlag af denne gennemgang af teorien er det tanken i en kommende artikel at diskutere den danske debat i relation til teorien.

2. De langsigtede forbrugsmuligheder

Selv om al produktion forudsætter anvendelse af en ressource, som er udtømmelig, behøver produktionen ikke nødvendigvis at falde efter en vis tid. Teknisk fremskridt og substitution mellem produktionsfaktorer kan gøre det muligt at opretholde eller endog forøge produktionen på langt sigt, som det vil fremgå af en række simple sammenhænge, der udledes i det følgende. Resultaterne er nøje knyttet til specifikationen af produktionsfunktionen. Der betragtes en aggregeret produktionsfunktion med tre produktionsfaktorer, arbejdskraft (L_t), kapital (K_t) og en udtømmelig og essentiel ressource (R_t). Der produceres én vare (Q_t), som anvendes til enten forbrug (C_t) eller investeringer ($\dot{K}_t$). En prik angiver differentiation med hensyn til tiden, idet variablernes tidsafhængighed fremhæves med fodtegnet t, men dog ofte er underforstået. Det tekniske fremskridt beskrives ved at lade produktionsfunktionen afhænge af tiden, og i den generelle form kan funktionen skrives:

$$Q = Q(L, K, R, t) \tag{1}$$

Specifikationen af modellen skal nu opfylde tre krav: for det første, at ressourcen er essentiel; for det andet, at den er udtømmelig; og for det tredje, at den anvendes effektivt. For at anskueliggøre de tre kravs betydning for specifikationen er det tilstrækkeligt at betragte en produktionsfunktion med kun to produktionsfaktorer og uden teknisk fremskridt:

$$Q = Q(K,R) \tag{2}$$

Det første krav er, at ressourcen R er essentiel. Herved forstås, at produktion er umulig uden anvendelse af ressourcen, dvs. at $Q(K,0)=0$ for alle K (Dasgupta & Heal, 1974:14; Solow, 1974:34). Dette krav hænger nøje sammen med størrelsen af substitutionselasticiteten σ, der defineres som elasticiteten af faktorforholdet, K/R, med hensyn til det marginale substitutionsforhold S, hvor

$$S = -\frac{dK}{dR} = \frac{Q_R}{Q_K} \text{ for } dQ = 0 \tag{3}$$

Q_R og Q_K er de partielle afledede af Q med hensyn til R og K. Substitutionselasticiteten defineres som

$$\sigma = \frac{d(K/R)}{K/R} \cdot \frac{S}{dS} = \frac{d\log(K/R)}{d\log S} \tag{4}$$

Hvis funktionen $Q(K,R)$ er homogen af første grad, kan den skrives

$$q = q(k), \quad \text{hvor } q = \frac{Q}{R}, \quad k = \frac{K}{R} \text{ og } q(k) = Q\left(\frac{K}{R}, 1\right), \tag{5}$$

og i så fald kan σ skrives (jf. Allen, 1967:48-55):

$$\sigma = -\frac{q'(q-kq')}{kqq''} = \frac{Q_K Q_R}{Q Q_{KR}} \tag{6}$$

Normalt antages, at S stiger, når K/R øges, dvs. $\sigma > 0$. Intuitivt skal det helst gælde, at jo mindre σ er, jo mere essentiel er ressourcen, og det viser sig også at være tilfældet, når man betragter den klasse af funktioner, som er homogene af første grad og har konstant substitutionselasticitet. Disse såkaldte CES-funktioner (Constant Elasticity of Substitution) har formen:

$$Q = [\beta \cdot K^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\beta)R^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}, \quad 0<\beta<1, \quad 0 \leqq \sigma \leqq \infty . \tag{7}$$

Heraf ses, at $Q(K,0)=0$ kun er opfyldt, hvis $\sigma \leqq 1$, således at en essentiel ressource R nødvendigvis må have $\sigma \leqq 1$. Hvis $\sigma < 1$, vil det gennemsnitlige produkt $q = Q/R$ have en øvre grænse, når ressource-anvendelsen R går mod 0 (Solow, 1974:14), og i så fald vil den totale mulige produktion med en endelig ressourcemængde være begrænset, med mindre der sker tekniske fremskridt. Dette er baggrunden for, at der i det følgende anvendes en CES-funktion med $\sigma = 1$; dette svarer til Cobb-Douglas-funktionen med konstant skalaafkast:

$$Q = K^{\gamma} R^{1-\gamma}. \tag{8}$$

Dette er altså den eneste funktion, som tillader, at produktionen kan opretholdes på langt sigt, selv om der anvendes en essentiel, udtømmelig ressource, og selv om der ikke sker tekniske fremskridt. Resultater med anvendelse af den mere generelle CES-funktion er udledt af Dasgupta & Heal (1974).

Det andet krav, om ressourcens udtømmelighed, beskrives, således at der er en total reserve af ressourcen på S_0 ved tid 0, som den samlede ressourceanvendelse ikke kan overskride. Ressourceanvendelsen pr. tidsenhed R_t angiver ændringshastigheden i den totale reserve:

$$\dot{S}_t = -R_t, \qquad \int_0^{\infty} R_t \, dt \leqq S_0 \tag{9}$$

Stigende udvindingsomkostninger indgår ikke explicit, som det er tilfældet i modellerne i afsnit 3 og 4, men kan indfortolkes i produktionsfunktionen (1) som negativt teknisk fremskridt. Der knytter sig visse problemer til opgørelsen af den totale reserve S_0. Betragtet som et antal atomer er mængden af næsten alle grundstoffer stort set konstant, således at der ikke er tale om en vis reserve, der opbruges. Derimod opbruges reserver af en vis høj koncentration, men i princippet er reserven uændret, idet udvindingsomkostningerne blot er steget. Disse omkostninger har i høj grad form af energiforbrug, og det fossile brændstof og atombrændstoffet er derfor en afgørende udtømmelig ressource. Heller ikke denne energireserve forbruges (termodynamikkens første lov), men dens evne til at udføre arbejde forbruges (termodynamikkens anden lov). Selv om det er vanskeligt at opgøre reserven S_0, må beskrivelsen (9) alligevel siges at være relevant. Der findes i det mindste en øvre grænse på det punkt, hvor energiudvindingen og den påfølgende miljørestaurering kræver anvendelse af mere energi, end der udvindes. Nye opdagelser og tekniske fremskridt kan forøge S_0, men der skal meget voldsomme forøgelser til, før dette får »selve begrebet »en udtømmelig ressource« til at fortone sig« (Boserup, 1974: 95). Og i hvert fald kan det forhold, at udvindingsomkostningerne er stigende og S_0 derfor vanskelig at opgøre, ikke eliminere problemet om fysisk udtømning, således at kun den »økonomiske udtømning« har betydning (Boserup, 1978a: 157, 167). Derimod kan forbedret udnyttelse af vedvarende energikilder gøre udtømmeligheds-begrebet irrelevant.

Det tredje krav, om effektiv ressourceanvendelse, indebærer, at for givne værdier af forbruget på alle tidspunkter skal det kumulerede ressourceforbrug være mindst muligt. Problemet er at bestemme ressourceforbruget som funktion af tiden, R_t, således at R_t giver

$$\max \int_0^\infty (-R_t)\,dt, \quad \text{under hensyn til} \tag{10}$$

$$\dot{K}_t = Q(K_t, R_t) - C_t \tag{11}$$

samt nogle ikke-negativitetskrav. Betingelsen (11) udtrykker, at produktionen (Q_t) kan anvendes til enten investeringer ($\dot{K}_t$) eller forbrug (C_t), hvor forbruget som funktion af tiden altså er givet på forhånd. Problemet er et optimalt kontrol-problem med R_t som kontrolvariabel og K_t som tilstandsvariabel. Pontryagin's maximum-princip indebærer, at en optimalt valgt funktion R_t skal opfylde følgende to nødvendige betingelser, hvor p_t er den adjungerede funktion svarende til (11) (Arrow & Kurz, 1970: 48-49; Dasgupta & Heal, 1974: 11; Solow, 1974b: 35):

$$1 = p_t Q_R \tag{12}$$

$$\dot{p}_t = -p_t Q_K . \tag{13}$$

Heraf fås den generelle efficiensbetingelse

$$\frac{\dot{Q}_R}{Q_R} = Q_K , \tag{14}$$

som omtales nærmere i afsnit 3. Den viser, at for den marginale gemte ressource skal produktivitetsstigningen være lig med kapitalapparatets marginale produktivitet. Ressourcen skal kun gemmes, hvis dens produktivitet stiger så meget, at det opvejer at kapitalapparatet har været mindre i mellemtiden.

Herefter kan modellen for vækst med en udtømmelig ressource opstilles. Den benyttede version skyldes Stiglitz (1974a). Vækstforløbet skal opfylde de følgende fem ligninger:

$$Q = Q(K, L, R, t) = K^{\alpha_1} L^{\alpha_2} R^{\alpha_3} e^{\lambda t}, \quad \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1 . \tag{15}$$

$$Q = C + \dot{K} \tag{16}$$

$$\frac{\dot{Q}_R}{Q_R} = Q_K \tag{17}$$

$$\frac{\dot{L}}{L} = n \tag{18}$$

$$\frac{\dot{C}}{C} = c \tag{19}$$

(15) er produktionsfunktionen, jf. (1) og (8); (16) er balanceligningen, jf. (11); (17) er efficiensbetingelsen, jf. (14); (18) udtrykker, at befolkningstilvæksten n, der er givet

som en parameter, også skal være lig med stigningstakten i beskæftigelsen; (19) udtrykker, at forbruget skal vokse med en konstant vækstrate, idet c er en parameter. Hensigten med det følgende er at belyse, hvilke krav parametrene skal opfylde, for at sådanne vækstforløb vil kunne være mulige. I udregningerne benyttes følgende betegnelser:

$\beta = Q/K$	output-capital ratio	
$s = \dot{K}/Q$	opsparingskvoten	
$x = 1-s$	forbrugskvoten	(20)
$\gamma = R/S$	ressourcens udnyttelses-rate, hvor S_t er reservens størrelse ved tid t.	
$\hat{Q} = \frac{\dot{Q}}{Q}$ etc.,	idet angiver vækstraten for den pågældende variabel.	

Ved analysen benyttes følgende omskrivninger af (15)-(20):

$$\hat{R} = \hat{Q} - \alpha_1 \beta \tag{21}$$

fås af (17) og (15).

$$\hat{Q} = \alpha_1 \hat{K} + \alpha_2 \hat{L} + \alpha_3 \hat{R} + \lambda = \frac{\alpha_2 n + \lambda - \alpha_1 \beta x}{\alpha_1 + \alpha_2} = \alpha_1 \beta \tag{22}$$

fås af (15) og (21).

$$\hat{\beta} = \hat{Q} - \hat{K} = \hat{Q} - (1-x)\beta = \frac{\alpha_2 n + \lambda + \alpha_2 \beta x}{\alpha_1 + \alpha_2} - (1-\alpha_1)\beta \tag{23}$$

fås af (22).

$$\hat{\gamma} = \hat{R} - \hat{S} = \hat{R} - \lambda \tag{24}$$

fås af definitionerne $\gamma = R/S$ og $\dot{S} = -R$.

$$\hat{x} = \hat{C} - \hat{Q} = c - \frac{\alpha_2 n + \lambda}{\alpha_1 + \alpha_2} + \frac{\alpha_1 \beta x}{\alpha_1 + \alpha_2} - \alpha_1 \beta \tag{25}$$

fås af (22) og definitionen $x = C/Q$.

$$(\hat{\beta x}) = \hat{\beta} + \hat{x} = c + \beta x - \beta \tag{26}$$

fås af (23) og (25).

Ligningerne (23) og (26) udgør et differentialligningssystem med to ubekendte, nemlig β og βx, og det kan vises (Stiglitz, 1974a: 126), at kun vækstveje, hvor β og x konvergerer mod ligevægtsværdier β^* og x^*, er mulige, og i så fald vil $\hat{R}$ og γ konvergere mod konstante værdier $\hat{R}^*$ og $\gamma^* = -\hat{R}^*$, hvilket ses af (21) og (24). Ligevægtsværdierne fås af (23) og (26) ved at sætte $\hat{\beta} = (\hat{\beta x}) = 0$:

$$\beta^* = \frac{\lambda - \alpha_2(c-n)}{\alpha_1\alpha_3}, \tag{27}$$

og da $c + \beta x - \beta = c - s\beta = 0$ i følge (26), fås:

$$s^* = \frac{\alpha_1\alpha_3 c}{\lambda - \alpha_2(c-n)} \quad \text{eller } c = \frac{s^*(\lambda + \alpha_2 n)}{\alpha_1\alpha_3 + \alpha_2 s^*} \tag{28}$$

Endelig fås af (21), (22), (26), (27) og (28), at

$$\hat{R}^* = -\gamma^* = \frac{c(1-\alpha_1) - (\alpha_2 n + \lambda)}{\alpha_3} = \frac{(\alpha_2 n + \lambda)(s^* - \alpha_1)}{\alpha_1\alpha_3 + \alpha_2 s^*} \tag{29}$$

Da fortsat vækst nødvendigvis må forudsætte $\hat{R}^* < 0$, og da $0 \leqq s^* \leqq 1$, følger det af (29), at

$$s^* < \alpha_1 \tag{30}$$

og

$$c < \frac{\alpha_2 n + \lambda}{1 - \alpha_1} \tag{31}$$

begge skal være opfyldt, for at væksten kan fortsætte. Af (31) ses, at fortsat vækst i forbruget per capita, dvs. $c > n$, forudsætter

$$n < c < \frac{\alpha_2 n + \lambda}{1 - \alpha_1} \text{ eller } \frac{\lambda}{n} > \alpha_3 . \tag{32}$$

Det kan ligeledes vises, at hvis $n = \lambda = 0$, vil konstant forbrug, $c = 0$, være muligt, netop hvis $\alpha_3 < \alpha_1$ (jf. Solow, 1974b: 37; Dasgupta & Heal, 1974: 17), dvs. at kapital i en vis forstand »betyder mere« end den udtømmelige ressource. Hvis der er voksende skalaafkast, vil det blive lettere at opnå fortsat vækst. (Stiglitz, 1974: 123-131).

De vigtigste konklusioner fra det foregående sammenfattes nedenfor i »Resultat 1«.

Resultat 1. En essentiel ressource har substitutionselasticitet mindre end eller lig med 1.

Effektiv ressourceanvendelse forudsætter, at stigningen i ressourcens produktivitet er lig med kapitalens produktivitet. I en Cobb-Douglas teknologi, hvor substitutionselasticiteterne er lig med 1, vil konstant forbrug per capita ($c = n$) være muligt, netop hvis:

$\alpha_3 < \alpha_1$ i tilfældet uden teknisk fremskridt eller befolkningstilvækst ($\lambda = n = 0$)

$\alpha_3 \leqq \frac{\lambda}{n}$ i tilfældet med $n > 0$ og $\lambda > 0$.

3. Optimal udtømning og konkurrence

Mens den foregående analyse har været af rent teknisk karakter, er der i dette og de følgende to afsnit tale om egentlige økonomiske problemer, hvor der beskrives virkninger af forskellige indtitutionelle forhold under givne betingelser af teknisk og naturvidenskabelig art. De institutionelle, dvs. sociale eller »menneskeskabte«, forhold består dels af kriterier (nyttefunktioner) for valg mellem alternativer, dels af de beslutningsprocesser (ofte markedsformer), som er bestemmende for dette valg. I denne forbindelse bliver den økonomiske teoris bidrag til analysen af ressourceproblemerne for det første at karakterisere den optimale udtømning og for det andet at undersøge mulighederne for at realisere dette optimum ved decentraliserede beslutningsprocesser. Bl.a. kan teorien præcisere, i hvilken forstand de to følgende – ofte fremsatte – påstande er rigtige: (1) et konkurrencemarked (hvor stigningstakten for den rene profit er lig med renten) vil føre til optimum (2) monopol vil bevirke, at udtømningen bliver langsommere end den optimale (Boserup, 1978: 160-165; Hotelling, 1931: 143-152; Pearce & Rose, 1975: 9-20; Solow, 1974a: 9).

Der betragtes en økonomi med to produktionsfaktorer, kapital (K_t) og en udtømmelig ressource (R_t). Der produceres en vare (Q_t), som anvendes til enten forbrug (C_t) eller investeringer ($\dot{K}_t$). En prik angiver differentiation med hensyn til tiden, idet variablenes tidsafhængighed fremhæves med fodtegnet t, men dog ofte er underforstået. Der tages hverken hensyn til teknisk fremskridt eller anvendelse af arbejdskraft, men hvis produktionsfunktionen er homogen af 1. grad, kan begge dele indføres uden store principielle ændringer.

Den totale reserve af ressourcen er S_0 ved tid 0, og omkostningerne ved at udvinde den med raten R_t er $M(R_t, S_t, t)$ enheder af varen Q; $M_R > 0$, $M_S \leqq 0$, $M_t \leqq 0$, idet omkostningerne øges i takt med, at reserven formindskes, og falder, hvis der sker tekniske fremskridt, som repræsenteres af t; ofte forudsættes udvindingsomkostningerne konstante for hvert t, dvs. $M(R_t, S_t, t) = M_R(t) \cdot R_t$. Nytten ($U$) er knyttet til forbruget (C_t) ved en nyttefunktion, som er uændret over tiden. Den sociale diskonteringsrente betegnes ϱ, og markedsrenten betegnes r. Prisen for ressourcen og varen betegnes hhv. $p_R(t)$ og $p_Q(t)$.

Den optimale udtømning karakteriseres ved, at summen af de samlede neddiskonterede nytter er maximal. Under konkurrence bestemmes udtømningen ved, at producenter og forbrugere maximerer hhv. de neddiskonterede nytter og profitter, idet de optræder som pristagere. Under visse forudsætninger kan følgende vises (Sweeney, 1977: 128; Weinstein & Zeckhauser, 1974 og 1975):

Resultat 2. Forudsat, at forbruget C_t er valgt optimalt, og at markedsrenten er lig med den sociale diskonteringsrente – da findes priser $p_R(t)$ og $p_Q(t)$, som ved konkurrence på ressource- og varemarkedet understøtter en allokation, der er optimal.

Denne sammenhæng bevises ikke, men anskueliggøres ved at sammenligne de differentialligninger, der fås som nødvendige betingelser for hhv. optimum og konkurrenceligevægt. Derimod undersøges hverken eksistens eller differentialligningssystemernes egenskaber, specielt deres stabilitet; dette kræver flere antagelser om funktionernes form og specifikation af parametre, og nogle specielle former for optimum og konkurrenceligevægt er analyseret af Stiglitz (1974 a og b).

Det sociale optimum fås som løsning til følgende problem, hvor C_t og R_t er kontrolvariable og K_t og S_t tilstandsvariable:

$$\max \int_0^\infty U(C_t)e^{-\varrho t}dt \,, \tag{33}$$

hvor $\varrho > 0$, under betingelserne:

$$\dot{K}_t = Q(K_t, R_t) - M(R_t, S_t, t) - C_t \tag{34}$$

$$\dot{S}_t = -R_t, \quad \int_0^\infty R_t dt = S_0 \,, \quad R_t > 0 \,, \tag{35}$$

samt nogle ikke-negativitetskrav. Pontryagin's maximumprincip giver følgende nødvendige betingelse for at optimale valg af funktionerne C_t og R_t (Arrow & Kurz, 1970: 48-49; Dasgupta & Heal, 1974: 11), hvor λ_t og μ_t er de adjungerede funktioner svarende til hhv. (34) og (35):

$$U_t' = \lambda_t \tag{36}$$

$$\frac{\dot{\lambda}_t}{\lambda_t} = \varrho - Q_K \tag{37}$$

$$\lambda_t(Q_R - M_R) = \mu_t \tag{38}$$

$$\dot{\mu}_t = \varrho\mu_t + \lambda_t M_S \tag{39}$$

I det følgende antages udvindingsomkostningerne uafhængige af reserven, så at $M_S = 0$, og da fås $\mu_t = \mu_0 e^{\varrho t}$ af (39); ved at bruge (38) fås

$$\mu_0 = e^{-\varrho t} \lambda_t (Q_R - M_R) , \tag{40}$$

hvor μ_0 er nutidsværdien af ressourcens skyggepris, målt i nytteenheder. Forholdet mellem ressourcens skyggepris μ_t og vareprisen λ_t er således lig med $(Q_R - M_R)$, dvs. ressourcens marginale produkt minus de marginale udvindingsomkostninger. Derimod må ressourcens pris i forhold til vareprisen være lig med dens marginale produkt. Priserne på ressourcen og varen defineres følgelig som

$$p_Q = \lambda_t \tag{41}$$

angiver varepris ved tid t;

$$p_R = p_Q Q_R \tag{42}$$

angiver ressourcepris ved tid t;

$$m_t = p_Q M_R \tag{43}$$

angiver udvindingsomkostninger målt i løbende varepris.

Ved at differentiere (38) logaritmisk giver simple omskrivninger af (36)-(39) følgende tre nødvendige betingelser, hvoraf især (46) betragtes i det følgende. De vil styre processen, når den optimale R_t har $R_t > 0$ for alle t, og det vil i hvert fald gælde, hvis $Q_R \to \infty$ for $R_t \to 0$ (Dasgupta & Heal, 1974: 11):

$$\frac{(\dot{Q_R - M_R})}{Q_R - M_R} = Q_K \tag{44}$$

$$\frac{\dot{C}}{C} = \frac{Q_K - \varrho}{\eta(C)} , \tag{45}$$

hvor $\eta(C) = -CU''/U'$ er grænsenyttens elasticitet

$$\frac{(\dot{p_R - m})}{p_R - m} = \varrho \tag{46}$$

Ligning (44) er den generelle efficiensbetingelse, jf. (14): hvis ressourcen skal gemmes, må dens »netto-produktivitet« stige så meget, at det opvejer, at kapitalapparatet har været mindre i mellemtiden (jf. Solow, 1974b: 35). Ligning (45) er betingelsen for optimal opsparing; den kan skrives $Q_K = \varrho - \dot{C}U''/U'$, dvs. kapitalens marginale produkt skal være lig med diskonteringsrenten plus den relative forøgelse i ubehaget ved at spare (jf. Dorfmann, 1969: 825). Ligning (46) fås af (38) og (39), og viser, at nettoprisstigningen på ressourcen skal være lig med diskonteringsrenten.

Begyndelsesværdierne skal vælges, således at ressourcen netop udtømmes over den uendelig lange tidshorisont, jf. (35).

Efter at det sociale optimum er karakteriseret med ligningerne (36)-(46), bliver problemet, om det er muligt at finde priser $p_Q(t)$ og $p_R(t)$ samt en markedsrente r, således at hvis forbrugere og producenter betragter disse priser som givne og i øvrigt maximerer hhv. nytte og profit – da vil netop ligningerne (36)-(46) beskrive ligevægten. I så fald kan priserne siges at understøtte en markedsligevægt, som er optimal.

De naturlige kandidater for valg af priser er $p_Q(t) = U'_t$ og $p_R(t) = p_Q(t) \cdot Q_R(t)$, jf. (36), (41), (42). Markedsrenten vælges som $r = \varrho$. Desuden betragtes prisen for at leje kapitalapparat, og den vælges som $p_K(t) = p_Q r - \dot{p}_Q$. Med disse priser vil (36)-(46) være forenelige med konkurrenceligevægt på et partielt marked, hvor markedsrenten og efterspørgselsfunktionen for forbrug er givet og begge er optimale. Der er tre typer af agenter: forbrugere, producenter og kapitalister. Forbrugernes efterspørgselsfunktion er givet som $C_t = (U')^{-1}(p_Q)$, og

$$U'_t(C_t) = p_Q \tag{36}$$

betyder, at C_t svarer til efterspørgslen. Idet resten af produktionen svarer til opsparing og investering, cleares markedet, men dette er unægtelig en summarisk beskrivelse, og i »Resultat 2« forudsættes C_t derfor valgt optimalt. Maximering af $U(C_t) = \int_0^{C_t} U'(x)dx$ svarer til at »consumer's surplus« maximeres (Weinstein & Zeckhauser, 1975: 373).

Producenten, som fremstiller varen ved brug af ressourcen og lejet kapitalapparat, vil maximere sin profit ved givne priser ved at vælge R_t og K_t, dvs.

$$\max \pi = p_Q Q(K_t, R_t) - p_K K_t - p_R R_t, \tag{47}$$

som giver

$$p_Q Q_R = p_R \tag{48}$$

$$p_Q Q_K = p_K = p_Q r - \dot{p}_Q \text{ eller } \frac{\dot{p}_Q}{p_Q} = r - Q_K \tag{49}$$

Med de givne valg af p_Q, p_K, p_R og r, ses det, at hermed er (36), (37), (41), (42) og (45) opfyldt. Endelig ses på en kapitalist, som ejer én enhed ressource, som ikke er udvundet, ved tid t. Ved udvinding og salg bliver fortjenesten $p_R - m$, som også er salgsprisen for den uudvundne ressource dvs. formuens størrelse. Kapitalisten har nu tre muligheder, og de respektive gevinster i det følgende korte tidsrum bliver:

$$(\dot{p}_R - \dot{m}) \tag{50}$$

opnås ved at beholde ressources »i jorden«, hvor det eneste afkast er den eventuelle nettoprisstigning.

$$(p_R - m)r \tag{51}$$

opnås ved at udvinde ressourcen, sælge den og placere indtægten i banken til renten r.

$$(p_R - m)\frac{1}{p_Q}(p_K + \dot{p}_Q) \tag{52}$$

opnås ved at udvinde og sælge ressourcen og placere gevinsten i fast kapital (med pris p_Q), hvis afkast er lig med lejeværdien (p_K) plus prisstigningen ($\dot{p}_Q$).

I ligevægt må de tre muligheder være lige gode, og heraf fås, at (38), (39), (40), (43), (44) og (46) er opfyldt.

Dette illustrerer, at optimum er foreneligt med konkurrence, blot priserne kendes i den nærmeste fremtid og forudsat, at begyndelsesværdierne er rigtige. Men der er intet sagt om, hvorvidt markedet kan finde de korrekte begyndelsesværdier – det kræver i hvert fald priserne kendt over hele tidshorisonten (Stiglitz, 1974 b: 145; Hahn, 1973: 14) – og kan korrigere tilfældige udsving fra det optimale. – Konkurrenceligevægt under endnu mere specielle efterspørgselsantagelser er beskrevet af Stiglitz (1974b), som antager forbrugskvoten konstant og $p_Q = 1$ for alle t, så at $r = \varrho = Q_K$. Ved at parametrisere funktionerne udledes resultater om processen, og konklusionen er, at hvis begyndelsesværdierne er ukorrekte, vil processen fjerne sig mere og mere fra det optimale.

I litteraturen er diskussionen af udtømningen under forskellige markedsformer faktisk alene knyttet til ligning (46) eller (39)-(40). Til brug for det følgende skrives (46) på formen (53), og følgende resultat formuleres:

$$p_R = m_t + Pe^{rt}, \quad P = \text{profit per enhed ved tid 0.} \tag{53}$$

Resultat 3. Ved optimal udtømning og ved konkurrencebestemt udtømning vil profitten per ressourceenhed vokse exponentielt, idet stigningstakten er lig med hhv. den sociale diskonteringsrente og markedsrenten.

4. Monopol, oligopol og andre ufuldkomne markeder

Sammenligningen mellem konkurrence og monopol foretages på grundlag af (46) og (53), og modellen forenkles yderligere, idet monopolisten antages at kende efterspørgselsfunktionerne på alle tidspunkter i fremtiden (Stiglitz, 1976; Heal, 1977: 6). Mere præcise resultater findes hos Sweeney (1977: 134). Idet $p = p_R$ herefter betegner ressourceprisen, forenkles udregningerne ved at bruge følgende specielle efterspørgselsfunktion, men resultaterne gælder mere generelt (Heal, 1977).

$$R_t = D_t(p_t) = p_t^{\eta} \tag{54}$$

hvor $\frac{dD}{dp}\frac{p}{D} = \eta = \eta_t$ er elasticiteten, som antages konstant på hvert tidspunkt.

Heraf fås, at $p_t = R_t^{1/\eta}$, og monopolistens problem bliver:

$$\max \int_0^\infty R_t(R_t^{1/\eta} - m_t)e^{-rt}dt, \quad \text{givet at } \dot{S}_t = -R_t, \int_0^\infty R_t dt = S_0 \tag{55}$$

Det må forudsættes at $\eta_t < -1$, idet monopolisten ellers kunne vedblive med at øge profitten ved at øge prisen, således at der ikke var noget optimum. Maximumprincippet giver betingelserne (Sydsæter, 1973: 482, 526):

$$\left[\left(1 + \frac{1}{\eta}\right)R_t^{1/\eta} - m_t\right]e^{-rt} - \lambda = 0, \quad \dot{\lambda} = 0 \tag{56}$$

Idet $MR_t = \left(1 + \frac{1}{\eta}\right)R_t^{1/\eta}$ er det marginale afkast, fås ved at differentiere logaritmisk:

$$\frac{(M\dot{R_t - m_t})}{MR_t - m_t} = r, \tag{57}$$

som svarer til (46). Hvis omkostningerne m_t er lig med 0, kan (56) skrives

$$\frac{\dot{p}_t}{p_t} = r - \frac{\dot{\gamma}}{\gamma}, \quad \gamma_t = 1 + \frac{1}{\eta_t}, \quad m_t = 0. \tag{58}$$

Ved at sammenligne (46) og (58) ses det, at hvis der ikke er udvindingsomkostninger ($m_t = 0$) og hvis elasticiteten er konstant ($\dot{\gamma} = 0$), vil udtømningen ved monopol og konkurrence være identiske. Ligning (46), som gælder i konkurrence, kan skrives:

$$\frac{\dot{p}_t}{p_t} = r\left(1 - \frac{m_t}{p_t}\right) + \frac{\dot{m}_t}{m_t}\frac{m_t}{p_t} \tag{59}$$

dvs. prisstigningstakten er en vejet sum af renten og omkostningernes stigningstakt. For monopol fås tilsvarende af (56) og (57), idet $\eta_t = \eta$ antages konstant over tiden:

$$\frac{\dot{p}_t}{p_t} = r\left(1 - \frac{m_t}{(1 + 1/\eta)p_t}\right) + \frac{\dot{m}_t}{m_t} \cdot \frac{m_t}{(1 + 1/\eta)p_t} \tag{60}$$

Af (60) ses, at hvis $\dot{m}_t = 0$ og prisen er ens i monopol og konkurrence, vil $\dot{p}_t$ være højest i konkurrence. De to priskurver kan derfor kun krydse hinanden én gang, og i starten må konkurrenceprisen være lavere end monopolprisen. Hvis prisen er lav i starten og stigningstakten er høj, betyder det, at ressourcen bruges hurtigt (Stiglitz, 1976: 658).

For langsom udtømning ved monopol kan altså forekomme, hvis $m_t = m > 0$, men samme virkning kan fås, hvis $|\eta_t|$ er en stigende funktion af tiden (Stiglitz, 1975: 657). Der kan imidlertid være gode grunde til at antage, at $|\eta_t|$ er en stigende funktion af R_t – hvis fx olieforbruget er tvunget langt ned, vil elasticiteten antagelig være lille og i så fald vil udtømningen ske for hurtigt ved monopol (fås af (58), jf. Heal, 1977: 7; Simmons, 1975: 179; Lewis et al., 1979).

For et marked med N identiske oligopolister, vil en Nash-ligevægt, hvor hver oligopolist tager alle de øvriges prisfunktioner for givne, opfylde (58), idet $\gamma_t = N + 1/\eta_t$, $m_t = 0$, og for $N \rightarrow \infty$ fremkommer konkurrenceligningen (46), (Heal, 1977: 9; Dasgupta & Heal, 1977). Af (57)-(60) fås:

Resultat 4. Hvis omkostningerne er lig med 0 og elasticiteten er konstant, vil udtømningen ved monopol og ved konkurrence være identiske. Monopol vil resultere i langsommere udtømning, hvis enten $m_t = m > 0$, eller $|\eta_t|$ er en stigende funktion af t. Monopol vil resultere i hurtigere udtømning, hvis $|\eta_t|$ er en stigende funktion af R_t. Oligopol indtager en mellemstilling mellem monopol og konkurrence.

Hvis der er usikkerhed om fremtidige forhold, og den private risiko eller risikoaversion er større end den sociale, vil udtømningen under konkurrence ske hurtigere end optimalt. Et eksempel er usikkerhed om de fremtidige priser (Weinstein & Zeckhauser, 1975: 381-386), og et andet er muligheden for en fremtidig nationalisering, som bevirker, at ressourceprisens stigning er hurtigere end renten, og at prisen derfor er lavere i begyndelsen.

Risikoen for, at der opfindes et perfekt, billigt substitut, som gør ressourcen værdiløs, virker på nøjagtig samme måde, men i modsætning til nationaliseringseksemplet vil den private risiko – men eventuelt ikke den private risikoaversion – svare til den sociale. Hvis *ssh*-tætheden for opfindelsen er ω_t – den sker altså med sikkerhed før eller siden – vil

$$\Omega_t = \int_t^\infty \omega_\tau d\tau \tag{61}$$

betegne *ssh*'en for, at opfindelsen ikke er sket før tid t. Hvis der er social risikoneutralitet, fås det sociale optimum ved at maximere den forventede, neddiskonterede nytte:

$$\max \int_0^\infty U(C)e^{-\varrho t}\Omega_t dt \tag{62}$$

under hensyn til (34) og (35). Den eneste ændring i (36)-(39) er, at ϱ erstattes med (Arrow & Kurz, 1970: 48-49):

$$\varrho - \dot{\Omega}_t/\Omega_t = \varrho + \omega_t/\Omega_t\,, \tag{63}$$

hvor ω_t/Ω_t er den betingede *ssh* for, at opfindelsen sker ved tid t, givet at den ikke er sket før tid t (om differentiation af (61), se Sydsæter, 1973: 162). Der skal altså under visse betingelser regnes med en større (og tidsafhængig) diskonteringsrente, og det samme gælder under konkurrence og monopol (Dasgupta & Heal, 1974: 18-23; Heal, 1975: 130-131, 138; Heal, 1977: 18; Long, 1975).

Sweeney (1977) har vist, hvorledes virkninger af en række forskellige imperfektioner kan beskrives ved hjælp af en »markeds-imperfektionsfunktion«, som viser afvigelsen fra (53), og opstiller denne funktion for monopol, skattelettelser til extraktive erhverv, sociale externaliteter og priskontrol. De mest generelle resultater er indeholdt i følgende (jf. Kay & Mirrlees, 1975: 163-169):

Resultat 5. Social usikkerhed gør den optimale udtømning hurtigere. Hvis den private risiko eller risikoaversion er større end den sociale, vil den markedsbestemte udtømning blive for hurtig, og dette vil i almindelighed også være tilfældet ved skattelettelser til extraktive erhverv og sociale, externe omkostninger.

5. Dynamisk markedstilpasning

Resultaterne i afsnit 2 forudsætter i realiteten, at alle fremtidige priser, også deres niveau, er kendt ved tid 0 (Stiglitz, 1974 b: 145; Solow 1974 a: 5). Men da der ikke findes markeder med uendelig termin eller risikomarkeder (Heal, 1975: 126-129), bliver det et vitalt problem, hvordan markedstilpasningen sker. Generelt er ressourcemarkeder endnu mere ustabile end andre aktivmarkeder, da hele afkastet udgøres af spekulationsgevinst ved prisforhøjelser (Stiglitz, 1974 b: 150-151; Solow, 1974 a: 5; Heal, 1975: 118), men der er modgående tendenser: et prisfald nu, kan medføre lavere forventet pris i fremtiden, større udbud, større prisfald etc.; men kapitaltabene ved prisfaldet kan også bevirke, at den lavere pris forventes at vokse så hurtigt, at det bliver fordelagtigt at begrænse det aktuelle udbud. Der kan argumenteres for, at disse stock-effekter vil hindre for hurtig udtømning, mens for langsom udtømning er mulig: hvis de forventede priser i fremtiden forøges, vil spotprisen blive konkurreret op på stockmarkedet, som kun er i ligevægt, hvis (46) eller (57) er opfyldt (Kay & Mirrlees, 1975: 164; Stiglitz, 1974 b: 150).

Detaljerede pristilpasningsmodeller er opstillet af Stiglitz (1974 b: 145-151) og Heal (1975: 120-126), som bl.a. har analyseret følgende model, hvor E betegner stigningstakten $\dot{p}^E/p^E$ i den forventede fremtidige pris p^E, og $\dot{E}/E$ følgelig den relative acceleration:

$$\frac{\dot{R}_t}{R_t} = \alpha(r - E_t) \tag{64}$$

$$\frac{\dot{p}_t}{p_t} = -\frac{1}{\eta}\frac{\dot{R}_t}{R_t} \tag{65}$$

$$\frac{\dot{E}_t}{E_t} = \beta\left(\frac{\dot{p}_t}{p_t} - E_t\right) + \gamma\frac{\dot{R}_t}{R_t} \tag{66}$$

Ligning (64) beskriver arbitrage mellem stock-markeder, idet R_t forøges med en vis forsinkelse, hvis afkastet E_t er mindre end markedsrenten r; (65) fås af $R_t = D(p_t) = p_t^{-\eta}$, som angiver at flow-markedet cleares simultant, idet elasticiteten regnet positivt (η) er en konstant parameter ligesom α, β og γ, som alle er positive; (66) viser, at de forventede fremtidige prisstigninger øges, hvis de nuværende prisstigninger er større end de forventede, og hvis udtømningsraten og dermed den fremtidige knaphed øges. Af (64)-(66) fås:

$$\frac{\dot{E}_t}{E_t} = r\left(\alpha\gamma - \frac{\alpha\beta}{\eta}\right) + \left(\frac{\alpha\beta}{\eta} - \alpha\gamma - \beta\right)E_t, \tag{67}$$

som er en variant af Bernoulli's differentialligning, der kan løses explicit (Sydsæter, 1973: 23; Simmons, 1975: 184). Ligevægtsværdien fås af (67) ved at sætte $\dot{E}_t = 0$.

$$E^* = r/\left[1 - \frac{\beta\eta}{\alpha(\beta - \gamma\eta)}\right] \tag{68}$$

og heraf fås vækstraterne

$$\left(\frac{\dot{p}_t}{p_t}\right)^* = (E^* - r)\frac{\alpha}{\eta} > 0 \quad \text{og} \left(\frac{\dot{R}_t}{R_t}\right)^* = \alpha(r - E^*) < 0 \tag{69}$$

$$\text{for} \quad 0 \leqq \eta < \frac{\alpha\beta}{\alpha\gamma + \beta},$$

og dette kan være et optimum, idet vækstraterne i optimum under de almindelige forudsætninger vil konvergere mod konstante værdier (Dasgupta & Heal, 1974: 15; Stiglitz, 1974 a: 135). Problemet er, at ligevægten er fuldkommen ustabil. For $\eta > \alpha\beta/(\alpha\gamma - \beta)$ vil ligevægten blive stabil, men vækstraterne får de modsatte fortegn, og dette er umuligt for store t (jf. Simmons, 1975: 185). Disse egenskaber er typiske for pristilpasningsmodellerne:

Resultat 6. I almindelighed må den dynamiske markedstilpasning formodes at være langsom og ustabil.

Denne teori har ikke hidtil præget den danske debat i synderlig grad, men det er planen i en senere artikel at forsøge en diskussion af den danske debat i relation til denne teori.

Litteratur

Allen, R. D. G. 1967. *Macro-Economic Theory. A Mathematical Treatment*. London.

Arrow, K. J. & M. Kurz. 1970. *Public Investment, the Rate of Return, and Optimal Fiscal Policy*. Baltimore.

Barnett, H. J. & C. Morse. 1963. *Scarcity and Growth*. Baltimore.

Boserup, M. 1974. *Vor voksende verden. Om dommedagsfrygt, energiproblemer, vækst og befolkning*. København.

Boserup, M. 1977. Økonomerne udskyder dommedag. *Politikens kronik* 10. november.

Boserup, M. 1978*a*. Er der udtømmelige naturressourcer? I *Om økonomisk vækst*, red. P. Nørregaard Rasmussen, kap. 10, pp. 154-175. København.

Boserup, M. 1978*b*. Fear of Doomsday: Past and Present. *Population and Development Review* 4: 139-143.

Common, M. & D. W. Pearce. 1973. Adaptive Mechanisms, Growth and the Environment: The Case of Natural Resources. *Canadian Journal of Economics* 6: 289-300.

Commoner, B. 1977. *Energiens elendighed. Energikrise og økonomisk krise*. København.

Dasgupta, P. S. & G. M. Heal. 1974. The Optimal Depletion of Exhaustible Resources. *Review of Economic Studies* Symposium: 3-28.

Dorfmann, R. 1969. An Economic Interpretation of Optimal Control Theory. *American Economic Review* 59: 817-31.

Ekonomisk Debatt. 1974. Ingen domedag! Temanummer af *Ekonomisk Debatt* 2: 445-532.

Futures. 1973. The Limits to Growth Controversy. Special Issue of *Futures* 5, no. 1.

Fyodorov, E. 1979. Relations with nature optimised. *Social Sciences* 10: 205-221.

Goeller, H. E. & A. M. Weinberg. 1976. The Age of Substitutability. *Science* 191: 683-689. Optrykt i *American Economic Review* 68: 1-11, 1978.

Gunst, J. 1978. Energi og dommedag. *Juristen & Økonomen* 60: 310-18.

Hahn, F. H. 1973. *On the nation of equilibrium in economics. An inaugural lecture*. Cambridge.

Heal, G. M. 1975. Economic Aspects of Natural Resource Depletion. I *The Economics of Natural Resource Depletion*, ed. D. W. Pearce & J. Rose, pp. 118-139. London

Heal. G. M. 1977. The Long-Run Movement of the Prices of Exhaustible Resources. Paper presented at the *5th World Congress of the I.E.A.* Tokyo.

Heal, G. M. & P. S. Dasgupta. 1979. *Economic Theory and Exhaustible Resources*. Cambridge.

Hoel, M. 1979. Makroøkonomiske konsekvenser av en sterk økning av råoljeprisen

Resultat 6. I almindelighed må den dynamiske markedstilpasning formodes at være langsom og ustabil.

Denne teori har ikke hidtil præget den danske debat i synderlig grad, men det er planen i en senere artikel at forsøge en diskussion af den danske debat i relation til denne teori.

Litteratur

Allen, R. D. G. 1967. *Macro-Economic Theory. A Mathematical Treatment*. London.

Arrow, K. J. & M. Kurz. 1970. *Public Investment, the Rate of Return, and Optimal Fiscal Policy*. Baltimore.

Barnett, H. J. & C. Morse. 1963. *Scarcity and Growth*. Baltimore.

Boserup, M. 1974. *Vor voksende verden. Om dommedagsfrygt, energiproblemer, vækst og befolkning*. København.

Boserup, M. 1977. Økonomerne udskyder dommedag. *Politikens kronik* 10. november.

Boserup, M. 1978*a*. Er der udtømmelige naturressourcer? I *Om økonomisk vækst*, red. P. Nørregaard Rasmussen, kap. 10, pp. 154-175. København.

Boserup, M. 1978*b*. Fear of Doomsday: Past and Present. *Population and Development Review* 4: 139-143.

Common, M. & D. W. Pearce. 1973. Adaptive Mechanisms, Growth and the Environment: The Case of Natural Resources. *Canadian Journal of Economics* 6: 289-300.

Commoner, B. 1977. *Energiens elendighed. Energikrise og økonomisk krise*. København.

Dasgupta, P. S. & G. M. Heal. 1974. The Optimal Depletion of Exhaustible Resources. *Review of Economic Studies* Symposium: 3-28.

Dorfmann, R. 1969. An Economic Interpretation of Optimal Control Theory. *American Economic Review* 59: 817-31.

Ekonomisk Debatt. 1974. Ingen domedag! Temanummer af *Ekonomisk Debatt* 2: 445-532.

Futures. 1973. The Limits to Growth Controversy. Special Issue of *Futures* 5, no. 1.

Fyodorov, E. 1979. Relations with nature optimised. *Social Sciences* 10: 205-221.

Goeller, H. E. & A. M. Weinberg. 1976. The Age of Substitutability. *Science* 191: 683-689. Optrykt i *American Economic Review* 68: 1-11, 1978.

Gunst, J. 1978. Energi og dommedag. *Juristen & Økonomen* 60: 310-18.

Hahn, F. H. 1973. *On the nation of equilibrium in economics. An inaugural lecture*. Cambridge.

Heal, G. M. 1975. Economic Aspects of Natural Resource Depletion. I *The Economics of Natural Resource Depletion*, ed. D. W. Pearce & J. Rose, pp. 118-139. London

Heal. G. M. 1977. The Long-Run Movement of the Prices of Exhaustible Resources. Paper presented at the *5th World Congress of the I.E.A.* Tokyo

Heal, G. M. & P. S. Dasgupta. 1979. *Economic Theory and Exhaustible Resources*. Cambridge.

Hoel, M. 1979. Makroøkonomiske konsekvenser av en sterk økning av råoljeprisen på kort og lang sikt. *Sosialokonomen* 33: 7-15.

Hotelling, H. 1931. The Economics of Exhaustible Resources. *Journal of Political Economy* 39: 137-175.

Hudson, E. A. & D. W. Jorgenson. 1978. Energy policy and U.S. economic growth. *American Economic Review* 68: 118-123.

Kay, J. A. & J. A. Mirrless. 1975. The Desirability of Natural Resource Depletion. I *The Economics of Natural Resource Depletion*, ed. D. W. Pearce & J. Rose, pp. 140-176. London.

Lewis, T. R., S. A. Matthews & H. S. Burness. 1979. Monopoly and the Rate of Extraction of Exhaustible Resources: Note. *American Economic Review* 69: 227-230.

Lindbeck, A. 1974. Den ovissa framtiden – en studie i anpassningsmekanismer. *Ekonomisk Debatt* 2: 464-473.

Long, N. V. 1975. Resource Extraction under Uncertainty about Possible Nationalization. *Journal of Economic Theory* 10: 42-53.

Meek, R. L. 1956. *Marx und Engels über Malthus*. Berlin. 2. udg. Berkeley 1971.

Nordhaus, W. D. 1973. World Dynamics: Measurement without Data. *Economic Journal* 83: 1156-83.

Nordhaus, W. D. 1974. Resources as a Constraint on Growth. *American Economic Review* 64: 22-26.

Nørregaard Rasmussen, P. 1979. Teknologien og vækstens muligheder. *Nationalokonomisk Tidsskrift* 117: 287-296. (Temanummer om »Konturerne af 1980erne«).

Meadows, D. H., D. L. Meadows, J. Randers & W. W. Bahrens. 1972. *The Limits to Growth*. Washington.

Muhly, J. D. 1973. Copper and Tin. The Distribution of Mineral Resources and the Nature of the Metals Trade in the Bronze Age. *Transactions of the Connecticut Academy of Arts and Sciences*, vol. 43, pp. 155-535. New Haven.

Olson, S. H. 1971. *The Depletion Myth. A History of Railroad Use of Timber*. Cambridge, Mass.

Paldam, M. 1978. Oprøret mod logik og kendsgerninger. *Morgenavisen Jyllands-Postens kronik* 18. maj. (Med en replik fra Niels I. Meyer sammesteds 4. juni 1978).

Pearce, D. W. & J. Rose (eds.). 1975. *The Economics of Natural Resource Depletion*. London.

Pearce, I. 1975. Resource Conservation and the Market Mechanism. I *The Economics of Natural Resource Depletion*, ed. D. W. Pearce & J. Rose, pp. 191-203. London.

Peterson, F. M. & A. C. Fisher. 1977. The Exploitation of Extractive Resources. A Survey. *Economic Journal* 87: 681-721.

Saxe, T. 1979. *Synspunkter i vækst- og ressourcedebatten. Eller: Grænser for vækst i planokonomierne?* Stor opgave nr. VI 271. Københavns Universitets Økonomiske Institut.

Simmons, P. 1975. Comments on the Papers by Butlin, Heal and Kay and Mirrless. I *The Economics of Natural Resource Depletion*, ed. D. W. Pearce & J. Rose, pp. 177-90. London.

Singh, N. 1978. *Economics and the Crisis of Ecology*. 2. edition. Oxford.

Solow, R. M. 1974*a*. The Economics of Resources or the Resources of Economics. *American Economic Review* 64: 1-14.

Solow, R. M. 1974*b*. Intergenerational Equity and Exhaustible Resources. *Review of Economic Studies*. Symposium: 29-46.

Solow, R. M. 1974*c*. Att förvalta våra ändliga naturtillgångar. *Ekonomisk Debatt* 2: 490-498.

Stiglitz, J. E. 1974*a*. Growth with Exhaustible Natural Resources: Efficient and Optimal Growth Paths. *Review of Economic Studies*. Symposium: 123-138.

Stiglitz, J. E. 1974*b*. Growth with Exhaustible Natural Resources: The Competitive Economy. *Review of Economic Studies*. Symposium: 139-52.

Stiglitz, J. E. 1976. Monopoly and the Rate of Extraction of Exhaustible Resources. *American Economic Review* 66: 655-61.

Sweeney, J. L. 1977. Economics of Depletable Resources: Market Forces and Intertemporal Bias. *Review of Economics Studies* 44: 125-41.

Sydsæter, K. 1973. *Matematisk Analyse II*. Oslo.

Weinstein, M. C. & R. J. Zeckhauser. 1974. Use Patterns for Depletable and Recycleable Resources. *Review of Economic Studies*. Symposium: 67-88.

Weinstein, M. C. & R. J. Zeckhauser. 1975. The Optimal Consumption of Depletable Natural Resources. *Quarterly Journal of Economics* 89: 371-393.

Yndgaard, E. (red.). 1980. *Symposium om Danmarks energiproblemer* 1979. København.