# Kalkulationsrente, skat og inflation i investeringskalkuler

*Sven Danø*

*Økonomisk Institut, Københavns Universitet*

SUMMARY: *In a perfect capital market, the ordering of (real) investment alternatives established by the net present value criterion is consistent with the investor's time preferences for income as represented by an intertemporal utility function. It is shown that this also holds in the case of a proportional income tax and a constant rate of inflation, provided that both the cash flows and the rate of interest applied in the net present value function are adjusted accordingly.*

---

## Problemstilling og forudsætninger

1. Den klassiske investeringsteori er som bekendt forankret i en forudsætning om, at kapitalmarkedet er perfekt, dvs. at investor uden begrænsninger kan låne og udlåne til en og samme markedsrente, $i$. Under denne forudsætning kan realinvesteringsalternativer rangordnes ved hjælp af kapitalværdikriteriet med $i$ som kalkulationsrentefod. Den *reale* investeringsplan, der bestemmes ved maksimering af kapitalværdien over mængden af mulige alternativer, viser sig nemlig at være konsistent med den *totale* plan (reale plus finansielle investeringer), der bestemmes ved maksimering af investors intertemporale nyttefunktion. Den optimale realinvestering kan således findes uden kendskab til nyttefunktionens form; det er tilstrækkeligt at kende markedsrenten.[1]

Den klassiske teori siger imidlertid ikke noget om, hvordan man kan tage hensyn til *skatter* og *inflation* i en investeringskalkule. Når den serie af forventede nettoindbetalinger, der repræsenterer det enkelte investeringsalternativ, bliver reduceret ved skattebetalinger og realværdien beskæres af prisstigninger, er det ikke på forhånd indlysende, hvilket kapitalværdibegreb man skal benytte. Er det nutidsværdien af de nominelle betalinger før skat, eller skal man regne i faste priser efter skat? Og skal man stadig benytte markedsrenten som

---

Forf. takker lektor A. Geel Andersen og professor J. Vibe-Pedersen for gennemlæsning og kritik.

1. En fremstilling af disse ting findes f.eks. hos Inge Thygesen (1971, kap. II).

# Kalkulationsrente, skat og inflation i investeringskalkuler

*Sven Danø*
*Økonomisk Institut, Københavns Universitet*

SUMMARY: *In a perfect capital market, the ordering of (real) investment alternatives established by the net present value criterion is consistent with the investor's time preferences for income as represented by an intertemporal utility function. It is shown that this also holds in the case of a proportional income tax and a constant rate of inflation, provided that both the cash flows and the rate of interest applied in the net present value function are adjusted accordingly.*

## Problemstilling og forudsætninger

1. Den klassiske investeringsteori er som bekendt forankret i en forudsætning om, at kapitalmarkedet er perfekt, dvs. at investor uden begrænsninger kan låne og udlåne til en og samme markedsrente, $i$. Under denne forudsætning kan realinvesteringsalternativer rangordnes ved hjælp af kapitalværdikriteriet med $i$ som kalkulationsrentefod. Den *reale* investeringsplan, der bestemmes ved maksimering af kapitalværdien over mængden af mulige alternativer, viser sig nemlig at være konsistent med den *totale* plan (reale plus finansielle investeringer), der bestemmes ved maksimering af investors intertemporale nyttefunktion. Den optimale realinvestering kan således findes uden kendskab til nyttefunktionens form; det er tilstrækkeligt at kende markedsrenten.[1]

Den klassiske teori siger imidlertid ikke noget om, hvordan man kan tage hensyn til *skatter* og *inflation* i en investeringskalkule. Når den serie af forventede nettoindbetalinger, der repræsenterer det enkelte investeringsalternativ, bliver reduceret ved skattebetalinger og realværdien beskæres af prisstigninger, er det ikke på forhånd indlysende, hvilket kapitalværdibegreb man skal benytte. Er det nutidsværdien af de nominelle betalinger før skat, eller skal man regne i faste priser efter skat? Og skal man stadig benytte markedsrenten som

Forf. takker lektor A. Geel Andersen og professor J. Vibe-Pedersen for gennemlæsning og kritik.
1. En fremstilling af disse ting findes f. eks. hos Inge Thygesen (1971, kap. II).

kalkulationsrentefod, eller skal den korrigeres for skat og inflation og da hvordan?

Man kan næppe sige, at problemet er fuldt afklaret i litteraturen, i hvert fald ikke hvad beskatningens rolle angår.[2] Man ser da også, at mange – omend ikke alle – fremstillinger af investeringsteorien går uden om disse spørgsmål som katten om den varme grød. Imidlertid kommer man ikke uden om at tage stilling til dem, hvis man skal kunne opstille en investeringskalkule, der på forsvarlig måde tager hensyn til så håndfaste realiteter som skatter og prisstigninger.

I det følgende skal vi derfor skitsere, hvordan man kan generalisere den klassiske investeringsteori i denne retning, men uden i øvrigt at indføre mere komplicerede forudsætninger. Vi forudsætter altså fremdeles et perfekt kapitalmarked – vel vidende, at det i bedste fald kun er rimeligt som en approksimation – og markedets nominelle rentefod $i$ antages konstant over tiden. Beskatningen af overskuddet antages at være en proportionalskat med skattesatsen $s$, og inflationsraten $q$ forudsættes konstant over tiden.

### Kapitalværdikriteriet uden skat og inflation

2. Som baggrund for det efterfølgende skal vi kort demonstrere den klassiske investeringsteoris begrundelse for kapitalværdikriteriet, altså under forudsætningen $s=0$, $q=0$.

Lad investors intertemporale nyttefunktion ($V$) være defineret på hans indkomster (forbrugsmuligheder), $p_t$. Indkomsterne refererer til periode 1, 2, 3, . . ., men tænkes koncentreret i begyndelsen af de respektive perioder, dvs. i tidspunkterne 0, 1, 2, . . . , så vi har

$$V = V(p_0, p_1, \ldots). \tag{1}$$

Investor forventer nu, før han investerer, at råde over indkomsterne $\bar{p}_t$ ($t = 0, 1, 2, \ldots$) i de respektive perioder. Denne initiale indkomstsituation kan ændres dels ved *realinvesteringer*, der giver anledning til nettoindbetalingerne $a_t$ – hvoraf nogle selvsagt vil være negative – og dels ved *finansielle* trans-

2. Se f. eks. Johansson (1961), kap. 4. Johansson opererer selv med en kalkulerentefod efter skat på $(1-s)i$, men kun som en »standardantagelse« i mangel af empiriske data (p. 84); han afstår udtrykkeligt fra en deduktiv begrundelse à la en generaliseret klassisk teori som den, vi vil operere med i det følgende (p. 83, n. 42). – Schneider (1967, pp. 339-40) polemiserer med udgangspunkt i Johansson's betragtninger mod den tanke, at skattesatsen overhovedet skulle have nogen indflydelse på kalkulationsrentefoden.

aktioner med nettoindbetalingerne $d_t$; her kan være tale om såvel lån til finansiering af realinvesteringerne som pengeanbringelser, i begge tilfælde til rentefoden $i$. Nettoresultatet bliver da indkomsterne

$$p_t = \bar{p}_t + a_t + d_t \tag{2}$$

eller på vektorform

$$p = \bar{p} + a + d.$$

Nutidsværdien af de finansielle investeringer i et perfekt kapitalmarked bliver nul, når markedsrenten $i$ benyttes som kalkulationsrentefod:

$$K(d, i) = \sum_{t=0}^{\infty} d_t \, (1+i)^{-t} = 0; \tag{3}$$

det indses måske lettest ved at opløse nettoindbetalingerne i etårige transaktioner – lån eller udlån – med hovedstol $\triangle_t$:

$$\begin{aligned} d_0 &= \triangle_0 \\ d_1 &= -(1+i)\triangle_0 + \triangle_1 \\ &\cdots\cdots \\ d_t &= -(1+i)\triangle_{t-1} + \triangle_t \\ &\cdots\cdots \end{aligned}$$

(Ved en endelig horisont $T$ fås ligeledes $K(d, i) = 0$, idet $\triangle_T$ sættes $= 0$, hvormed det hele er afviklet til $t = T$).

(3), der kan tages som en definition af et perfekt kapitalmarked, kan ved hjælp af (2) omformes til

$$(K(d, i) =) \sum_{t=0}^{\infty} (p_t - \bar{p}_t - a_t) \; (1+i)^{-t} = 0 \tag{4}$$

eller splittet op i tre kapitalværdier med samme rentefod $i$:

$$K(p, i) - K(\bar{p}, i) - K(a, i) = 0. \tag{5}$$

Betragt nu en vilkårlig *given* realinvestering, $a$. Den ændrer indkomstvektoren fra $\bar{p}$ til $\bar{p}+a$. Hvis investor ikke er tilfreds med denne fordeling af indkomsten over tiden, står det ham frit for at justere den yderligere ved finansielle transaktioner (f.eks. lån til dækning af realinvesteringens anskaffelsessum, så han ikke dør af sult i anskaffelsesåret). Han kan her vælge frit mellem alle sådanne finansielle investeringer $d$, der tilfredsstiller (3); det er det samme som at sige, at han kan realisere enhver indkomstsituation $p$, der opfylder (4) og dermed (5). Han vil vælge $p$ således, at nyttefunktionen (1) har maksimum under bibetingelsen (5) for det givne $a$.

3. Lad nu investor være i den situation, at han skal *vælge mellem 2 reale investeringsalternativer*, defineret ved vektorerne $a^1$ og $a^2$. (Det kan være to forskellige enkeltinvesteringer eller to alternative investeringskæder, eller det kan være den »samme« investering med forskellig levetid; det spiller ingen rolle, blot det er alternativer). Vælger han $a^1$, og optimerer han sine finansielle transaktioner som beskrevet ovenfor, vil han realisere indkomstvektoren $p^1$; tilsvarende vil $a^2$ føre ham til situationen $p^2$. Vi har nu, jfr. (5),

$$K(p^1, i) - K(\bar{p}, i) = K(a^1, i) \tag{6}$$

$$K(p^2, i) - K(\bar{p}, i) = K(a^2, i). \tag{7}$$

Antag nu, at det første realinvesteringsalternativ har den største kapitalværdi,

$$K(a^1, i) > K(a^2, i); \tag{8}$$

heraf følger med benyttelse af (6)-(7), at

$$K(p^1, i) > K(p^2, i). \tag{9}$$

Hvis vi nu kan vise, at (9) implicerer, at $p^1$ giver en større værdi af nyttefunktionen end $p^2$, er det dermed bevist, at kapitalværdikriteriet rangordner de to *reale* alternativer i smuk overensstemmelse med den rangordning af de tilsvarende *total*planer, der etableres af nyttefunktionen $V$.

At det netop er tilfældet, indses således. Når (9) gælder, kan vi bestemme en indkomstvektor $p'$, der har samme kapitalværdi som $p^1$ og altså kan realiseres ud fra $a^1$, og som dominerer $p^2$ (dvs. $p_t' \geq p_t^2$ for alle $t$)[3]; en sådan er f.eks.

$$p' = k \cdot p^2, \quad k = K(p^1, i)/K(p^2, i) > 1.$$

Vi kan derfor trygt antage, at $V(p') > V(p_2)$; det forudsætter ikke andre egenskaber ved nyttefunktionen $V$, end at »mere er bedre«. Idet $p^1$ er defineret

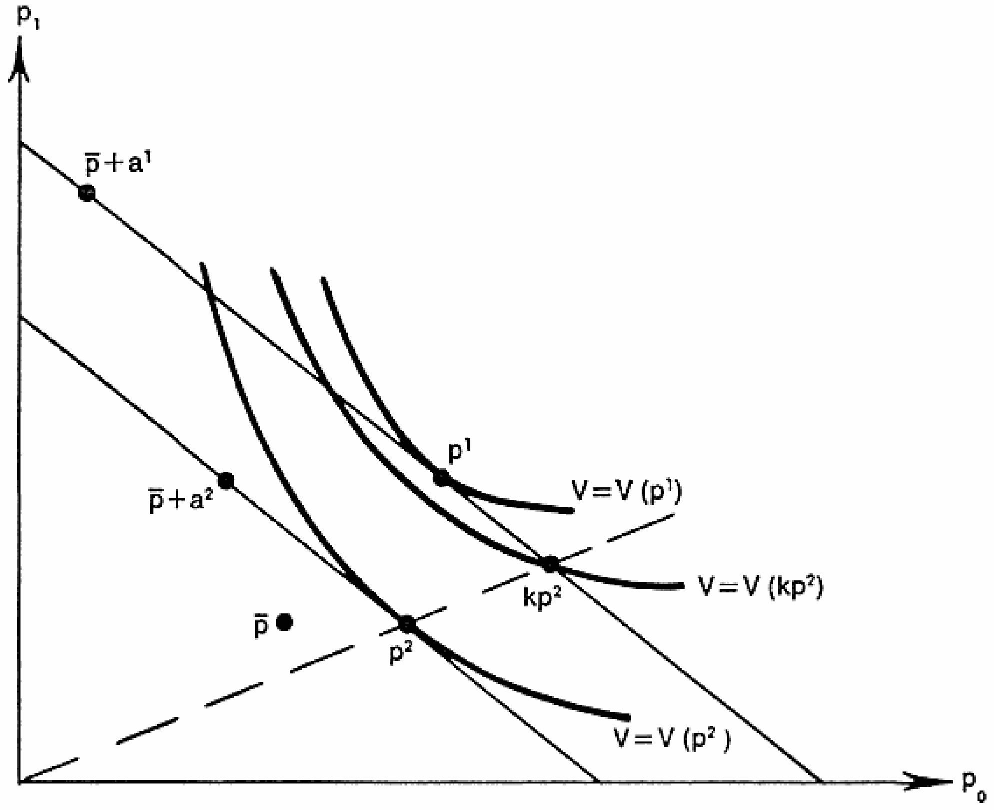
3. Jfr. Inge Thygesen (1971), p. 27.

som det i henseende til nytte bedste af de punkter, der kan realiseres ved finansielle transaktioner ud fra $a^1$, og $p'$ er et af disse punkter, har vi

$$V(p^1) \geq V(p') > V(p^2).$$

Med andre ord, når det reale alternativ $a^1$ har den største kapitalværdi, vil den dertil svarende totalplan $p^1$ – der netop indeholder $a^1$ som sin reale bestanddel – være den foretrukne ud fra nyttefunktionen. Kapitalværdikriteriet med markedsrenten som kalkulationsrente kan derfor anvendes som surrogat for den ukendte nyttefunktion, vel at mærke dog kun på de reale investeringsalternativer.

I 2 dimensioner ($t = 0,1$, dvs. med en horisont på kun én periode) kan ræsonnementet illustreres grafisk som vist på *fig. 1*, hvor de linjer, der svarer til konstant kapitalværdi, har hældningen – $(1+i)$.




FIGUR 1.

4. Lad os dernæst se på en valgsituation med *uendeligt mange reale alternativer*, hvor investeringsmulighederne er defineret ved

$$F(a_0, a_1, a_2, \ldots) = 0 \tag{10}$$

– ethvert sæt $a_t$, der tilfredsstiller (10), er en mulig real investeringsplan – og det perfekte kapitalmarked er defineret ved (4).

Den optimale *totalplan* bestemmes da ved maksimering af nyttefunktionen (1) under bibetingelserne (10) og (4), dvs. ved maksimering af Lagrangefunktionen

$$L = V(p_o, p_1, \dots) + \lambda \cdot F(a_o, a_1, \dots) + \mu \cdot \sum_{t=o}^{\infty} (p_t - \bar{p}_t - a_t)\,(1+i)^{-t}$$

m.h.t. $p$'erne og $a$'erne; $\lambda$ og $\mu$ er Lagrangemultiplikatorer knyttet til bibetingelserne. Det fører til optimumsbetingelserne

$$\frac{\partial L}{\partial p_t} = \frac{\partial V}{\partial p_t} + \mu \cdot (1+i)^{-t} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial a_t} = \lambda \cdot \frac{\partial F}{\partial a_t} - \mu \cdot (1+i)^{-t} = 0$$

eller efter elimination af $\lambda$ og $\mu$

$$-\frac{\partial V/\partial p_t}{\partial V/\partial p_{t+1}} = -(1+i) \quad (t = 0, 1, \dots) \tag{11}$$

$$-\frac{\partial F/\partial a_t}{\partial F/\partial a_{t+1}} = -(1+i) \quad (t = 0, 1, \dots), \tag{12}$$

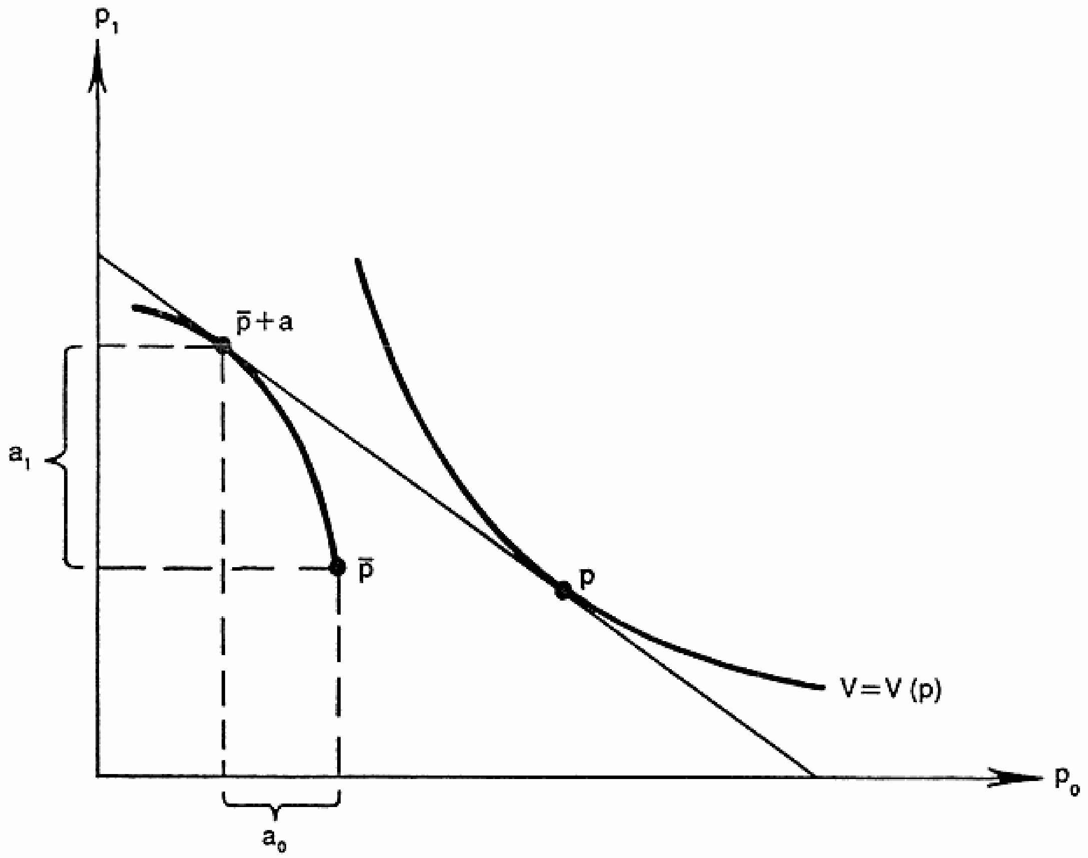
der siger, at den marginale tidspræferencerente mellem hver to successive perioder skal være lig markedsrenten, og at det marginale substitutionsforhold mellem 2 successive $a_t$'er skal være det samme som mellem $p_t$'erne, nemlig $-(1+i)$. Disse to sæt af betingelser bestemmer sammen med bibetingelserne (10) og (4) de optimale $a_t$'er og $p_t$'er.

Man bemærker imidlertid, at $a_t$'erne bestemmes for sig ved (10) og (12), uafhængigt af nyttefunktionens form. Den således bestemte optimale realinvestering viser sig at være identisk med den, man får ved at maksimere realinvesteringens kapitalværdi over mængden af mulige løsninger som givet ved (10). Med Lagrangefunktionen $L = K(a, i) + \nu \cdot F$ får vi nemlig

$$\frac{\partial L}{\partial a_t} = (1+i)^{-t} + \nu \cdot \frac{\partial F}{\partial a_t} = 0 \quad (t = 0, 1, \dots),$$

der efter elimination af $\nu$ netop giver (12).

I 2 dimensioner kan løsningen illustreres grafisk som vist på *fig. 2.*[4]




FIGUR 2.

5. Alt det foregående bygger på den forudsætning, at overskuddet ikke beskattes, og at der ikke er inflation. Disse komplikationer kan imidlertid behandles med ganske det samme analyseapparat; alt hvad der kræves, er i grunden blot, at man erstatter $p_t$'erne og deres komponenter med de tilsvarende *betalinger efter skat og/eller korrigeret for inflation*, og at man *omformulerer definitionen af et perfekt kapitalmarked tilsvarende.* Nettoindbetalinger *efter skat* vil blive betegnet med en *stjerne* ($p_t^*$ etc.), *deflaterede* betalinger med en *hat* ($\hat{p}$), og deflaterede betalinger efter skat med stjerne og hat ($\hat{p}^*$).

4. Kurven $F(a_1, a_2) = 0$ kan tolkes som repræsenterende alle tænkelige efficiente kombinationer af de gensidigt uafhængige realinvesteringer, der er mulige for investor, jfr. Rasmussen og Scherfig (1972), pp. 112–13. Den optimale plan kan da omfattes som det optimale investeringsomfang (den optimale skala).

**Kapitalværdikriteriet efter skat**

6. Når vi skal tage hensyn til beskatningen – her en proportional skat på overskuddet, $s>0$ – men ser bort fra inflation (dvs. $q=0$), har vi indkomsterne (nettoindbetalingerne) efter skat

$$p_t^* = \bar{p}_t^* + a_t^* + d_t^* \quad (t = 0, 1, \ldots). \tag{13}$$

Det er rimeligt at antage, at nyttefunktionen nu er defineret på indkomsterne efter skat,

$$V^* = V^*(p_0^*, p_1^*, \ldots). \tag{14}$$

Idet renteindtægterne (fremdeles til markedsrenten $i$) af finansielle transaktioner nu beskattes med satsen $s$ – det samme gælder negative renteindtægter, idet renteudgifter fradrages i den skattepligtige indkomst – kan de finansielle betalinger efter skat nu opløses således:

$$\begin{aligned}
d_0^* &= \triangle_0 \\
d_1^* &= -((1+i)\triangle_0 - si\triangle_0) + \triangle_1 \\
&= -(1+j)\triangle_0 + \triangle_1 \\
&\cdots\cdots \\
d_t^* &= -(1+j)\triangle_{t-1} + \triangle_t \\
&\cdots\cdots
\end{aligned}$$

hvor $j = i(1-s)$ er *markedsrenten korrigeret for skat*. Helt analogt med (3)-(4) får vi nu, at kapitalværdien af de finansielle transaktioner efter skat i et perfekt kapitalmarked er nul, hvis man som kalkulationsrentefod benytter markedsrenten korrigeret for skat, $j$:

$$\begin{aligned}
K(d^*, j) &= \sum_{t=0}^{\infty} d_t^*(1+j)^{-t} \\
&= \sum_{t=0}^{\infty} (p_t^* - \bar{p}_t^* - a_t^*)\,(1+j)^{-t} = 0.
\end{aligned} \tag{15}$$

Ved et valg mellem to reale alternativer $a^{*1}$ og $a^{*2}$ kan vi nu gå frem helt efter recepten i afsnit 3 ovenfor. Svarende til (6)-(7) har vi nu – jfr. (15) –

$$\begin{aligned}
K(p^{*1}, j) - K(\bar{p}^*, j) &= K(a^{*1}, j) \\
K(p^{*2}, j) - K(\bar{p}^*, j) &= K(a^{*2}, j);
\end{aligned}$$

dersom det første realalternativ har den største kapitalværdi ved kalkulationsrentefoden $j$, følger heraf

$$K(p^{*1}, j) > K(p^{*2}, j).$$

Idet forholdet mellem venstre og højre side i denne ulighed betegnes $k$ ($>1$), vil indkomstvektoren $p' = k \cdot p^{*2}$ – der har samme kapitalværdi som $p^{*1}$ og altså kan realiseres ud fra realinvesteringen $a^{*1}$ – dominere vektoren $p^{*2}$, hvorfor vi har

$$V^*(p^{*1}) \geq V^*(k \cdot p^{*2}) > V^*(p^{*2})$$

– hvor den venstre ulighed følger af, at $p^{*1}$ er defineret som det m.h.t. til nytte bedste af de punkter, der kan realiseres ud fra $a^{*1}$ (og hvortil $k \cdot p^{*2}$ også hører). Igen ser vi altså, at rangordner vi de reale alternativer efter kapitalværdi, denne nu defineret som $K(a^*, j)$, svarer resultatet til en totalplan, der maksimerer nyttefunktionen $V^*(p^*)$.

Specialtilfælde med étårige investeringer kan illustreres ganske som på fig. 1, blot man sætter stjerner på symbolerne. De linjer, der svarer til konstant kapitalværdi, har nu hældningen $-(1+j)$.

Ræsonnementet i afsnit 4 (med specialtilfældet i fig. 2) kan ligeledes omfortolkes til at gælde betalinger efter skat. Valget mellem de uendeligt mange reale alternativer træffes nu ved maksimering af kapitalværdien $K(a^*, j)$ under bibetingelsen

$$F^*(a_o^*, a_1^*, \ldots) = 0, \tag{16}$$

der nu definerer mængden af reale planer.[5]

### Kapitalværdikriteriet korrigeret for inflation

7. Vi ser nu igen bort fra skatter ($s=0$), men forudsætter til gengæld en konstant inflationsrate $q>0$.

Det perfekte kapitalmarked kan nu beskrives ved, at man indfører de deflaterede finansielle nettoindbetalinger

$$\hat{d}_t = d_t(1+q)^{-t},$$

hvilket kombineret med kapitalmarkedsdefinitionen (3) giver

$$K(\hat{d}, k) = \sum_{t=0}^{\infty} \hat{d}_t(1+k)^{-t} = 0,$$

5. Vi går her let hen over den komplikation, at skattegrundlaget ikke er $a_t$, men $a_t$ minus tilladte afskrivninger, hvilket gør oversættelsen af mulighedsfunktionen $F(a)$ til en funktion $F^*(a^*)$ med tilsvarende pæne egenskaber til en tvivlsom affære. Skaden er dog heldigvis begrænset: med et givet skatte- og afskrivningssystem kan ethvert alternativ $a$ transformeres til et veldefineret efter-skat alternativ $a^*$, og 2 sådanne kan under vore forudsætninger altid rangordnes indbyrdes efter kapitalværdien, når man bruger rentefoden $j = i\ (1-s)$.

hvor den *inflationskorrigerede markedsrente* $k$ er defineret ved

$$1 + k = \frac{1+i}{1+q} \quad \text{eller} \quad k = \frac{i-q}{1+q} \approx i - q.$$

Ved en ny omfortolkning af afsnit 3 og 4 ovenfor, hvor symbolerne får hat på, ser man umiddelbart, at reale investeringsalternativer – udtrykt ved deflaterede nettoindbetalinger, dvs. regnet i faste priser – kan rangordnes ved hjælp af et kapitalværdikriterium, hvor $k \approx i-q$ bruges som kalkulationsrentefod.[6] Det giver samme resultat, som hvis man maksimerer nyttefunktionen $\hat{V}(\hat{p})$; det turde være en rimelig antagelse, at nytten i dette tilfælde afhænger af de deflaterede indkomster $\hat{p}_t$.

**Både skat og inflation**

8. Når vi skal tage samtidigt hensyn til beskatning og inflation ($s>0$, $q>0$), har vi for de finansielle transaktioner

$$\hat{d}_t^* = d_t^*(1+q)^{-t};$$

kombinerer vi dette med (15), der gælder for de nominelle betalinger efter skat ($d_t^*$), får vi kapitalmarkedet beskrevet ved

$$K(\hat{d}^*, r) = \sum_{t=0}^{\infty} \hat{d}_t^*(1+r)^{-t} = 0,$$

hvor

$$1 + r = \frac{1+j}{1+q} = \frac{1+i\,(1-s)}{1+q}$$

eller

$$r = \frac{i\,(1-s)-q}{1+q} \approx i(1-s) - q,$$

der er *markedsrenten korrigeret for skat og inflation.*

Analogt med det foregående får vi da, at det kapitalværdikriterium, der skal benyttes til at rangordne realinvesteringsalternativer, anvender rentefoden $r$ på de deflaterede betalinger efter skat, $\hat{a}_t^*$. Derved får man overensstemmelse med maksimering af nyttefunktionen, der i dette tilfælde kan antages defineret på $\hat{p}^*$.

Her skal man imidlertid passe på. At $(1+q)$ er den relevante deflateringsfaktor pr. år for nettoindbetalingerne *før* skat ($a_t$), medfører ikke nødvendig-

6. Her opstår ingen problemer med overgangen fra $F(a)$ til $\hat{F}(\hat{a})$, da vi altid har $\hat{a}_t = a_t/(1+q)^t$.

vis, at den også er anvendelig på betalingerne *efter* skat, for hvis afskrivningerne er baseret på anskaffelsessummen, deltager de ikke i inflationen. Lad den tilladte afskrivning i periode $t$ være $\delta_t$; vi har da[7]

$$a_t^* = a_t - s(a_t - \delta_t) = (1-s)a_t + s\delta_t.$$

Skal dette beløb omregnes i faste priser, er det kun det første led, der skal deflateres, idet skattegodtgørelsen $s\delta_t$ jo *er* i faste priser (pr. $t=0$). Vi får da ikke

$$\hat{a}_t^* = a_t^*(1+q)^{-t},$$

men

$$\hat{a}_t^* = (1-s)a_t(1+q)^{-t} + s\delta_t;$$

det er disse betalinger, der skal benyttes i kapitalværdien (og som indgår som komponenter i de indkomster $\hat{p}_t^*$, der optræder som argument i nyttefunktionen $\hat{V}^*$).

### Konklusioner

9. Under de enkle forudsætninger, vi har benyttet – perfekt kapitalmarked med rentefoden $i$, proportional indtægtsbeskatning med skattesatsen $s$ og konstant inflationsrate $q$ – fører en simpel generalisering af den klassiske investeringsteori altså til følgende resultat:

*Alternative realinvesteringer kan rangordnes ved et kapitalværdikriterium, hvor betalingerne er korrigeret for skat og inflation, og hvor kalkulationsrentefoden er den tilsvarende korrigerede markedsrentefod.* Herved opnås overensstemmelse med en total investeringsplanlægning baseret på maksimering af investors (i øvrigt ukendte) intertemporale nyttefunktion, der antages at afhænge af de skatte- og inflationskorrigerede indtægter.

Kalkulationsrentefoden under hensyn til skat og inflation bliver nærmere

$$r = \frac{i(1-s)-q}{1+q} \approx i(1-s) - q, \quad \text{eller} \quad 1 + r = \frac{1+i(1-s)}{1+q};$$

med skatter men uden inflation ($s>0$, $q=0$) får vi specielt

$$r = j = i(1-s),$$

medens det rene inflationstilfælde ($s=0$, $q>0$) giver kalkulationsrentefoden

$$r = k = \frac{i-q}{1+q} \approx i - q.$$

7. Vi kan gå ud fra, at de tilladte skattemæssige afskrivninger udnyttes fuldt ud, da investor ellers lider et rentetab.

10. Hver af disse samhørende korrektioner af nettoindbetalinger og kalkulationsrentefod reducerer såvel tælleren $a_t$ som nævneren $(1+i)^t$ i hvert enkelt led i kapitalværdifunktionen $K(a, i)$. Det ligger derfor nær at spørge, om det ikke går lige op i den forstand, at man får samme rangordning ved at bruge den ukorrigerede kapitalværdi $K(a, i)$ som ved at benytte det »rigtige«, dvs. korrigerede kapitalværdiudtryk $K(\hat{a}^*, r)$.

Svaret er ja i det *rene inflationstilfælde* med fravær af skatter. Her har vi nemlig

$$K(\hat{a}, k) = \sum_{t=0}^{\infty} \hat{a}_t(1+k)^{-t},$$

hvor

$$\hat{a}_t = a_t(1+q)^{-t} \quad \text{og} \quad 1 + k = \frac{1+i}{1+q};$$

følgelig er $K(\hat{a}, k) = K(a, i)$ og rangordningen er identisk.

Desværre er dette tilfælde uden større praktisk interesse. I praksis må man tage *skatter* i betragtning, og så kan det gå galt med rangordningen, hvis man bruger den ukorrigerede kapitalværdi. Det hænger sammen med, at afskrivninger kan fradrages i den skattepligtige indkomst.

I det specielle tilfælde, at begge alternativer er étårige investeringer, giver de to kapitalværdikriterier dog samme resultat, hvad der skyldes, at hele anskaffelsessummen kan fradrages i årets indkomst. Vi har her

$$a_0^* = a_0 \; (<0)$$
$$a_1^* = a_1 - s(a_1-(-a_0)) = (1-s)a_1 - sa_0,$$

hvoraf følger

$$K(a^*, j) = \frac{(1-s)\;(1+i)}{1+j} K(a, i);$$

når kapitalværdierne med og uden skattekorrektion således er proportionale, giver de samme rangordning.

Det kan man derimod ikke være sikker på, hvis levetiden er længere end 1 periode (år). For en 2-årig investering har vi, hvis vi forudsætter de simplest mulige afskrivningsregler, nemlig at 50 pct. af anskaffelsessummen $(-a_0)$ kan afskrives hvert år:

$$a_0^* = a_0$$
$$a_1^* = a_1 - s(a_1 + 0{,}5a_0) = (1-s)a_1 - 0{,}5sa_0$$
$$a_2^* = (1-s)a_2 - 0{,}5sa_0.$$

Lad der være givet 2 alternativer, I og II:

| | I | II |
|---|---|---|
| $a_0$ | −200 | −200 |
| $a_1$ | 100 | 200 |
| $a_2$ | 209 | 100 |

Med en markedsrente på $i = 0{,}10$ og en skatteprocent på 20 (dvs. $s = 0{,}2$) fås den skattekorrigerede markedsrente til $j = 0{,}08$, og de skattekorrigerede betalinger bliver

| | I | II |
|---|---|---|
| $a_0^*$ | −200 | −200 |
| $a_1^*$ | 100 | 180 |
| $a_2^*$ | 187,20 | 100 |

De to kapitalværdikriterier giver da

$$K_I(a, i) = 63{,}63 < K_{II}(a, i) = 64{,}46,$$

der peger på II som det bedste alternativ, og

$$K_I(a^*, j) = 53{,}08 > K_{II}(a^*, j) = 52{,}40,$$

som giver modsat resultat. Det sidste er under vore forudsætninger det »korrekte«: alternativ I er det bedste i den forstand, at det er konsistent med maksimering af en nyttefunktion, der afhænger af indkomsterne efter skat.

## *Litteratur*

JOHANSSON, SVEN-ERIK. 1961. *Skatt – investering – värdering*. Stockholm.

RASMUSSEN, JAN & KJELD SCHERFIG. 1972. *Driftsøkonomi*. Hæfte 4. København.

SCHNEIDER, ERICH. 1967. Kritisches und Positives zur Theorie der Investition. *Weltwirtschaftliches Archiv* 98: 314–48.

THYGESEN, INGE. 1971. *Investeringsplanlægning: Operationsanalytiske metoder til forbedring af beslutningsgrundlaget*. København.

Lad der være givet 2 alternativer, I og II:

| | I | II |
|---|---|---|
| $a_0$ | – 200 | – 200 |
| $a_1$ | 100 | 200 |
| $a_2$ | 209 | 100 |

Med en markedsrente på $i = 0{,}10$ og en skatteprocent på 20 (dvs. $s = 0{,}2$) fås den skattekorrigerede markedsrente til $j = 0{,}08$, og de skattekorrigerede betalinger bliver

| | I | II |
|---|---|---|
| $a_0^*$ | – 200 | – 200 |
| $a_1^*$ | 100 | 180 |
| $a_2^*$ | 187,20 | 100 |

De to kapitalværdikriterier giver da

$$K_I(a, i) = 63{,}63 < K_{II}(a, i) = 64{,}46,$$

der peger på II som det bedste alternativ, og

$$K_I(a^*, j) = 53{,}08 > K_{II}(a^*, j) = 52{,}40,$$

som giver modsat resultat. Det sidste er under vore forudsætninger det »korrekte«: alternativ I er det bedste i den forstand, at det er konsistent med maksimering af en nyttefunktion, der afhænger af indkomsterne efter skat.

## *Litteratur*

JOHANSSON, SVEN-ERIK. 1961. *Skatt – investering – värdering*. Stockholm.

RASMUSSEN, JAN & KJELD SCHERFIG. 1972. *Driftsøkonomi*. Hæfte 4. København.

SCHNEIDER, ERICH. 1967. Kritisches und Positives zur Theorie der Investition. *Weltwirtschaftliches Archiv* 98: 314–48.

THYGESEN, INGE. 1971. *Investeringsplanlægning: Operationsanalytiske metoder til forbedring af beslutningsgrundlaget*. København.