

Kan dansk pengepolitik effektiviseres ved etablering af et marked for korte fordringer

Niels Blomgren-Hansen

Danmarks Nationalbank

SUMMARY: A theoretical model for the analysis of the interaction of financial markets is developed and estimated for 12 OECD-countries. The analysis leads to the conclusions that the reaction of financial systems on monetary policy measures is highly dependent on national peculiarities concerning the set-up and functioning of financial institutions, that discount rate policy and open market operations in the bond market have a relatively stronger impact on capital movements and the level and structure of interest rates in Denmark than in any other of the countries analysed, and that, although harmless, the proposed establishing of a Danish short-term security market is unlikely to widen the margin for independent external and internal monetary policies.

I. Indledning, resumé og konklusion

1. En analyse af effekten på de pengepolitiske styringsmuligheder af etableringen af et marked for korte fordringer må nødvendigvis ske på et relativt højt abstraktionsniveau. Kun ved at bortse fra de karakteristika ved de enkelte markeder, der ikke lader sig beskrive i en simpel formaliseret analyse, er det i praksis muligt at opstille en model, der på konsistent vis tager hensyn til det spillet mellem de enkelte finansielle markeder, hvorigenmed pengepolitiske indgreb i et marked kanaliseres og udløser deres ønskede eller uønskede virkninger i andre.

Men en simplificeret, formaliseret analyse har selvsagt begrænset gyldighed i relation til en rigt nuanceret virkelighed. I økonomi går praksis oftest forud for teori. Hyppigt tvinger politisk relevante, praktiske problemer brugbare løsninger frem, som tidens økonomiske teori ikke åbner muligheden for eller kan anskueliggøre berettigelsen af, fordi de bygger på facetter ved virkeligheden eller involverer målsætninger, der vanskeligt lader sig formalisere.

Disse begrænsninger ved en formaliseret analysemetode gælder i fuldt mål nedenstående forsøg på en analyse af effekten på de pengepolitiske styringsmulig-

Kan dansk pengepolitik effektiviseres ved etablering af et marked for korte fordringer

Niels Blomgren-Hansen

Danmarks Nationalbank

SUMMARY: A theoretical model for the analysis of the interaction of financial markets is developed and estimated for 12 OECD-countries. The analysis leads to the conclusions that the reaction of financial systems on monetary policy measures is highly dependent on national peculiarities concerning the set-up and functioning of financial institutions, that discount rate policy and open market operations in the bond market have a relatively stronger impact on capital movements and the level and structure of interest rates in Denmark than in any other of the countries analysed, and that, although harmless, the proposed establishing of a Danish short-term security market is unlikely to widen the margin for independent external and internal monetary policies.

I. Indledning, resumé og konklusion

1. En analyse af effekten på de pengepolitiske styringsmuligheder af etableringen af et marked for korte fordringer må nødvendigvis ske på et relativt højt abstraktionsniveau. Kun ved at bortse fra de karakteristika ved de enkelte markeder, der ikke lader sig beskrive i en simpel formaliseret analyse, er det i praksis muligt at opstille en model, der på konsistent vis tager hensyn til det spillet mellem de enkelte finansielle markeder, hvorigenmed pengepolitiske indgreb i et marked kanaliseres og udløser deres ønskede eller uønskede virkninger i andre.

Men en simplificeret, formaliseret analyse har selvsagt begrænset gyldighed i relation til en rigt nuanceret virkelighed. I økonomi går praksis oftest forud for teori. Hyppigt tvinger politisk relevante, praktiske problemer brugbare løsninger frem, som tidens økonomiske teori ikke åbner muligheden for eller kan anskueliggøre berettigelsen af, fordi de bygger på facetter ved virkeligheden eller involverer målsætninger, der vanskeligt lader sig formalisere.

Disse begrænsninger ved en formaliseret analysemetode gælder i fuldt mål nedenstående forsøg på en analyse af effekten på de pengepolitiske styringsmulig-

heder af etableringen af et marked for korte fordringer. Dens fortrin er dens konsekvente måde at betragte de finansielle markeder som et interdependent system, dens egnethed til at kvantificere de institutionelle forholds betydning for samspillet mellem de finansielle markeder og dens beskedne krav til datagrundlag og estimationsteknik. De dragne konklusioners gyldighed for praktisk handling begrænses af forudsætningernes vanskeligt vurderlige realisme og relevans.

2. I afsnit II diskuteser forudsætningerne bag og implikationerne af en for analysen opstillet matematisk model af de finansielle markeder (gengivet i appendiks 1). Disse forudsætninger kan forekomme restriktive. De er da heller ikke valgt, fordi de anses for realistiske, men fordi (1) de implicit ligger til grund for megen traditionel pengeteori og (2) fordi de muliggør en relativt overskuelig kvantitativ analyse af effekten af pengepolitiske indgreb og ændringer i forventninger og risikovurdering på de vigtigste pengepolitiske målvariable – pengeforsyning, valutabeholdning og renteudvikling.

3. Med det sigte at kvantificere de institutionelle forholds betydning for det finansielle systems reaktionsmønster og dermed for effekten af pengepolitiske indgreb er modellen beregnet for 12 industrialiserede lande. Hovedresultaterne af dette forsøg på en komparativ analyse af de finansielle systemer i en række lande er diskuteret i afsnit III. Med de begrænsninger, der ligger i analysens høje abstraktionsniveau konkluderes, (1) at den relativt stærkt fluktuerende danske obligationsrente i sig selv betinger et noget højere renteniveau i Danmark end i de øvrige lande bortset fra England, (2) at intervention i obligationsmarkedet udover en relativt stærkere indflydelse på renteniveauet og nettokapitalimporten i Danmark end i de øvrige analyserede lande, og (3) at de danske pengepolitiske myndigheder i de traditionelle pengepolitiske midler – diskontopolitik og intervention i obligationsmarkedet – råder over et relativt stærkt og smidigt instrumentarium med henblik på at forfølge en valuta- og/eller rentemålsætning, men er relativt dårligt stillet med hensyn til mulighederne for at styre likviditetsudviklingen.

4. Afsnit IV er et forsøg på at analysere effekten på de pengepolitiske styringsmuligheder af at etablere et marked for korte fordringer. Der konkluderes, at et teoretisk optimalt marked ville betyde en meget væsentlig effektivisering og smidiggørelse af dansk pengepolitik, men at egenskaberne ved et teoretisk optimalt marked er sådanne, at det må anses for helt udelukket, at man ved institutionelle begrænsninger skulle kunne skabe et marked, der blot tilnærmedsvist opfylder de udledte optimalitetsbetingelser. Vanskeligheden ligger i, at eta-

bleringen af et marked for korte fordringer i praksis kun vil kunne bidrage til en smidiggørelse af pengepolitikken, såfremt de korte fordringer betragtes som adskilligt nærmere substitutter til udenlandske aktiver end til obligationer, men at der i det danske finansielle system på grund af obligationsrentens nære samvariation med det udenlandske renteniveau så at sige ikke er plads for en fordrings-type med de krævede egenskaber.

Analyser af effekten på de pengepolitiske muligheder af etableringen af markeder for korte fordringer efter udenlandsk mønster – uden iøvrigt at ændre den finansielle struktur – viste da også alle, at noget sådant ikke ville føre til den ønskede udvidelse af det pengepolitiske spillerum.

5. På den anden side indicerer analysen muligheden af, at etableringen af et marked for korte fordringer kan vise sig som et hensigtsmæssigt, måske endog nødvendigt, supplement til ændringer i de institutionelle rammer omkring obligationsmarkedet med det sigte at begrænse den relativt betydelige risiko, hvormed investering i det danske obligationsmarked er forbundet og derigennem nedbringe det danske obligationsrenteniveau uden valutariske konsekvenser. Ved at svække obligationsrentens relativt nære samvariation med det udenlandske renteniveau vil en risikobegrænsende obligationsmarkedspolitik nemlig på samme tid begrænse effektiviteten af intervention i obligationsmarkedet som valutapolitisk styringsmiddel, herigennem skabe et behov for et supplerende styringsmiddel og »give plads« for et marked for en fordringstype, der udviser den krævede relativt nærmere samvariation med det udenlandske renteniveau end med obligationsrenten.

II. Prisdannelsen på finansielle aktiver: en porteføljeteoretisk analyse

6. For at kunne sammenligne aktiver med forskellige karakteristika og dermed for at kunne analysere det samspil mellem de finansielle markeder, som er kapitalmarkeds- eller pengeteoriens emne, er det nødvendigt at gøre to antagelser, nemlig

(a) at et aktiv ikke har nogen »værdi« i sig selv. Dets »værdi« udgøres af den forventede »nytte« af det (optimalt allokerede) fremtidige forbrug, som det muliggør.

(b) at enhver vil søge at få mest mulig »nytte« ud af sin formue. Dette indebærer, at han vil investere eller låne netop så meget i ethvert marked, at han får den samme forventede »nytte« ud af den sidst anbragte krone, uanset investeringens (eller gældstilbagebetalingens) art.

Trods deres næsten tautologiske karakter har disse antagelser væsentlige og, synes det, ofte oversete pengeteoretiske implikationer. De indebærer nemlig, at en investors efterspørgsel efter aktiver, der i hans øjne er forbundet med en forskellig grad af risiko, vil afspejle hans opfattelse af »nytten« af en forbrugsudvidelse, og – omvendt – at enhver aktivefterspørgselsfunktion (»likviditetspræferencefunktion«, »rentestrukturrelation« etc.) implicit indeholder et postulat om investorernes vurdering af »nytten« af en forbrugsudvidelse.

7. Det er velkendt, at en person, der opfatter grænsenytten af en forbrugsudvidelse som faldende, vil være risikouvillig. »Nyttegevinsten« ved at de fremtidige forbrugsmuligheder viser sig større end forventet, vil nemlig være mindre end »nyttetabet« ved at de fremtidige forbrugsmuligheder viser sig tilsvarende mindre end forventet. Han vil ikke ensidigt maksimere det forventede afkast af sin formue, men kræve kompensation i form af stigende forventet afkast, såfremt en ændret porteføljesammensætning øger risikoen for tab.

Det er ligeledes velkendt, at den krævede kompensations eller risikopræmies størrelse vil afhænge af investorens evne til at tilpasse sig ændringer i forbrugsniveauet. Grænsenyttekurvens (numeriske) relative hældning er et mål herfor, og dermed også et mål for graden af hans risikoaversion.

Men implikationerne af denne sammenhæng mellem investorernes vurdering af »nytten« af en forbrugsstigning og deres risikoaversion for efterspørgselen efter aktiver med forskellige risikokarakteristika, synes som nævnt hyppigt overset i pengeteoretiske fremstillinger.

Nedenstående 5 iagttagelser skal tjene til belysning af denne påstand:

(a) Sammenhængen indebærer, at efterspørgselen efter aktiver med forskellige risikokarakteristika og dermed rentestrukturen ikke uden videre kan antages at være uafhængig af realindkomstens udvikling. Dette vil faktisk kun være tilfældet under den overordentlig restriktive forudsætning, at de finansielle markeder domineres af personer med konstant, af indkomsten uafhængig, risikoaversion.

Lange fordringers merafkast i forhold til korte fordringer må nemlig fortolkes som en risikopræmie – i Hicks' terminologi en likviditetspræmie – betinget af, at (netto)investorernes planlægningshorisont typisk er adskilligt længere end lange fordringers løbetid.

Heraf følger, at det krævede merafkast af lange fordringer – ved uændrede forventninger, risikovurdering og porteføljesammensætning – vil øges under konjunkturopgang (fald i skattetrykket) og mindskes under konjunkturnedgang (stigning i skattetrykket), såfremt markedet domineres af investorer, hvis grænse-nyttefunktions relative hældning er en stigende funktion af realindkomstniveauet,

d.v.s. personer for hvem sikkerhed mod indkomsttab er et normalt (ikke-inferiørt) gode. Omvendt vil det krævede merafkast af en investering i lange fordringer være konjunkturmodløbende ved iøvrigt uændrede forventninger, risikovurdering og porteføljesammensætning, såfremt markedet domineres af investorer med så relativt fleksible forbrugsvaner, at de ved en realindkomstfremgang er villige til at løbe en øget risiko for herigennem yderligere at sætte deres forventede forbrug i vejret.

(b) Af sammenhængen mellem vurderingen af »nytten« af en forbrugsstigning og investorernes risikoaversion følger også, at holdningen til risikotagning og dermed rentestrukturen ikke kan antages at være upåvirket af den kulturelle og politiske udvikling.

I økonomisk jargon er modstykket til den omprioritering af samfundets »mål« fra uhæmmet materiel vækst og forbrug til værdier som tryghed, trivsel og miljøbeskyttelse, der indvarsledes med de udbredte studenteroprør i 1968, og som i disse år gradvis accepteres af »den herskende klasse«, en forøgelse af grænse-nyttekurvens relative hældning, altså øget risikoaversion. Vi må følgelig alene i konsekvens af den politisk-kulturelle udvikling forvente en stigning i den krævede risikopræmie for investering i lange fordringer i forhold til den, der krævedes i »de glade 60'ere«.

(c) Den udbredte (omend implicitte) antagelse om rentestrukturens uafhængighed af formuens størrelse er endnu mere restriktiv end forudsætningen om rentestrukturens uafhængighed af realindkomsten. Den forudsætter nemlig ikke blot, at markedet domineres af investorer med konstant risikoaversion, men tillige, at disse har adgang til at erhverve eller udstede fordringer, hvis afkast betragtes som fuldstændig sikkert. Uden eksistensen af et sådant marked vil formuens relative grænsenyte ikke være proportional med indkomstens relative grænsenyte (med en proportionalitetsfaktor svarende til det risikofrie aktiver afkast), men vil være en funktion af formuens størrelse og investorernes vurdering af de risici, de enkelte aktiver er behæftet med.

Denne iagttagelse har implikationer for traditionel pengeteori i relation til den statsfinansielle udvikling i foregående og indeværende finansår. Kan penge nemlig ikke anses for et risikofrit aktiv, kan det ikke udelukkes, at et likviditets-forøgende offentligt opsparingsunderskud vil resultere i en *mindsket* efterspørgsel efter obligationer og dermed en rentestigning. Det vil (under forudsætning af konstant risikoaversion) være tilfældet, såfremt investorernes risikovurdering af de alternative placeringsmuligheder indebærer, at en omlægning fra obligationer til penge vil tjene til at begrænse den med formueforøgelsen stigende risiko for indkomsttab.

(d) Den Hick'ske forventningsteori, hvorefter renten af lange fordringer alene afspejler forventningerne m.h.t. den korte rente i fremtidige perioder, evt. med tillæg af en likviditets- eller risikopræmie bestemt af fordringernes løbetid, må logisk forudsætte, at fordringsefterspørgselen er uafhængig ikke blot af nettoformuens størrelse, men også af porteføljens sammensætning. En sådan adfærd fra investorernes side vil imidlertid kun være i overensstemmelse med nyttemaksimeringsaksiomet, såfremt (1) markedet domineres af investorer med konstant risikoaversion, (2) investorerne har adgang til at erhverve eller udstede fordringer, hvis realafkast anses for fuldkommen sikkert, og (3) afkastet af risikobehæftede fordringer er fuldstændig positivt korreleret, således at fordringerne i investorernes øjne kun adskiller sig fra hinanden med hensyn til den »specifikke« risiko, hvormed de er behæftede.

Men i almindelighed kan risikoen ved at investere i et givet aktiv ikke betragtes isoleret. Det er investeringens effekt på risikoen ved den samlede portefølje, der er afgørende for den risikopræmie, investorerne vil kræve. Effekten på risikoen ved den samlede portefølje er på sin side en funktion af det pågældende aktivs specifikke risiko, samvariationen mellem dettes og den øvrige porteføljes afkast og af dets vægt i den samlede portefølje.

Et nyt aktiv, der isoleret betragtet anses for mere risikabelt (målt ved afkastets varians) end den gamle portefølje, vil således kunne sælges til en pris, der betinger et lavere forventet afkast end afkastet af den gamle portefølje, så længe det nye aktiver vægt i den samlede portefølje er så beskeden, at formuens øgede spredning mindsker usikkerheden ved den samlede portefølje mere end porteføljeomlägningen i retningen af det isoleret betragtet mere risikable aktiv forøger den. Omvendt kan man forestille sig et så massivt udbud af isoleret betragtet mindre risikable aktiver, at porteføljens effektive spredning mindskes så meget, at de kun kan sælges til en pris, der betinger en risikopræmie i forhold til den gamle portefølje.

(e) Har investorerne adgang til et finansielt marked, hvor renten er efter-spørgselsuafhængig – f. eks. et indenlandsk banksystem, hvis rentesatser er bundet til en politisk fastsat diskonto – vil en ændring i renten på dette marked ikke i almindelighed få fuldtud igennem på det krævede afkast af andre fordringer. Gennemslagets styrke vil afhænge af (1) den umiddelbare indkomsteffekt af en ændring i den efterspørgselsuafhængige rente, d.v.s. investorernes nettoinvestering i det pågældende marked, (2) deres risikovurdering og (3) indkomstudviklingens effekt på deres holdning til risikotagning (risikoaversion).

I det »normale« tilfælde, hvor den private sektor har et nettotilgodehavende på banksektoren (inklusiv centralbanken), og et banktilgodehavende anses for

mindre risikobehæftet end investering i andre aktiver, vil en hævelse af diskontoen, der ledsages af en tilsvarende stigning i bankernes rentesatser, resultere i mere end fuld overvæltning i det krævede afkast af investeringer i andre markeder, såfremt markedet domineres af investorer, hvis risikoaversion er stigende i lyset af øgede renteindtægter, og i en mindre end fuld overvæltning, såfremt markedet domineres af investorer, der i lyset af indkomstfremgangen er villige til at påtage sig en øget risiko. Kun i grænsetilfældet – konstant, absolut risikoaversion – vil overvæltningen være eksakt.

Investorernes adgang til at investere i flere markeder, hvor renten er efter-spørgselsuafhængig, ændrer ikke analysen på afgørende måde. Til eksempel kan man forestille sig, at investorerne – som implicit forudsat i Keynes' valutakurs-paritetsteori – har adgang til at investere eller låne i såvel et indenlandsk som et udenlandsk pengemarked til satser, der er upåvirket af investorernes nettoefterspørgsel. Investorerne vil da vurdere det forventede afkast af alternative investeringer i forhold til den lineære kombination af den inden- og den udenlandske efterspørgselsuafhængige rentesats, der har den højeste grad af samvariation med renten på det alternative aktiv. Effekten af en isoleret indenlandsk (udenlandsk) rentestigning på det krævede afkast af alternative investeringer vil afhænge af den indenlandske (udenlandske) rentes vægt i denne kombination. »Renteovervæltningsfunktionen« vil imidlertid ikke i almindelighed være homogen af første grad m.h.t. de ikke-efterspørgselsbestemte rentesatser. Det er også i dette tilfælde, kun såfremt markederne domineres af investorer med konstant, af indkomsten uafhængig, risikoaversion, at en parallel ændring i de ikke-markedsbestemte rentesatser vil overvæltes fuldtud, og altså lade rentestrukturen uændret.

8. Som disse iagttagelser skulle vise, bygger den model, der ligger til grund for den videre analyse, ikke på specielt restriktive antagelser om de finansielle markeders reaktionsmåde. Forudsætningerne

(a) at de finansielle markeder domineres af personer, hvis adfærd er karakteriseret ved netop en sådan grad af træghed i forbrugsvanerne, at deres risikoaversion er uafhængig af indkomstens størrelse,

(b) at investorerne ved vurdering af den risiko, en portefølje er behæftet med, udelukkende ser på spredningen omkring det forventede (real)afkast, og

(c) at renten på de inden- og udenlandske »pengemarkeder« (banksystemer) er uafhængig af investorernes nettoplaceringer på de to markeder, har den tilfælles med megen traditionel pengeteorি.

Hermed være ikke sagt, at disse forudsætninger er realistiske eller for den sags skyld særlig urealistiske. I et forsøg på en komparativ analyse af de institu-

tionelle forholds betydning for de pengepolitiske styringsmuligheder i en række lande må spørgsmålet om modellens realisme underordnes behovet for konsistens og ensartede forudsætninger m.h.t. investorernes reaktionsmønster.

9. Som nærmere beskrevet i appendiks 1 muliggør de ovenfor specificerede forudsætninger opstillingen af et lineært ligningssystem til bestemmelse af nettoefterspørgselen efter indenlandske »penge«, R_1 , udenlandske »penge«, R_2 , og det forventede afkast af alternative aktiver, $E(r_j)$, ($j = 3, n$). De forklarende variable er den private sektors nettoformue, W , det forventede afkast af indenlandske »penge« (»diskontoen«), $E(r_1)$, den forventede udenlandske pengemarkedsrente, $E(r_2)$ og de pengepolitiske myndigheders nettoudbud af fordringer med varirende risikokarakteristika, R_i , ($i = 3, n$):

$$\begin{aligned} R_1 &= a_1 W + b_1 E(r_1) - b_1 E(r_2) - \sum_{j=3}^n (1-b_j) R_j \\ R_2 &= (1-a_1) W - b_1 E(r_1) + b_1 E(r_2) - \sum_{j=3}^n b_j R_j \\ E(r_j) &= a_j W + (1-b_j) E(r_1) + b_j E(r_2) + \sum_{i=3}^n c_{ij} R_i \end{aligned}$$

Koefficienterne er alle lineære transformationer af den til afkastet på de n markeder svarende varians-kovariansmatrice. Da denne under de givne forudsætninger indeholder den fulde information om investorernes risikovurdering, bør koefficienterne ikke opfattes som konstanter, men som mål for markedslige vægtens afhængighed af risikovurderingen ved given pengepolitik, ligevægt på de udenlandske markeder og velstand.

Ydermere kan koefficienterne gives en relativ simpel fortolkning:

- a₁ er den del af variansen på differencen mellem de inden- og udenlandske pengemarkeders afkast, som kan henføres til usikkerhed m.h.t. afkastet af at placere »penge« på det udenlandske pengemarked.
- a_j er effekten på formuens grænsenytte af en udvidelse af nettoudbuddet af aktiv j.
- b₁ er den reciprokke værdi af variansen på differencen mellem de inden- og udenlandske markeders afkast (et mål for substitutionsgraden mellem de to markeder).
- b_j er den vægt, hvormed den udenlandske pengemarkedsrente indgår i den kombination af inden- og udenlandske pengemarkedsrenter, der har den højeste samvariation med afkastet af aktiv j.

- c_{jj} er variansen på afkastet af aktiv j korrigert for den variation, der kan »forklares« ved udviklingen i den indenlandske diskonto og det udenlandske renteniveau (»den specifikke varians«) og
 c_{ij} er tilsvarende, den »specifikke kovarians« mellem afkastet af aktiverne i og j .

III. Beregnet kapitalmarkedsmodel for 12 OECD-lande 1959-74

10. Mere præcist er koefficienterne i modellen transformationer af den til afkastet på de n markeder svarende varians-kovarians matrice (a), således som den opfattes af investorerne (b) for den for investorerne relevante planlægningsperiode.

En egentlig estimation af relationer, hvori indgår umålelige forventninger og vurderinger er selvsagt udelukket. Hertil kommer de vanskeligheder, der følger af modellens åbenbart urealistiske forudsætninger om investorernes homogenitet m. h. t. forventninger, risikovurdering, attitude over for risikotagning og planlægningshorisont.

Modellen kan følgelig ikke benyttes som grundlag for en egentlig økonometrisk analyse af de bagvedliggende forudsætningers realisme.

Som nævnt sigter beregningerne da heller ikke herpå, men på en stringent, muligvis urealistisk, analyse af konsekvenserne af forskelle i risikovurderingen på de finansielle markederes samspil med det videre sigte at bidrage til en vurdering af konsekvensen af forskelle i den institutionelle opbygning på de pengepolitiske styringsmuligheder, idet (a) forskelle i den institutionelle opbygning må være af betydning for investorernes opfattelse af de sandsynlige kursudsving i de enkelte markeder og af samvariationen mellem disse, og (b) det alene er herigenem, at forskelle i den institutionelle opbygning vil kunne influere på de pengepolitiske styringsmuligheder.

11. Tabel 1 viser den beregnede kapitalmarkedsmodel for 12 OECD-lande. Datagrundlaget er årlige gennemsnit af månedlige observationer af renteudviklingen på de vigtigste finansielle markeder 1959-74 som offentliggjort i OECD's *Main Economic Indicators* og *Financial Statistics*¹.

1. Datamaterialet gør det ikke muligt at tage hensyn til kursgevinster og kurstab i forbindelse med renteændringer på længere løbende fordringer. Men da korrektion for kurstab og -gevinst ville ændre hvert lands rente-variens-kovarians matrice på stort set samme måde, har denne mangel ved datamaterialet næppe alvorlige konsekvenser for de dragne konklusioner m.h.t. forskellene i de analyserede finansielle systemers reaktionsmåde på pengepolitiske indgreb.

Rentevariablene er givet i pct. p.a. Derimod kan man ikke angive beholdningsvariablernes måleenhed uden informationer ud over dem, der ligger i datagrundlaget. Det forhold berører ikke lande-modellernes sammenlignelighed. Som det fremgår af appendiks 1, er beholdningsvariablene nemlig for hvert land arbitraert normeret således, at usikkerheden omkring porteføljens afkast (variansen) påvirker investorernes forventede »nytte« med halvt så stor vægt som porteføljens forventede afkast².

12. En sammenligning af de 12 lande-modeller viser, at forskelle i risikovurderingerne i overensstemmelse med de beregnede rente-varians-kovarians matricer for perioden 1959–74 i sig selv ville betinge meget store forskelle i de finansielle systemers reaktion på pengepolitiske indgreb.

Det kan næppe betvivles, at disse forskelle i de finansielle systemers reaktionsmåde i væsentlig grad afspejler forskelligartede nationale traditioner m.h.t. opbygningen af de institutionelle rammer omkring de finansielle markeder.

De institutionelle forholds afgørende betydning for samspillet mellem de enkelte finansielle markeder gør det svært overordentlig vanskeligt at udnytte andre landes erfaringer m.h.t. effektiviteten af specifikke pengepolitiske midler, ligesom man i lyset heraf må betvivle hensigtsmæssigheden af den af EF ønskede harmonisering af medlemslandenes pengepolitiske målsætninger som middel til at sikre større ensartethed i den økonomiske udvikling inden for området.

13. Ved en umiddelbar sammenligning mellem den finansielle model for Danmark og modellerne for de øvrige 11 lande springer det i øjnene,

- at* risikovurderingen i sig selv – d.v.s. ved samme pengeudbud, intet netto-udbud af øvrige finansielle aktiver fra de pengepolitiske myndigheders side og samme diskonto – betinger en højere obligationsrente i Danmark end i noget andet land bortset fra U.K.
- at* intervention i obligationsmarkedet øver en stærkere indflydelse på obligationsrenten end i noget andet land,
- at* intervention i obligationsmarkedet er et mere effektivt middel til at påvirke kapitalbevægelserne til og fra udlandet end i noget andet land, og
- at* diskontopolitikken øver en svagere indflydelse på obligationsrenten end i noget andet land.

2. På grundlag af Nationalbankens finansielle sektormodel kan det til illustration løseligt anslås, at beholdningsvariablernes måleenhed er 600,- kr. pr. indbygger. Se N. Blomgren-Hansen »Strukturen i Nationalbankens finansielle sektormodel«. Nationaløkonomisk Tidsskrift nr. 2/1975.

TABEL I. Kapitalmarkedsmodel for en række OECD-lande beregnet på grund-

		Koefficient til					
		Netto-formue	Euro-dollar-rente	Dis-konto	Off. sekt. nettolån i konto-marked	Udbud af skat-kammerbeviser	Off. sekt. nettoud-bud af lange obligat.
		W	r ₂	r ₁	R _k	R _s	R _b
<i>Danmark</i>							
Indenlandske »penge«	R ₁	1.54	-0.47	0.47	-	-	-0.36
Udenlandske »penge«	R ₂	-0.54	0.47	-0.47	-	-	-0.64
Obligationsrenten	r _b	0.52	0.64	0.36	-	-	1.15
<i>Norge</i>							
Indenlandske »penge«	R ₁	1.17	-0.23	0.23	-	-	-1.01
Udenlandske »penge«	R ₂	-0.17	0.23	-0.23	-	-	0.01
Obligationsrenten	r _b	0.02	-0.01	1.01	-	-	0.10
<i>Sverige</i>							
Indenlandske »penge«	R ₁	1.22	-0.26	0.26	-	-0.96	-0.80
Udenlandske »penge«	R ₂	-0.22	0.26	-0.26	-	-0.04	-0.20
Skatkammerbevisrente	r _s	0.42	0.04	0.96	-	0.90	-0.28
Obligationsrente	r _b	-0.18	0.20	0.80	-	-0.28	0.29
<i>Belgien</i>							
Indenlandske »penge«	R ₁	1.44	-0.46	0.46	-0.73	-0.69	-1.11
Udenlandske »penge«	R ₂	-0.44	0.46	-0.46	-0.27	-0.31	-0.11
Kontomarksrente	r _k	0.40	0.27	0.73	0.32	0.25	-0.14
Skatkammerbevisrente	r _s	0.45	0.31	0.69	0.25	0.32	-0.25
Obligationsrente	r _b	-0.86	-0.11	1.11	-0.14	-0.25	0.84
<i>Frankrig</i>							
Indenlandske »penge«	R ₁	0.45	-0.59	0.59	-0.50	-	-0.79
Udenlandske »penge«	R ₂	0.55	0.59	-0.59	-0.50	-	-0.21
Kontomarksrente	r _k	0.39	0.50	0.50	0.30	-	-0.24
Obligationsrente	r _b	-2.33	0.21	0.79	-0.24	-	1.08
<i>Holland</i>							
Indenlandske »penge«	R ₁	1.63	-0.48	0.48	-0.33	-0.75	-0.74
Udenlandske »penge«	R ₂	-0.63	0.48	-0.48	-0.67	-0.25	-0.26
Kontomarksrente	r _k	0.29	0.67	0.33	0.36	0.24	0.08
Skatkammerbevisrente	r _s	0.09	0.25	0.75	0.24	0.42	0.03
Obligationsrente	r _b	-0.12	0.26	0.74	0.08	0.03	0.24
<i>Italien</i>							
Indenlandske »penge«	R ₁	1.19	-0.31	0.31	-	-0.77	-0.95
Udenlandske »penge«	R ₂	-0.19	0.31	-0.31	-	-0.23	-0.05
Skatkammerbevisrente	r _s	1.25	0.23	0.77	-	1.06	-0.21
Obligationsrente	r _b	-0.35	0.05	0.95	-	-0.21	0.21

lag af årlige gennemsnit af månedlige observationer 1959-1974.

		Koefficient til					
		Netto-formue	Euro-dollar-rente	Dis-konto	Off. sekt. nettolån i kontomarked	Udbud af skatkammerbeviser	Off. sekt. nettoudbud af lange obligat.
		W	r ₂	r ₁	R _k	R _s	R _b
<i>Schweiz</i>							
Indenlandske »penge«	R ₁	1.45	-0.37	0.37	-0.93	-	-0.89
Udenlandske »penge«	R ₂	-1.45	0.37	-0.37	-0.07	-	-0.11
Kontomarkedsrente	r _k	-0.39	0.07	0.93	0.94	-	-0.01
Obligationsrente	r _b	-0.01	0.11	0.89	-0.01	-	0.06
<i>Tyskland</i>							
Indenlandske »penge«	R ₁	1.31	-0.38	0.38	-0.78	-1.00	-0.89
Udenlandske »penge«	R ₂	-0.31	0.38	-0.38	-0.22	0.00	-0.11
Kontomarkedsrente	r _k	0.92	0.22	0.78	0.72	0.02	-0.04
Skatkammerbevisrente	r _s	0.00	0.00	1.00	0.02	0.07	0.01
Obligationsrente	r _b	-0.44	0.11	0.89	-0.04	0.01	0.51
<i>U.K.</i>							
Indenlandske »penge«	R ₁	1.19	-0.74	0.74	-0.85	-0.93	-0.62
Udenlandske »penge«	R ₂	-0.19	0.74	-0.74	-0.15	-0.07	-0.38
Kontomarkedsrente	r _k	-0.53	0.15	0.85	0.16	0.02	-0.20
Skatkammerbevisrente	r _s	-0.02	0.07	0.93	0.02	.00	-0.03
Obligationsrente	r _b	0.54	0.38	0.62	-0.20	-0.03	1.06
<i>Canada</i>							
Indenlandske »penge«	R ₁	1.74	-0.65	0.65	-1.00	-1.12	-0.95
Udenlandske »penge«	R ₂	-0.74	0.65	-0.65	0.00	0.12	-0.05
Kontomarkedsrente	r _k	-0.09	0.00	1.00	0.08	0.10	-0.05
Skatkammerbevisrente	r _s	-0.04	-0.12	1.12	0.10	0.15	-0.12
Obligationsrente	r _b	-0.69	0.05	0.95	-0.05	-0.12	0.54
<i>U.S.A.</i>							
Indenlandske »penge«	R ₁	1.99	-0.71	0.71	-	-0.74	-1.22
Udenlandske »penge«	R ₂	-0.99	0.71	-0.71	-	-0.26	0.22
Skatkammerbevisrente	r _s	-0.02	0.26	0.74	-	0.07	-0.03
Obligationsrente	r _b	-0.22	-0.22	1.22	-	-0.03	0.19

Disse karakteristika ved den danske model, der i »modelteknisk« henseende er en konsekvens af de relativt kraftige fluktuationer i det danske obligationsrenteniveau over den betragtede periode og af den relativt høje grad af samvariation mellem den danske obligationsrente og det internationale renteniveau,

repræsenteret ved Eurodollar-renten³, afspejler utvivlsomt de meget specielle institutionelle forhold omkring det danske obligationsmarked.

14. For en relevant vurdering af obligationsmarkedsinterventionspolitikkens styrke som middel til at påvirke efterspørgslen efter udenlandske aktiver og dermed valutareservernes udvikling er det selvsagt ikke tilstrækkeligt at konstatere, at de danske institutionelle forhold er optimale i den forstand, at intervention i obligationsmarkedet tilsyneladende øver en stærkere indflydelse på kapitalbevægelserne end i noget andet land. Man må også tage i betragtning, i hvilket omfang obligationsmarkedsinterventionspolitikken står til rådighed som valutapolitisk styringsmiddel. Interventionspolitikkens styrke som rentepolitisk instrument svækker dens anvendelighed som valutapolitisk instrument, og dens styrke som valutapolitisk instrument svækker dens anvendelighed som rentepolitisk instrument.

15. Det pengepolitiske instrumentariums effektivitet afhænger fuldt så meget af dets smidighed som af dets styrke, d.v.s. af dets evne til at forfølge flere målsætninger samtidig som af dets egnethed til at sikre opfyldelse af delmål, når dette kun kan ske på bekostning af andre, lige så væsentlige, delmål.

16. Beregningerne giver ikke noget klart svar på, hvorvidt institutionelle forhold i Danmark i sig selv betinger en større eller mindre smidighed i den pengepolitiske styring end i de øvrige analyserede lande. Måske fordi det er svært at give spørgsmålet en klar analytisk formulering.

Måles obligationsmarkedspolitikkens og diskontopolitikkens gensidige uafhængighed med henblik på at forfølge (a) en kombineret valuta/obligationsrentemålsætning, (b) en kombineret valuta/likviditetsmålsætning og (c) en kombineret likviditets/obligationsrentemålsætning ved determinanten til de relevante koefficientmatricer, finder man, at de institutionelle forhold skulle betinge en relativ høj grad af pengepolitiske smidighed i relation til alle tre kombinerede målsætninger i U.K., Canada, U.S.A. og Frankrig og – for så vidt angår en kombineret valuta/obligationsrentemålsætning og en kombineret likviditets/obligationsrentemålsætning – Belgien. Omvendt skulle de finansielle institutioners

3. Se Niels Blomgren-Hansen, »Erfaringerne fra andre lande. Summarisk beskrivelse af den finansielle struktur i en række OECD-lande med særligt henblik på de korte fordringsmarkedes betydning som statslig finansieringskilde og deres rolle i den pengepolitiske transmissionsmekanisme«. Bilag 3 til »Redegørelse fra arbejdsgruppen vedr. etableringen af et marked for kortfristede værdipapirer«. Betænkning nr. 763. 1976.

opbygning i Norge, Sverige, Schweiz og Italien tilsige en meget ringe grad af pengepolitisk smidighed i relation til alle tre kombinerede målsætninger.

Danmark indtager lidt af en særstilling i dette mønster. De institutionelle forhold skulle betinge en relativ høj grad af pengepolitisk smidighed i relation til en kombineret valuta/obligationsrentemålsætning, en middel grad af pengepolitisk smidighed i relation til en kombineret likviditets/valutamålsætning og en relativt ringe grad af smidighed i relation til en kombineret likviditets/obligationsrentemålsætning.

I betragtning af, at beregningerne for så vidt angår Frankrig er specielt suspekte på grund af dette lands drastiske omsving fra en decideret lavrente-politik til en decideret højrentepolitik omkring 1970, er det bemærkelsesværdigt, at de tre andre lande i gruppen af lande, hvis institutionelle forhold skulle betinge en høj grad af pengepolitisk smidighed, – U.K., U.S.A. og Canada – er lande med en »klassisk« (angelsaksisk) finansiel struktur, herunder et bredt marked for korte fordringer (skatkammerbeviser) og en ret skarp sondring mellem banker og andre finansielle institutioner.

I lyset af beregningernes hypotetiske karakter og svage datagrundlag er det næppe berettiget at drage for håndfaste konklusioner af denne iagttagelse. Tilbage står imidlertid den negative konklusion, at analysen *ikke* giver holdepunkt for den nærliggende opfattelse, at etableringen af et bredt marked for korte stats-papirer skulle svække de danske pengepolitiske myndigheders traditionelle instrumentariums styrke og smidighed.

IV. Effekten på de pengepolitiske styringsmuligheder af etableringen af et marked for korte fordringer

17. Et kort fordringsmarkeds optimale organisation må ud fra en pengepolitisk betragtning bero på en afvejning af tre hensyn:

- (a) ønsket om at bibringe pengepolitikken en ny dimension. Dette indebærer, at markedet bør organiseres således, at intervention heri påvirker de pengepolitiske målvariable på en fra det øvrige pengepolitiske instrumentarium mest mulig forskellig måde.
- (b) ønsket om at undgå at svække det traditionelle pengepolitiske instrumentariums styrke og smidighed, og
- (c) ønsket om at begrænse det finansielle systems sårbarhed over for ukontrollable forskydninger i markedsforholdene og dermed behovet for stabiliserende pengepolitiske indgreb.

18. Kan det forudsættes, at det traditionelle pengepolitiske instrumentariums

effekt på målvariablene pengeforsyning, valutastilling og obligationsrente er upåvirket af etableringen af et marked for korte fordringer, er det relativt simpelt på grundlag af den ovenfor diskuterede model at ulede de egenskaber, markedet må besidde, for at dets etablering vil bidrage mest muligt til en smidiggørelse af pengepolitikken (se appendiks 2).

De i denne forstand optimale egenskaber ved markedet for korte fordringer vil være forskellige fra land til land. Effekten på de pengepolitiske målvariable af de pengepolitiske myndigheders køb og salg af korte fordringer må vurderes i forhold til den effekt, man i hvert land ville have kunnet opnå ved en kombination af diskontopolitik og intervention i obligationsmarkedet. Hertil kommer, at den maksimale grad af uafhængighed i rentedannelsen på markedet for korte fordringer i forhold til diskontoen, obligationsrenten og det udenlandske renteniveau er (logisk) begrænset af disse renters indbyrdes samvariation.

19. For Danmarks vedkommende vil et marked for korte fordringer bidrage maksimalt til at smidiggøre pengepolitikken, såfremt de korte fordringers afkast er praktisk taget ukorreleret med diskontoen, svagt negativt korreleret med obligationsrenten og svagt positivt korreleret med det udenlandske renteniveau⁴.

Det turde være åbenbart urealistisk at forestille sig muligheden af at organisere et marked for korte fordringer med egenskaber, der blot tilnærmedesvis ligner disse optimalitetsbetingelser. Alle udenlandske erfaringer viser, at afkastet af finansielle fordringer er ret nært korreleret, og at specielt renten på korte fordringer udviser en ringe grad af uafhængighed af udviklingen i de øvrige finansielle markeder.

20. Til støtte for en vurdering af betydningen af disse institutionelt betingede restriktioner på det korte fordringsmarkeds uafhængighed af de øvrige finansielle markeder og dermed af de praktiske muligheder for gennem etablering af et marked for korte fordringer at øge dansk pengepolitiks smidighed, »kopieres« dernæst andre landes kortc fordringsmarkeder – karakteriseret ved afkastets varians og korrelation med afkastet af andre finansielle fordringer – ind i et iøvrigt uændret finansielt system.

Resultatet af dette eksperiment er ikke opmuntrende. I en dansk sammenhæng og i relation til de skitserede pengepolitiske målvariable – pengeforsyning, valutastilling og obligationsrente – vil etableringen af markeder, som de kendes i Holland, Tyskland, Italien, Sverige og England, ikke – eller ikke i nævneværdig grad – udvide de pengepolitiske myndigheders instrumentarium i den for-

4. Korrelationskoefficienterne er beregnet til henholdsvis -0.08, -0.27 og 0.20. Se appendiks 2.

stand, at det skulle sætte dem i stand til at realisere en kombineret målsætning, som de ikke også ville kunne have realiseret foruden.

Etablering af et marked af belgisk, canadisk og amerikansk mønster synes umiddelbart at indebære begrænsede muligheder for en smidiggørelse af dansk pengepolitik. I disse tre lande udviser afkastet af korte fordringer en højere grad af samvariation med det udenlandske renteniveau (repræsenteret ved Eurodollar-renten) end med den effektive obligationsrente, hvilket – når bortses fra ekstreme og åbenbart urealistiske løsninger – i en dansk sammenhæng vil være en nødvendig betingelse for, at adgangen til at intervenere i et marked for korte fordringer i praksis vil øge de pengepolitiske myndigheders frihed til at forfølge uafhængige målsætninger m.h.t. likviditets-, rente- og valutaudviklingen.

Men den danske obligationsrente er i sig selv nært samvarierende med det udenlandske renteniveau. Der er derfor så at sige meget lidt »plads« til en fordringstype, hvis afkast er væsentligt nærmere korreleret med Eurodollar-renten end med obligationsrenten. Et marked for korte fordringer efter belgisk mønster ville således være logisk uforeneligt og et marked efter canadisk mønster på kanten af det logisk forenelige med en iøvrigt uændret dansk finansiel struktur. Et marked efter amerikansk mønster vil ganske vist opfylde betingelserne at være logisk foreneligt med en iøvrigt uændret finansiel struktur og således kunne bidrage til en smidiggørelse af pengepolitikken, men vil ikke i praksis kunne kopieres. Det hænger sammen med, at den i denne forbindelse afgørende egenskab ved det amerikanske marked for korte fordringer (skatkammerbeviser) er rentens meget nære korrelation med Eurodollar-renten. Af nærliggende grunde viser analyserne en langt svagere korrelation mellem renten på skatkammerbeviser denomineret i europæiske valutaer og Eurodollar-renten. Det forekommer ikke sandsynligt, at det skulle være muligt (eller ønskeligt) at organisere et marked for korte fordringer denomineret i en internationalt så ubetydelig valuta som den danske krone med en signifikant nærmere tilknytning til de internationale penge- og kapitalmarkeder end de allerede eksisterende kontinentaleuropæiske markeder for korte fordringer.

21. Dette negative resultat af forsøget på at kopiere markeder for korte fordringer, som de kendes i en række andre lande, uden iøvrigt at ændre den finansielle struktur indicerer, at etableringen af et marked for korte fordringer næppe *i sig selv* vil øge de danske pengepolitiske myndigheders muligheder for at forfølge uafhængige likviditets-, valuta- og rentemålsætninger i nævneværdigt omfang. En gunstig effekt på de pengepolitiske styringsmuligheder af etableringen af et marked for kortfristede fordringer er betinget af, at obligationsmarkedet stabili-

seres, og obligationsrentens afhængighed af den internationale renteudvikling svækkes. Det kan selvsagt ikke udelukkes, at etableringen af et marked for kortfristede fordringer vil bidrage til en sådan stabilisering af obligationsrenten, men som de engelske erfaringer viser, er et relativt stort marked for korte fordringer ingen garant for stabilitet i obligationsmarkedet.

22. På den anden side indicerer analysen muligheden af, at etableringen af et marked for korte fordringer kan vise sig som et hensigtsmæssigt, måske endog nødvendigt, supplement til ændringer i de institutionelle rammer omkring obligationsmarkedet.

Som ovenfor nævnt er det væsentligste karakteristikum ved det danske finansielle system obligationsrentens relativt kraftige fluktuationer og nære samvariation med det udenlandske renteniveau. Det er dette særtræk, der på én gang betinger et højt obligationsrenteniveau og den relativt stærke effekt af intervention i obligationsmarkedet på obligationsrenten og kapitalbevægelserne.

Det skulle i lyset af erfaringerne fra andre lande være muligt gennem en hensigtsmæssigt udformet emissionskontrol at stabilisere og – som følge af stabiliseringens effekt på investorernes risikovurdering – nedbringe den danske obligationsrente. Ikke mindst i den øjeblikkelige økonomiske situation præget af betalingsbalancevanskeligheder og utilfredsstillende efterspørgsel forekommer en sådan ændring i de institutionelle rammer omkring obligationsmarkedet nærmere overvejelser værd, idet et fald i obligationsrenten fremkaldt ved en ændret risikovurdering ikke vil være valutarisk omkostningskrævende i nær samme omfang som et fald i obligationsrenten fremkaldt ved øgede offentlige nettokøb.

En stabilisering af obligationsrenten vil imidlertid mindske det pengepolitiske instrumentariums smidighed. Obligationer vil blive et relativt nærmere substitut til indlån, hvorved effekten på den private sektors låntagning i udlandet af de pengepolitiske myndigheders intervention i obligationsmarkedet svækkes.

Der vil følgelig være et behov for at supplere en obligationsrentestabiliserende emissionskontrol med et pengepolitisk instrument, der udover en relativ stærk effekt på den private sektors nettolåntagning i udlandet.

Etableringen af et bredt marked for korte fordringer kan blive et sådant nødvendigt supplement til en obligationsrentestabiliserende emissionskontrol.

Men det er ikke i sig selv nok. Der må skabes sådanne institutionelle rammer omkring markedet for kortfristede fordringer, at fordringerne faktisk bliver relativt nære substitutter til fordringer denomineret i udenlandsk valuta. Det vil antagelig i praksis sige, at man må være villig til at åbne markedet op for udenlandske investorer med de risici for uønskede kapitalbevægelser, dette indebærer.

APPENDIKS 1: En model til bestemmelse af effekten af generelle pengepolitiske indgreb på pengeefterspørgselen, valutastillingen og renteudviklingen.

I. Udledning af generel model for prisdannelsen på aktiver

Notation:

$$y = \text{indkomst (porteføljens afkast)} = R'r \quad (1)$$

$$W = \text{nettoformue} = R'e \quad (2)$$

$$R = \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_* \end{pmatrix} = \text{vektor af investeringer} \quad (3)$$

$$r = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_* \end{pmatrix} = \text{vektor af rentesatser} \quad (4)$$

$$m = \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_* \end{pmatrix} = E(r) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} Q &= E[(r - m)(r - m)'] \\ &= \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q'_{1*} \\ q_{12} & q_{22} & q'_{2*} \\ q_{1*} & q_{2*} & Q_{**} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

Forudsætninger:

(a) Normalt fordelt rentevektor,
 $r \sim N(m, Q)$

(b) Eksponentiel nyttefunktion¹,
 $U = -\exp(-cy)$

(7)

Definer en matrix P således, at

(a) $(p_{ij}) = 0$ for $j > i$, og

(b) $P'P = Q$

1. Denne udformning er en notationsmæssig simplifikation af den mere generelle

$$U = a - b \cdot \exp(-cy).$$

Konstanterne a og b er uden betydning for investorernes adfærd. Konstanten c er et udtryk for den risikopræmie, investorerne er villige til at betale per »variansenhed« af indkomsten (multipliceret med 2),

$$c = 2 \frac{U(E(y)) - E(U(y))}{\text{var}(y)}$$

c afhænger af måleenheden for y . Ved hensigtsmæssig skalering kan c sættes lig en.

Heraf følger, at vektoren

$$\begin{aligned} w = P'^{-1} (r - m) &\text{ er normalt fordelt med} \\ E(w) &= O \text{ og varians-kovariansmatricen } I, \\ w &\sim N(O, I) \end{aligned} \quad (8)$$

Af

$$\begin{aligned} y &= R'r \\ &= R'm + R'(r - m) \\ &= R'm + R'P'w \\ &= E(y) + R'P'w \text{ følger, at} \\ U &= -\exp(-E(y) - R'P'w) \text{ og} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} E(U) &= -\frac{\exp(-E(y))}{K} \cdot \\ &\quad \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-R'P'w - \frac{1}{2}w'w) dw, \dots dw_n \\ &= -\frac{\exp(-E(y))}{K} \cdot \exp(\frac{1}{2}R'QR) \cdot \\ &\quad \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\frac{1}{2}(w + PR)'(w + PR)) dw, \dots dw_n \\ &= -\exp(-E(y) + \frac{1}{2}R'QR) \end{aligned} \quad (10)$$

Udled første ordens maksimeringsbetingelserne ved at differentiere udtrykket

$$\begin{aligned} L &= E(U) - \lambda (R'e - W) \\ \text{m.h.t. } R \text{ og } \lambda, \end{aligned}$$

$$\frac{dL}{dR} = E(U) (-m + QR) - \lambda e = Oe$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = -R'e + w = O, \text{ hvoraf}$$

$$m = QR - \frac{\lambda}{E(U)} e, \text{ og} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\lambda}{E(U)} &= \frac{R'QR - R'm}{R'e} \\ &= \frac{\text{var}(y) - E(y)}{W} \end{aligned} \quad (12)$$

II. Specielle antagelser m.h.t. markedsstruktur og disses implikationer for prisdannelsen.

Specielle antagelser:

- r_1 = ikke-markedsbestemt indenlandsk rentesats ("diskontoen"). Den offentlige sektors udbud af R_1 ("pengeudbudet") er fuldkomment elastisk ved r_1 .
- r_2 = ikke-markedsbestemt udenlandsk rentesats ("det udenlanske renteniveau"). Udlandets udbud af R_2 er fuldkomment elastisk ved given r_2 (småstadsantagelse).

(11) omskrives ved hjælp af (2) — (6) til

$$\begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q'_{1*} \\ q_{12} & q_{22} & q'_{2*} \\ q_{1*} & q_{2*} & Q_{**} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W - R_2 - R'_* e_* \\ R_2 \\ R_* \end{pmatrix} - \frac{\lambda}{E(U)} \begin{pmatrix} I \\ I \\ e_* \end{pmatrix} \quad (13)$$

hvoraf

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} m_2 - m_1 \\ m_* - m_1 e_* \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} q_{12} - q_{11} \\ q_{1*} - q_{11} e_* \end{pmatrix} W \\ &+ \left[\begin{array}{cc} (q_{11} + q_{22} - 2q_{12}), & (q'_{2*} - q_{1*} - (q_{12} - q_{11}) e'_*) \\ (q_{2*} - q_{1*} - (q_{12} - q_{11}) e_*), & (Q_{**} - e_* q'_{1*} - q_{1*} e'_* + q_{11} e_* e'_*) \end{array} \right] \begin{pmatrix} R_2 \\ R_* \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} q_{12} - q_{11} \\ q_{1*} - q_{11} e_* \end{pmatrix} W + \begin{pmatrix} D_{22} & D'_{2*} \\ D_{1*} & D_{**} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_2 \\ R_* \end{pmatrix}, \text{ hvor} \\ D_{22} &= q_{11} + q_{22} - 2q_{12} \\ &= \text{var}(r_2 - r_1) \quad (1 \times 1) \\ D'_{2*} &= (q'_{2*} - q'_{1*} - (q_{12} - q_{11}) e'_*) \\ &= \text{cov}[r_2 - r_1, (r^* - r_1)] \quad (1 \times n) \\ D_{**} &= (Q_{**} - e_* q'_{1*} - q_{1*} e'_* + q_{11} e_* e'_*) \\ &= \text{var}(r_* - r_1) \quad (n \times n) \end{aligned}$$

Ved substitution

$$R_1 = \frac{q_{12} - q_{11}}{D_{22}} W - \frac{I}{D_{22}} (m_2 - m_1) - (e'_* - \frac{D'_{2*}}{D_{22}}) R_* \quad (14)$$

$$= a_1 W + b_1 (E(r_1) - E(r_2)) - \sum_{j=3}^n (1 - b_j) R_j \quad (14a)$$

$$R_2 = \frac{q_{11} - q_{12}}{D_{22}} W + \frac{I}{D_{22}} (m_2 - m_1) - \frac{D'_{2*}}{D_{22}} R_* \quad (15)$$

$$= (1 - a_1) W - b_1 (E(r_1) - E(r_2)) - \sum_{j=3}^n b_j R_j \quad (15a)$$

$$m_* = m_1 e_* + \frac{D_{2*}}{D_{22}} (m_2 - m_1) \quad (16)$$

$$+ \left(D_{**} - \frac{D_{2*} D'_{2*}}{D_{22}} \right) R_* \\ + \left[q_{1*} - q_{11} e_* + \frac{D_{2*}}{D_{22}} (q_{11} - q_{12}) \right] W$$

$$E(r_j) = a_j W + (1 - b_j) E(r_1) + b_j E(r_2) + \sum_{i=3}^n c_{ij} R_i \quad (16a)$$

III. Fortolkning af koefficienter

Udled de værdier af k_1 og k_2 , der minimerer residualvariansen

$$E[(r_j - E(r_j)) - k_1(r_1 - E(r_1)) - k_2(r_2 - E(r_2))]^2$$

under bibetingelsen

$$k_1 + k_2 = 1$$

og find

$$k_2 = \frac{\text{cov}(r_2 r_j) - \text{cov}(r_1 r_j) + \text{var}(r_1) - \text{cov}(r_1 r_2)}{\text{var}(r_1) + \text{var}(r_2) - 2 \text{cov}(r_1 r_2)}$$

$$= \frac{D_{2j}}{D_{22}} = b_j$$

$$\text{og } k_1 = \frac{\text{cov}(r_1 r_j) - \text{cov}(r_2 r_j) + \text{var}(r_2) - \text{cov}(r_1 r_2)}{\text{var}(r_1) + \text{var}(r_2) - 2 \text{cov}(r_1 r_2)} \\ = \frac{D_{1j}}{D_{22}} = 1 - \frac{D_{2j}}{D_{22}} = 1 - b_j$$

hvoraf ses, at b_j er den vægt, hvormed det udenlandske renteniveau, r_2 , indgår i den lineære kombination af indenlandsk diskonto, r_1 , og udenlandsk renteniveau, r_2 , der har den højeste grad af samvariation med afkastet af aktiv j .

Af residualleddet

$$u_j = (r_j - E(r_j)) - (1 - b_j)(r_1 - E(r_1)) - b_j(r_2 - E(r_2))$$

udledes

$$\begin{aligned}
\text{var}(u_j) &= \text{var}(r_j) - 2 \text{cov}(r_j r_1) + \text{var}(r_1) \\
&\quad + b_j(2 \text{cov}(r_j r_1) - 2 \text{cov}(r_j r_2) \\
&\quad + 2 \text{cov}(r_1 r_2) - 2 \text{var}(r_1) \\
&\quad + b_j^2(\text{var}(r_1) + \text{var}(r_2) - 2 \text{cov}(r_1 r_2)) \\
&= \text{var}(r_j) - 2 \text{cov}(r_j r_1) + \text{var}(r_1) \\
&\quad - b_j^2(\text{var}(r_1) + \text{var}(r_2) - 2 \text{cov}(r_1 r_2)) \\
&= D_{jj} - \frac{D_{j1}^2}{D_{11}} \\
&= c_{jj}
\end{aligned}$$

og tilsvarende

$$\begin{aligned}
\text{cov}(u_j u_i) &= D_{ij} - \frac{D_{ii} D_{jj}}{D_{11}} \\
&= c_{ij}
\end{aligned}$$

c_{jj} kan følgelig fortolkes som variansen på afkastet af aktiv j korrigert for den varians, der kan »forklaries« ved udviklingen i den indenlandske diskonto og det udenlandske renteniveau (»den specifikke varians«), og c_{ij} , tilsvarende, som »den specifikke kovarians« mellem afkastet af aktiverne i og j.

Endelig kan a_j fortolkes som effekten på formuens grænsenytte af en udvidelse af udbuddet af aktiv j. For at se dette omskriv (11) til

$$\begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & -1 \\ q_{21} & q_{22} & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \lambda/E(U) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 - q'_{1*} R_* \\ m_2 - q'_{2*} R_* \\ -W + e'_* R_* \end{bmatrix}$$

hvoraf

$$\begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \lambda/E(U) \end{bmatrix} = \frac{-1}{q_{11} + q_{22} - 2q_{12}} \begin{bmatrix} -1 & 1 & (q_{22} - q_{12}) \\ 1 & -1 & (q_{11} - q_{12}) \\ (q_{22} - q_{12}) & (q_{11} - q_{12}) & (q_{11} q_{22} - q_{12}^2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m_1 - R'_* q_{1*} \\ m_2 - R'_* q_{2*} \\ -W + R'_* e_* \end{bmatrix}$$

Ved differentiation

$$\frac{dR_1}{dR_j} = -\frac{q_{1j} - q_{2j} + q_{22} - q_{12}}{q_{11} + q_{22} - 2q_{12}} = \frac{q_{2j} - q_{1j} + q_{11} - q_{12}}{q_{11} + q_{22} - 2q_{12}} - 1 = b_j - 1$$

$$\frac{dR_t}{dR_j} = -\frac{q_{2j} - q_{1j} + q_{11} - q_{12}}{q_{11} + q_{22} - 2q_{12}} = -b_j$$

og

$$\begin{aligned}\frac{d\lambda/E(U)}{dR_j} &= -\frac{(q_{11} \cdot q_{22} - q_{12}^2) - (q_{11} - q_{12}) q_{1j} - (q_{11} - q_{12}) q_{2j}}{(q_{11} + q_{22} - 2q_{12})} \\ &= \frac{(q_{1j} - q_{11})(q_{11} + q_{22} - 2q_{12}) + (q_{2j} - q_{1j} + q_{11} - q_{12})(q_{11} - q_{12})}{(q_{11} - q_{22} - 2q_{12})} \\ &= (q_{1j} - q_{11}) + \frac{D_{2j}}{D_{11}}(q_{11} - q_{12}) \\ &= a_j\end{aligned}$$

Variablen λ indgår i nyttemaksimeringen som formuens »skyggepris«. $\lambda/E(U)$ er følgelig formuens relative grænsenytte og a_j effekten på formuens relative grænsenytte af en stigning i udbuddet af aktiv j.

Hvis den indenlandske diskonto, r_1 , eller det udenlandske renteniveau, r_2 , anses for invariabel og investering i inden- eller udenlandske penge følgelig er risikofri, reduceres $\lambda/E(U)$ til det risikofrie aktiver afkast (med negativt fortegn, da $E(U)$ er negativ). Heraf følger, at a_j er nul. Det betyder, at modellen bygger på den næppe helt realistiske forudsætning, at investorernes nettoefterspørgsel efter risikobehæftede aktiver er uafhængig af nettoformuens størrelse, såfremt de har adgang til at placere en formuetilvækst risikofrit.

APPENDIKS 2: Beregning af egenskaberne ved et fra en pengepolitisk synsvinkel optimalt marked for korte fordringer.

1. På grundlag af den generelle kapitalmarkedsmodel udledt i appendiks 1 og beregnet for en række OECD-lande i afsnit III opstilles en partiel model til bestemmelse af effekten af den indenlandske diskonto, r_1 , de pengepolitiske myndigheders nettoudbud af korte fordringer, R_s , og de pengepolitiske myndigheders nettoudbud af obligationer, R_b , på den indenlandske pengeforsyning, R_1 , valutastillingen, R_2 og obligationsrenten, r_b :

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ E(r_b) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} b_1 & -1 + b_s & -1 + b_b \\ -b_1 & -b_s & -b_b \\ 1 - b_b & c_{sb} & c_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E(r_1) \\ R_s \\ R_b \end{bmatrix} \\ &= A_1 \begin{bmatrix} E(r_1) \\ R_s \\ R_b \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$\frac{dR_t}{dR_j} = -\frac{q_{2j} - q_{1j} + q_{11} - q_{12}}{q_{11} + q_{22} - 2q_{12}} = -b_j$$

og

$$\begin{aligned}\frac{d\lambda/E(U)}{dR_j} &= -\frac{(q_{11} \cdot q_{22} - q_{12}^2) - (q_{11} - q_{12}) q_{1j} - (q_{11} - q_{12}) q_{2j}}{(q_{11} + q_{22} - 2q_{12})} \\ &= \frac{(q_{1j} - q_{11})(q_{11} + q_{22} - 2q_{12}) + (q_{2j} - q_{1j} + q_{11} - q_{12})(q_{11} - q_{12})}{(q_{11} - q_{22} - 2q_{12})} \\ &= (q_{1j} - q_{11}) + \frac{D_{2j}}{D_{11}}(q_{11} - q_{12}) \\ &= a_j\end{aligned}$$

Variablen λ indgår i nyttemaksimeringen som formuens »skyggepris«. $\lambda/E(U)$ er følgelig formuens relative grænsenytte og a_j effekten på formuens relative grænsenytte af en stigning i udbuddet af aktiv j.

Hvis den indenlandske diskonto, r_1 , eller det udenlandske renteniveau, r_2 , anses for invariabel og investering i inden- eller udenlandske penge følgelig er risikofri, reduceres $\lambda/E(U)$ til det risikofrie aktiver afkast (med negativt fortegn, da $E(U)$ er negativ). Heraf følger, at a_j er nul. Det betyder, at modellen bygger på den næppe helt realistiske forudsætning, at investorernes nettoefterspørgsel efter risikobehæftede aktiver er uafhængig af nettoformuens størrelse, såfremt de har adgang til at placere en formuetilvækst risikofrit.

APPENDIKS 2: Beregning af egenskaberne ved et fra en pengepolitisk synsvinkel optimalt marked for korte fordringer.

1. På grundlag af den generelle kapitalmarkedsmodel udledt i appendiks 1 og beregnet for en række OECD-lande i afsnit III opstilles en partiel model til bestemmelse af effekten af den indenlandske diskonto, r_1 , de pengepolitiske myndigheders nettoudbud af korte fordringer, R_s , og de pengepolitiske myndigheders nettoudbud af obligationer, R_b , på den indenlandske pengeforsyning, R_1 , valutastillingen, R_2 og obligationsrenten, r_b :

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ E(r_b) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} b_1 & -1 + b_s & -1 + b_b \\ -b_1 & -b_s & -b_b \\ 1 - b_b & c_{sb} & c_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E(r_1) \\ R_s \\ R_b \end{bmatrix} \\ &= A_1 \begin{bmatrix} E(r_1) \\ R_s \\ R_b \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Tilsvarende opstilles en partiel model til bestemmelse af de tre specificerede pengepolitiske midlers effekt på den samlede indenlandske likviditet defineret som summen af pengeforsyningen og udbudet af korte fordringer, valutastillingen og obligationsrenten:

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_b \\ R_s \\ E(r_b) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 & b_s & -1 + b_b \\ -b_1 & -b_s & -b_b \\ 1 - b_b & c_{sb} & c_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E(r_1) \\ R_s \\ R_b \end{bmatrix}$$

$$= A_2 \begin{bmatrix} E(r_1) \\ R_s \\ R_b \end{bmatrix}$$

At determinanten til koefficientmatricen i en mål-middel model er nul, implicerer, at midlerne ikke er gensidigt uafhængige m.h.t. de specificerede mål: et eller flere af midlerne er overflødige i den forstand, at enhver målkombination, der kan realiseres ved hjælp af alle de til rådighed stående midler også ville kunne realiseres ved et mindre antal midler. En »lille« determinant betyder, at midlernes gensidige uafhængighed er svag; det vil være nødvendigt med relativt kraftige (modsatrettede) indgreb for at opnå en isoleret ændring i en eller flere målvariable. Omvendt betyder en »stor« determinant, at midlernes gensidige uafhængighed er relativt stor.¹

Det er følgelig nærliggende at betragte determinanterne til koefficientmatricerne A_1 og A_2 som (ufuldkomne) mål for de tre betragtede, generelle pengepolitiske instrumenters gensidige uafhængighed m.h.t. henholdsvis en kombineret penge-valuta-rente-målsætning og en kombineret likviditets-valuta-rente-målsætning.

2. Ved en relativt kompliceret reduktion kan det vises, at

$$|A_1| = \frac{q_{sb} - q_{ss}}{q_{11} + q_{22} - 2q_{12}} + \frac{q_{2b} - q_{bb}}{q_{11} + q_{22} - 2q_{12}}$$

$$= \frac{\text{cov}(r_s(r_b - r_s)) - \text{cov}(r_b(r_b - r_s))}{\text{var}(r_1 - r_s)}$$

$$|A_2| = \frac{q_{sb} - q_{ss}}{q_{11} + q_{22} - 2q_{12}} + \frac{q_{12} - q_{1b}}{q_{11} + q_{22} - 2q_{12}}$$

$$= \frac{\text{cov}(r_s(r_b - r_s)) - \text{cov}(r_1(r_b - r_s))}{\text{var}(r_1 - r_s)}$$

1. Ved at multiplicere beholdningsvariablerne med en konstant og ændre koefficienterne i lignings-systemet i overensstemmelse hermed vil det ses, at determinanterne $|A_1|$ og $|A_2|$ er uafhængige af skaleringsfaktoren i nyttefunktionen, c .

Heraf fremgår,

(a) at et marked for korte fordringer kun vil kunne bidrage til en udvidelse af det pengepolitiske spillerum, såfremt afkastets samvariation med differencen mellem obligationsrenten og det udenlandske renteniveau er relativ betydelig i forhold til variansen på differencen mellem den indenlandske diskonto og det udenlandske renteniveau. Der er følgelig ikke ud fra en pengepolitisk betragtning vundet noget ved at etablere et marked for korte fordringer, hvis obligationsrenten og det udenlandske renteniveau er meget nært korreleret.

(b) at det specificerede pengepolitiske instrumentariums relative smidighed m.h.t. en penge-valuta-rente-målsætning og en likviditet-valuta-rente-målsætning er uafhængig af det korte fordringsmarkeds organisation. Den afhænger alene af, om obligationsrentens samvariation med differencen mellem obligationsrenten og det udenlandske renteniveau er større eller mindre end diskontoens samvariation med forskellen mellem obligationsrenten og det udenlandske renteniveau.

3. Under forudsætning af, at etablering af et marked for korte fordringer ikke påvirker de øvrige markeders reaktionsmønster, er $|A_1|$ og $|A_2|$ for Danmark beregnet til

$$|A_1| = 0.4697 (q_{sb} - q_{ss}) - 0.3568$$

$$|A_2| = 0.4697 (q_{sb} - q_{ss}) - 0.0469$$

Da konstanten i begge tilfælde er negativ, vil et marked for korte fordringer følgelig bidrage mest muligt til en udvidelse af det pengepolitiske spillerum, hvis differencen mellem afkastets samvariation med det udenlandske renteniveau og dets samvariation med obligationsrenten er størst mulig. Differencen begrænses imidlertid af, at varians-kovariansmatricen Q , med logisk nødvendighed må være positiv semi-definit.

For at bestemme egenskaberne ved det pengepolitisk optimale marked for korte fordringer differentier

$$L = |Q| - \lambda (|A| - C)$$

$$\text{for } |Q| = -8.31 q_{ss}^2 - 1.88 q_{ss}^2 - 2.99 q_{sb}^2 \\ + 3.26 q_{ss} q_{sb} + 5.02 q_{ss} q_{sb} + 1.78 q_{ss} q_{sb} \\ + 2.07 q_{ss}$$

m.h.t. q_{ss} , q_{sb} , q_{sb} og λ og løs det herved fremkomne ligningssystem,

$$\begin{bmatrix} -16.62 & 3.26 & 5.02 & 0.00 \\ 3.26 & -3.76 & 1.70 & 0.47 \\ 5.02 & 1.70 & -4.58 & -0.47 \\ 0.00 & 0.47 & -0.47 & 0.00 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{ss} \\ q_{sb} \\ q_{sb} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -C \end{bmatrix}$$

Løsningen er

$$q_{1s} = 0.1938 C$$

$$q_{2s} = -0.9017 C$$

$$q_{bs} = 1.2273 C$$

Bestem C for $|Q| = 0$,

$$C = \pm 0.5585 \sqrt{q_{ss}}$$

og beregn, for $|Q| = 0$,

$$k_{1s} = q_{1s} / \sqrt{q_{ss} q_{11}} = \pm 0.0828$$

$$k_{2s} = q_{2s} / \sqrt{q_{ss} q_{22}} = \pm 0.2029$$

$$k_{bs} = q_{bs} / \sqrt{q_{ss} q_{bb}} = \pm 0.2740$$

Da konstanterne i udtrykket for $|A_1|$ og $|A_2|$ er negativ, angiver korrelationskoefficienterne $k_{1s} = -0.08$, $k_{2s} = 0.20$ og $k_{bs} = -0.27$ egenskaberne ved det pengepolitisk optimale marked for korte fordringer.

Tilsvarende opstilles en partiel model til bestemmelse af de tre specificerede pengepolitiske midlers effekt på den samlede indenlandske likviditet defineret som summen af pengeforsyningen og udbudet af korte fordringer, valutastillingen og obligationsrenten:

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_b \\ R_s \\ E(r_b) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 & b_s & -1 + b_b \\ -b_1 & -b_s & -b_b \\ 1 - b_b & c_{sb} & c_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E(r_1) \\ R_s \\ R_b \end{bmatrix}$$

$$= A_2 \begin{bmatrix} E(r_1) \\ R_s \\ R_b \end{bmatrix}$$

At determinanten til koefficientmatricen i en mål-middel model er nul, implicerer, at midlerne ikke er gensidigt uafhængige m.h.t. de specificerede mål: et eller flere af midlerne er overflødige i den forstand, at enhver målkombination, der kan realiseres ved hjælp af alle de til rådighed stående midler også ville kunne realiseres ved et mindre antal midler. En »lille« determinant betyder, at midlernes gensidige uafhængighed er svag; det vil være nødvendigt med relativt kraftige (modsatrettede) indgreb for at opnå en isoleret ændring i en eller flere målvariable. Omvendt betyder en »stor« determinant, at midlernes gensidige uafhængighed er relativt stor.¹

Det er følgelig nærliggende at betragte determinanterne til koefficientmatricerne A_1 og A_2 som (ufuldkomne) mål for de tre betragtede, generelle pengepolitiske instrumenters gensidige uafhængighed m.h.t. henholdsvis en kombineret penge-valuta-rente-målsætning og en kombineret likviditets-valuta-rente-målsætning.

2. Ved en relativt kompliceret reduktion kan det vises, at

$$|A_1| = \frac{q_{sb} - q_{ss}}{q_{11} + q_{22} - 2q_{12}} + \frac{q_{2b} - q_{bb}}{q_{11} + q_{22} - 2q_{12}}$$

$$= \frac{\text{cov}(r_s(r_b - r_s)) - \text{cov}(r_b(r_b - r_s))}{\text{var}(r_1 - r_s)}$$

$$|A_2| = \frac{q_{sb} - q_{ss}}{q_{11} + q_{22} - 2q_{12}} + \frac{q_{12} - q_{1b}}{q_{11} + q_{22} - 2q_{12}}$$

$$= \frac{\text{cov}(r_s(r_b - r_s)) - \text{cov}(r_1(r_b - r_s))}{\text{var}(r_1 - r_s)}$$

1. Ved at multiplicere beholdningsvariablerne med en konstant og ændre koefficienterne i lignings-systemet i overensstemmelse hermed vil det ses, at determinanterne $|A_1|$ og $|A_2|$ er uafhængige af skaleringsfaktoren i nyttefunktionen, c .