

Litteraturoversigter

En ny dansk disputats

KIM ANDERSEN: *Numerisk simulation og statistisk ligevegt*. Aarhus: Institut for Operationsanalyse, 1972. 260 pp. Kr. 35,00.

Når en afhandling indleveres som disputats, gør dens forfatter dermed gældende, at han mener at have præsteret noget originalt, noget nyt, på sit forskningsområde. Han mener altså at vide noget om de udforskede ting, som andre ikke kan vide. Derfor er det et stort krav at stille til et bedømmelsesudvalg, at et sådant skal kunne vurdere det præsterede arbejde på grundlag af en i formen knap redogørelse for de undersøgte matematiske modeller, algoritmer og taleksempler uden motivering af undersøgelsernes formål og baggrund sammen med en nødtørftig fortegnelse over litteratur uden nogen oversigt over denne litteraturs indhold og sammenhæng med afhandlingen.

Et sådant krav mener undertegnede anmelder af Kim Andersens afhandling *Numerisk simulation og statistisk ligevegt*, at det udvalg, som af det økonomiske fagråd ved Århus Universitet blev nedsat til at bedømme denne afhandling, blev stillet overfor. Anmelderen indtrådte som statistiker i udvalget, hvis andre medlemmer var professor Svend Fredens, Institut for Operationsanalyse, Aarhus Universitet, og professor Ole Nielsen, Handelshøjskolen i Århus. Udvalget drøftede naturligvis de mangler ved afhand-

lingens ydre form, jeg har antydnet, men kom til det (muligvis forkerte) resultat, at det ville være dårlig anvendelse af en forskers evner at tvinge ham til at opfylde krav, som var af rent fremstillings-teknisk art.

Men af denne karakteristik fremgår det, at afhandlingen af mange må føles vanskeligt tilgængelig. Stor fortrolighed med den køteoretiske litteratur om analyse af køsystemer ved numerisk simulation er næsten en forudsætning for et positivt udbytte af læsningen. Vanskeligheden består ikke i, at forfatteren skriver uklart, men at afhandlingen er altfor uorganiseret, til at man uden en sådan indsigt kan gøre sig klart, hvad det enkelte afsnits funktion i helheden er.

Som statistiker må man være meget interesseret i en afhandling om numerisk simulation af stokastiske processer, således som der her er tale om. I en vis forstand er numerisk simulation jo en statistikers ønskedrøm: i stedet for at måtte nøjes med de sædvanlige mangelfulde empiriske data producerer man sine data ad libitum på maskine.

Og på en anden led: man får mulighed for induktivt at løse matematiske problemer, hvis deduktive løsning kan være vanskelig. Betegnelsen »induktiv« angiver, at der er tale om en slutning fra stikprøve (simulerede data) til den logiske struktur af et system (data-generato-

Litteraturoversigter

En ny dansk disputats

KIM ANDERSEN: *Numerisk simulation og statistisk ligevegt*. Aarhus: Institut for Operationsanalyse, 1972. 260 pp. Kr. 35,00.

Når en afhandling indleveres som disputats, gør dens forfatter dermed gældende, at han mener at have præsteret noget originalt, noget nyt, på sit forskningsområde. Han mener altså at vide noget om de udforskede ting, som andre ikke kan vide. Derfor er det et stort krav at stille til et bedømmelsesudvalg, at et sådant skal kunne vurdere det præsterede arbejde på grundlag af en i formen knap redogørelse for de undersøgte matematiske modeller, algoritmer og taleksempler uden motivering af undersøgelsernes formål og baggrund sammen med en nødtørftig fortegnelse over litteratur uden nogen oversigt over denne litteraturs indhold og sammenhæng med afhandlingen.

Et sådant krav mener undertegnede anmelder af Kim Andersens afhandling *Numerisk simulation og statistisk ligevegt*, at det udvalg, som af det økonomiske fagråd ved Århus Universitet blev nedsat til at bedømme denne afhandling, blev stillet overfor. Anmelderen indtrådte som statistiker i udvalget, hvis andre medlemmer var professor Svend Fredens, Institut for Operationsanalyse, Aarhus Universitet, og professor Ole Nielsen, Handelshøjskolen i Århus. Udvalget drøftede naturligvis de mangler ved afhand-

lingens ydre form, jeg har antydnet, men kom til det (muligvis forkerte) resultat, at det ville være dårlig anvendelse af en forskers evner at tvinge ham til at opfylde krav, som var af rent fremstillings-teknisk art.

Men af denne karakteristik fremgår det, at afhandlingen af mange må føles vanskeligt tilgængelig. Stor fortrolighed med den køteoretiske litteratur om analyse af køsystemer ved numerisk simulation er næsten en forudsætning for et positivt udbytte af læsningen. Vanskeligheden består ikke i, at forfatteren skriver uklart, men at afhandlingen er altfor uorganiseret, til at man uden en sådan indsigt kan gøre sig klart, hvad det enkelte afsnits funktion i helheden er.

Som statistiker må man være meget interesseret i en afhandling om numerisk simulation af stokastiske processer, således som der her er tale om. I en vis forstand er numerisk simulation jo en statistikers ønskedrøm: i stedet for at måtte nøjes med de sædvanlige mangelfulde empiriske data producerer man sine data ad libitum på maskine.

Og på en anden led: man får mulighed for induktivt at løse matematiske problemer, hvis deduktive løsning kan være vanskelig. Betegnelsen »induktiv« angiver, at der er tale om en slutning fra stikprøve (simulerede data) til den logiske struktur af et system (data-generato-

ren). Ved sådan slutning må den generelle metodik, som kaldes »statistisk inferens« (teorier om estimation og hypoteseprøvning), være relevant. Det kan derfor for en statistiker føles lidt forsmædeligt at måtte tilstå sine store vanskeligheder ved at tilegne sig Kim Andersens afhandling.

Helten i H. C. Andersens eventyr om kejserens nye klæder er jo det lille barn, og ikke den embedsmand, som roste svindlernes arbejde af skræk for at få skyld for ikke at forstå sit embede. Nu har jeg vurderet denne afhandling i embeds medfør og vil ikke være så barnlig, at jeg beskylder Kim Andersen for slet ikke at have givet kejseren noget på, men nok for, at det er svært at samle de leverede klædningsstykker til et pænt sæt tøj. Jeg skal klunse i bunken, så godt jeg kan.

Lad mig bemærke, at denne anmeldelse er ensidig i den forstand, at den ikke yder afhandlingens køteoretiske og datamatiske aspekter retfærdighed. Udvalgets øvrige medlemmer havde til opgave at dække disse områder, som opfattedes som afhandlingens hovedemne, hvorfor det også var Fredens og Ole Nielsen, der var officielle opponenter ved det mundtlige forsvar af disputatsen den 23. november 1973. Bemærkningerne i det følgende står for min egen regning, idet jeg dog samtidig vil vedstå min gæld til de nævnte personer for den grad af forståelse, jeg trods alt har nået.

Desværre må jeg konkludere, at man på Institut for Operationsanalyse åbenbart ikke mener, at de erkendelsesteoretiske problemer, der klassificeres under betegnelsen »statistisk inferens«, kræver nogen speciel ekspertise. Det var det økonomiske fagråd, som insisterede på,

at en statistiker skulle indtræde i udvalget, medens instituttet ikke fandt dette motiveret. Ikke desto mindre opstod der senere mulighed for fornyet diskussion af Kim Andersens arbejder (herunder disputatsen) ved bedømmelse af ansøgerne til et professorat i statistik, hvoriblandt Kim Andersen. Udvalget til bedømmelse af disse ansøgere bestod af Fredens og undertegnede sammen med professor P. C. Matthiessen, Københavns Universitet, og direktør O. Ingvartsen, Kommunernes Landsforening. Grunden til, at jeg også må nævne professoratsudvalgets bedømmelse, vil senere blive klar.

Under drøftelserne i udvalgene er det blevet fremhævet, at Kim Andersens fortjeneste består i, at han som en af de første inden for køteoretisk forskning har forsøgt at udvikle rationelle kriterier for standsning af en numerisk simulation, når man har produceret en tilstrækkelig stor stikprøve til at nå den nøjagtighed, hvormed et bestemt aspekt af et system (udtrykt ved en parameter) ønskes estimeret.

Simulationen producerer stikprøven i form af en realisering af en stokastisk proces (et kø- eller lagersystem). Denne realisering sker ved at starte i en bestemt tilstand, tilstand nr. i . Tallet i kan f.eks. angive antal kunder i et ekspeditionssystem eller antal enheder på et lager. Ved hjælp af tilfældige tal simuleres ændringer i systemet. Stikprøvens størrelse kan måles ved det antal skridt, man lader processen (f.eks. en Markov-kæde) gennemløbe. Man kan alternativt tale om længden T af den tid, man simulerer. I en realisering kan man registrere, i hvilke andele af den samlede tid systemet

har haft et givet antal elementer. Antallet i tidspunkt t angives ved en funktion $X(t)$ eller, i Kim Andersens notation, $an(t)$, hvis værdisæt er endeligt, f.eks. $X(t) = j$, hvor $j = 0, 1, 2, \dots, N$. Af en realisering beregnes et tidsmiddeltal

$$r_i(T) = \frac{1}{T} \int_0^T \{X(t) | X(0) = i\} dt, \quad (1)$$

der er formuleret som et betinget middeltal, hvis værdi afhænger af initialtilstanden i (som i Kim Andersens eksempler antager samme værdier som j ovenfor). Tidsmiddeltallet i (1) afhænger dermed af den forventede systemtilstand i tiden t , betinget af start i tilstand nr. i , nemlig

$$\begin{aligned} q_i(t) &= \sum_{j=0}^N X(t) p_{ij}(t) \\ &= \sum_{j=1}^N j p_{ij}(t), \end{aligned} \quad (2)$$

hvor $p_{ij}(t)$ er sandsynligheden for overgang fra tilstand nr. i til tilstand nr. j i løbet af t tidsenheder. Som man ser, er $r_i(T)$ i (1) et middeltal af de faktiske størrelser, hvis forventede værdier er $q_i(t)$, for $0 \leq t \leq T$. Medens (2) refererer til at tidspunkt, refererer (1) til et tidsinterval. Desuden kan man indføre

$$l_i(T) = ER_i(T) = \lim_{T \rightarrow \infty} r_i(T) \quad (3)$$

og

$$s_i(T) = \text{standardafvigelsen på } r_i(T). \quad (4)$$

Det vil føre for vidt her at gå nærmere ind på udledningen af $s_i(T)$ i (4). Netop udledningen af algoritmer for en række køsystemer til bestemmelse af (4) er det væsentligste resultat af Kim Andersens arbejde. Idet endelig

$$Q = \sum_{j=1}^N j p_j, \quad (5)$$

hvor p_j er systemets *ligevægtssandsynligheder*, og hvor Q , den forventede systemtilstand i ligevægt, er den parameter, som ønskes estimeret ved simulation, definerer Kim Andersen de tre varianter af »statistisk ligevægt«, der hentydes til i afhandlingens titel, nemlig

statistisk ligevægt af 1. art:

$$q_i(T) \rightarrow Q \text{ for } T \rightarrow \infty,$$

statistisk ligevægt af 2. art:

$$l_i(T) \rightarrow Q \text{ for } T \rightarrow \infty,$$

statistisk ligevægt af 3. art:

$$s_i(T) \rightarrow 0 \text{ for } T \rightarrow \infty.$$

Denne terminologi forekommer en statistiker kritisabel, dels fordi den sammenblander aspekter, som ikke direkte har noget med hinanden at gøre, dels fordi den undlader at knytte kontakt til den sædvanlige terminologi i den statistiske estimationsteori. Betegnelserne »1., 2. og 3. art« antyder, at der er tale om opspaltning af en iøvrigt homogen gruppe af begreber, hvorved man slører den indsigt, at ligevægt af 1. art er en karakteristisk af det simulerede system (f.eks. at det besidder Markov-egenskaber), medens ligevægtene af 2. og 3. art karakteriserer en *estimator*. En statistiker ville sige, at en estimator som $r_i(T)$ var *konsistent*, idet konsistens i ordets statistiske betydning netop består i, at ligevægt af 2. og 3. art samtidig karakteriserer $r_i(T)$, svarende til, at $ER_i(T) - Q \rightarrow 0$ og $s_i(T) \rightarrow 0$ for voksende T .

Ligevægten af 1. art er altså til stede (eller ikke til stede) alt efter valget af det system, man vil undersøge. For et givet system kan man overveje, hvorledes man bedst muligt opnår information om dets egenskaber. Hvilken estimator eller esti-

mationsprocedure overhovedet skal man vælge? Det afgørende er her ikke, om man af praktiske grunde netop er interesseret i at bestemme Q i (5). Havde man f.eks. estimeret p_j i dette udtryk, ville Q være beregnelig som en afledet størrelse samtidig med, at kendskabet til p_j kunne muliggøre også andre beregninger. Statistikerne og sandsynlighedsteoretikere har netop i de senere år udledt en række resultater om estimation af p_j i Markovkæder ud fra relative hyppigheder i overgangsmatricerne.

Nu har Kim Andersen imidlertid bestemt sig for at benytte estimatoren (1) og udviklet et program, som tillader beregning af (4). Han undersøger i nogle af sine taleeksempler estimatorens fordeling og finder, at den i mange tilfælde nærmer sig den normale fordeling for voksende T . I sådanne tilfælde benytter han de klassiske tre sigma-grænser til konstruktion af sikkerhedsintervaller for Q . Ved det mundtlige forsvar af disputatsen præciserede Kim Andersen imidlertid, at dette ikke skulle opfattes sådan, at brugbarheden af algoritmen til bestemmelse af $s_i(T)$ var betinget af normalitet. Selv når den normale approksimation svigtede, var (4) stadig en nyttig størrelse at kende, idet man kunne falde tilbage på Tjebysjefs ulighed.

Det var diskussionen af dette spørgsmål, der fortsatte i det senere professoratsudvalg, hvor de specielt statistiske sider af disputatsen måtte komme i forgrunden. Kim Andersens metode til afgørelse af spørgsmålet »normalitet eller ikke-normalitet«, nemlig det klassiske Karl Pearsonske *goodness-of-fit*-test, kunne betragtes som en acceptabel metode hos en »bruger af

statistik«, hvorimod man, dersom man specielt interesserede sig for problemets statistiske aspekter, nok burde gå ind i et direkte arbejde med spørgsmålet om, hvad der måtte være den optimale metode til at afgøre, om normalfordelingen er brugbar. Da der under alle omstændigheder er tale om en *asymptotisk* normalitet (så spørgsmålet er, hvornår en fornoden grad af approksimation nås) er der ikke tale om testning i bogstavelig forstand.

De systemer, Kim Andersen bruger i sine eksempler, er systemer, for hvilke Q kan bestemmes såvel analytisk (deduktivt) som (i form af et estimat) ved simulationen. På længere sigt må formålet være at udvikle standsningskriterier for tilfælde, hvor facit ikke på samme måde kan bestemmes på forhånd. Kim Andersens *goodness-of-fit*-tests viser, at normalitet ikke altid tilnærmes i tilstrækkelig grad, og at T i visse modeller skal være høj, for at approksimationen bliver god. Hvordan klassificerer man i praksis et system som værende af den art, hvor normalitet kan forudsættes? I så fald kan man i hvert fald klare sig med et langt mindre T , end hvis Tjebysjefs ulighed skal benyttes. Spørgsmålet er derfor praktisk vigtigt. Man må foretrække kriterier, som beregnes af selve stikprøven, f.eks. i form af skævheds-og/eller kurtose-mål, eller også må man forsøge at slutte ud fra karakteren af det system, der genererer data, om $r_i(T)$ i et sådant system bliver tilnærmelsesvis normal for rimelige T -værdier. På denne baggrund forsøgte jeg i professoratsudvalget at få den betragtning frem, at de generaliseringer af den centrale grænseværdisætning, som under

visse forudsætninger er gyldige også for middeltal af autokorrelerede størrelser, var nok så relevante som de omtalte *goodness-of-fit*-tests. En uheldig formulering motiverede den indsigelse, at asymptotisk normalitet jo ikke var generelt gyldig. Nej, naturligvis ikke: det drejer sig netop om at finde et operationelt kriterium på, hvornår den er, og hvornår den ikke er, kombineret med en sekventiel procedure, der kontrollerer, at den fornødne approksimation indtræffer ved praktisk relevante T -værdier.

Kim Andersens afhandling indeholder desuden nogle argumentationer, som polemiserer mod fejllopfattelser i den køteoretiske litteratur. F.eks. tager han stilling til spørgsmålet: bør den eventuelle bias i $r_t(T)$ som estimator af Q , der kan tilskrives det vilkårlige valg af tilstand nr. i som initialtilstand, motivere, at man beskærer en realisering (stikprøve) ved at udelade den første del af den (så at »tilfældet« afgør, hvilken tilstand der i den beskårne realisering er initialtilstand)? Kim Andersens argumentation mod denne praksis, nemlig at man ikke kan undgå at starte i én bestemt tilstand, må bifaldes. Beviset for, at beskæringen bevirker et informationstab, i afhandlingens afsnit 5.1, er dog vanskeligt gennemskueligt og strengt taget overflødigt som i forvejen kendt (jvf. variansanalysen). Efter min mening er der imidlertid her tale om, at Kim Andersens procedure er endnu bedre, end han selv giver den kredit for. I alle sine eksempler har han nemlig gennemført simulationen med alle mulige initialtilstande, så han ikke blot benytter en *gennemsnitligt god* procedure, men en procedure, som viser, hvor langsom

en konvergens mod Q i *værste fald* kan blive (nemlig med den initialtilstand, som i det givne system er den uheldigste i så henseende). Det vises bl.a. i nogle af eksemplerne, at konvergens ikke altid er monoton, hvilket strider mod, hvad nogle koteoretiske undersøgelser har forudsat.

Også i andre henseender har Kim Andersen præsteret interessante resultater i disputatsen, men jeg må i nogen grad støtte mig på andres udsagn, for såvidt angår deres koteoretiske originalitet. Hvad den datamatiske side af afhandlingen angår, fremkom en kritik ex auditorio, som offentliggjordes i »Ingeniørens Ugeblad« samme dag, som den mundtlige handling foregik. Såvidt jeg ved, er der i samme blad senere fremkommet en kommentar hertil fra professorerne Fredens og Ole Nielsen.

Som medlem af den økonomiske faggruppe ved Århus Universitet må jeg beklage, at de mange værdifulde ting, der (såvidt jeg kan bedømme) findes i Kim Andersens afhandling, ikke er blevet fremlagt på en måde, som var lettere tilgængelig for en større læserkreds. Jeg har forsøgt at tale lige ud af posen i min anmeldelse, for såvidt angår min vurdering af den faglige kvalitet af arbejdet, og det vil jeg også gerne gøre, for såvidt angår et andet stridsspørgsmål, nemlig: er dette en *økonomisk* disputats? Lad mig svare ved at sige, at jeg ikke er i tvivl om, at f.eks. en undersøgelse af multiple lineære modeller ved numerisk simulation ville kunne godkendes som en økonometrisk disputats. Kø- og lagermodeller er endnu tydeligere relevante som operationsanalytiske (og dermed driftsøkonomiske)

undersøgellesobjekter. En afvisning af afhandlingen som ikke økonomisk relevant finder jeg derfor ikke motiveret, hvorimod man nok i bagklogskab kunne ønske, at udvalget havde lagt større pres på forfatteren for at få ham til at gøre sine intentioner helt klare og sætte dem i tydeligere relation til tidligere arbejder inden for området.

Erik Harsaae

Statistisk Institut, Aarhus Universitet

Nye danske bøger

ANDERSEN, FREDE m.fl.: *Dansk landbrug i 1985? Prognose over den danske landbrugsproduktions størrelse, regionale fordeling og struktur frem til 1985*. København: Den Kongelige Veterinær- og Landbohøjskoles Økonomiske Institut, 1974. 384 pp. Kr. 50,00.

Bogen gengiver resultaterne af en undersøgelse af den forventede udvikling i den danske landbrugsproduktions størrelse, regionale fordeling og struktur frem til 1985 foretaget på foranledning af Landbrugsraadet og De samvirkende danske Landboforeningers økonomisk-statistiske afdeling, især med det formål at danne grundlag for investeringsbeslutninger i landbrugets forsynings- og forædlingssektor. Udviklingen prognosticerer ved hjælp af en rekursiv lineær programmeringsmodel, der skulle afspejle de særlige produktionsvilkår i landbruget og hvis hovedprincip er, at landet er opdelt i 11 regioner, der igen er opdelt i fire bedriftsgrupper med hver sin produktionsmodel; gruppemodellerne sammenbindes først via restriktioner især i form af arealbegrænsninger, derefter sammenbindes regionmodellerne via na-

tionale restriktioner, hvorefter totalmodellen løses gennem maksimering af en kriteriefunktion.

ANDERSEN, STEFFEN ELKJÆR: *Reformen af det internationale valutasystem, oliekrisens finansielle følger og EF's økonomiske og monetære union*. København: Institutet for Fremtidsforskning, 1974. 100 pp.

I fremtidsforskningsinstitutets serie om perspektiver for EF-markedet er tidligere udkommet to bind (omtalt i *NT* 1974, nr. 1 og 2). Foruden nærværende tredje bind er under udarbejdelse yderligere syv rapporter om bl.a. den økonomiske vækst, energien, den økonomiske og monetære union og inflationen samt landbruget. Den foreliggende rapport gennemgår de seneste års udvikling i det internationale valutasystem med betydelig vægt på den politiske baggrund og udtaler sin fortrøstning til, at de rystelser og spændinger, der har præget det internationale finansielle system i de sidste halvandet år, er af ekstraordinær natur, og at man ikke behøver at afskrive en fremtid for fortidens faste valutakurser og EF's finansielle og valutारiske integration.

Betænkning om ny højere handelseksamen. Afgivet af udvalget vedrørende højere handelseksamens placering i den fremtidige erhvervsuddannelsesstruktur. Betænkning, 717. København: Statens Trykningskontor, 1974. 85 pp.

Udvalget har foretaget en gennemgang af og stillet forslag om en moderniseret udformning af uddannelsen til højere handelseksamen med det formål at styrke dennes stilling i uddannelsessystemet, bl.a.