Økonomisk overlevelse i et stokastisk marked

Per Andersen

Institut for Historie og Samfundsvidenskab, Odense Universitet

SUMMARY. *The purpose of this article is to analyse how behaviour towards risk influence the price- and quantityfixing of a monopolist when demand is assumed to be a random variable with a subjective probability distribution. It is assumed that the monopolist tries to maximize his probability for economic survival. Under varying assumptions about demand it is shown that a optimal policy implies maximization of either the absolute or the relative profit mark-up. The results deviates significantly from the results obtained by maximization of expected profit. It should also be noticed that the result are interesting in relation to the theories of full-cost pricing.*

1. Indledning

Formålet med denne artikel er at påvise, hvorledes sikkerhedshensyn påvirker pris- og mængdefastsættelse i en monopolvirksomhed, når efterspørgslen ikke opfattes deterministisk, men som en stokastisk variabel. Den stokastiske variabel antages at kunne forudsiges i form af en subjektiv sandsynlighedsfordeling. Det nævnte sikkerhedshensyn tager i denne artikel form af, at monopolisten maksimerer sin overlevelsessandsynlighed, dvs. sandsynligheden for, at profitten kommer under en vis grænse - afhængig af likviditetsreserven og et eventuelt profitkrav - minimeres. Med dette valg af nyttefunktion opstilles en statisk enperiodemodel med deterministisk omkostningsfunktion. Modellen er endvidere karakteriseret ved, at monopolisten skal træffe beslutning om produktionsstørrelsen, inden det kan afgøres, hvilken pris der kan tages. På dette grundlag udledes optimalbetingelser for produktionsstørrelsen under forskellige antagelser om parametrene i de subjektive sandsynlighedsfordelinger som funktioner af produktionsstørrelsen. De herved opnåede resultater er af væsentlig interesse for pristeorien.

Artiklen er belønnet med Zeuthen-prisen. Bedømmelsesudvalget har bestået af Else Zeuthen, Jan Rasmussen, Axel Mossin og Thorkild Davidsen.

2. Økonomisk usikkerhed generelt

Til trods for at alle økonomiske handlinger foregår under sådanne forhold, at handlingens nyttevirkning ikke kan forudsiges med fuld sikkerhed, er hovedparten af den økonomiske teori deterministisk, dvs. teorierne bygger på, at de økonomiske agenter kender eller mener at kende alle størrelser af betydning for handlingens nyttevirkning.

Når risikoproblemet således er til stede i alle grene af det økonomiske liv, er det nærliggende at opstille modeller, hvor risikoen indgår eksplicit, for at give en bedre beskrivelse af virkeligheden. Dette er da også sket i et vist omfang, efter at teorien om rationelle beslutninger under risiko udvikledes kraftigt i løbet af 1940'erne med von Neumann og Morgensterns bog som den mest banebrydende[1]. De to forfattere viser, at en person, som handler i overensstemmelse med nogle opstillede kriterier, vil handle, som om han maksimerede den forventede nytte.

Den teorigren, som utvivlsomt har haft mest glæde af disse resultater, er porteføljeteorien, dvs. teorien om optimal sammensætning af aktiver og passiver. En afgørende grund hertil har antagelig været, at manglende hensyn til risikoproblemet, dvs. afkastmaksimering, implicerer, at beslutningstageren vælger samme anbringelse for alle aktiver. Dette er åbenbart i strid med de fleste beslutningstageres handlemåde.

Det må derimod siges, at den traditionelle pris- og produktionsfastsættelsesteori har været forsømt med hensyn til påvirkning fra teorien om beslutningstagen under risiko. Det skyldes formentlig, at det er langt vanskeligere at påvise, om virksomhederne søger at maksimere den forventede profit. Dette kræver således kendskab til virksomhedernes opfattelse af efterspørgsels- og omkostningskurver. Endvidere vil virkningen af at introducere risiko i de sædvanlige envaremodeller være mindre iøjnefaldende, idet det kun vil være spørgsmålet om at producere noget mere eller mindre eller spørgsmålet om at sætte en noget højere eller lavere pris, hvilket formentlig virker mindre markant end at gå fra en udifferentieret til en differentieret portefølje.

3. Overlevelsessandsynlighedsmaksimering i nytteteoretisk belysning

Som nævnt i indledningen bygger artiklen på et specielt valg af nyttefunktion, nemlig maksimering af overlevelsessandsynligheden. Denne funktion er lagt til grund for den udviklede model; men det er klart, at funktionen kan diskuteres selvstændigt.

1. J. von Neumann og O. Morgenstern, *Theory of games and economic behavior*, Princeton 1944.

Det nævnte valg kan naturligvis altid gives en normativ fortolkning, hvorefter implikationerne af den valgte kriteriefunktion kan analyseres, selv om disse ikke kan forklare den faktiske adfærd. Hvorvidt funktionen også kan anvendes til deskription af adfærd, er naturligvis primært et empirisk spørgsmål; men et par argumenter for at dette i et vist omfang vil være tilfældet kan anføres.

Således kan en indehaver af et privat firma, hvor sammenhængen mellem privatøkonomi og firmaøkonomi er snæver, være stærkt interesseret i overlevelsessandsynligheden af to grunde. For det første på grund af en præference for selvstændig status og den dermed forbundne prestige. For det andet kan det tænkes, at aflønningen i alternativ beskæftigelse vil være lav. Tilsvarende kan der argumenteres for, at ledelsen i et aktieselskab vil være interesseret i overlevelsessandsynligheden, atter fordi alternativ beskæftigelse kan give lavere aflønning og lavere prestige.

Da valget af nyttefunktion introducerer risikoproblemet på en måde, der afviger fra det normale middelværdivariansoplæg kan det være nyttigt at etablere en forbindelse mellem de to oplæg. Til dette formål anvendes en generel nyttefunktion med middelværdien μ og variansen σ^2 som argumenter:

$$U = U(\mu, \sigma^2) \tag{3.1}$$

Man kan nu sondre mellem flere typer af indifferenskort på grundlag af fortegn for de første og anden afledede med hensyn til de to argumenter.

Det er muligt at placere overlevelsesmaksimering som et specialtilfælde af (3.1), idet vi kan skrive:

$$P(\pi < 0) \longleftrightarrow P\left(u < -\frac{\mu}{\sigma}\right) \tag{3.2}$$

hvor π betegner den stokastiske profitvariabel og u den tilsvarende normerede variabel, medens P står for kumuleret sandsynlighed. Hvis det nu forudsættes, at u følger samme fordelingstype uanset den valgte handling, er det klart, at overlevelsessandsynligheden afhænger af den reciprokke variationskoefficient, dvs. at indifferenskurverne består af parabelgrene med udgangspunkt fra origo, jvf. fig.3.1.

Som et mål for risikoaversion anvendes ofte udtrykket:

$$\left[\frac{d\mu}{d\sigma^2}\right]_U = -\frac{U_2}{U_1} \tag{3.3}$$

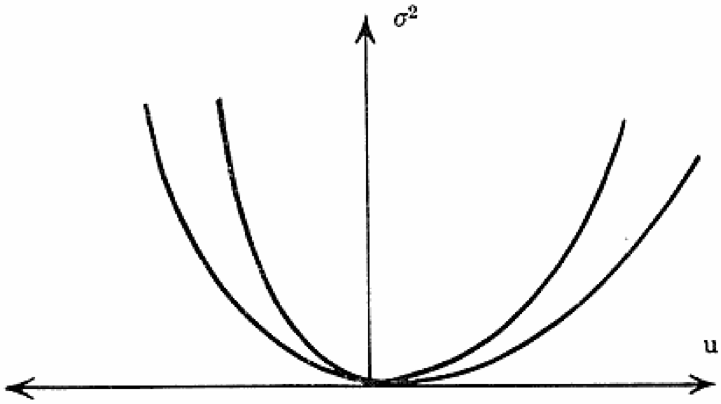

FIG. 3.1. *Isooverlevelseskurver*

hvor U_1 og U_2 står for de partielt afledede med hensyn til henholdsvis middelværdi og varians. Hvis udtrykket i (3.3) er positivt, betegnes det risikoaversion, hvis det er lig nul risikoindifferens, og hvis det er negativt risikopræference. Det gælder åbenbart, at overlevelsesmaksimering implicerer risikoaversion, når den forventede profit er positiv, men risikopræference, når den er negativ. Selv om det normalt antages, at beslutningstagerens indifferenskort kan karakteriseres ved risikoaversion, virker det ikke urimeligt, at man er parat til at tage chancer i form af handlinger med stor varians i profitfordelingen, når den forventede profit er negativ.

Det må nævnes, at indifferenskurverne i fig.3.1 har en sådan struktur, at aksiomerne for maksimering af den forventede nytte ikke er tilfredsstillet.

4. Beskrivelse af modellen

Den i det følgende opstillede model er en monopolmodel, hvor det antages, at monopolisten har mængden x som handlingsparameter, men i modsætning til hvad der gælder for den deterministiske teori, kan monopolisten ikke forudsige den dertil svarende pris. I stedet antages det, at prisen kan forudsiges i form af en sandsynlighedsfordeling for en given værdi af x. Denne fordelings parametre, dvs. middelværdi og spredning, afhænger generelt af mængden x, hvorfor vi kan skrive:

$$M(p \mathrm{I} x) = f(x) \tag{4.1}$$

og

$$\sigma(p \mathrm{I} x) = \sigma \cdot g(x) \tag{4.2}$$

Dette at betragte prisen som en stokastisk variabel er ikke i overensstemmelse med den nærmest beslægtede litteratur, og det kan måske umiddelbart virke uforeneligt med, at prisen normalt betragtes som handlingsparameter for monopolisten. En nærmere begrundelse er derfor påkrævet.

Til dette formål vil jeg først betragte en mere generel model. I denne antages det, at monopolisten i god tid inden markedsperiodens start må producere en vis varemængde. På dette tidspunkt vil der være usikkerhed om, hvilken pris der vil være optimal på grund af ukendskab til fremtidige konjunkturer, modesvingninger og lignende; men det er heller ikke nødvendigt at fastsætte prisen før varen skal sælges, hvorimod det er nødvendigt at fastsætte produktionsstørrelsen. Når markedsperioden startes, må en optimalpris fastsættes. Generelt vil monopolisten på dette tidspunkt have mere information om markedet; men der vil normalt være usikkerhed om, hvor meget der kan sælges til en given pris, hvorfor den efterspurgte mængde må fortolkes som en stokastisk variabel.

I forhold til denne mere generelle model har jeg foretaget to begrænsninger. For det første antages det, at monopolistens informationer om markedet er blevet så meget forbedret, at han kan forudsige den til enhver pris svarende mængde. Denne forudsætning kan vel ofte have approksimativ gyldighed. For det andet antages det, at monopolisten altid vil cleare markedet, dvs. sætte en sådan pris, at den producerede mængde netop bliver solgt. Ved en vurdering af denne forudsætning må det tages i betragtning, at man ved prisfastsættelsen står over for et deterministisk problem, dvs. hvad enten man forudsætter maksimering af den forventede profit eller overlevelsesmaksimering, vil det være optimalt at cleare markedet, hvis der til den producerede mængde svarer et punkt på den elastiske del af efterspørgselskurven, medens det vil være optimalt at lade en del af produktionen usolgt, hvis der til mængden svarer et punkt på den uelastiske del.

I en deterministisk model gælder det, at optimalproduktionen altid vil ligge på den elastiske del af efterspørgselskurven, hvilket ikke ubetinget gælder i en stokastisk formuleret model. Således viser fig.4.1, at produktionen ligger på den uelastiske del af den kurve, som indeholder punktet C. Såfremt spredningen på prisen ikke er for stor, har dette dog ingen betydning.

Af ovenstående følger, at konsekvensen af indskrænkningerne i den generelt formulerede model er, at beslutningstageren må acceptere og sætte den pris, som konjunkturerne genererer. Hermed er den stokastiske prisdannelse forklaret. Selv om den udviklede model således indeholder nogle begrænsninger, giver den dog en beskrivelse af en formentlig hyppigt forekommende situation, hvor beslutningen om produktionens størrelse træffes før i tid end prisfastsættelsen.

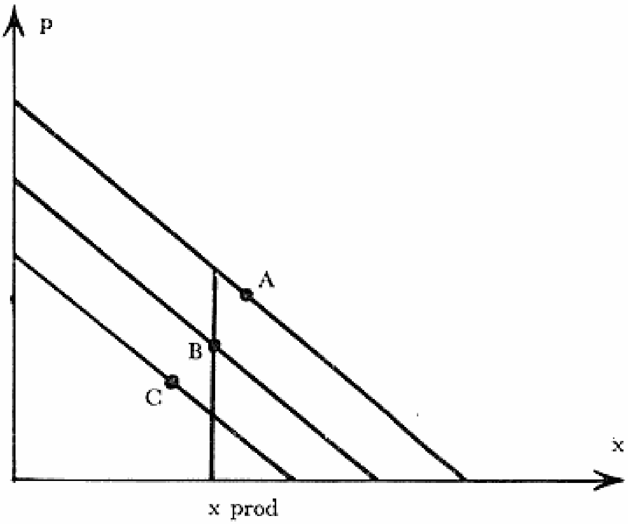

FIG. 4.1. *Efterspørgslens elasticitet mht. konjunkturerne*

Medens modellens efterspørgselsside er stokastisk formuleret antages det, at omkostningen svarende til et givet produktionsniveau kan forudsiges med fuld sikkerhed. Dette vil igen sige, at omkostningerne udelukkende er en funktion af x, i det følgende betegnet $c(x)$. Det må yderligere tilføjes, at analysen bygger på den forudsætning, at omkostningerne resulterer i tilsvarende udbetalinger i samme periode, og at indtægterne tilsvarende falder i samme periode som indbetalingerne.

På dette grundlag kan den stokastiske profitvariabel π defineres:

$$\pi = p \cdot x - c(x) \tag{4.3}$$

med følgende parametre:

$$M(\pi) = x \cdot f(x) - c(x) \tag{4.4}$$

og

$$\sigma(\pi) = x \cdot \sigma \cdot g(x) \tag{4.5}$$

Endvidere antages det, at prisvariablen er enten normalt fordelt eller rektangulært fordelt, da disse ikke ændrer type ved lineære transformationer.

5. Udledning af optimalbetingelser

Idet der abstraheres fra en eventuel likviditetsreserve og et eventuelt profitkrav, kan optimeringsproblemet skrives:

$$\underset{x}{\text{Min}}\ P(\pi < 0) = \underset{x}{\text{Min}}\ P\left(u < \frac{-xf(x) + c(x)}{\sigma \cdot x \cdot g(x)}\right) \tag{5.1}$$

hvor den normerede variabel u følger samme fordelingstype uanset valget af x. Problemet må da være at vælge den værdi af x, som minimerer højresiden under sandsynlighedstegnet i anden halvdel af (5.1), dvs. optimeringsproblemet kan også skrives:

$$\underset{x}{\text{Max}} \quad \frac{x \cdot f(x) - c(x)}{\sigma \cdot x \cdot g(x)} \tag{5.2}$$

Dette udtryk (5.2) kan underkastes en nærmere analyse under forskellige antagelser om funktionen $g(x)$; i det følgende begrænses analysen til de to situationer, som giver de mest markante resultater:

A. $g(x)$ er uafhængig af x.

B. Forholdet $g(x) / f(x)$ er uafhængig af x.

6. Fortolkning af modellen under forudsætning A

Denne forudsætning implicerer, at monopolisten er lige god til at forudsige prisen for alle værdier af x, dvs. spredningen er uafhængig af x. Dette svarer til, at monopolisten tænker i absolutte tal, dvs. afvigelserne fra den forventede værdi måles plus-minus et vist antal kroner, jvf. fig.6.1.

På ovenstående forudsigelsesmåde kan anlægges to synspunkter. For det første kan man argumentere for, at tankegangen er så tilpas simpel, at den formentlig har en vis udbredelse. Det andet synspunkt, man kan anlægge, er, at

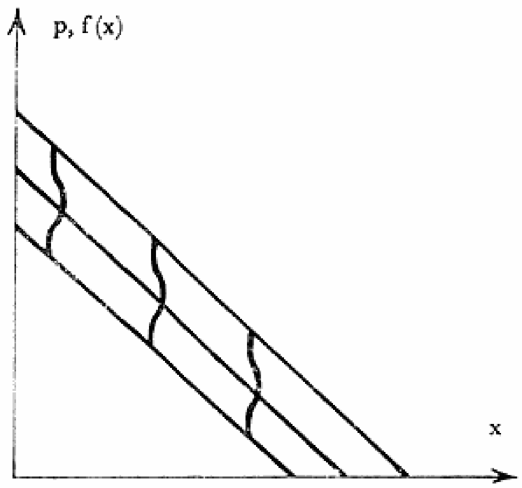

FIG. 6.1. *Monopolistens forudsigelse ved forskellige værdier af x*

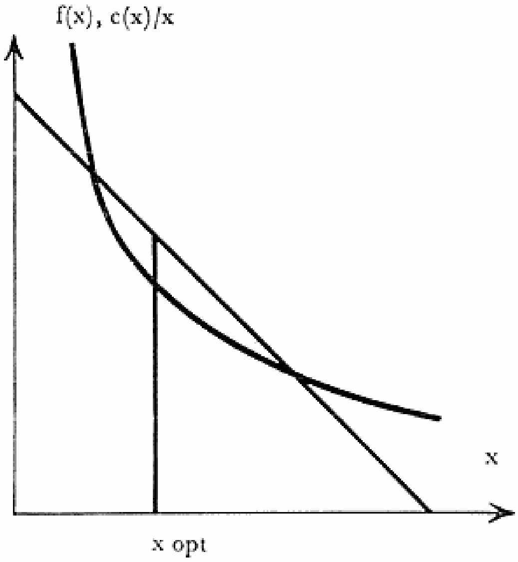

FIG. 6.2. *Bestemmelse af optimalproduktionen*

det ovenfor skitserede forudsigelsesmønster kan stemme overens med monopolistens tidligere erfaringer vedrørende konjunkturernes indflydelse. Det indses let, at den numeriske priselasticitet for givet x varierer proportionalt med den til det givne x svarende pris.

Ved at differentiere (5.2) under forudsætning A og sætte resultatet lig nul fås optimalbetingelsen:

$$MR(x) = c^1(x) + f(x) - \frac{c(x)}{x} \tag{6.1}$$

hvor $MR(x) = f(x) + xf^1(x)$. Dette udtryk kan omskrives til:

$$f^1(x) = \frac{1}{x}\left(c^1(x) - \frac{c(x)}{x}\right) \tag{6.2}$$

hvor $f^1(x)$ er hældningen på middelværdikurven for prisen. Højresiden kan gives følgende fortolkning. Differencen mellem marginalomkostning og gennemsnitsomkostning er afgørende for ændringen i gennemsnittet; men differencen skal deles ud på alle enheder, hvorfor der skal divideres med x. Resultatet i (6.2) er bemærkelsesværdigt, da det er ensbetydende med, at det er optimalt at maksimere nettoavancen pr. stk. målt i absolutte termer, dvs. differencen mellem forventet pris og gennemsnitsomkostning skal maksimeres, jvf. fig.6.2.

Selvom pladsen ikke tillader en nærmere analyse af det fundne resultat i relation til litteraturen om virksomhedernes kalkulations- og prisfastsættelsesmetoder, står det klart, at stokastisk formulerede modeller kan give nye frugtbare resultater inden for dette teoriområde.

Den ovenfor opnåede konklusion er interessant i sig selv; men værdien stiger, hvis modellens resultater kan sammenlignes med resultaterne for en model med en mere velkendt nyttefunktion. Som sammenligningsbasis anvendes en stokastisk formuleret profitmaksimeringsmodel, hvor den forventede profit maksimeres. Optimalbetingelsen vil dog være den samme som for en deterministisk model:

$$MR(x) = c^1(x) \tag{6.3}$$

der afviger fra (6.1) med leddet $f(x) - c(x)/x$. Såfremt den forventede profit er positiv i profitoptimum, vil det være nødvendigt at indskrænke produktionen i forhold til den profitoptimale produktion, da $MR(x)$ er en kraftigere faldende funktion af x end $c^1(x)$. Er den forventede profit nul i profitoptimum er korrektionsleddet $f(x) - c(x)/x$ lig nul, hvorfor overlevelsesoptimum og profitoptimum er sammenfaldende. Endelig er det nødvendigt at forøge produktionen i forhold til profitoptimum, såfremt den forventede profit er negativ.

En alternativ fortolkning af forholdet mellem de to modeller kan gives ved at argumentere direkte på nettoavancebegrebet. Når den forventede profit er positiv i overlevelsesoptimum og dermed også i profitoptimum, da er det klart, at når den værdi af x er nået, hvor nettoavancen er størst, vil profitoptimum ikke være passeret, idet enhver mindre mængde vil give en lavere profit på grund af den mindre mængde og den mindre nettoavance pr. stk. På den anden side kan de to optima ikke være sammenfaldende, da en marginal ændring i x ikke påvirker nettoavancen pr. stk. Gælder det i stedet, at den forventede profit er negativ i overlevelsesoptimum, da er det klart, at den profitoptimerede mængde ikke kan være større end den overlevelsesoptimerende; thi tabet ville da være større på grund af den større mængde og det større tab pr. stk.

7. Fortolkning af modellen under forudsætning B

Denne forudsætning implicerer, at monopolistens evne til at forudsige er proportional med den forventede pris. Dette svarer til, at monopolisten tænker i relative tal, dvs. afvigelserne fra den forventede pris måles plus-minus et vist antal procent, jvf. fig. 7.1.

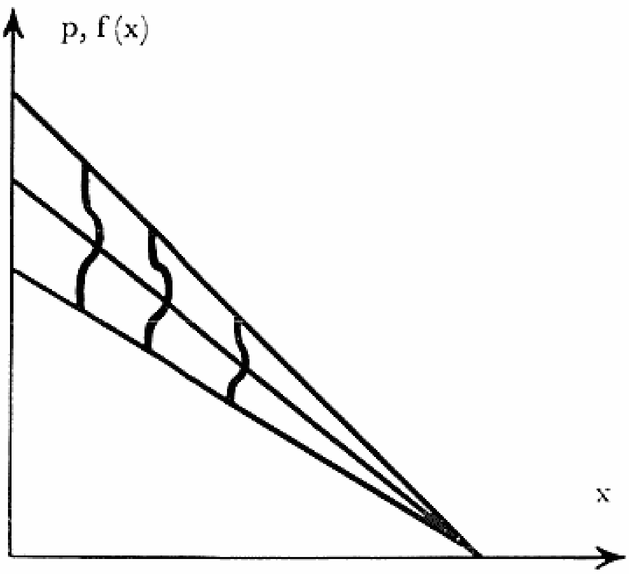

FIG. 7.1. *Monopolistens forudsigelse ved forskellige værdier af x*

Som før kan der gives to begrundelser for denne forudsigelsesmåde, nemlig dels at tankegangen er tilpas simpel, og dels at forudsigelsesmønstret kan være baseret på monopolistens erfaringer. Det sidste anlagte synspunkt implicerer, at priselasticiteten for givet x er upåvirket af konjunkturerne.

Man kan uden tab af generalitet sætte:

$$g(x) = f(x) \quad \text{for alle } x \tag{7.1}$$

idet niveauet for $g(x)$ kan indfortolkes i parameteren σ. Maksimeringsproblemet i (6.2) kan da forenkles til

$$\begin{aligned}\underset{x}{\text{Max}} \quad \frac{xf(x) - c(x)}{xf(x)} &= \underset{x}{\text{Min}} \quad \frac{c(x)/x}{f(x)} \\ &= \underset{x}{\text{Min}} \quad \frac{c(x)}{x \cdot f(x)} \\ &= \text{Max} \quad \frac{f(x)}{c(x)/x}\end{aligned} \tag{7.2}$$

Der kan åbenbart gives alternative fortolkninger af (7.2). For det første kan det siges, at den forventede profit som en brøkdel af den forventede omsætning skal maksimeres, eller alternativt formuleret at gennemsnitsomkostningens andel af den forventede pris skal minimeres, eller i en tredie formulering at omkostningernes andel af den forventede omsætning skal minimeres, og endeligt i en fjerde udgave at forholdet mellem forventet pris og gennemsnitsomkostning skal maksimeres.

Navnlig den fjerde formulering er vigtig, idet den siger, at den optimale værdi af x er den, som maksimerer den forventede procentiske nettoavance pr. stk., hvor det under forudsætning A var den forventede absolutte nettoavance pr. stk.

Den ovenfor skitserede politik har et par interessante implikationer. For det første kan (5.4) ved at indsætte $g(x) = f(x)$ skrives:

$$\frac{MR(x)}{c^1(x)} = \frac{f(x)}{c(x)/x} \tag{7.3}$$

Dvs. i optimum skal forholdet mellem forventet grænseomsætning og grænseomkostning være lig forholdet mellem forventet pris og gennemsnitsomkostning, hvilket skyldes, at det marginale bidrag til den procentiske nettoavance ikke må påvirke denne.

Endvidere ses af (7.3), at den forventede grænseomsætning vil være positiv, i optimum, da $f(x)$, $c^1(x)$ og $c(x)/x$ altid er positive. Dette er en naturlig følge af, at spredningen på profitten er proportional med den forventede omsætning, hvorfor der vil være to produktionsniveauer med samme spredning og samme forventede omsætning, nemlig et med forventet positiv grænseomsætning og et med forventet negativ grænseomsætning. Den eneste forskel mellem disse to produktionsstørrelser er meromkostningerne ved at producere sidstnævnte, som derfor aldrig kan være optimal.

Hvis den forventede profit er positiv i profitoptimum, kan af (7.3) udledes:

$$\frac{f(x)}{c(x)/x} > 1 \longrightarrow MR(x) > c^1(x) \tag{7.4}$$

dvs. optimalproduktionen vil være mindre end den profitoptimerede, medens det ville have været omvendt, hvis den forventede profit havde været negativ.

Også en sammenligning med model A er mulig, idet (7.3) kan omskrives til:

$$MR(x) = c^1(x) + \left(f(x) - \frac{c(x)}{x}\right) (1 + x \cdot f^1(x)) \tag{7.5}$$

hvor det gælder, at:

$$1 + x \cdot f^1(x) < 1 \tag{7.6}$$

Konsekvensen heraf er, at afvigelsen fra den profitoptimale produktion bliver mindre under antagelse B end under antagelse A. Med andre ord vil produktionen være større under antagelse B end under A, såfremt den forventede profit er positiv i profitoptimum, og mindre, såfremt den forventede profit er negativ.

8. Konklusion

Den udviklede stokastisk formulerede model kombineret med overlevelsessandsynlighedsmaksimering giver følgende interessante resultater. Under den antagelse, at monopolisten er lige god til at forudsige den opnåelige pris uanset produktionsniveau, vil det være optimalt at maksimere den absolutte nettoavance pr. stk., dvs. differencen mellem forventet pris og gennemsnitsomkostning. Under den alternative forudsætning, at spredningen i monopolistens forudsigelse er proportional med den forventede pris, vil det være optimalt at maksimere den procentiske nettoavance pr. stk., dvs. forholdet mellem forventet pris og gennemsnitsomkostning. Desuden påvises systematiske forskelle fra en model, hvor den forventede profit maksimeres.