

# KOMMENTARER OG OVERSIGTER

## UDENRIGSHANDELEN SOM KONJUNKTURINDIKATOR

I Af Niels Kærgård\* og Peder J. Pedersen\*\*

### 1. Indledning

I dette tidsskrift har Martin Paldam beskrevet en metode til at forudsige årets nationalindkomst ved hjælp af udenrigshandelstal for de første måneder<sup>1</sup>. Først etableres en forbindelse mellem månedlige udenrigshandelstal og de tilsvarende helårstal

$$M_t = f_1(M_{1t}, \dots, M_{nt}) \quad (1)$$

$$X_t = f_2(X_{1t}, \dots, X_{nt}) \quad (2)$$

hvor  $M_t$  og  $X_t$  er henholdsvis import og export for år  $t$ , medens  $M_{1t}, \dots, M_{nt}, X_{1t}, \dots, X_{nt}$  er de tilsvarende tal for de  $n$  første måneder. Dernæst opstilles en relation mellem nationalindkomsten  $Y_t$  og udenrigshandelstallene

$$Y_t = f_3(M_t, X_t) \quad (3)$$

Et skøn over nationalindkomsten fås da ved at indsætte de fra (1) og (2) skønnede udenrigshandelstal i (3).

Paldams artikel er interessant set fra to synsvinkler. For det første er den et overbevisende forsøg på at vise, at en formaliseret model kan anvendes til forudsigelse og give resultater, der er fuldtud lige så gode som de ikke-formaliserede forudsigelsesmetoders. For det andet er den en interessant påpejning af, at den skematiske opstilling, i hvilken de endogene variable forudsiges ved hjælp af tal for de exogene, ofte i praksis vil være irrelevant, fordi der foreligger adskillige tal for endogene variable før der er tal for alle eksogene. Imidlertid udnytter Paldam kun den eksisterende økonomiske og statistiske teori i ringe omfang, idet hans metoder hovedsagelig er empiriske. Det må antages, at mere eksplicite formuleringer af forudsætningerne kombineret med teoretiske overvejelser vil føre til *bedre resultater* og give *mere indsigt i resultaternes egenskaber*. Det følgende kan derfor både ses som konkrete forbedringsforslag og som forsøg på at påvise, at præcise teoretiske overvejelser er en nyttig baggrund for empiriske undersøgelser.

I afsnit 2 skal sammenhængen mellem måneds- og helårstal for udenrigshandelen diskuteres, medens afsnit 3 behandler sammenhængen mellem helårstal for nationalindkomst og udenrigshandel. Spørgsmålet om betimeligheden af denne totrinsprocedure overfor en direkte sammenkædning af månedstal for udenrigshandelen med årets nationalindkomst skal kun rejses her.

### 2. Tidsrækkeanalyse af importen

I dette afsnit diskuteres kun beregninger foretaget på (1), idet problemerne med (2) er parallelle. Der anvendes kvantumindeks for importen, og der betragtes alene forudsigelser ved

\* Kandidatstipendiat ved Københavns Universitet.

\*\* Amanuensis ved Handelshøjskolen i København.

1. Martin Paldam, »Udenrigshandelen som konjunkturindikator«, *Nationalekonomisk Tidsskrift* 108 (1970): 46-64.

# KOMMENTARER OG OVERSIGTER

## UDENRIGSHANDELEN SOM KONJUNKTURINDIKATOR

I Af Niels Kærgård\* og Peder J. Pedersen\*\*

### 1. Indledning

I dette tidsskrift har Martin Paldam beskrevet en metode til at forudsige årets nationalindkomst ved hjælp af udenrigshandelstal for de første måneder<sup>1</sup>. Først etableres en forbindelse mellem månedlige udenrigshandelstal og de tilsvarende helårstal

$$M_t = f_1(M_{1t}, \dots, M_{nt}) \quad (1)$$

$$X_t = f_2(X_{1t}, \dots, X_{nt}) \quad (2)$$

hvor  $M_t$  og  $X_t$  er henholdsvis import og export for år  $t$ , medens  $M_{1t}, \dots, M_{nt}, X_{1t}, \dots, X_{nt}$  er de tilsvarende tal for de  $n$  første måneder. Dernæst opstilles en relation mellem nationalindkomsten  $Y_t$  og udenrigshandelstallene

$$Y_t = f_3(M_t, X_t) \quad (3)$$

Et skøn over nationalindkomsten fås da ved at indsætte de fra (1) og (2) skønnede udenrigshandelstal i (3).

Paldams artikel er interessant set fra to synsvinkler. For det første er den et overbevisende forsøg på at vise, at en formaliseret model kan anvendes til forudsigelse og give resultater, der er fuldtud lige så gode som de ikke-formaliserede forudsigelsesmetoders. For det andet er den en interessant påpejning af, at den skematiske opstilling, i hvilken de endogene variable forudsiges ved hjælp af tal for de exogene, ofte i praksis vil være irrelevant, fordi der foreligger adskillige tal for endogene variable før der er tal for alle eksogene. Imidlertid udnytter Paldam kun den eksisterende økonomiske og statistiske teori i ringe omfang, idet hans metoder hovedsagelig er empiriske. Det må antages, at mere eksplicite formuleringer af forudsætningerne kombineret med teoretiske overvejelser vil føre til *bedre resultater* og give *mere indsigt i resultaternes egenskaber*. Det følgende kan derfor både ses som konkrete forbedringsforslag og som forsøg på at påvise, at præcise teoretiske overvejelser er en nyttig baggrund for empiriske undersøgelser.

I afsnit 2 skal sammenhængen mellem måneds- og helårstal for udenrigshandelen diskuteres, medens afsnit 3 behandler sammenhængen mellem helårstal for nationalindkomst og udenrigshandel. Spørgsmålet om betimeligheden af denne totinsprocedure overfor en direkte sammenkædning af månedstal for udenrigshandelen med årets nationalindkomst skal kun rejses her.

### 2. Tidsrækkeanalyse af importen

I dette afsnit diskuteres kun beregninger foretaget på (1), idet problemerne med (2) er parallelle. Der anvendes kvantumindeks for importen, og der betragtes alene forudsigelser ved

\* Kandidatstipendiat ved Københavns Universitet.

\*\* Amanuensis ved Handelshøjskolen i København.

1. Martin Paldam, »Udenrigshandelen som konjunkturindikator«, *Nationalekonomisk Tidsskrift* 108 (1970): 46-64.

hjælp af tal for 1. halvår. Denne forudsigtelse, som svarer til forudsigtelse af 2. halvår ved hjælp af 1., skal generaliseres til forudsigtelse af et vilkårligt halvårs import ved hjælp af det foregåendes; herved opnås uden ulemper en fordobling af observationsantallet, fordi der ingen sæson er på halvårsbasis.

I Paldams forudsigtelse er der et fast forhold mellem et halvårs import og det efterfølgendes svarende til en konstant procentvis vækst. Idet vækstraten kan beregnes til 4 pct., kan sammenhængen skrives som

$$M_{\tau} = M_0 1,04^{\tau} \quad (5)$$

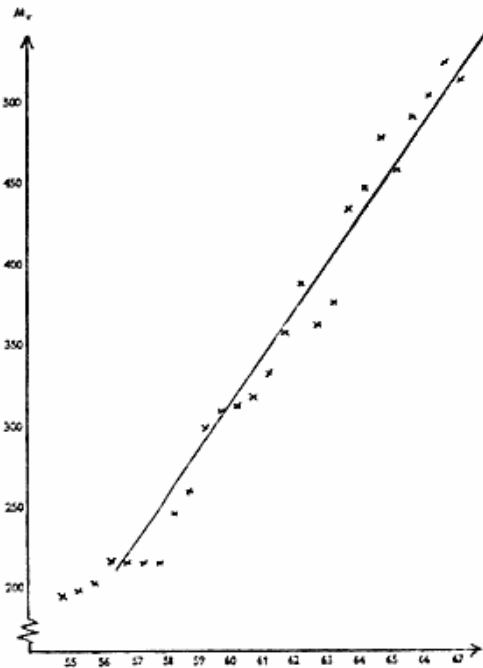
hvor  $M_{\tau}$  er importen i  $\tau$ 'te halvår. Denne antagelse om *eksponentiel* udvikling synes ikke begrundet i de faktiske observationer jvf. fig. 1; tværtimod synes der i lange perioder at have været en stabil *lineær* trend. Det forekommer derfor naturligt at erstatte (5) med en lineær relation

$$M_{\tau} = M_{\tau-1} + 13 \quad (6)$$

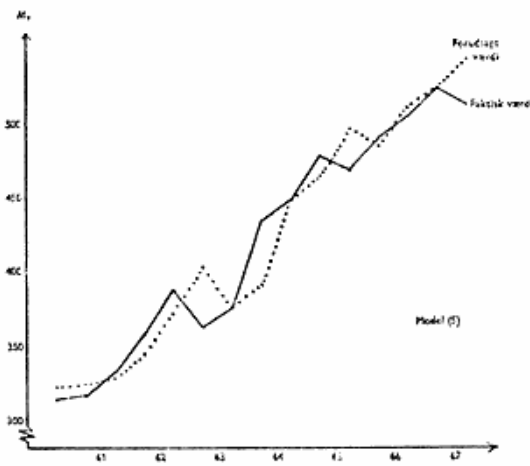
hvor 13 er den gennemsnitlige importstigning fra halvår til halvår i perioden 1955-67 (importen i 1955 = 400). Forudsiges  $M$  ved hjælp af enten (5) eller (6) fås en sum af afvigelse-nes kvadrater på 8457 for den eksponentielle metode mod 8350 for den lineære; den eksponentielle model giver 5 store afvigelser (forudsigtelsesfejl på over 10%), medens den lineære kun giver 3 tilsvarende. Soges  $\Delta M_{\tau}$  forklaret ved  $\Delta M_{\tau-1}$  fås regressionen

$$\begin{aligned} \Delta M_{\tau} &= 15,0 - 0,14 \Delta M_{\tau-1} \\ &\quad (0,22) \\ R^2 &= 0,049 \end{aligned} \quad (7)$$

hvilket heller ikke tyder på en konstant opgangningsfaktor fra periode til periode.



Figur 1



Figur 2

I fig. 2 er forudsigelserne fra (5) tegnet op mod de faktiske værdier; figuren ville få et lignende udseende hvis (6) anvendes istedet for (5). For begge modeller er hovedårsagen til fejl énperiodes udsving fra trenden, hvilket giver anledning til en fejl ikke blot i den pågældende periode, men også i næste, fordi forudsigelsen af denne periodes import alene er baseret på den foregående ekstreme værdi. Denne sidste fejltipe kan undgås, hvis trendskønnet bygges på flere forudgående observationer. En *stokastisk model* til brug ved estimering af et sådant trendskøn er formuleret af Theil og Wage (1964) efter forskellige forløbere (Muth 1960; Winters 1960) og videre behandlet af Nerlove og Wage (1964). Modellen består af tre relationer:

$$\Delta M_{\tau} = \xi_{\tau} + u_{\tau} \quad (8)$$

$$\xi_{\tau} = \xi_{\tau-1} + \eta_{\tau} \quad (9)$$

$$\eta_{\tau} = \eta_{\tau-1} + v_{\tau} \quad (10)$$

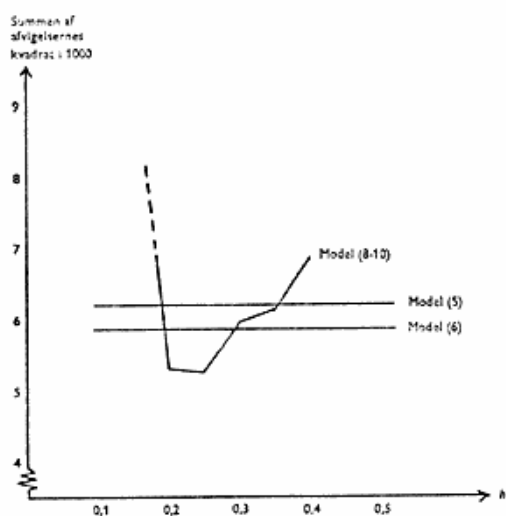
Den første af disse spalter  $M_{\tau}$  i dens trendværdi  $\xi_{\tau}$  og en tilfældig variation  $u_{\tau}$ , den anden er en definition af trendændringen fra  $\tau - 1$  til  $\tau$ ,  $\eta_{\tau}$ . Den tredje relation postulerer, at trendændringen i en periode er lig med den foregående ændring på nær  $v_{\tau}$ , der er en tilfældig variation. Det ses, at (10) svarer nær til (6). Det forudsættes, at de stokastiske led  $u$  og  $v$  er uafhængige gennem tiden, indbyrdes uafhængige og har konstant varians, og der betragtes kun forudsigelser, der er vejede summer af de foregående observationer. Derefter kan de vægte, der minimerer middelværdien af den kvadrerede forudsigelsesfejl, udregnes. Disse vægte vil alene afhænge af én parameter  $h$ , der er bestemt af forholdet mellem variansen på  $v$  og  $u$ ; både (5), (6) og (8-10) er således énparametermodeller. Parametren  $h$  er vanskelig at estimere, hvorfor de følgende beregninger foretages for flere forskellige værdier af  $h$ .

Forudsigelserne med denne model er for perioden 1955-67 væsentlig dårligere end de tidligere beregnede<sup>2</sup>. Summen af afvigelsenes kvadrater bliver over 10000 uanset værdien af  $h$ , og der er lige så mange store afvigelser som i (5). Imidlertid er der væsentlige forskelle på de fejl, der begås; de store fejl for modellen (8-10) findes blandt de 10 første observationer, medens de er spredt over hele perioden for (5)'s vedkommende. Fig. 1 viser, at der sker et trendskift i 1958-59, og den stokastiske model er mere følsom for sådanne skift, fordi den fjernere fortid indgår ved beregningen af forudsigelserne. Af figur 3 fremgår, at for perioden 1960-67 – i alt 15 observationer – er (8-10) de øvrige modeller klart overlegen. Figuren viser summen af afvigelsenes kvadrater som funktion af parameteren  $h$ , og samme summer fra (5) og (6). Det ses, at for  $h$  mellem 0,20 og 0,35 er summen af afvigelsenes kvadrat for (8-10) mindre end for (5). Den optimale værdi af  $h$  er i denne periode 0,25, hvilket svarer til en sum af afvigelsenes kvadrat på 5252 mod 6209 for (5) og 5833 for (6). I denne kortere periode giver (5) og (6) to store afvigelser, medens (8-10) ikke giver nogen. Gentages beregningerne for 1960-63 og 1964-67, fås for begge delperioder en optimal  $h$ -værdi på mellem 0,20 og 0,25, hvilket tyder på, at den optimale  $h$ -værdi er stabil over tiden. For begge perioder vil enhver værdi af  $h$  mellem 0,2 og 0,3 give forudsigelser med mindre fejl end (5) og (6).

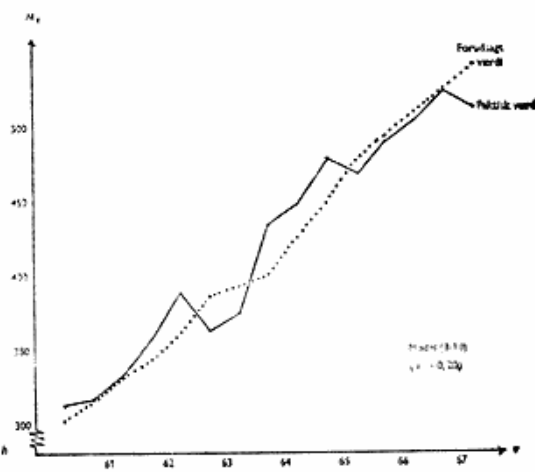
I fig. 4 er forudsigelserne fra (8-10) tegnet op sammen med de faktiske værdier. Modellen svinger mindre end observationerne, idet den giver en forholdsvis stabil trend, der kun afbøjes svagt, når flere på hinanden følgende observationer har betydelige afvigelser til samme side. Sammenlignes med fig. 2 er forskellen tydelig.

Det kan konkluderes, at i perioder med en stabil trend giver (8-10) gode forudsigelser, men

2. Beregningerne foretages ved at erstatte rækken af observationer, der ligger mere end to perioder tilbage med forudsigelserne i de to sidste to perioder; problemet indskrænkes derved til at finde to initialværdier for de forudsagte størrelser. Dette løses ved at antage akcellerationen fra 1952/1 til 1953/2 lig nul. Disse arbitrære begyndelsesværdier får hurtigt aftagende betydning.



Figur 3



Figur 4

metoden er følsom overfor trendskift. Modellerne (5) og (6) er mere robuste overfor trendskift, men giver selv i perioder med stabil trend af og til store afvigelser (tilsyneladende i ca. 10-20% af forudsigelserne). Et valg mellem metoderne må bl.a. bero på, om det er muligt at forudsæ trendskift. Sker der grundlæggende forandringer i en periode – f.eks. tilslutning til fællesmarkedet – vil parametrene i en økonometrisk model, der er estimeret på historiske data, givetvis ændres, og ingen vil mekanisk bruge modellen i en sådan situation, der normalt kan forudsæ.

Til sidst skal forudsigelserne for modellerne (5) og (8-10) sammenlignes *uden for estimationsperioden*. I 1969, hvor importstigningen var ekstraordinær høj, sker der tilsyneladende et trendskift, jvf. fig. 5. (5), som er mere robust overfor ekstraordinære ændringer, klarer sig bedst i og lige efter 1969, men allerede i 1970/2 er forudsigelserne fra (8-10) igen på højde med (5)'s.

I (8-10) benyttes hele den viden, der ligger i serien af halvårstal; den information, man har i månedstallene kan også udnyttes i modeller af typen (8-10), blot der sæsonkorrigeres, hvorimod modellerne (5) og (6) ikke lader sig generalisere til anvendelse på månedstal.

### 3. Estimation af inverse importfunktioner

I dette afsnit koncentrerer undersøgelsen om relation (3). Først skal specifikationen diskuteres, dernæst estimationen. Det forudsættes, at såvel indkomst som handelstal er målt reelt.

I den enkle keynes'ske korttidsmodel arbejder man med en importfunktion af typen

$$\Delta M = f(\Delta Y) \quad (11)$$

Løses modellen m.h.t.  $\Delta Y$ , fås den almindelige multiplikatorligning

$$\Delta Y = g(\Delta E_1, \dots, \Delta E_k) \quad (12)$$

hvor  $E_1, \dots, E_k$  er de eksogene variable, hvortil man almindeligvis regner eksporten. Paldams specifikation af (3) er et konglomerat af disse to ligninger, idet der postuleres følgende sammenhæng

$$\Delta Y = \alpha_0 + \alpha_1 \Delta M + \alpha_2 \Delta X \quad (13)$$

Teoretiske overvejelser må give anledning til skepsis overfor inddragelsen af  $\Delta X$  som for

klarende variabel. Ved vurdering af  $\Delta X$ 's virkning på  $\Delta Y$  er aktivitetsniveauet helt afgørende. Da estimationsperioden indeholder afsnit med højt og lavt aktivitetsniveau, findes der næppe en stabil koefficient til  $\Delta X$  i (13). Desuden angiver eksporttallene stort set en ren trendudvikling, hvilket af statistiske grunde gør denne serie mindre egnet som forklarende variabel.

I tabel 1 er korrelationskoefficienten mellem  $\Delta Y$  og  $\Delta X$ , regressionskoefficienten og dennes spredning vist.

Tabel 1. Sammenhæng mellem  $\Delta Y$  og  $\Delta X$ .

Periode	1950-64	1954-67	1955-68
$\rho(\Delta Y, \Delta X)$	0,27	0,25	0,27
$\hat{\alpha}_2$	0,18	0,68	0,40
$s(\hat{\alpha}_2)$	0,50	0,52	0,36

Det ses, at  $\Delta X$  giver et meget beskedent bidrag til forklaring af  $Y$ 's variation. Koefficienten til  $\Delta M$  er derimod særdeles stabil både over for periodeskift og over for udelukkelse af  $\Delta X$  som forklarende variabel. Disse faktorer taler for at udelukke  $\Delta X$  som forklarende variabel.

Det skal dernæst diskuteres, hvilken vej en regression mellem  $\Delta Y$  og  $\Delta M$  skal foretages; valget står mellem relationen

$$\Delta M = \alpha + \beta \Delta Y + u \tag{14}$$

og

$$\Delta Y = \gamma + \delta \Delta M + v \tag{15}$$

Med mindre de to variable er fuldkommen korrelerede, fås to regressionslinier med forskellige parametre.

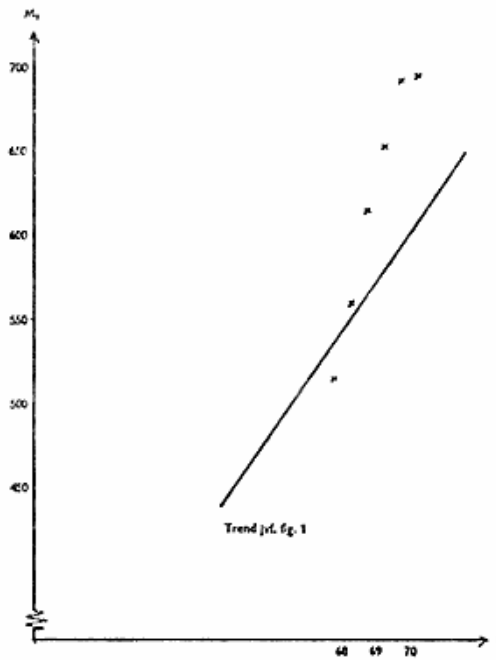
Dette valgproblem er af gammel dato i økonometrien. En af de første, der beskæftigede sig med det, var den danske økonom E. P. Mackeprang, der i sin doktorafhandling, *Præteorier* fra 1906 søgte at bestemme efterspørgselsfunktioner på grundlag af tidsserier for sukkerpris og sukkerforbrug i England i perioden 1824-52. Mackeprang rejste spørgsmålet om, hvilken vej regressionen mellem pris og mængde skulle foretages, men opstillede ikke selv noget valgkriterium og foretog derfor regressionen begge veje. Dette valgproblem forblev et økonometrisk diskussionsemne i en lang årrække; så sent som i 30'erne foretog bl.a. H. Schultz (1938) i sine efterspørgselsanalyser pris-mængderegressionerne begge veje. Schultz foretrækker regressionen med prisen som uafhængig variabel, men uden at dette sker ud fra et generelt princip.

Et kausalitetsprincip er en mulig løsning på dette problem: eksogene variable indgår som forklarende variable i regressionen, mens endogene indgår som forklarede (se Wold 1969). Dette løser imidlertid kun problemet, i det omfang ens teori giver en tilfredsstillende opdeling i, hvad der er årsag og virkning. I den foreliggende problemstilling må det antages, at  $\Delta Y$  bestemmer  $\Delta M$ -forbrugerne efterspørger flere udenlandske varer, fordi deres indkomst er steget, producenterne flere maskiner fordi en øget produktion gør det påkrævet. Med tilstrækkelig korte perioder ville dette antagelig vise sig ved, at  $\Delta M$  afhænger af  $\Delta Y$  i den foregående periode. På helårstal vil  $\Delta M$  og  $\Delta Y$  imidlertid blive simultant bestemt, da både  $\Delta M$  og det bestemmende  $\Delta Y$  indgår i forsyningsbalancens ex post identitet mellem samlet tilgang og samlet anvendelse. I det følgende gennemgås to tilfælde, dels hvor virkningen går fra  $\Delta Y$  til  $\Delta M$ , og dels hvor  $\Delta Y$  og  $\Delta M$  bestemmes simultant uden mulighed for at skelne, hvad vej virkningen går.

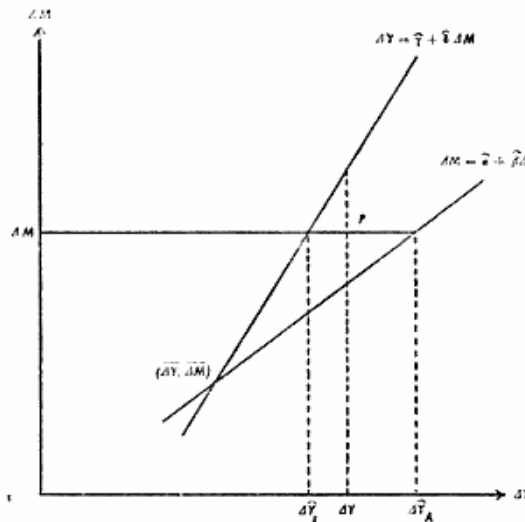
Det antages i dette afsnit, at  $\Delta Y$  kan betragtes som eksogen. Et estimat for stigningen i nationalproduktet fås ved løsning af (14) m.h.t.  $\Delta Y$ :

$$\hat{\Delta Y}_A = -\hat{\alpha}/\hat{\beta} + 1/\hat{\beta} \Delta M \tag{14a}$$

hvor  $\hat{\phantom{x}}$  betegner estimerede værdier. På basis af en ny observation af den afhængige variable bestemmes et skøn over den værdi af den uafhængige variable, der har frembragt observa-



Figur 5



Figur 6

tionen. Hvis antagelsen om  $\Delta Y$ 's eksogenitet er korrekt, er  $\Delta \hat{Y}_A$  maximum-likelihood estimatoren for stigningen i nationalproduktet (Mood og Graybill 1963, pp. 338-39).

Som alternativ til (14a) har man den estimator, der fås ved invers regression

$$\Delta \hat{Y}_t = \hat{\gamma} + \hat{\delta} \Delta M \quad (15a)$$

Forskellen mellem (14a) og (15a) fremgår, hvis man udskriver parameterestimatorerne

$$\hat{\beta} = \frac{\sum m_t y_t}{\sum y_t^2} \quad \text{og} \quad \hat{\delta} = \frac{\sum m_t y_t}{\sum m_t^2}$$

hvor  $m_t$  og  $y_t$  er de respektive ændringers afvigelser fra deres middeltal. Maximum-likelihood estimatoren  $1/\hat{\beta}$  vil være større end  $\hat{\delta}$ , fordi  $\sum y_t^2 \sum m_t^2 \geq (\sum m_t y_t)^2$ , se f.eks. Terkelsen, 1971, pp. 61-62. Da begge linier går gennem punktet bestemt af de gennemsnitlige værdier, følger med de gjorte antagelser om  $\Delta Y$ 's eksogenitet af det foregående, at  $\Delta \hat{Y}_t$  systematisk skyder for lavt, når importændringen er over gennemsnittet, og for højt, når den er under, mens  $\Delta \hat{Y}_A$  skulle forudsige uden systematiske fejl (se fig. 6). En tentativ kontrol af antagelsen om  $\Delta Y$ 's eksogenitet kan derfor bestå i at lade de to regressioner forudsige  $\Delta Y$  for en række perioder, hvilket er forsøgt ved en regression på perioden 1951-60, der derefter anvendes til at forudsige perioden 1961-70. Relationerne bliver følgende:

$$\Delta M = -97 + 0,74 \Delta Y \quad (0,27) \quad R^2 = 0,48 \quad (14b)$$

det vil sige

$$\Delta \hat{Y}_A = 131 + 1,35 \Delta M \quad (14c)$$

og

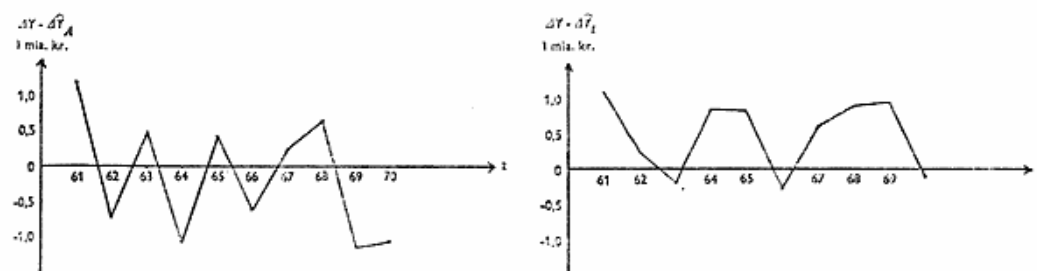
$$\Delta \hat{Y}_t = 576 + 0,64 \Delta M \quad (0,24) \quad R^2 = 0,46 \quad (15b)$$

Forskellen mellem de faktiske og de forudsagte stigninger i  $Y$  er vist i fig. 7.  $\Delta\hat{Y}_T$  er mindre end  $\Delta Y$  i 6 af de 8 år, hvor importstigningen var større end den gennemsnitlige i regressionsperioden<sup>3</sup>. Desuden er koefficienten i (15b) vanskelig at tolke, idet den implicerer en marginal importtilbøjelighed på over én. Med hensyn til den gennemsnitlige kvadrerede middelfejl klarer den inverse estimator sig lidt bedre end maximum-likelihood estimatoren; der vil nedenfor blive vendt tilbage til dette forhold.

I den statistiske teori har man under betegnelsen *kalibrering* arbejdet med de problemer, der opstår, når man ønsker at give et skøn over den værdi af den uafhængige variable, som har frembragt en ny observation af den afhængige. I mange tekniske og biologiske problemstillinger er det lettere eller billigere at skaffe nye observationer af den afhængige variable end af den uafhængige. Man kan f.eks. tænke sig, at slagtekyllingers vægt afhænger af mængden af vitaminer i deres foder, og at det er kostbart at måle en foderblandings vitaminindhold, men let at veje kyllinger. Har man så én gang fundet sammenhængen, kan det betale sig at måle foderblandingers vitaminindhold indirekte ved hjælp af kyllingers vægt. Den ovenfor diskuterede problemstilling er helt analog hermed, såfremt  $\Delta Y$  kan betragtes som eksogen.

Visse intuitive fornemmelser af hvilke resultater, der må nås, kan fås ved at betragte fig. 6. Hvis et punkt  $P$  ligger midt mellem de to regressionslinier i lodret afstand, vil det have en væsentlig større vandret afvigelse for  $\Delta\hat{Y}_A$  end for  $\Delta\hat{Y}_T$ . Jo fladere linierne er, jo større bliver forskellen mellem vandrette og lodrette afvigelser, så for meget flade linier må det ventes, at en linie, der minimerer den lodrette afvigelse, kan give meget store vandrette afvigelser. Det ses desuden på figuren, at valget mellem estimatorerne er af større betydning ved ekstrapolation som i vort problem end ved interpolation, som er det almindelige i tekniske og biologiske problemstillinger.

Estimatorernes egenskaber er belyst ved Monte-Carlo forsøg, der er genereret under den forudsætning, at  $Y$  bestemmer  $M$  (Krutchkoff 1967). Derved introduceres der afhængighed mellem den forklarende variabel og residualerne i (15), hvilket implicerer, at den inverse estimator er skæv. Forsøgene viser, at middelfejlen vokser kraftigt med faldende hældning, og at den entydigt er mindst for den inverse estimator. Det er imidlertid tvivlsomt, om det kvadrerede middelfejls-kriterium bør anvendes som tabsfunktion i den foreliggende situation, da det kan vises, at såvel maksimum-likelihood estimatoren som enhver anden central estima-



Figur 7

3. Til nærmere vurdering af dette er  $t$ -størrelsen:  $t = \bar{e}/s(\bar{e})$ , hvor  $\bar{e}$  er den gennemsnitlige afvigelse mellem faktiske og forudsagte værdier i de nævnte 8 år, beregnet for begge regressionsligningers vedkommende. Bruges (14c) fås  $t = -1,28$ , medens (15b) giver  $t = 2,91$ , der er signifikant større end 0.



tor har uendelig stor varians (Williams 1969)<sup>4</sup>. Williams konkluderer derfor om den inverse estimator: »The estimator derived in this way has a finite variance. This seems, however, to be its only merit« (Williams 1969, p. 191).

I den foreliggende situation, hvor den kvadrerede middelfejl på forudsigelserne ikke er brugelig som mål for en estimators godhed, kunne man søge at specificere en anden tabsfunktion. Hoadley (1970) har på basis af en tabsfunktion defineret som den kvadrerede forskel mellem sand og estimeret *hældning* fundet en Bayes-estimator<sup>5</sup>. Denne estimator nærmer sig til maksimum-likelihood estimatoren, når liniens hældning bliver stærkt signifikant forskellig fra nul. Når dette ikke er tilfældet, er det optimalt at forskyde maximum likelihood estimatoren mod de estimatorer, der fremkommer ved invers regression. Den inverse estimator er dog kun en Bayes-estimator under meget specielle forudsætninger<sup>6</sup>.

Som konklusion på diskussionen om valg af estimator, når  $\Delta Y$  antages eksogen, kan følgende punkter trækkes frem:

1.  $\Delta \hat{Y}_A$  er maximum-likelihood estimatoren for  $\Delta Y$ .
2.  $\Delta \hat{Y}_A$  er en central estimator for  $\Delta Y$ , medens  $\Delta \hat{Y}_I$  er skæv.
3. En sammenligning af de to estimatorer efter et kvadreret middelfejlskriterium er irrelevant, fordi enhver central estimator har uendelig varians.
4. Den kvadrerede afvigelse mellem estimeret og sand hældning er lille for maksimum-likelihood estimatoren, når  $\hat{\beta}$  er signifikant forskellig fra nul.

I det konkrete problem, hvor  $\hat{\beta}$  er signifikant forskellig fra 0, må det konkluderes, at stærke argumenter taler for at foretrække estimatoren  $\Delta \hat{Y}_A$ .

Herefter skal valget af regression i tilfælde, hvor både  $\Delta Y$  og  $\Delta M$  antages at være endogene, undersøges. I denne situation fås skæve parameterskøn ved enkeltligningsestimation, uanset hvad vej regressionen foretages. Den korrekte fremgangsmåde er at opstille en makromodel der indeholder eksogene variable. I denne kan der beregnes et konsistent skøn over den marginale importtilbojelighed. Foretages alligevel enkeltlignings-estimation, er det af interesse at undersøge, hvad vej regressionen skal foretages for at minimere skævheden i hældningsskønnet. Simultaniteten mellem  $\Delta Y$  og  $\Delta M$  antages at fremkomme i følgende enkle makro-model, der af overskuelighedsgrunde er opstillet i absolutte værdier af de variable, ikke i ændringerne:

Importfunktionen

$$M = \alpha + \beta Y + u \quad (16)$$

eller

$$Y = \gamma + \delta M + v \quad (17)$$

idet

$$\gamma = -\alpha/\beta, \quad \delta = 1/\beta \quad \text{og} \quad v = -1/\beta u$$

4. Da  $1/\hat{\beta}$  har uendelig stor varians, Williams foreslår derfor at bruge konfidensinterval-estimatorer i stedet for punktestimatorer. Dette er imidlertid ikke til megen hjælp, da konfidensintervallet for  $\Delta Y$  bliver fra  $-\infty$  til  $+\infty$  for værdier af  $\Delta M$  i nærheden af dens middelværdi, idet intervalgrænserne bestemmes fra en 2. gradsligning, hvis rødder er imaginære for  $\Delta M$  i nærheden af  $\bar{\Delta M}$ , se Brownlee 1965, pp. 346-49.
5. En Bayes-estimator kræver specifikation af en a priori fordeling for  $\Delta Y$  og en tabsfunktion defineret på forskellen mellem estimeret og sand parameter værdi. Med udgangspunkt heri beregnes Bayes-estimatoren som den estimator, der minimerer tabsfunktionen (om Bayes-estimatorer se f.eks. Mood og Graybill 1963, pp. 187-92).
6. A priori fordelingen af  $\Delta Y$ 'erne skal være en  $t$ -fordeling med  $n - 3$  frihedsgrader, middelværdien 0 og skalaparameteren  $\{(n - 1)/(n - 3)\}^{1/2}$ .

Forbrugsfunktionen

$$C = a + bY + \varepsilon \quad (18)$$

Ex post identiteten

$$Y + M = C + E \quad (19)$$

hvor  $E$  repræsenterer de øvrige efterspørgselskomponenter, som antages at være eksogene. Med udgangspunkt i denne model skal det vurderes, om regression på (16) eller på (17) giver den mindste skævhed ved enkeltligningsestimtion.

Skævheden på skønnene kan udtrykkes på følgende måde (se f.eks. Johnston. 1963, p. 15)

$$Sk(\hat{\beta}) \equiv E(\hat{\beta}) - \beta = \sigma_{Y_u} / \sigma_Y^2 \quad (20)$$

$$Sk(\hat{\delta}) \equiv E(\hat{\delta}) - \delta = \sigma_{M_v} / \sigma_M^2 \quad (21)$$

d.v.s. som forholdet imellem kovariansen mellem regressor og residual og variansen på regressoren. Ved omskrivning kan findes følgende sammenhæng mellem kovarianserne

$$\sigma_{M_v} = -\sigma_{Y_u} - 1/\beta \sigma_u^2 \quad (22)$$

Ved løsning af modellen m.h.t.  $Y$  kan kovariansen mellem  $Y$  og  $u$  og variansen på  $Y$  bestemmes til

$$\sigma_{Y_u} = (s + \beta)^{-1} (\sigma_{u\varepsilon} - \sigma_u^2) \quad (23)$$

og

$$\sigma_Y^2 = (s + \beta)^{-2} (\sigma_{\varepsilon^2} + \sigma_u^2 - 2\sigma_{u\varepsilon}) \quad (24)$$

hvor  $s = 1 - b$ . Variansen på  $M$  fås af (16) til

$$\sigma_M^2 = \beta^2 \sigma_Y^2 + 2\beta \sigma_{Y_u} + \sigma_u^2 \quad (25)$$

Indsættes (22-25) i (20) og (21), fås skævhederne udtrykt ved residualleddenes varianser og kovarianser og variansen på den eksogene variable

$$Sk(\hat{\beta}) = \frac{(s + \beta)(\sigma_{u\varepsilon} - \sigma_u^2)}{\sigma_{\varepsilon^2} + \sigma_u^2 - 2\sigma_{u\varepsilon}} \quad (26)$$

$$Sk(\hat{\delta}) = \frac{(s + \beta)(-\sigma_{u\varepsilon} - s/\beta \sigma_u^2)}{\beta^2 \sigma_{\varepsilon^2} + \beta^2 \sigma_u^2 + s^2 \sigma_u^2 + 2\beta s \sigma_{u\varepsilon}} \quad (27)$$

Afgørende betydning for skævhedernes størrelse har kovariansen mellem residualleddene i import- og forbrugsfunktionen,  $\sigma_{u\varepsilon}$ , målt i forhold til variansen på importfunktionens residual. Under den realistiske forudsætning, at variansen på de eksogene efterspørgselskomponenter er større end residualvarianserne, falder skævheden på  $\hat{\beta}$ , når  $\sigma_{u\varepsilon}$  vokser, medens skævheden på  $\hat{\delta}$  vokser med voksende  $\sigma_{u\varepsilon}$  (kan f.eks. ses ved at differentiere skævhederne m.h.t.  $\sigma_{u\varepsilon}$ ). Antages, at residualvariationen er næsten uden betydning i forhold til variansen på de eksogene efterspørgselskomponenter, at opsparingskvoten er 0,2 og importkvoten 0,7, har  $\hat{\beta}$  mindre skævhed end  $\hat{\delta}$ , hvis mere end omkring en syvendedel af variationen i importfunktionens residualled er fælles variation med residualledet for forbrugsfunktionen (d.v.s.  $\sigma_{u\varepsilon} > 1/7 \sigma_u^2$ ). I praksis må  $\sigma_{u\varepsilon}$  antages at være relativt stor, da et unormalt stort forbrug antagelig bevirker, at de hjemlige producenter når kapacitetsgrænser, der bevirker, at en unormal stor import bliver nødvendig for at dække efterspørgslen; omvendt vil et unormalt lille forbrug bevirke, at indenlandske producenter får øget incitament til at holde udenlandske producenter ude. Desuden repræsenterer  $u$  og  $\varepsilon$  bl.a. ikke medtagne regressorer, som kan tænkes at være af samme natur i de to funktioner. Det må således antages, at skævheden ved enkeltlignings-estimtion minimeres, hvis  $Y$  anvendes som regressor og  $M$  som regressand.

Sammenfattende kan det siges, at i tilfældet, hvor  $\Delta Y$  bestemmer  $\Delta M$ , giver en traditionel regression med  $\Delta Y$  som forklarende variabel centrale forudsigelser, medens invers regression systematisk giver for små forudsigelsesværdier, når importstigningen er større end den gen-

nemsnitlige. I tilfældet, hvor  $\Delta Y$  og  $\Delta M$  bestemmes simultant, giver den traditionelle regression systematisk for store forudsigelser, mens den inverse giver for små, når importstigningen er større end den gennemsnitlige. Den systematiske fejl er imidlertid, under rimelige forudsætninger, mindst for den traditionelle regression. Denne konklusion bekræftes af beregningerne i forbindelse med relationerne (14b) og (15b).

## LITTERATUR

- Brownlee, K. A. 1965. *Statistical theory and methodology in science and engineering*. New York.
- Hoadley, B. 1970. A Bayesian look at inverse regression methods of calibration. *Journal of the American Statistical Association* 65: 356-69.
- Johnston, J. 1963. *Econometric methods*. New York.
- Krutchkoff, R. G. 1967. Classical and inverse regression methods of calibration. *Technometrics* 9: 425-39.
- Mackeprang, E. P. 1906. *Priestorier*. København.
- Mood, A. M. og F. A. Graybill. 1963. *Introduction to the theory of statistics*. International Student Edition. New York.
- Muth, J. F. 1960. Optimal properties of exponentially weighted forecasts. *Journal of the American Statistical Association* 55: 299-306.
- Nerlove, M. og S. Wage. 1964. On the optimality of adaptive forecasting. *Management Science* 10: 207-24.
- Schultz, H. 1938. *The theory and measurement of demand*. Chicago.
- Terkelsen, F. 1971. *Noter til matematik for økonomer*. København.
- Theil, H. og S. Wage. 1964. Some observations on adaptive forecasting. *Management Science* 10: 198-206.
- Williams, E. J. 1969. A note on regression methods in calibration. *Technometrics* 11: 189-92.
- Winters, P. R. 1960. Forecasting sales by exponentially weighted moving averages. *Management Science* 6: 324-42.
- Wold, H. O. 1969. E. P. Mackeprangs fråga om val av regression. I *Essays in memory of Børge Barfod*, red. G. A. Eriksson, A. Lerviks og C. G. Lindström. Åbo.
- Wold, H. O. 1969. E. P. Mackeprang's question concerning the choice of regression, a key problem in the evolution of econometrics. I *Economic models, estimation and risk programming: Essays in honor of Gerhard Tintner*, red. K. A. Fox, J. K. Sengupta og G. V. L. Narasimham. New York.

## II Af Martin Paldam\*

1. I det følgende skal der fremsættes nogle metodologiske bemærkninger og i lyset heraf gøres et forsøg på at besvare den kritik, Niels Kærgård og Peder Pedersen ovenfor har rettet mod min artikel om udenrigshandelen som konjunkturindikator. Deres artikel er i tre dele, der indeholder hhv.: (a) En principiel metodekritik, (b) en kritik af og forslag til forbedringer af mine sæsonrensningsmetoder, og (c) en kritik af mine estimater og estimationsmetoder.

Hovedindvendingen (a) er iflg. NK og PP, at min artikel er rent empirisk, og at dette er en væsentlig svaghed. Derved skulle jeg nemlig have afskåret mig fra at anvende mange resultater fra den økonomiske teori, der kunne have været til stor nytte for min analyse. NK og PP føjer til økonomisk også statistisk teori. Dette skal der ses bort fra, da der ikke her er nogen principiel uenighed, højst en lille rent praktisk forskel i vurderingen af grænsenyttens, jfr. pkt. 7.

\* Sekretær i Det økonomiske Råds sekretariat.

nemsnitlige. I tilfældet, hvor  $\Delta Y$  og  $\Delta M$  bestemmes simultant, giver den traditionelle regression systematisk for store forudsigelser, mens den inverse giver for små, når importstigningen er større end den gennemsnitlige. Den systematiske fejl er imidlertid, under rimelige forudsætninger, mindst for den traditionelle regression. Denne konklusion bekræftes af beregningerne i forbindelse med relationerne (14b) og (15b).

## LITTERATUR

- Brownlee, K. A. 1965. *Statistical theory and methodology in science and engineering*. New York.
- Hoadley, B. 1970. A Bayesian look at inverse regression methods of calibration. *Journal of the American Statistical Association* 65: 356-69.
- Johnston, J. 1963. *Econometric methods*. New York.
- Krutchkoff, R. G. 1967. Classical and inverse regression methods of calibration. *Technometrics* 9: 425-39.
- Mackeprang, E. P. 1906. *Priestories*. København.
- Mood, A. M. og F. A. Graybill. 1963. *Introduction to the theory of statistics*. International Student Edition. New York.
- Muth, J. F. 1960. Optimal properties of exponentially weighted forecasts. *Journal of the American Statistical Association* 55: 299-306.
- Nerlove, M. og S. Wage. 1964. On the optimality of adaptive forecasting. *Management Science* 10: 207-24.
- Schultz, H. 1938. *The theory and measurement of demand*. Chicago.
- Terkelsen, F. 1971. *Noter til matematik for økonomer*. København.
- Theil, H. og S. Wage. 1964. Some observations on adaptive forecasting. *Management Science* 10: 198-206.
- Williams, E. J. 1969. A note on regression methods in calibration. *Technometrics* 11: 189-92.
- Winters, P. R. 1960. Forecasting sales by exponentially weighted moving averages. *Management Science* 6: 324-42.
- Wold, H. O. 1969. E. P. Mackeprangs fråga om val av regression. I *Essays in memory of Børge Barfod*, red. G. A. Eriksson, A. Lerviks og C. G. Lindström. Åbo.
- Wold, H. O. 1969. E. P. Mackeprang's question concerning the choice of regression, a key problem in the evolution of econometrics. I *Economic models, estimation and risk programming: Essays in honor of Gerhard Tintner*, red. K. A. Fox, J. K. Sengupta og G. V. L. Narasimham. New York.

## II Af Martin Paldam\*

1. I det følgende skal der fremsættes nogle metodologiske bemærkninger og i lyset heraf gøres et forsøg på at besvare den kritik, Niels Kærgård og Peder Pedersen ovenfor har rettet mod min artikel om udenrigshandelen som konjunkturindikator. Deres artikel er i tre dele, der indeholder hhv.: (a) En principiel metodekritik, (b) en kritik af og forslag til forbedringer af mine sæsonrensningsmetoder, og (c) en kritik af mine estimater og estimationsmetoder.

Hovedindvendingen (a) er iflg. NK og PP, at min artikel er rent empirisk, og at dette er en væsentlig svaghed. Derved skulle jeg nemlig have afskåret mig fra at anvende mange resultater fra den økonomiske teori, der kunne have været til stor nytte for min analyse. NK og PP føjer til økonomisk også statistisk teori. Dette skal der ses bort fra, da der ikke her er nogen principiel uenighed, højst en lille rent praktisk forskel i vurderingen af grænsenyttens, jfr. pkt. 7.

\* Sekretær i Det økonomiske Råds sekretariat.