

EN DISPUTATS OM INVESTERINGSTEORI

Af SVEN DANØ*

1. Den foreliggende afhandling er, som det fremgår af forordet, oprindelig planlagt som en lærebog. Det bærer den også tydeligt præg af. De fleste væsentlige problemer inden for investeringsteorien er behandlet i bogen. Den dækker både privat og offentlig investeringsplanlægning, selv om det tydeligvis er det sidste, der har forfatterens særlige interesse. De mange nye ting, der er kommet frem i investeringsteorien i den sidste menneskealder, er indbygget i fremstillingen. Forfatteren fortjener tak og anerkendelse for at have givet os en fuldt tidssvarende lærebog i investeringsteori.

Nu kan man pege på flere gode grunde til, at selv en god lærebog i almindelighed ikke vil opfylde alle de krav, der må stilles til en doktorafhandling. En lærebog, der skal dække hele sit felt, må nødvendigvis indeholde en god portion refererende og gengivende stof, tildels måske endog af elementær karakter; og der er grænser for, hvor original man kan tillade sig at være.

Forfatteren har således været i samme situation som sin investeringsplanlægger, der forfølger en flerdimensional målsætning. En måde at klare dette dilemma på havde været at skrive to bøger: dels en lærebogsfremstilling, der dækkede den almindelige investeringsteori, og dels en specialafhandling om offentlig investeringsplanlægning, koncentreret om de vægtigste originale bidrag (navnlig fra kap. III og VIII).

I stedet har forfatteren altså valgt den udvej at skrive én bog, der må karakteriseres som en avanceret lærebog af meget selvstændig karakter og med en god del originale ting føjet ind. Resultatet er blevet ganske imponerende. Forfatteren har samlet et meget stort stof sammen fra forskellige områder – investeringsteori, operationsanalyse, organisationsteori og andet – og lagt meget væsentlige bidrag til. Bogen bærer præg af stor og alsidig belæsthed såvel som af forfatterens egne erfaringer med praktisk investeringsplanlægning.

Hvad fremstillingsformen angår, gør afhandlingen et omhyggeligt gennemarbejdet indtryk i den forstand, at fremstillingen er helt igennem stringent

* Professor ved Københavns Universitet. Artiklen bygger på forfatterens indlæg som anden officielle opponent ved det mundtlige forsvar på Københavns Universitet den 28. maj 1971 af Inge Thygesens disputats *Investeringsplanlægning. Operationsanalytiske metoder til forbedring af beslutningsgrundlaget*. København 1971. 398 sider.

EN DISPUTATS OM INVESTERINGSTEORI

Af SVEN DANØ*

1. Den foreliggende afhandling er, som det fremgår af forordet, oprindelig planlagt som en lærebog. Det bærer den også tydeligt præg af. De fleste væsentlige problemer inden for investeringsteorien er behandlet i bogen. Den dækker både privat og offentlig investeringsplanlægning, selv om det tydeligvis er det sidste, der har forfatterens særlige interesse. De mange nye ting, der er kommet frem i investeringsteorien i den sidste menneskealder, er indbygget i fremstillingen. Forfatteren fortjener tak og anerkendelse for at have givet os en fuldt tidssvarende lærebog i investeringsteori.

Nu kan man pege på flere gode grunde til, at selv en god lærebog i almindelighed ikke vil opfylde alle de krav, der må stilles til en doktorafhandling. En lærebog, der skal dække hele sit felt, må nødvendigvis indeholde en god portion refererende og gengivende stof, tildels måske endog af elementær karakter; og der er grænser for, hvor original man kan tillade sig at være.

Forfatteren har således været i samme situation som sin investeringsplanlægger, der forfølger en flerdimensional målsætning. En måde at klare dette dilemma på havde været at skrive to bøger: dels en lærebogsfremstilling, der dækkede den almindelige investeringsteori, og dels en specialafhandling om offentlig investeringsplanlægning, koncentreret om de vægtigste originale bidrag (navnlig fra kap. III og VIII).

I stedet har forfatteren altså valgt den udvej at skrive én bog, der må karakteriseres som en avanceret lærebog af meget selvstændig karakter og med en god del originale ting føjet ind. Resultatet er blevet ganske imponerende. Forfatteren har samlet et meget stort stof sammen fra forskellige områder – investeringsteori, operationsanalyse, organisationsteori og andet – og lagt meget væsentlige bidrag til. Bogen bærer præg af stor og alsidig belæsthed såvel som af forfatterens egne erfaringer med praktisk investeringsplanlægning.

Hvad fremstillingsformen angår, gør afhandlingen et omhyggeligt gennemarbejdet indtryk i den forstand, at fremstillingen er helt igennem stringent

* Professor ved Københavns Universitet. Artiklen bygger på forfatterens indlæg som anden officielle opponent ved det mundtlige forsvar på Københavns Universitet den 28. maj 1971 af Inge Thygesens disputats *Investeringsplanlægning. Operationsanalytiske metoder til forbedring af beslutningsgrundlaget*. København 1971. 398 sider.

og aldrig »ulden«. Der er mange fine økonomiske tolkninger, og forfatteren forfalder ikke til matematisk formalisme. Men det kan på den anden side ikke nægtes, at den pædagogiske gennemarbejdning er noget ujævn, hvad der nok hænger sammen med bogens dobbelte formål. Dele af afhandlingen virker, som om de er skrevet *con amore*, og fornøjelsen smitter af på læseren; men andre afsnit er endog særdeles svært tilgængelige og skal læses igennem flere gange, før man rigtig begriber, hvor forfatteren vil hen. Adskillige steder må fremstillingen siges at være unødigt overkoncentreret; mellemlid i komplicerede tankegange må læseren selv finde ud af. Om en del af det mere refererende lærebogsstof gælder det desuden, at det er så sammentrængt, at mange læsere sikkert vil have svært ved at forstå det til bunds uden at gå til kilderne. Det gælder således en del af kap. III (om benefits og costs) og ganske særligt dele af kap. V (velfærdsbetragtningerne) og VI (om usikkerhed).

2. Efter et kort indledningskapitel behandler forfatteren i *kap. II* problemerne omkring partiel investeringsplanlægning, dvs. planlægning af en delmængde af systemets aktiviteter uden central kontrol. Der gøres rede for, under hvilke forudsætninger – derunder m.h.t. kapitalmarkedet – noget sådant er forsvarligt under hensyn til helhedens målsætning, og for de optimalitetskriterier, der kunne tænkes anvendt. Derefter, i afsnit II.4, går hun løs på den procedure, der har fået navnet *dynamisk planlægning*, og dens anvendelse på maskinudskiftningsproblemet. Her kommer der for alvor nye, spændende og tildels originale ting frem.

Det dynamiske udskiftningsproblem består i, at man har en række alternative investeringskæder ($k = 1, 2, \dots, K$), dvs. alternative serier af maskintyper. Til hver kæde svarer en given sekvens af anskaffelser, bestemt på nær udskiftningstidspunkterne $t_1, t_2, \dots, t_p, \dots$; en allerede eksisterende maskine tænkes at være anskaffet til tidspunktet t_0 forud for planlægnings-tidspunktet $t=0$.¹ Problemet er da at bestemme dels den optimale kæde (k), dels de optimale udskiftningstidspunkter (t_p). Det kan man, som det siges side 43, gøre i to faser, idet man først bestemmer de optimale t_p 'er i hver af de alternative kæder (ved maksimering af nutidsværdien, der jo er en funktion af udskiftningstidspunkterne) og dernæst udpeger den af de således optimalt tidsfæstede kæder, der giver størst nutidsværdi.

Det er dog ikke ganske klart, hvordan den enkelte kæde er defineret. Side 40 står der, at en sådan investeringskæde »specificerer *arten af* og tids-punkterne for en serie af udskiftninger« [kursivering tilføjet], og side 43 tales der om »de givne serier af maskintyper«. Dette leder tanken hen på, at forfatteren forestiller sig, at alternativ nr. k er en *given rækkefølge af givne*

1. I bogen bruges symbolerne τ_0, τ_1 osv. for udskiftningstidspunkterne.

maskintyper, lad os kalde dem $0, 1, 2, \dots$, således at den enkelte kæde er teknisk fuldstændigt specificeret på nær tidsfæstningen. Udskiftningstidspunkterne med tilhørende maskintypenumre kan da afbildes på en tidsakse som vist på fig. 1; til tidspunkt t_p udskiftes maskine nr. $p-1$ til fordel for nr. p .

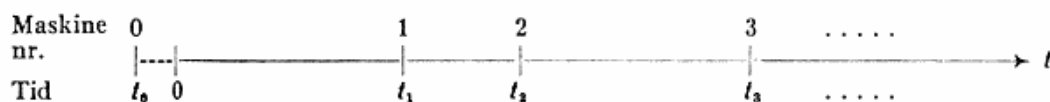


Fig. 1.

Denne tolkning forekommer naturlig og stemmer overens med ideen om at dele optimeringen op i to faser: først maksimering af nutidsværdien m.h.t. t_p 'erne for hvert k , dernæst maksimering m.h.t. k .

Men hvis man nærlæser den præcise definition af den enkelte kæde (side 43), bliver det klart, at forfatteren mener noget andet. Der står nemlig [kursiveringen tilføjet]: »For hvert k er der specificeret, hvilken maskine, der i givet fald skal anskaffes på ethvert muligt udskiftningstidspunkt ($t=1^-, 2^-, \dots$)«. Altså, for hver (hel) værdi af t er det givet, hvilken maskine man skal anskaffe, hvis der netop skal udskiftes på dette tidspunkt. Sammenhængen mellem maskintypenumre og tidspunkter for et bestemt k kan da f.eks. se ud som på fig. 2.

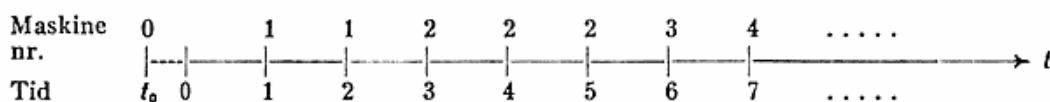


Fig. 2.

Her kunne man for det første spørge: hvor ved man fra, hvilken maskine man skal anskaffe til f.eks. $t=5$? Lægger man det fast på forhånd, har man lagt mere eller mindre vilkårlige bånd på tidsfæstningen; man afskærer sig fra muligheden af, at f.eks. maskintype nr. 3 anskaffes allerede til $t=5$. Skal man løse på sådanne begrænsninger, nødes man til at indføre flere alternativer. Og dernæst: den sekvens af maskintyper, der bliver optimal inden for den enkelte kæde, er ikke uafhængig af tidsfæstningen. Giver optimeringen af kæden f.eks.

$$t_1=2, \quad t_2=5, \quad t_3=7, \quad \dots$$

på fig. 2, bliver sekvensen af maskintyper: nr. $0, 1, 2, 4, \dots$; får vi i stedet

$$t_1=3, \quad t_2=6, \quad \dots,$$

bliver maskintypesekvensen: nr. 0, 2, 3, ... Herved bliver den første fase af optimeringsproblemet – det for det enkelte kædealternativ – ikke et rent tidsfæstningsproblem, men et »blandet« problem, hvor også »arten« af den til kæden svarende tekniske udskiftningssekvens skal bestemmes.

Om man vælger at definere kædealternativ nr. k på den ene eller den anden måde, spiller i og for sig ikke nogen større rolle for den *formelle* optimeringsmodel. Det er hovedsagelig et spørgsmål om notation, når man skriver udtrykket for nutidsværdien op. Hos forfatteren betegnes nettodriftsindtægten i perioden t af den p 'te maskine som $d_t(t_p)$, hvor maskintypen (nr. p) er defineret ved anskaffelsestidspunktet t_p (kædenummeret k er udeladt her og i det følgende); vælger man i stedet den tolkning, der svarer til fig. 1, må man skrive $d_{pt}(t_p)$ eller lignende, hvor det første fodtegn (p) identificerer maskintypen og den dertil svarende funktion af kalendertiden t og anskaffelsestidspunktet t_p . Ved den *praktiske* løsning af et dynamisk udskiftningsproblem gør det derimod en forskel, hvilken kædedefinition man vælger. For hvis det – som i fig. 2 – er låst fast, hvilken maskine der i givet fald skal anskaffes til ethvert tidspunkt (inden for en given kæde), kan det som nævnt ovenfor blive nødvendigt at operere med langt flere alternative kæder af denne art, hvis alle relevante muligheder skal dækkes. Den første kædedefinition (fig. 1) giver færre alternativer og dermed mindre beregningsarbejde. Den vil blive lagt til grund i det følgende.

Den optimale tidsfæstelse inden for den enkelte kæde (givet k) finder man da ved at maksimere kædens nutidsværdi

$$Y = Y(t_1, t_2, \dots, t_p, \dots)$$

m.h.t. udskiftnings tidspunkterne $t_1, t_2, \dots$. Nutidsværdien er hos forfatteren (side 44) den tilbagediskonterede sum af løbende nettodriftsindtægter (d_p), anskaffelsessummer (C_p , regnet negativt) og scrapværdier (S_p) for de successive led i kæden. Alle disse størrelser antages at forfalde til diskrete tidspunkter (hele værdier af tiden t). Maksimum opnås derfor ved de værdier af t_p ($p = 1, 2, \dots$), hvor de partielle differenser af Y m.h.t. t_p skifter fortegn, hvilket fører til optimumsbetingelserne (28) side 46.

En måske nok så elegant fremstilling ville man få ved at operere med kontinuert tid (og en dertil svarende rentestyrke, ϱ). Vi kan da skrive

$$\left. \begin{aligned} d_p &= d_p(t, t - t_p) \\ S_p &= S_p(t_{p+1}, t_{p+1} - t_p) \\ C_p &= C_p(t_p) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &(p = 0, 1, 2, \dots) \\ &(p = 1, 2, \dots), \end{aligned}$$

hvor de to ydre årsager til udskiftningerne – *kalender-* og *alderseffekten* – optræder sideordnet, i nettodriftsindtægterne d_p repræsenteret ved henholdsvis kalendertidspunktet t og maskinens alder $t - t_p$. Fodtegnet $p=0$ betegner

den allerede eksisterende maskine, anskaffet til et kendt tidspunkt t_0 . Nutidsværdien af den givne kæde bliver da

$$\begin{aligned}
 Y &= Y(t_1, t_2, \dots) \\
 &= \int_0^{t_1} d_0(t, t-t_0) e^{-\rho t} dt \\
 &\quad + e^{-\rho t_1} S_0(t_1, t_1-t_0) \\
 &\quad - e^{-\rho t_1} C_1(t_1) \\
 &\quad + \int_{t_1}^{t_2} d_1(t, t-t_1) e^{-\rho t} dt \\
 &\quad + e^{-\rho t_2} S_1(t_2, t_2-t_1) \\
 &\quad + (\text{led med } t_2, t_3, \dots).
 \end{aligned} \tag{1}$$

Nødvendige betingelser for optimal tidsfæstning er da

$$\partial Y / \partial t_p = 0 \quad (p=1, 2, \dots). \tag{2}$$

Det ideelle ville nu være, at dette system af optimumsbetingelser var fuldstændigt *dekomponerbart*, dvs. at den første ligning kun indeholdt t_1 (og t_0 , der er kendt), den anden kun t_2 , o.s.fr.; eller i hvert fald, at det var *rekursivt*, dvs. at hver af ligningerne kun indeholdt 2 successive tidspunkter (t_0 og t_1 resp. t_1 og t_2 osv.), så at systemet (2) kunne løses fra en ende af. Men sådan forholder det sig ikke i det generelle tilfælde, hvor både alders- og kalendereffekten gør sig gældende.

Differentierer man nemlig udtrykket (1) m.h.t. t_1 , vil man se, at differentialkvotienten af det første led (beregnet ved hjælp af en kendt regel)² og af det andet led ganske vist kun indeholder t_0 og t_1 , og det tredje led indeholder kun t_1 ; men i det fjerde led optræder integrationsgrænsen t_1 også i integranden, således at man ikke kan bruge den nævnte regel, og differentialkvotienten bliver et uhåndterligt udtryk, der indeholder både t_1 og t_2 . Dette sidste gælder også differentialkvotienten af det femte led. Ligningen $\partial Y / \partial t_1 = 0$ vil derfor indeholde t_0 , t_1 og t_2 ; generelt får man, at $\partial Y / \partial t_p = 0$ bliver en ligning i 3 successive udskiftningstidspunkter. Noget ganske tilsvarende gælder forfatterens diskrete optimumsbetingelser (28) side 46; men konklusionen (side 47), nemlig at optimumsbetingelserne udgør et ikke-rekursivt system, der vanskeligt lader sig løse, fremtræder i den kontinuerte version ved en

2. Differentialkvotienten af et bestemt integral m.h.t. overgrænsen er simpelthen integranden med denne grænse indsat for integrationsvariablen.

umiddelbar betragtning af udtrykket for Y ovenfor, medens den i bogens diskrete version forudsætter en omstændelig beregning af differensen (28).

Men nok så væsentligt forekommer det, at den kontinuerte version på en mere direkte måde viser, hvad det er, der giver anledning til den manglende rekursivitet og dermed til vanskelighederne med at løse tidsfæstelsesproblemet i praksis. Samtidig får man også kastet lys over, hvilke specialtilfælde der lader sig løse og hvilke ikke.

Ser man nemlig på nutidsværdiudtrykket (1), er det ikke svært at se, hvem der er skurken i stykket: det er *alderseffekten*. Stryger vi nemlig kalendereffekten, får vi en *generel alderseffektmodel*, hvor vi har forudsætningerne

$$\left. \begin{aligned} d_p &= d_p(t - t_p) \\ S_p &= S_p(t_{p+1} - t_p) \end{aligned} \right\} (p=0, 1, 2, \dots)$$

$$C_p = C_p \text{ (uafhængig af kalendertidspunktet } t_p),$$

og med disse udtryk indsat i nutidsværdiudtrykket (1) får vi ganske de samme problemer; optimumsbetingelserne danner et ikke-rekursivt system. *Det generelle alderseffekt- eller slitageproblem uden kalendereffekt er altså også matematisk uløst.* Det får man ikke noget at vide om i bogen; forfatteren nøjes med at give et specialtilfælde af det, nemlig den velkendte »rene slitagemodel«^{1°} (side 47–52), der kan løses som følge af de stationære forudsætninger (kæden består af identiske led).

Stryger vi i stedet alderseffekten i det helt generelle udtryk (1), får vi det *generelle kalendereffekttilfælde* med forudsætningerne

$$\left. \begin{aligned} d_p &= d_p(t) \\ S_p &= S_p(t_{p+1}) \end{aligned} \right\} (p=0, 1, 2, \dots)$$

$$C_p = C_p(t_p) \quad (p=1, 2, \dots).$$

Indsætter vi disse udtryk i nutidsværdien (1), vil man se, at differentieringen ikke længere volder vanskeligheder. Førnævnte regel kan nu anvendes på alle integralerne, og systemet af optimumsbetingelser (2) bliver dekomponerbart. For $\partial Y / \partial t_1$ får vi således:

$$\frac{\partial Y}{\partial t_1} = e^{-\rho t_1} \cdot \left(d_0(t_1) + \frac{dS_0(t_1)}{dt_1} - \rho S_0(t_1) \right. \\ \left. - \frac{dC_1(t_1)}{dt_1} + \rho C_1(t_1) - d_1(t_1) \right) = 0, \quad (3)$$

der kun indeholder t_1 . Dette er et meget betydningsfuldt resultat, for det betyder, at tidspunktet for den første udskiftning er uafhængigt af $t_2, t_3, \dots$. Det har, som forfatteren peger på, den praktisk vigtige konsekvens, at man dermed har fået et optimalitetskriterium, der kan anvendes sekventielt.

Dette kriterium, som forfatteren kalder *FYB-kriteriet* (First Year Benefit), gælder helt generelt for enhver investeringskæde, hvor der ikke er nogen alders-effekt. Det kunne forfatteren godt have sagt eksplicit i stedet for at nøjes med den lidt mere specielle »rene forældelsesmodel« 2° side 52–56.

Ved den sekventielle procedure vil man naturligvis benytte sig af en diskret (periode-)version af kriteriet (3), eftersom data jo foreligger i en hertil svarende form. Det udelukker imidlertid ikke, at man – som det er gjort ovenfor – formulerer og løser problemet i kontinuert form for derpå at oversætte resultatet (3) til en diskret formulering, hvilket ikke er nogen sag. En konsekvent diskret formulering er mindre overskuelig, så man risikerer, at perspektivet går tabt undervejs, rent bortset fra, at man lettere kommer til at regne forkert.

Når forfatteren på dette sted (side 53–54) for første gang indfører betegnelsen »FYB-kriteriet« – et begreb, der spiller en stor rolle og udnyttes med betydelig effektivitet i de følgende kapitler – kunne hun også have benyttet lejligheden til her at definere størrelsen *FYB*, som benyttes adskillige steder senere i bogen. Ideen bag dette begreb er slet og ret den, at $\partial Y / \partial t_1$ er tilvæksten i nutidsværdi ved at udskyde igangsættelsen lidt (fra t_1 til $t_1 + dt_1$, evt. fra t_1 til $t_1 + 1$), og fordelten (målt i nutidsværdi) ved at fremskynde igangsættelsen bliver da $-\partial Y / \partial t_1$. Denne fordel opgjort til $t=t_1$ bliver da det, som forfatteren kalder *FYB*(t_1):

$$\text{FYB}(t_1) = -e^{\rho t_1} \frac{\partial Y}{\partial t_1}.$$

Det bliver da klart, at optimumsbetingelsen $\partial y / \partial t_1 = 0$ – i det rene kalender-effekttilfælde – ligeså godt kan udtrykkes som

$$\text{FYB}(t_1) = 0.$$

Dette har hun sagt i et senere arbejde,³ men det ville have lettet læsningen af det følgende (specielt side 76–77), om det var kommet med i afhandlingen. I denne forbindelse kunne det også have været forklaret, i hvilke tilfælde nutidsværdien af kæden kan skrives på formen

$$Y = \int_{t_1}^{\infty} \text{FYB}(t) e^{-\rho t} dt$$

(eller den tilsvarende diskrete form) – et trick, der benyttes flere steder. Forudsætningen er simpelthen, at alt, hvad der sker indtil $t=t_1$, er en nulinve-

3. Inge Thygesen og Erik Mordrup, *Planlægning af vejinvesteringer*, Rapport udført for Vejdirektoratet (Lyngby 1969), pp. 23–24.

stering. FYB-kriteriet fremkommer da ved en simpel anvendelse af den ovenfor nævnte regel.

3. I *kap. III*, afsnit 4, vender forfatteren sig mod *sektorplanlægning*, hvor man har en række aktiviteter, der er knyttet sammen gennem et fælles omkostningsbudget. Man skal da vælge et blandt de alternative projekter for hver aktivitet – ud fra nutidsværdikriteriet, der repræsenterer den langsigtede målsætning – samtidig med, at budgettet overholdes; dette sidste, der udtrykker den kortsigtede målsætning, formuleres som en tværgående restriktion. Denne problemstilling formuleres (side 89) i en LP-model med 0-1-variable. Da det eneste, der knytter aktiviteterne sammen, er budgetrestriktionerne, er det nærliggende at dekomponere modellen ved hjælp af skyggepriser på den knappe kapital svarende til de enkelte års budgetrestriktioner, hvorved det hele reducerer sig til et simpelt, ja trivielt problem for hver aktivitet. Den supplerende målsætning – mindst mulige omkostninger – er nu flyttet op i kriteriefunktionen, og forfatteren benytter dette til at udlede en ligeså enkel som elegant metode til at eliminere inefficente projekter på forhånd. Denne procedure repræsenterer et meget værdifuldt og originalt bidrag fra forfatterens hånd. Der kunne dog have været givet eller antydnet et bevis på den sætning, der benyttes ved dekompositionsproceduren: at man kan eliminere en bibetingelse ved at korrigere i præferencefunktionen ved hjælp af bibetingelsens koefficienter og den tilhørende skyggepris. Beviset kan gøres ganske kort: det er let at vise, at det oprindelige og det modificerede problem har samme dual og derfor er ækvivalente.

4. Overalt i bogen regnes der i privat planlægning med indtægter korrigeret for skat (når der ikke er tale om partiel planlægning). Spørgsmålet er da, hvilken kalkulerente man skal bruge i nutidsværdikriteriet, når det er indtægter efter skat, der optræder i betalingsrækkerne. Dette helt fundamentale spørgsmål er først nævnt henimod slutningen af *kap. V*; der ofres kun nogle få linjer på det, og det er anbragt under afsnittet om interessentselskaber, hvor hovedtemaet ellers er »flere ejere«. Det siges – korrekt – at »Et skøn over ejernes marginale tidspræference vil normalt kunne opnås ved at betragte den type finansielle transaktioner, som det er mest sandsynligt, at ejerne vil benytte til korrektion af en eventuel uønsket indkomstudvikling« (side 199). Ideen er den, at hvis indkomsten *efter* skat i to successive perioder er $\bar{p}_1$ og $\bar{p}_2$, så kan ejeren korrigere denne intertemporale fordeling ved at låne et beløb ud i periode 1 og få det tilbage med renter i periode 2, eller omvendt låne beløbet i periode 1 og betale tilbage med renter i periode 2. Gør han det, afslører han dermed sin marginale tidspræferencerente, r .

Antag f.eks., at han låner beløbet Δ ud i periode 1 og får beløbet $\Delta(1+q)$ tilbage i næste periode; q er markedsrenten for denne type finansielle transak-

tioner. Med skattesatsen κ anvendt på renteindtægten skal han da betale et ekstra beløb $\kappa \varrho \Delta$ i skat i periode 2. Hans korrigerede fordeling af indkomst efter skat bliver da

$$\begin{aligned} p_1 &= \bar{p}_1 - \Delta \\ p_2 &= \bar{p}_2 + \Delta(1 + \varrho) - \kappa \varrho \Delta. \end{aligned}$$

Eliminerer vi parameteren Δ , får vi ligningen for den linje i et (p_1, p_2) -diagram, langs hvilken forbrugsmulighederne (indtægt efter skat) kan korrigeres; dens hældning bliver

$$-(1 + \varrho(1 - \kappa)).$$

Idet hældningen er det afslørede marginale ombytningsforhold $-(1 + r)$, får vi, at tidspræferencerenten – altså kalkulerenten – bliver

$$r = \varrho(1 - \kappa);$$

altså markedsrenten korrigeret med skatteprocenten.⁴

Forfatteren giver en anden formel, (27) side 199:

$$r = (1 - \kappa)(1 + \varrho) - 1$$

uden nærmere begrundelse. Den giver sære resultater; for $\varrho = 0,10$ og $\kappa = 0,20$ giver den således en kalkulerente på $r = -0,12$. Forklaringen synes at være, at forfatteren har regnet ikke blot renteindtægten, men også den tilbagebetalte hovedstol som skattepligtig indkomst.

I denne forbindelse efterlyser man blot en ganske kort omtale af inflationsproblemet. Vil markedsrenten af finansielle transaktioner (vi ser nu bort fra skat) stadig være det korrekte udtryk for afsløret tidspræferencerente, og dermed den rigtige kalkulerente, når der er inflation? (Svaret er ja, når man betragter de nominelle, ikke-deflaterede betalinger).

5. Disse kritiske bemærkninger skal ikke overskygge det meget positive hovedindtryk, man får ved at læse Inge Thygesens bog. Den indeholder værdifulde nye forskningsresultater og dokumenterer en lykkelig kombination af evne til stringent analyse, en usædvanlig intuition, common sense og en til det jordnære grænsende sans for praktiske problemer og operationelle aspekter. Der er grund til at ønske forfatteren til lykke med et værk, der både som akademisk afhandling og som avanceret lærebog er af høj karat.

4. Dette resultat findes også i Bent Hansen, *The economic theory of fiscal policy* (Lund 1967), pp. 138-41.