

LITTERATUR

- Arrow, K. J., H. B. Chenery, B. S. Minhas og R. M. Solow. 1961. Capital-labor substitution and economic efficiency. *Review of Economics and Statistics* 43: 225-50.
- Nadiri, M. I. 1970. Some approaches to the theory and measurement of total factor productivity: A survey. *Journal of Economic Literature* 8: 1137-77.
- Salter, W. E. G. 1966. *Productivity and technical change*, Cambridge.
- Vangskjær, K. E. 1971. *Udviklingen i dansk industri 1950-65 med henblik på omkostninger, priser og produktivitet*. Ikke-offentliggjort »3-mdr.s opgave«, afleveret i januar 1971 til den statsvidenskabelige afdeling ved Københavns Universitet.
- Zarembka, P. 1970. On the empirical relevance of the CES production function. *Review of Economics and Statistics* 52: 47-53.

III

Af PEDER PEDERSEN*

Det følgende er en kommentar til kap. 6 i Erling Olsens afhandling, hvor produktionsfunktionernes parametre estimeres.

Produktionsstrukturen i modellen er søgt beskrevet ved brug af regionale CES-produktionsfunktioner:

$$Y = \gamma (\delta K^{-\beta} + (1 - \delta) L^{-\beta})^{-1/\beta} \quad (1)$$

hvor Y er værditilvækst, K og L er kapital og arbejdskraft, γ er en efficiensparameter, δ er en distributionsparameter og β er en transformation af substitutionselasticiteten σ , idet $\sigma = 1/(1 + \beta)$. Fod- og toptegn for region og tidspunkt er undladt af overskuelighedshensyn.

Der antages marginal faktorafslønning, og substitutionselasticiteterne estimeres ved at sætte grænseproduktet med hensyn til arbejdskraften lig med reallønnen og udføre almindelig mindste-kvadraters regression på den her ved fremkomne relation, p. 128:

$$\log (Y/L) = \log A + \sigma \log w \quad (2)$$

hvor A antages konstant, og w er reallønnen. Distributionsparameteren bestemmes derefter ud fra det marginale substitutionsforhold ved hjælp af de fundne værdier for β 'erne, formel (6.2), p. 129:

$$\delta/(1 - \delta) = (r/w) (K/L)^{1+\beta} \quad (3)$$

hvor r er kapitalens afkast-rate. De fundne værdier af β og δ benyttes endelig til at bestemme efficiensparameteren, formel (6.3), p. 130:

* Amanuensis ved Handelshøjskolen i København.

LITTERATUR

- Arrow, K. J., H. B. Chenery, B. S. Minhas og R. M. Solow. 1961. Capital-labor substitution and economic efficiency. *Review of Economics and Statistics* 43: 225-50.
- Nadiri, M. I. 1970. Some approaches to the theory and measurement of total factor productivity: A survey. *Journal of Economic Literature* 8: 1137-77.
- Salter, W. E. G. 1966. *Productivity and technical change*, Cambridge.
- Vangskjær, K. E. 1971. *Udviklingen i dansk industri 1950-65 med henblik på omkostninger, priser og produktivitet*. Ikke-offentliggjort »3-mdr.s opgave«, afleveret i januar 1971 til den statsvidenskabelige afdeling ved Københavns Universitet.
- Zarembka, P. 1970. On the empirical relevance of the CES production function. *Review of Economics and Statistics* 52: 47-53.

III

Af PEDER PEDERSEN*

Det følgende er en kommentar til kap. 6 i Erling Olsens afhandling, hvor produktionsfunktionernes parametre estimeres.

Produktionsstrukturen i modellen er søgt beskrevet ved brug af regionale CES-produktionsfunktioner:

$$Y = \gamma (\delta K^{-\beta} + (1 - \delta) L^{-\beta})^{-1/\beta} \quad (1)$$

hvor Y er værditilvækst, K og L er kapital og arbejdskraft, γ er en efficiensparameter, δ er en distributionsparameter og β er en transformation af substitutionselasticiteten σ , idet $\sigma = 1/(1 + \beta)$. Fod- og toptegn for region og tidspunkt er undladt af overskuelighedshensyn.

Der antages marginal faktorafslønning, og substitutionselasticiteterne estimeres ved at sætte grænseproduktet med hensyn til arbejdskraften lig med reallønnen og udføre almindelig mindste-kvadraters regression på den her ved fremkomne relation, p. 128:

$$\log (Y/L) = \log A + \sigma \log w \quad (2)$$

hvor A antages konstant, og w er reallønnen. Distributionsparameteren bestemmes derefter ud fra det marginale substitutionsforhold ved hjælp af de fundne værdier for β 'erne, formel (6.2), p. 129:

$$\delta/(1 - \delta) = (r/w) (K/L)^{1+\beta} \quad (3)$$

hvor r er kapitalens afkast-rate. De fundne værdier af β og δ benyttes endelig til at bestemme efficiensparameteren, formel (6.3), p. 130:

* Amanuensis ved Handelshøjskolen i København.

$$\gamma^t = Y^t / [\delta (K^t)^{-\beta} + (1 - \delta) (L^t)^{-\beta}]^{-1/\beta} \quad (4)$$

Ved denne procedure bortses imidlertid fra, at konstanten A indeholder både δ og γ . Grænseproduktet med hensyn til L er

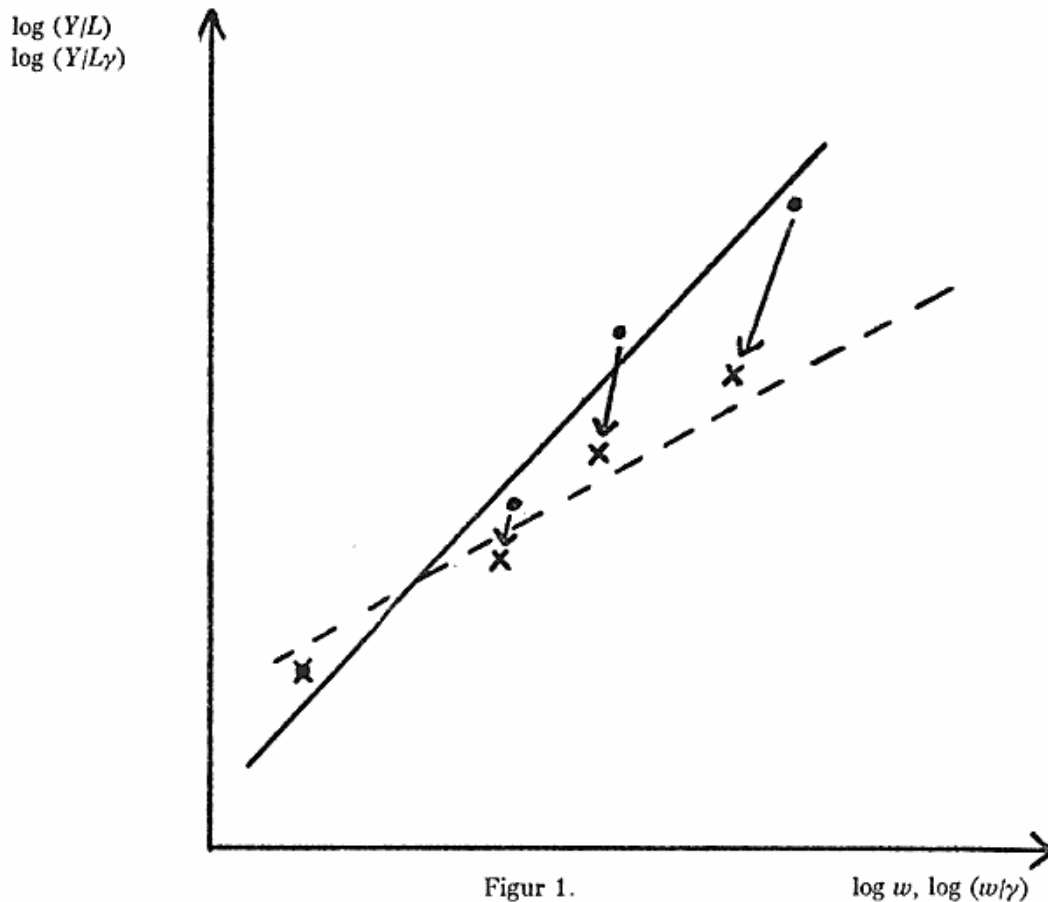
$$\partial Y / \partial L = (1 - \delta) \gamma^{-\beta} (Y/L)^{1+\beta}$$

Sættes dette lig med lønnen, og tages der logaritmer, fås:

$$\log (Y/L) = -\sigma \log (1 - \delta) + (1 - \sigma) \log \gamma + \sigma \log w \quad (5)$$

I tidsserie-data stiger efficiensparameteren γ gennem tiden. Log A er derfor ikke konstant. Lader man indtil videre γ være uspecificeret, kan det generelt siges, at manglende hensyntagen til leddet $(1 - \sigma) \log \gamma$ vil medføre en systematisk skævhed i σ -estimerne. Skævheden kan anskueliggøres på følgende måde: arbejdskraften målt i fysiske enheder skal korrigeres med et effektivitetsmål γ . Dette fremgår af følgende omskrivning af (5):

$$\log (Y/L\gamma) = -\sigma \log (1 - \delta) + \sigma \log (w/\gamma) \quad (6)$$



Figur 1.

$\log w, \log(w/\gamma)$

I figur 1 er observationerne i fysiske enheder angivet ved prikker. Er $\sigma < 1$, vil observationerne, målt i effektivitetsenheder (angivet ved kryds i fig. 1), ligge til venstre og neden for observationerne målt i fysiske enheder. Ved regression med de variable målt i fysiske enheder vil man derfor overvurdere hældningskoefficienten. Omvendt vil man, hvis $\sigma > 1$, undervurdere hældningskoefficienten.

Skævheden vil være af størrelsesordenen: $(1 - \sigma) \text{cov}(\log \gamma, \log w) / \text{var}(\log w)$, d.v.s. $(1 - \sigma)$ multipliceret med hældningskoefficienten i en regression mellem $\log \gamma$ og $\log w$ (Malinvaud 1970, kap. 8). Sammenhængen mellem efficiensparameteren og reallønnen vil være positiv, således at skævheden for $\sigma < 1$ (det almindelige resultat i tidsserie-analyser¹) vil være positiv, d.v.s. σ -estimatet forskydes imod 1. (Minasian 1961, Ringstad 1968).

Effektivitetsmålet γ kan specificeres på forskellige måder. Erling Olsen specificerer γ som et neutralt, endogent teknisk fremskridt bestemt af national produktivitetsstigning, relativt uddannelsesniveau, relativt urbaniseringsgrad og relativt økonomisk befolkningspotentiale. Denne specifikation af γ 'et gør det vanskeligt at anvende i estimationsøjemed. En mere operationel, men teoretisk mindre tilfredsstillende specifikation, går ud på, at γ repræsenterer et Hicks-neutralt teknisk fremskridt med konstant rate. I så fald sættes γ lig $e^{\lambda t}$, hvor λ er fremskridtsraten. Grænseproduktivetsrelationen kan nu skrives som:

$$\log(Y/L) = -\sigma \log(1 - \delta) + (1 - \sigma)\lambda t + \sigma \log w \quad (7)$$

Udføres estimationen på denne relation, får man dels σ 'er, der er væsentligt mindre end 1, dels får man forskellige σ 'er. Resultatet er vist i tabel 1.

Tabel 1. Estimer af σ og λ .

	σ	λ
United States	0,399	0,017
New England	0,425	0,009
Middle Atlantic	0,433	0,011
East North Central	0,258	0,015
West North Central	0,296	0,012
South Atlantic	0,056	0,022
East South Central	0,849	0,009
West South Central	0,682	0,022
Mountain	0,483	0,009
Pacific	0,556	0,010

I modsætning hertil er σ 'erne i afhandlingens tabel 6.1, p. 128, alle beliggende mellem 0,94 og 0,99.

Hvilke konsekvenser får det nu, at σ 'erne, der anvendes i modellen, er for store? For det første vil mindre σ 'er betyde større β 'er ($\sigma = 1/(1 + \beta)$).

1. Arrow et al. (1961), USA 1909-1949, $\sigma = 0,57$. Diwan (1964), USA 1919-1958, $\sigma = 0,37$. Kendrick og Sato (1963), USA 1919-1960, $\sigma = 0,58$. Kravis (1959), USA 1900-1957, $\sigma = 0,64$.

For der andet vil større β 'er via (3) betyde større δ 'er. Det har derimod ikke mening at spørge efter virkningen på γ -estimerne fra (4); γ er jo nemlig estimeret i denne alternative formulering som $e^{\lambda t}$.

Specifikationen af γ er ikke bundet til Hicks-neutralitet. Andre muligheder står åbne. Men konklusionen bliver, at et effektivitetsmål må indgå ved estimation af σ 'erne for at undgå, at disse bliver skæve mod 1 med deraf følgende fejlspecifikation af de regionale produktionsforhold. Dette hindrer imidlertid ikke, at effektivitetsmålet bestemmes endogent imellem observationstidspunkterne.

LITTERATUR

- Arrow, K. J., H. B. Chenery, B. S. Minhas og R. M. Solow. 1961. Capital-labor substitution and economic efficiency. *Review of Economics and Statistics* 43: 225–50.
- Diwan, R. K. 1964. An empirical estimate of the constant elasticity of substitution production function. *Econometrica* 32: 662–63.
- Kendrick, J. W. og R. Sato. 1963. Factor prices, productivity and economic growth. *American Economic Review* 53: 974–1003.
- Kravis, I. 1959. Relative income shares in fact and theory. *American Economic Review* 49: 917–49.
- Malinvaud, E. 1970. *Statistical methods of econometrics*. Amsterdam.
- Minasian, J. R. 1961. Elasticities of substitution and constant-output demand curves for labor. *Journal of Political Economy* 69: 261–70.
- Ringstad, V. 1968. *Metoder for estimering av substitusjonselastisiteten i CES produktfunksjonen*. Notat til foredrag på Marstrandmødet 1968.

For der andet vil større β 'er via (3) betyde større δ 'er. Det har derimod ikke mening at spørge efter virkningen på γ -estimerne fra (4); γ er jo nemlig estimeret i denne alternative formulering som $e^{\lambda t}$.

Specifikationen af γ er ikke bundet til Hicks-neutralitet. Andre muligheder står åbne. Men konklusionen bliver, at et effektivitetsmål må indgå ved estimation af σ 'erne for at undgå, at disse bliver skæve mod 1 med deraf følgende fejlspecifikation af de regionale produktionsforhold. Dette hindrer imidlertid ikke, at effektivitetsmålet bestemmes endogent imellem observationstidspunkterne.

LITTERATUR

- Arrow, K. J., H. B. Chenery, B. S. Minhas og R. M. Solow. 1961. Capital-labor substitution and economic efficiency. *Review of Economics and Statistics* 43: 225–50.
- Diwan, R. K. 1964. An empirical estimate of the constant elasticity of substitution production function. *Econometrica* 32: 662–63.
- Kendrick, J. W. og R. Sato. 1963. Factor prices, productivity and economic growth. *American Economic Review* 53: 974–1003.
- Kravis, I. 1959. Relative income shares in fact and theory. *American Economic Review* 49: 917–49.
- Malinvaud, E. 1970. *Statistical methods of econometrics*. Amsterdam.
- Minasian, J. R. 1961. Elasticities of substitution and constant-output demand curves for labor. *Journal of Political Economy* 69: 261–70.
- Ringstad, V. 1968. *Metoder for estimering av substitusjonselastisiteten i CES produktfunksjonen*. Notat til foredrag på Marstrandmødet 1968.