

WICKSELL'S RENTE- OG FORDELINGSTEORI

Af POUL BUCH HANSEN*

Indledning.

1. Til trods for at Wicksell's teoretiske arbejder i dag er mere end 60 år gamle, er de stadig værd at læse og det ikke blot af rent teoriehistoriske grunde. Der er stadig meget at hente hos Wicksell, når det gælder problemstillinger og analysemetoder i moderne makroteori. Det gælder både inden for vækstteorien og inden for penge teorien. Grunden hertil er vel blandt andet, at den »Keynes'ske æra« skubbede de problemstillinger, som man tidligere var mest optaget af, i baggrunden. Man kan vel sige, at Keynes interesserede sig for fluktuationer i en økonomi, et område, som var yderst sporadisk behandlet før Keynes. Wicksell var helt klar over, at hans analyse ikke strækker til over for denne problemstilling, og i de væsentligste dele af sin teori lægger han stationære forhold til grund.

Han synes dog selv at mene, at hans analyse uden større besvær kunne udbygges til at gælde for samfund i vækst. Det synes naturligt først at analysere priser, rente og indkomstfordeling i et stationært samfund og derefter forsøge at generalisere til et samfund i vækst, og det er formentlig, hvad Wicksell forestillede sig. Stationære forhold implicerer blandt andet, at man kan forudsætte, at kapitalens fordeling på alder er rektangulær, jfr. side 242. Det synes muligt at generalisere dette i retning af modeller af den type, som i moderne vækstteori kaldes »golden age« modeller, der er de bedst udbyggede af moderne vækstmodeller. Det er imidlertid ikke ad denne vej, disse typer af modeller er opstået set fra en teoriehistorisk synsvinkel. Denne moderne udvikling i vækstteorien har vel som udgangspunkt Harrods og Domars vækstteoretiske problemstillinger, der igen *tog udgangspunkt i Keynes*. Denne historiske udvikling til trods kan »golden age« modellerne opfattes som generalisationer af Wicksell's analyse af det stationære samfund. Joan Robinson [6] og [7], der vel er den, der først og mest grundigt har behandlet disse modeller, gør da også i forordet til [7] opmærksom på sin gæld til såvel Wicksell som Keynes og Harrod.

De forudsætninger, der ligger bag »golden age« modellerne, er stort set af samme type som dem, der ligger bag Wicksell's analyse af stationære sam-

* Lektor ved Københavns Universitet. Forfatteren har haft lejlighed til at diskutere et første udkast til nærværende artikel på et seminar ved Københavns Universitets Økonomiske Institut. Denne diskussion såvel som efterfølgende diskussioner med amanuensis Lars Lund, Handelshøjskolen i København, har medført væsentlige forbedringer i forhold til det oprindelige udkast.

WICKSELL'S RENTE- OG FORDELINGSTEORI

Af POUL BUCH HANSEN*

Indledning.

1. Til trods for at Wicksell's teoretiske arbejder i dag er mere end 60 år gamle, er de stadig værd at læse og det ikke blot af rent teoriehistoriske grunde. Der er stadig meget at hente hos Wicksell, når det gælder problemstillinger og analysemetoder i moderne makroteori. Det gælder både inden for vækstteorien og inden for penge teorien. Grunden hertil er vel blandt andet, at den »Keynes'ske æra« skubbede de problemstillinger, som man tidligere var mest optaget af, i baggrunden. Man kan vel sige, at Keynes interesserede sig for fluktuationer i en økonomi, et område, som var yderst sporadisk behandlet før Keynes. Wicksell var helt klar over, at hans analyse ikke strækker til over for denne problemstilling, og i de væsentligste dele af sin teori lægger han stationære forhold til grund.

Han synes dog selv at mene, at hans analyse uden større besvær kunne udbygges til at gælde for samfund i vækst. Det synes naturligt først at analysere priser, rente og indkomstfordeling i et stationært samfund og derefter forsøge at generalisere til et samfund i vækst, og det er formentlig, hvad Wicksell forestillede sig. Stationære forhold implicerer blandt andet, at man kan forudsætte, at kapitalens fordeling på alder er rektangulær, jfr. side 242. Det synes muligt at generalisere dette i retning af modeller af den type, som i moderne vækstteori kaldes »golden age« modeller, der er de bedst udbyggede af moderne vækstmodeller. Det er imidlertid ikke ad denne vej, disse typer af modeller er opstået set fra en teoriehistorisk synsvinkel. Denne moderne udvikling i vækstteorien har vel som udgangspunkt Harrods og Domars vækstteoretiske problemstillinger, der igen *tog udgangspunkt i Keynes*. Denne historiske udvikling til trods kan »golden age« modellerne opfattes som generalisationer af Wicksell's analyse af det stationære samfund. Joan Robinson [6] og [7], der vel er den, der først og mest grundigt har behandlet disse modeller, gør da også i forordet til [7] opmærksom på sin gæld til såvel Wicksell som Keynes og Harrod.

De forudsætninger, der ligger bag »golden age« modellerne, er stort set af samme type som dem, der ligger bag Wicksell's analyse af stationære sam-

* Lektor ved Københavns Universitet. Forfatteren har haft lejlighed til at diskutere et første udkast til nærværende artikel på et seminar ved Københavns Universitets Økonomiske Institut. Denne diskussion såvel som efterfølgende diskussioner med amanuensis Lars Lund, Handelshøjskolen i København, har medført væsentlige forbedringer i forhold til det oprindelige udkast.

fund. Der er i begge tilfælde tale om forudsætninger om at forventningerne altid går i opfyldelse.

I den følgende fremstilling af Wicksell's rente- og fordelingsteori har formålet først og fremmest været at formulere Wicksell's teori ved hjælp af det moderne makroteoretiske apparat. De væsentligste aspekter af Wicksell's tankegang søges først illustreret ved hjælp af det berømte vineksempel (der dog er noget omformuleret både i forhold til Wicksell's egen fremstilling og i forhold til f. eks. fremstillingen i Lutz [3]). Disse aspekter er derefter søgt »indbygget« i en mere generel makroteoretisk formulering.

Wicksell interesserede sig først og fremmest for indkomstfordelingen i et stationært samfund med kapitalistisk produktion. Dette problem hænger nøje sammen med spørgsmålet om eksistensen af en positiv rente. Wicksell's fremstilling kan give det indtryk, at han begrundet eksistensen af en sådan *alene* med »omvejsproduktionens tekniske overlegenhed«, en teknisk forudsætning, der er ækvivalent med Böhm-Bawerks såkaldte »tredje hovedgrund«. Som det søges vist nedenfor, er dette næppe en korrekt fortolkning af Wicksell, et forhold, som også tidligere er blevet fremhævet af R. Frisch [1].

Spørgsmålet om eksistens af en positiv rente hænger *også* sammen med »samfundets tidspræferencer«. Denne side af rentedannelsen behandler Wicksell ikke udførligt, men der er ikke tvivl om, at han var klar over problematikken. Det var Irving Fisher, der tog denne side af rentedannelsen op i nyere tid, men igen synes han »skubbet ud« i den »Keynes'ske æra« og er endnu ikke kommet ind igen i moderne vækstteori. Man skal over i den mere matematisk prægede del af den økonomiske teori i dag for at finde eksplicit hensyntagen til tidspræferencer.

Wicksell's renteteori fik sin lettest tilgængelige og mest afrundede form i hans *Föreläsningar i nationalekonomi*, hvis første bind, der omhandler rente- og fordelingsteorien, udkom i 1901. Andet bind, omhandlende hans penge- og pristeori, udkom første gang i 1906. Wicksell nåede selv at udsende en 2. revideret udgave, der med mindre ændringer senere oversattes til tysk. En tredje revision blev foretaget af Emil Sommarin på grundlag af Wicksell's egne noter og tilføjelser til 2. udgave. Denne tredje udgave blev i 1966 genoptrykt med et forord af Carl Uhr, og det er den, der ligger til grund for følgende fremstilling.

Vineksemplet.

2. Wicksell illustrerer de centrale aspekter af sin tankegang ved hjælp af det berømte vineksempel, der naturligvis er en stærk forenkling af virkeligheden, specielt hvad angår den teknologiske struktur. Wicksell mener dog at disse forudsætninger er mindre væsentlige i den forstand, at kernen i rente- og kapitalteorien ville blive uforandret ved en slækkelse af forudsætningerne.

Det forekommer imidlertid, at vineksemplet er så enkelt og i visse hense-

ender så specielt, at man skal være yderst opmærksom i fortolkningen, hvis man skal få alt det essentielle i Wicksell's rente- og kapitalteori til at fremgå eksplicit. Det er begrundelsen for den lidt omstændelige fremstilling som benyttes nedenfor.

Et af de forhold, der gør vineksemplet lidt mystisk eller i det mindste synes at indsnævre konklusionernes gyldighedsområde ganske væsentligt, er de antagelser, Wicksell gør om teknologien. Frisk druesaft lagres, hvorved druesaften efterhånden bliver til vin, og jo længere den lagres jo bedre vin i en eller anden forstand. Det er som om det er tiden i sig selv, der er produktiv, hvorimod den kapital, som nødvendigvis må dannes under processen, ikke er en produktionsfaktor. Det synes at være lidt en smagssag, om man vil sige, at det er tiden i sig selv eller kapitalen, der er produktiv. Som Haavelmo har påvist¹, er der intet i vejen for hos Wicksell at opfatte kapitalen som værende produktiv ved sin tilstedeværelse på helt samme måde som i moderne produktions-teori.

Endvidere er Wicksell's kapitalbegreb i vineksemplet hvad man i dag kalder »flydende realkapital«. Dette er et resultat af det valgte konkrete eksempel, og udelukker ikke at Wicksell's teori gælder også for fast realkapital.

Endelig er det i vineksemplet svært at sondre mellem de teknologiske forudsætninger og prisforudsætningerne. Wicksell's produktionsfunktion angiver *værdien* af det færdige produkt som en funktion af tiden, en sammenhæng som tager sig lidt mærkelig ud i lys af moderne produktionsteori og som næppe kan begrundes alene ved tekniske forudsætninger. At tiden er den uafhængige variable er som antydnet ækvivalent med, at produktet afhænger af *kapitalen, men opgjort i penge*. Selv om man formulerer Wicksell's produktionsfunktion med kapitalen som den uafhængige variable, slipper man ikke udenom, at priser indgår, og at man således ikke kan give en rent teknologisk begrundelse for denne sammenhæng.

For at råde bod på disse vanskeligheder – i den udstrækning det er muligt – er vineksemplet søgt fremstillet ved hjælp af et andet eksempel, hvor det umiddelbart synes lettere at adskille de teknologiske forudsætninger fra prisforudsætningerne.

Antag at der i et samfund anvendes *to* produktionsprocesser. Den ene fremstiller alene ved hjælp af arbejdskraft (jord antages at være et frit gode) friske roetoppe. I den anden lagres disse roetoppe i en ensilagebeholder, hvorved foderværdien stiger. Lad os måle foderværdien i foderenheder. Jo længere roetoppene lagres, jo større er foderværdien. Lad $f(t)$ være en funktion, der angiver antallet af foderenheder pr. ton roetoppe som en funktion af *lagringstiden*; $f(t)$ er således en ren teknisk sammenhæng, der udtrykker den fysisk-kemiske omdannelse som finder sted under lagringen. Vi har da følgende to produktionsfunktioner:

1. Se [2] f.eks. side 93.

$$(2.1) \quad X = aL \quad (a \text{ konstant})$$

$$(2.2) \quad V = X f(t)$$

hvor X er produktionen pr. periode af friske roetoppe målt i tons, L arbejdsindsatsen i denne produktionsproces målt i arbejdstimer pr. periode. V angiver antallet af foderenheder som en funktion af X og t (lagringstiden)¹.

I sit eksempel antager Wicksell, at det færdige produkt sælges til udlandet til en udefra givet pris. Det færdige produkt er i eksemplet her foderenheder. Prisen pr. foderenhed i udlandet kaldes p . Vi kan uden at det påvirker argumentationen antage en fast valutakurs og opgøre alle priser i indlandet i den udenlandske møntenhed. Lad arbejdslønnen være w og antag endvidere, at arbejdskraften i (2.1) aflønnes efter sit grænseprodukt, samt at prisen i indlandet på friske roetoppe er p_0 . Vi har da:

$$(2.3) \quad p_0 = \frac{w}{a}$$

Før at producere og sælge til udlandet et vist antal foderenheder er det nødvendigt gennem produktionsproces 2 at lagre de friske roetoppe en kortere eller længere tid. Vi antager – som Wicksell – at friske roetoppe *ikke* kan sættes i udlandet. Disse får derfor deres værdi alene i kraft af, at de ved lagring bliver til et produkt, der kan sælges i udlandet. I moderne sprogbrug betyder denne forudsætning, at kapitalgoder fremstilles alene ved hjælp af arbejdskraft og færdigvarer alene ved hjælp af kapital (tiden). Hele arbejdsstyrken arbejder således i kapitalgodesektoren.

Skal der årligt fremstilles V foderenheder, må der årligt opkøbes X ton roetoppe, og disse må lagres t år. Man kunne naturligvis fremstille V foderenheder i en årrække uden at indkøbe nye roetoppe, men det ville kun gå, indtil de på lager værende roetoppe alle havde nået alderen t . Derefter ville produktionen standse. Her kommer Wicksell's forudsætning om stationære tilstande ind. Foretagerne kan variere på t og X , men har de engang lagt sig fast på et t og et X , forudsætter Wicksell, at de handler således, at de *i al fremtid* kan fremstille det dertil svarende antal foderenheder pr. periode, hvilket altså vil sige, at de også indkøber X ton roetoppe pr. periode. Foretagerne i denne produktionsproces (kapitalisterne) må således på ethvert tidspunkt have X enheder roetoppe af alle aldre mellem nul og t liggende i ensilagebeholderen. Lad os kalde disse *kapitalgoder* $X(\tau)$, hvor τ er alderen, og hvor X' et antyder, at de målt i tons er lig med den årlige produktion af friske roetoppe. Kapitalen består altså af X enheder roetoppe lagret 1 år, X enheder lagret 2 år o.s.v. Der er her tale om *forskellige* kapitalgoder, der hver især kan måles i antal tons, men den *samlede kapital kan ikke måles i fysiske enheder*.

1. Strengt taget refererer V og X i (2.2) til forskellige perioder, men under stationære forhold, jfr. senere, er dette uden betydning.

Derimod kunne den samlede kapital tænkes målt i værdi. Lad prisen på et ton roetoppe lagret i τ år være $p(\tau)$ og lad os – igen som Wicksell – antage at disse kapitalgoder handles i *indlandet* kapitalisterne imellem. Hvis markedet er homogent, hvis de enkelte kapitalister handler autonomt, og hvis det er muligt at låne til en given rente ϱ (f. eks. i udlandet), må der være en ganske bestemt sammenhæng mellem priserne på disse kapitalgoder:

$$(2.4.a) \quad p(\tau_2) = p(\tau_1) e^{\varrho(\tau_2 - \tau_1)} \quad (0 \leq \tau_1 < \tau_2 \leq t)$$

eller specielt for $\tau_2 = \tau$ og $\tau_1 = 0$:

$$(2.4.b) \quad p(\tau) = p_0 e^{\varrho\tau} \quad (0 \leq \tau \leq t)$$

(idet p_0 jo var prisen på friske roetoppe, altså alder nul). Begrundelsen for, at disse relationer må gælde er, at man i modsat fald ville have, at det var muligt gennem rene lånetransaktioner at opnå en profit. Konkurrencen sikrer, at denne bliver nul.

Lagres ét ton roetoppe t år for derefter at afhændes til udlandet, opnås følgende pris, idet $f(t)$ angiver antallet af foderenheder pr. ton og p prisen på en foderenhed:

$$(2.4.c) \quad p(t) = pf(t)$$

hvor $p(t)$ er prisen pr. ton af roetoppe lagret t år solgt i udlandet. Denne pris må imidlertid være lig med prisen på kapital af alderen t ; (2.4.b) og (2.4.c) giver derfor:

$$(2.4) \quad pf(t) = p_0 e^{\varrho t}$$

Vi er nu i stand til at finde *værdien* af den samlede kapital, K :

$$(2.5) \quad K = \int_0^t X p_0 e^{\varrho\tau} d\tau = \frac{X p_0}{\varrho} (e^{\varrho t} - 1)$$

Har kapitalisterne et kapitalapparat bestående af $X(\tau)$ for alle τ mellem 0 og t , kan de hvert år producere V foderenheder og ud af salgsprovenuet indkøbe X enheder roetoppe og endda få et overskud. Kapitalapparatet kan imidlertid kun opbygges over tiden (over t år) og i den tid får de intet output. Skal de friske roetoppe betales kontant, må kapitalisterne låne (i udlandet). Vælger de en lagringstid på t år, vil den samlede gæld, som de har på ethvert tidspunkt, netop være K . Man kunne nu sige, at omkostningerne ved produktionsproces 2 er rentebeløbet svarende til K og renten ϱ . Herved ville man imidlertid bryde med de stationære betingelser. Foretagerne afgør ikke hvor meget de vil producere i den nærmest følgende periode. De afgør hvor meget de vil producere i denne periode og ud i al fremtid. Indkøbet af friske roetoppe er derfor også en produktionsomkostning, der dog ingen betydning får for optimeringen.

For den enkelte producent må p_0 og ϱ opfattes som udefra givne størrelser, og det gælder for hver enkelt af dem om at finde den optimale lagringstid t . Imidlertid er værdien af kapitalapparatet for hver (p_0, ϱ) afhængig af den valgte lagringstid – og sammenhængen er som specificeret i (2.5). Profitfunktionen kan skrives som:

$$F = Xp f(t) - p_0 X - \varrho \frac{Xp_0}{\varrho} (e^{\varrho t} - 1)$$

Antages det at kapitalisterne maksimerer denne profit m.h.t. lagringstiden, t , fås ved differentiation m.h.t. t , idet p_0 og ϱ holdes konstante:

$$(2.6) \quad pf'(t) = p_0 \varrho e^{\varrho t}$$

Dette er den *nødvendige* betingelse, der sammen med følgende betingelse:

$$(2.6.a) \quad pf''(t) - p_0 \varrho^2 e^{\varrho t} < 0$$

giver den *tilstrækkelige* betingelse for maksimum.

Ligningssystemet (2.1) – (2.4) samt (2.6) har følgende endogene variable: X , V , t , p_0 , w og ϱ , idet p og L opfattes som exogene. Der er således 1 frihedsgrad i systemet. Er f.eks. renten givet, kan t og p_0 findes af (2.4) og (2.6), hvorefter de øvrige variable umiddelbart følger af de resterende ligninger. Værdien af kapitalen kan endelig findes herefter ud fra relation (2.5).

Wicksell disponerer imidlertid over den ene frihedsgrad i modellen ved at fastlægge K , altså værdien af det samlede kapitalapparat, hvorved renten kan bestemmes endogent.

Herved føjes relation (2.5) til modellen og ved eliminering af X , V , w og p_0 reduceres modellen til:

$$(2.7) \quad k - \frac{af(t)(1 - e^{-\varrho t})}{\varrho} = 0$$

$$(2.8) \quad f'(t) - \varrho f(t) = 0$$

hvor $k = \frac{K/p}{L}$.

Tilbage er således kun de to endogene variable ϱ og t og den exogene variable k . Det er værd at bemærke, at det er kapitalværdien opgjort i konsumvareenheder i forhold til den samlede arbejdsstyrke, der er afgørende for rentens højde.

Af (2.8) ses at renten bliver $\varrho = \frac{f'(t)}{f(t)}$ og ved indsættelse af denne størrelse i (2.7) kan t findes. Denne eksplicite løsning er ikke i sig selv særlig interessant. Mere nærliggende er det at undersøge hvordan ϱ og t påvirkes af en æn-

dring i k . Dette kan gøres gennem en komparativ statistisk analyse. Opfat (2.7) og (2.8) som implicite funktioner i de tre variable k , t og ϱ :

$$(2.7.a) \quad h(k, t, \varrho) = 0$$

$$(2.8.a) \quad g(k, t, \varrho) = 0$$

Differentierer man igennem i disse to relationer fås til bestemmelse af $\frac{dt}{dk}$ og $\frac{d\varrho}{dk}$:

$$(2.9) \quad h'_t \frac{dt}{dk} + h'_\varrho \frac{d\varrho}{dk} = -h'_k$$

$$\text{og (2.10)} \quad g'_t \frac{dt}{dk} + g'_\varrho \frac{d\varrho}{dk} = 0$$

hvoraf:

$$(2.11) \quad \frac{dt}{dk} = \frac{-h'_k g'_\varrho}{h'_t g'_\varrho - h'_\varrho g'_t}$$

$$(2.12) \quad \frac{d\varrho}{dk} = \frac{h'_k g'_t}{h'_t g'_\varrho - h'_\varrho g'_t}$$

Størrelserne $\frac{dt}{dk}$ og $\frac{d\varrho}{dk}$ er således bestemt af de partielle afledede af h - og g -funktionerne. Udregner man disse afledede i *ligevægten* fås:

$$h'_k = 1 > 0, \quad h'_t = -af(t) < 0, \quad h'_\varrho = -\frac{af(t)(\varrho t e^{-\varrho t} - 1 + e^{-\varrho t})}{\varrho^2} > 0$$

At $h'_\varrho > 0$ følger af, at $\varrho t < e^{\varrho t} - 1$ for alle $\varrho t \neq 0$. Endvidere:

$$g'_t = \frac{f''(t)f(t) - (f'(t))^2}{f(t)} < 0$$

$$g'_\varrho = -f(t) < 0$$

$g'_t < 0$ er præcis betingelsen for at 2. ordensbetingelsen for maksimum af profitten er opfyldt¹, hvilket i hvert fald er tilfældet, hvis $f''(t)$ bliver negativ fra et vist t , sådan som tilfældet er for »normale« produktionsfunktioner.

Sammenholdes ovenstående med (2.11) og (2.12) ses det, at et alternativt større k medfører en lavere rente og en længere lagringstid, når blot 2. ordensbetingelsen for maksimum er opfyldt i *ligevægten*. I modsat fald *kan* et større

1. Dette ses ved at indsætte *ligevægtsværdien* for p_0 og ϱ i (2.6.a).

k tænkes at føre til højere rente, men modellen kan i denne situation ikke siges at give en adækvat beskrivelse af producenternes adfærd. Af (2.4) følger endvidere, idet man differentierer igennem, at:

$$e^{et} dp_0 + p_0 t e^{et} dq + (p_0 e^{et} - pf'(t)) dt = 0$$

eller
$$e^{et} \frac{dp_0}{dk} + p_0 t e^{et} \frac{dq}{dk} = 0 \quad (\text{i ligevægten, jfr. (2.6)})$$

hvoraf
$$\frac{dp_0}{dk} = -p_0 t \frac{dq}{dk}$$

der viser at en stigning i k fører til en stigning i p_0 (og dermed i pengelønnen), under samme betingelser som medfører $\frac{dq}{dk} < 0$.

Som tidligere nævnt kan $f(t)$ fortolkes som en produktionsfunktion, hvis form er bestemt af rent tekniske faktorer. Det vil være rimeligt at gå ud fra, at den er positiv og voksende i hvert fald til en vis grænse. Er $f(t)$ voksende for alle t , vil renten altid være positiv, og modellen vil have én løsning for enhver positiv værdi af k . Har $f(t)$ et maksimum for en given værdi af t , bliver renten nul for det til dette t svarende k . Har $f(t)$ denne form kan k blive så stor at $f'(t) < 0$ og renten altså negativ. Eksistensen af en positiv rente kan således ikke alene begrundes med henvisning til produktionens tekniske vilkår, medmindre $f(t)$ er en stadigt voksende funktion. Er $f(t)$ en »normal« produktionsfunktion, er en begrænsning på k nødvendig for at sikre en positiv rente. Det bemærkes, at det »normale S-formede« udseende af en produktionsfunktion begrundes med eksistensen af en eller flere faste faktorer i produktionen. En sådan begrundelse kan vanskeligt anvendes i vineksemplet. Det synes derfor interessant at forsøge en mere moderne produktionsteoretisk formulering, hvor der er mulighed for substitution mellem arbejdskraft og kapital, men under »constant returns to scale«.

3. Wicksell interesserer sig for, hvorvidt ligevægtsrenten (løsningsværdien) bliver positiv. Det fremgår af ovenstående, at dette vil være tilfældet, såfremt $f'(t)$ er positiv, hvilket er et spørgsmål både om produktionsfunktionens form og om t 's og dermed k 's størrelse. Hvis $f(t)$ er monotont voksende for alle t , vil renten være positiv uafhængig af k 's størrelse. Har $f(t)$ derimod et maksimum (sådan som »normale« produktionsfunktioner), kan k tænkes at blive så stor, at renten bliver nul eller negativ. Nærmer $f(t)$ sig asymptotisk til en konstant, går renten mod nul for k gående mod uendelig.

Det fremgår ret klart af Wicksell's fremstilling, at han forestiller sig, at renten nærmer sig nul, når kapitalværdien vokser. Dette implicerer, at $f(t)$ har et maksimum eller nærmer sig asymptotisk til en konstant. Wicksell's be-

grundelse herfor synes at være, at der er en grænse for stigningen i $f(t)$ ved fortsat udvidelse af lagringstiden *under konstant teknik*. Når renten rent faktisk ikke synes at nærme sig nul, skyldes det, at tekniske fremskridt skubber grænsen længere og længere ud.

Er renten positiv indebærer det, at $pf(t)$ er større end p_0 , og det vil altså være tilfældet, når blot $f(t)$ er voksende. Dette er hvad Wicksell kalder »omvejsproduktionens tekniske overlegenhed«. Sålænge antallet af foderenheder vokser med lagringstiden, vil producenterne altid ønske at udvide lagringstiden, men den givne kapitalværdi sætter en grænse for hvor lang produktionstiden kan blive og t og ϱ indstiller sig sådan, at den givne kapitalværdi præcis bliver udnyttet. Kapitalværdien har således betydning for, hvor høj renten bliver i ligevægten. De tekniske produktionsvilkår *kan* være således indrettet, at eksistensen af en *positiv* rente kan begrundes alene ved henvisning til disse tekniske vilkår, men dens højde er i alle tilfælde bestemt *også* af kapitalværdiens størrelse, idet denne er afgørende for, hvor på produktionsfunktionen producenterne vil befinde sig i ligevægtssituationen.

(2.4) og (2.6) ovenfor kan sammenfattes til følgende udtryk:

$$(3.1) \quad \varrho = \frac{aL(pf(t) - p_0)}{K}$$

der viser, at renten kan opfattes som overskuddet på ét års samlet produktion i forhold til kapitalværdien. Renten er således en profitrate. Det bemærkes, at både t og p_0 determineres i modellen, men sålænge k er så lille, at en stigning i k vil føre til en stigning i $f(t)$, vil dette ske, idet t stiger med stigende k ; også p_0 vil herved stige, men overskuddet vil stadig være positivt i ligevægten.

4. Når Wicksell interesserer sig for spørgsmålet om en positiv rente, er det først og fremmest, fordi han vil undersøge *fordelingen* under kapitalistisk produktion. I vineksemplet – som fremstillet af Wicksell – er der intet alternativ til kapitalistisk produktion. Under de ovenfor anførte forudsætninger er renten positiv, og kapitalisternes andel af produktet bliver ϱK . Arbejdernes andel er wL . At produktet herved præcis udtømmes i ligevægtssituationen kan let indses:

$$\begin{aligned} pV &= paL f(t) \\ wL + \varrho K &= p_0 aL + aL(pf(t) - p_0) \text{ (jfr. (2.4) og (2.5))} \\ &= p aL f(t) \end{aligned}$$

Tænker man sig en stigning i $k = \frac{K/p}{L}$, vil det som ovenfor vist føre til en

stigning i t og p_0 (og dermed w) og til et fald i renten. Ved uforandret arbejdsstyrke vil reallønnen altså stige, medens renten falder. Det samlede produkt vil også stige, og man kan rejse det spørgsmål, om lønnen stiger så meget, at arbejdernes *andel* af produktet stiger. Kaldes arbejdernes andel af produktet for σ , har man:

$$\sigma = 1 - \frac{\rho K}{pV} = 1 - \frac{aL (pf(t) - p_0)}{aL f(t)}$$

der ved hjælp af relation (2.4) kan skrives:

$$\sigma = 1 - \frac{pf(t) - \frac{pf(t)}{e^{\rho t}}}{pf(t)} = e^{-\rho t}$$

Den af ændringer i k forårsagede ændring i fordelingen afhænger af, hvordan ρ og t ændrer sig i forhold til hinanden. Renten falder, og t stiger med voksende k ; er de procentvise ændringer lige store, er fordelingen uændret. Er faldet i ρ procentvis større end stigningen i t , vil arbejdernes andel af produktet stige – og i modsat fald falde.

Imidlertid er renten i ligevægten lig med $\frac{f'(t)}{f(t)}$. Ændringen i ρt ved ændringer i k er derfor bestemt ved ændringer i:

$$\eta = f'(t) \frac{t}{f(t)}$$

hvor η er elasticiteten på produktionsfunktionen $f(t)$. Er elasticiteten faldende med stigende t , vil et højere k føre til en stigning i arbejdernes andel af det samlede produkt.

Wicksell synes at mene, at for »små« k -værdier vil en stigning i k føre til et *fald* i arbejdernes andel, medens det vil medføre en stigning for »store« k -værdier. Jo større k -værdier, jo større t . Vendepunktet er det k , som svarer til det t , hvor elasticiteten skifter fra at være voksende til at være aftagende.

Det synes ikke muligt at sige noget generelt om, *hvor* på produktionsfunktionen dette punkt ligger, ligesom det er muligt at forestille sig produktionsfunktioner, hvor elasticiteten er konstant for alle t . Om den »normale S-formede« produktionsfunktion gælder, at elasticiteten er faldende i intervallet fra $\max. f'(t)$ til $\max. \frac{f(t)}{t}$. Det er nærliggende at slutte, at elasticiteten fort-

sætter med at falde efter højre endepunkt af intervallet, men dette synes ikke at gælde generelt. Imidlertid mener Wicksell, at produktionsfunktionen har et maksimum, hvilket implicerer, at det fra et eller andet t , før dette maksimum nås, gælder, at elasticiteten falder.

5. Det må konkluderes, at k , d.v.s. værdien af kapitalen pr. mand opgjort i konsumvareenheder, øver indflydelse på rentens højde. Renten er *bestemt* af kapitalværdien og af produktionsfunktionens form. Endvidere gælder i almindelighed, at eksistensen af en positiv rente beror på, at kapitalværdien er for lille til at muliggøre udvidelsen af den kapitalistiske produktion til det punkt, hvor produktet er størst muligt. »Omvejsproduktionens tekniske overlegenhed« er således ikke en tilstrækkelig begrundelse.

Frisch [1, side 666–667], fortolker Wicksell's analyse derhen, at hvis K har en »passende størrelse«, og hvis $f(t)$ har en produktionsfunktionens »normale« udseende, så vil renten være positiv, men siger han »....it is stretching the terminology a bit to call this set of assumptions a »technical« superiority«.

Men hvad bestemmer da K 's størrelse? Wicksell selv mener, at K er bestemt af opsparingen. En nøjere specifikation af denne sammenhæng fører imidlertid over i Wicksell's penge- og pristeori. Det skal dog her bemærkes, at »stock-flow«-problematikken bliver væsentlig i denne sammenhæng, for så vidt som K er en beholdningsstørrelse, medens opsparingen er en strømstørrelse. At K på en eller anden måde er afhængig af opsparingen viser imidlertid, at befolkningens præferencer for nutidigt contra fremtidigt forbrug – som må komme til udtryk gennem opsparingen – øver indflydelse på rentens højde, og at en eksplicit indførelse af sådanne præferencer er nødvendig, før man definitivt kan fastlægge betingelserne for en positiv rente. Wicksell synes således helt i overensstemmelse såvel med Böhm-Bawerk (hvis »første« og »anden hovedgrund« for en positiv rente går på befolkningens tidspræferencer) som med moderne teori.

Det må bemærkes, at vi ved opstillingen af modellen *forudsatte*, at der eksisterede en rentesats, til hvilken foretagerne måtte forrente værdien af kapitalen i hver enkelt periode. Denne forudsætning udtrykker imidlertid blot, at kapitalistisk produktion kun er mulig ved skabelse af et kreditvolumen af samme størrelse som kapitalens værdi; kapitalapparatet *skal* på en eller anden måde finansieres. Eller anderledes udtrykt: De arbejdere, der fremstiller kapitalgoder i den periode, hvor kapitalapparatet opbygges, skal leve også i den periode. Formelt kunne man tænke sig, at foretagerne opnår den nødvendige finansiering ved at udbyde obligationer (som f.eks. hos Patinkin), som så købes af folk, der ønsker at ligge med en formue. Det er naturligt at indføre rente på disse obligationer, men der ligger heri intet som helst om, hvorvidt denne rente i en eller anden ligevægtssituation bliver positiv, negativ eller nul.

Det skal endelig fremhæves, at Wicksell som nævnt ovenfor i vineksemplet bygger på den forudsætning, at fersk vin ikke direkte kan forbruges. Fersk vin får kun sin værdi i kraft af, at det ved lagring bliver til et færdigt produkt. I det eksempel, som er anvendt i foranstående fremstilling, virker denne for-

udsætning ikke naturlig. Hvis det færdige produkt er foderenheder kunne disse anskaffes af forbrugerne gennem køb direkte af friske roetoppe. I så fald må p og p_0 være identiske, hvilket svarer til at reallønnen er fastlagt exogent. Modellen er da formelt overdetermineret.

En vej ud af dette dilemma ville være at opgive K som exogen variabel. Derved ville man imidlertid fjerne det essentielle i Wicksell's tankegang. En anden mulighed var at hævde, at fordelingen af den samlede produktion af friske roetoppe på direkte forbrug og input i lagringsprocessen i så fald må blive en variabel, der skal determineres i modellen. Denne tankegang skal dog ikke her forfølges nærmere.

En mere generel formulering.

6. Som det er fremgået af ovenstående, er konklusionerne, der kan uddrages af vineksemplet, stærkt knyttet til de specifikke teknologiske forudsætninger, især dette, at det er tiden i sig selv, der er produktiv, og at kapital ikke er nogen selvstændig produktionsfaktor. Wicksell selv anvendte imidlertid også kun vineksemplet som en illustration af det centrale i hans generelle (verbale) fremstilling. Det synes derfor nyttigt at forsøge at formalisere denne generelle fremstilling med det moderne vækstteoretiske begrebsapparat.

Der er i hvert fald tre centrale aspekter i Wicksell's rente- og kapitalteori. For det første hviler den på forudsætningen om stationære forhold. Det fremgår ikke eksplicit, hvad Wicksell mener hermed. Den almindelige definition er vel, at samtlige variable er konstante over tiden. Fra et metodologisk synspunkt ville den rigtige fremgangsmåde være på grundlag af adfærdsmønstre og tekniske/institutionelle forhold at specificere en dynamisk model og bagefter undersøge betingelserne for, at denne har en (stabil) stationær løsning. Det er ikke Wicksell's fremgangsmåde; han indfører a priori nogle stationære betingelser for derigennem at forenkle analysen. Noget tilsvarende er gjort f. eks. af J. E. Meade [4] og [5]. Det væsentlige i denne sammenhæng er, at Wicksell a priori lægger bånd på produktion og anvendelse af kapitalgoder, bånd, som sikrer, at den mængde af de forskellige kapitalgoder (målt i fysiske enheder, f. eks. antal), som under givne betingelser (adfærdsmønstre etc.) vælges som de optimale, fastholdes i en uendelig fremtid. At mængden af et kapitalgode med en given »indbygget levetid« skal være konstant over tiden må indebære, at produktionen af ny kapital i hver periode er lig med det antal kapitalgoder, som ved slutningen af perioden må kasseres på grund af alder.

Den simpleste måde at indføre denne forenkling på, synes at være en antagelse om, at det eksisterende kapitalapparat på ethvert tidspunkt er tilpasset den løbende (konstante) produktion af kapitalgoder, sådan at denne bliver lig med det antal, som i periodens løb forsvinder på grund af alder. Dette

indebærer en forudsætning om, at kapitalapparatet på ethvert tidspunkt er rektangulært fordelt på alder. Mængden af kapital af given alder, K^τ , er da på ethvert tidspunkt lig med K^0 for alle $0 \leq \tau < \theta$, hvor θ er kapitalgodets levetid. Det samlede antal kapitalgoder er θK^0 og K^0 er lig med nul. Denne forudsætning synes at være helt analog med sædvanlige forudsætninger i komparativ-statistiske analyser. Skal statistiske modeller med fordel kunne anvendes til analyse af et faktisk tidsforløb, må tilpasningen forudsættes at gå »rimeligt hurtigt«. Denne forudsætning er ikke opfyldt i denne sammenhæng, idet tilpasningen må foregå over et tidsrum, der er lige så langt som kapitalgodets fysiske levetid. Analysen er derfor bedst anvendelig på sammenligning af stationære samfund. Dette er formentlig en af de ting, der ligger i begrebet stationære forhold. Men der ligger mere i det: I og med, at kapitalværdien målt i konsumvareenheder er exogent givet, er det forudsat, at samfundet ønsker at holde en formue af denne størrelse på ethvert tidspunkt. De ønsker ikke at ændre denne gennem nettoopsparing (positiv eller negativ). Dette indebærer, at afskrivningsbeløbet reinvesteres og rentebeløbet konsumeres.

For det andet betyder en ændring i kapitalen hos Wicksell en ændring såvel i »bredden« som i »højden« (eller i »dybden«). Wicksell lægger i sin generelle fremstilling megen vægt på, at kapitalen har begge disse dimensioner, og at en ændring i K er ensbetydende med en ændring i begge retninger. I vineksemplet betyder en ændring i »bredden«, at den fysiske mængde roetoppe under lagring vokser, mens en ændring i »dybden« er en ændring i den gennemsnitlige lagringstid. Begge ændringer følger af, at ændringer i K (kapitalværdien i vineksemplet) fører til ændringer i t . De tilsvarende begreber i moderne engelsksproget litteratur er »capital widening« og »capital deepening«. En oversættelse af denne tankegang hos Wicksell til det moderne makroteoretiske begrebsapparat indebærer, at man må operere med to eller flere typer kapital med forskellig »indbygget levetid«. En udvidelse af kapitalapparatet i »bredden« betyder da mere af de enkelte kapitalgoder målt i fysiske enheder, medens en udvidelse i »dybden« må forstås som en forskydning i sammensætningen over mod kapital med større »indbygget levetid«. Hos Wicksell synes dette at være ensbetydende med overgang til bedre og bedre teknik indenfor en given teknisk horisont. Når man opererer med kapital med givet indbygget endelig levetid, vil kapitalapparatet på ethvert tidspunkt bestå af samme slags fysiske enheder men af forskellig alder. Endvidere må priserne på disse forskellige aldre indgå, hvorfor analysen hurtigt synes uoverskuelig. Imidlertid har Haavelmo [2, s. 138 ff.] vist, hvorledes man under visse forudsætninger kan forenkle en sådan analyse, idet prisen på kapital af given alder kan udtrykkes ved hjælp af renten og prisen på ny kapital.

Denne sammenhæng, som Haavelmo kalder »the general law of indifference of capital prices« vil blive anvendt i nedenstående model.

Den centrale forudsætning for denne »lov« er, at kapitalgoder af forskellig

alder er ens i produktionsfunktionen, altså er fuldstændige substitutter. Det er det samlede antal kapitalgoder – uanset aldersfordeling – der er afgørende i produktionsfunktionen. Hvis det er tilfældet, vil den enkelte producent vælge kapitalgodet af den alder, der giver de laveste omkostninger. Står priserne på kapital af de forskellige aldre i en sådan relation til hinanden, at omkostningerne pr. enhed kapital er uafhængig af alderen, vil det for den enkelte producent være ligegyldigt, hvordan han sammensætter sit kapitalapparat efter alder. Tilfredsstiller kapitalpriserne ikke denne relation, vil én af aldersgrupperne være den billigste, og producenten vil da udelukkende anvende kapital i denne aldersgruppe. Der er således ikke tale om en egentlig substitution; det er et enten eller.

Skal producenterne være villige til at anvende præcis den kombination af aldre (under de stationære betingelser: en rektangulær fordeling) som producenterne af kapital fremstiller må omkostningerne pr. enhed kapital (fysiske enheder) være de samme for kapital af alle aldre. Dette kan formuleres således:

$$(6.1) \quad \varrho P^{\tau_1} + (P^{\tau_1} - P^{\tau_1+1}) = \varrho P^{\tau_2} + (P^{\tau_2} - P^{\tau_2+1})$$

eller

$$(6.1.a) \quad (1 + \varrho) P^{\tau_1} - P^{\tau_1+1} = (1 + \varrho) P^{\tau_2} - P^{\tau_2+1}$$

hvor ϱ er renten og P^τ prisen på kapital af alder τ .

Specielt fås for $\tau_2 = 0$ og $\tau_1 = \tau$:

$$(6.1.b) \quad (1 + \varrho) P^\tau - P^{\tau+1} = (1 + \varrho) P^0 - P^1 \quad (0 < \tau \leq \theta - 1)$$

Dette er en differensligning. Som det fremgår af Haavelmo er løsningen:

$$(6.2) \quad P^\tau = P^0 \frac{(1 + \varrho)^\theta - (1 + \varrho)^\tau}{(1 + \varrho)^\theta - 1}$$

Ved udnyttelse af denne relation viser Haavelmo, at de samlede omkostninger

ved at benytte $\sum_{\tau=0}^{\theta-1} K^\tau$ enheder kapital bliver:

$$\text{Kapitalomkostninger} = \frac{\varrho(1 + \varrho)^\theta}{(1 + \varrho)^\theta - 1} P^0 \sum_{\tau=0}^{\theta-1} K^\tau$$

der under stationære betingelser bliver lig:

$$(6.3) \quad \frac{\varrho(1+\varrho)^{\theta}}{(1+\varrho)^{\theta}-1} P^0 \theta K^0$$

Den forenkling af analysen, som de stationære antagelser sammen med forudsætningen om, at kapitalpriserne følger »the general law of indifference of capital prices« indebærer, er, at man kan nøjes med at operere i sin model med prisen på *ny* kapital og produktionen af *ny* kapital.

Det tredje væsentlige aspekt er, at befolkningens tidspræferencer indgår – om end ikke særligt tilfredsstillende – derved at værdien af kapitalapparatet pr. mand målt i konsumgoder er exogent givet. Som det fremgår af diskussionen i forbindelse med vineksemplet må forudsætningen om exogent givet k netop fortolkes på denne måde. Hvis befolkningens tidspræference ikke var opfyldt ved det givne k , kunne det jo ændres gennem nettoopsparing (positiv eller negativ).

7. Antag at det er muligt at producere en homogen konsumvare ved hjælp af to forskellige typer kapital med levetiderne θ_1 og θ_2 ($\theta_2 > \theta_1$) samt arbejdskraft, og at der er substitutionsmuligheder mellem alle tre faktorer. Lad produktionsfunktionen være givet ved:

$$(7.1.a) \quad X = f(K_1, K_2, L_c)$$

hvor X er mængden af konsumvarer, L_c den indsatte arbejdskraft målt i arbejdstimer og K_1 og K_2 mængderne af de to kapitalgoder – uanset alder – målt i antal. Under de ovenfor anførte stationære betingelser kan (7.1.a.) skrives:

$$(7.1.b) \quad X = f(\theta_1 K_1^0, \theta_2 K_2^0, L_c)$$

hvor toptegnet 0 angiver alder nul. Det forudsættes – som hos Wicksell – at (7.1.a) er homogen af 1. grad i de tre faktorer.

Produktionen af de to kapitalgoder tænkes at foregå alene ved hjælp af arbejdskraft og – for simpelhedens skyld – med faste koefficienter:

$$(7.2) \quad K_1^0 = b_1 L_{1K}$$

$$(7.3) \quad K_2^0 = b_2 L_{2K}$$

L_{1K} og L_{2K} er arbejdsindsatsen målt i antal arbejdstimer i hver af de to processer, og b_1 og b_2 angiver de reciprokke af det antal arbejdstimer, der er nødvendige for at producere én enhed i de to processer. Det må antages, at disse koefficienter afhænger af levetiden for de to typer kapitalgoder. Jo

større levetid, jo flere arbejdstimer medgår til fremstillingen af en kapitalenhed. En enkel specifikation af denne sammenhæng ville være omvendt proportionalitet $\left(b_1 = \frac{b}{\theta_1} \text{ og } b_2 = \frac{b}{\theta_2}\right)$, hvor proportionalitetsfaktoren b kunne fortolkes som det antal arbejdstimer, der medgår til fremstilling af 1 enhed kapital med »standard« levetid (f. eks. 1 år). For fortolkninger af visse af de følgende konklusioner kan eksplicit specifikation af denne sammenhæng være nyttig. Under alle omstændigheder må det antages, at $b_2 < b_1$.

Skal arbejdskraften (der forudsættes homogen) aflønnes efter sit grænseprodukt i hver af de 3 processer, fås:

$$(7.4) \quad f'_c = \frac{w}{p}$$

$$(7.5) \quad b_1 = \frac{w}{P_1^0}$$

$$(7.6) \quad b_2 = \frac{w}{P_2^0}$$

hvor p er færdigvareprisen, w pengelønnen, P_1^0 og P_2^0 priserne på de to kapitalgoder af alder nul. f'_c angiver den første afledede af X m.h.t. L_c .

Den totale arbejdsstyrke, L , tænkes exogent givet, og dens fordeling på de tre sektorer kan udtrykkes ved:

$$(7.7) \quad L_c = (1 - \alpha)L$$

$$(7.8) \quad L_{1K} = (1 - \beta)\alpha L$$

$$(7.9) \quad L_{2K} = \beta\alpha L$$

hvor α og β er variable, der determineres i modellen. Det skal bemærkes, at denne formulering implicit *forudsætter fuld beskæftigelse*.

I en moderne makroteoretisk formulering ville det være naturligt at tilføje to relationer – udledt af profitmaksimering i konsumgodesektoren – som udtrykker, at den første afledede af (7.1.a) m.h.t. K_1 (K_2) skal være lig med omkostningerne pr. enhed kapital, jfr. (6.3). Dette synes ikke at være Wicksell's formulering. Han går ud fra, at konkurrencen vil sikre, at profitten bliver nul i forbrugsgodesektoren. Er (7.1.a) homogen af første grad i de tre faktorer – hvilket Wicksell som nævnt forudsætter – er de to formuleringer formelt ækvivalente, hvorimod de vil føre til forskelligt resultat, hvis der er enten »increasing« eller »decreasing returns to scale« i (7.1.a). Der synes dog at ligge en mere reel begrundelse bag Wicksell's formulering, hvilket hænger sammen med, at kapitalværdien antages exogent givet, jfr. vineksemplet og i øvrigt nedenfor. Producenterne tager ikke stilling til, *hvor stort* det optimale

kapitalapparat er ved udefra givne priser og rente. De tager stilling til, hvorledes en given lånt kapitalværdi, der skal forrentes til en udefra given rentesats, skal *fordeles* mellem to typer af kapital ved udefra givne priser.

Er (7.1.a) homogen af første grad i de tre faktorer fås:

$$(7.10) \quad pf'_1 = \frac{\varrho(1+\varrho)^{\theta_1}}{(1+\varrho)^{\theta_1} - 1} P_1^0$$

$$(7.11) \quad pf'_2 = \frac{\varrho(1+\varrho)^{\theta_2}}{(1+\varrho)^{\theta_2} - 1} P_2^0$$

(jfr. formel (6.3)), hvor f'_1 er den første afledede af X m.h.t. $\theta_1 K_1^0$ og tilsvarende for det andet kapitalgode.

I ligningssystemet (7.1.b), (7.2)–(7.11) er der følgende 12 endogene variable: $X, K_1^0, K_2^0, L_c, L_{1K}, L_{2K}, w, P_1^0, P_2^0, \alpha, \beta$ og ϱ . En ekstra ligning er således nødvendig for at lukke modellen. I lighed med tidligere antages den samlede kapitalværdi at være exogent givet. Denne kan skrives:

$$(7.12.a) \quad K = \sum_{\tau=0}^{\theta_1-1} K_1^\tau P_1^\tau + \sum_{\tau=0}^{\theta_2-1} K_2^\tau P_2^\tau$$

Under de stationære betingelser er K_1^τ (K_2^τ) lig med K_1^0 (K_2^0) for alle τ . Indsættes endvidere (6.2) fås:

$$(7.12.b) \quad K = P_1^0 K_1^0 \sum_{\tau=0}^{\theta_1-1} \frac{(1+\varrho)^{\theta_1} - (1+\varrho)^\tau}{(1+\varrho)^{\theta_1} - 1} + P_2^0 K_2^0 \sum_{\tau=0}^{\theta_2-1} \frac{(1+\varrho)^{\theta_2} - (1+\varrho)^\tau}{(1+\varrho)^{\theta_2} - 1}$$

der kan reduceres til:

$$(7.12.c) \quad K = K_1^0 P_1^0 \left(\frac{\theta_1(1+\varrho)^{\theta_1}}{(1+\varrho)^{\theta_1} - 1} - \frac{1}{\varrho} \right) + K_2^0 P_2^0 \left(\frac{\theta_2(1+\varrho)^{\theta_2}}{(1+\varrho)^{\theta_2} - 1} - \frac{1}{\varrho} \right)$$

Føjes (7.12.c) til ovenstående ligningssystem, er modellen determineret. De exogene variable er: K (kapitalværdien, d.v.s. den samlede gæld som producenterne i konsumgodeindustrien kan stifte), L (den samlede arbejdsstyrke) og p (prisen på konsumvaren). Levetiderne for de to kapitalgoder indgår som parametre.

En eksplicit løsning af modellen er naturligvis kun mulig ved specifikation af produktionsfunktionen, men visse generelle konklusioner kan udledes uden en sådan specifikation.

8. Ved eliminering af variable kan modellen (7.1.b), (7.2)–(7.11) og (7.12.c) reduceres til følgende centrale relationer:

$$(8.1) \quad k = (1 - \beta) \alpha \left(\frac{\theta_1(1 + \varrho)^{\theta_1}}{(1 + \varrho)^{\theta_1} - 1} - \frac{1}{\varrho} \right) + \beta \alpha \left(\frac{\theta_2(1 + \varrho)^{\theta_2}}{(1 + \varrho)^{\theta_2} - 1} - \frac{1}{\varrho} \right)$$

$$(8.2) \quad \frac{b_1 f'_1}{f'_c} = \frac{\varrho(1 + \varrho)^{\theta_1}}{(1 + \varrho)^{\theta_1} - 1}$$

$$(8.3) \quad \frac{b_2 f'_2}{f'_c} = \frac{\varrho(1 + \varrho)^{\theta_2}}{(1 + \varrho)^{\theta_2} - 1}$$

hvor $k = \frac{K/p}{L}$. Det bemærkes, at det igen er kapitalværdien pr. mand opgjort

i konsumvareenheder, der er den afgørende exogene variable. Højresiderne i (8.2) og (8.3) er voksende funktioner af ϱ .

De endogene variable i (8.1)–(8.3) er α , β og ϱ , idet f'_c , f'_1 og f'_2 under »constant returns to scale« i produktionsfunktionen udelukkende er bestemt af α og β , d.v.s. af den samlede arbejdsstyrkes fordeling mellem konsumvareproduktion og kapitalgodeproduktion (α) og mellem de to kapitalgodesektorer indbyrdes (β).

Hvorvidt modellen har én og kun én løsning afhænger i høj grad af produktionsfunktionens form. Endvidere må det kræves, at $0 < \alpha, \beta < 1$ i ligevægten, da modellen ellers ingen mening har. Der er grund til at tro, at disse betingelser er opfyldt, i hvert fald for visse værdier af k (jfr. nedenfor) under ret sædvanlige antagelser om produktionsfunktionens form.

Hvorledes en ændring i k påvirker α , β og ϱ lader sig ikke umiddelbart overskue og afhænger naturligvis igen af produktionsfunktionens form. Wicksell mener imidlertid, at en stigning i k fører til en lavere rente og større α og β . Umiddelbart fører en stigning i k til højere kapitalpriser og dermed større pengeløn, hvilket gør det fordelagtigt at substituere væk fra arbejdskraft i konsumvareproduktionen. Derved stiger α og dermed K_1^0 og K_2^0 . Denne substitution påvirker grænseproduktiviteterne; f'_c stiger, medens f'_1 og f'_2 falder – under de sædvanlige antagelser: En faktors partielle grænseprodukt er aftagende med voksende faktorindsats. Af (8.2) og (8.3) følger da, at renten må falde. Wicksell forudsætter, at ændringen i α ved uforandret β

ikke påvirker *forholdet* mellem f'_2 og f'_1 (begge falder), hvilket betyder, at venstresiderne i (8.2) og (8.3) falder proportionalt. Højresiderne ændres imidlertid *ikke* proportionalt ved en given renteændring. Højresiden i (8.3) falder kraftigere end i (8.2). For at få ligevægt må f'_2 bringes til at falde relativt til f'_1 gennem en stigning i β .

Det turde være klart, at produktionsfunktionens form er helt afgørende for Wicksell's konklusioner. Hvilken »klasse« af produktionsfunktioner der opfylder disse nødvendige betingelser og denne »klasses« egenskaber i øvrigt skal ikke søges fastlagt her. Det synes dog interessant at sammenligne f. eks. med »klassen« af CES-funktioner.

Er betingelserne opfyldt, fører et større k altså til en lavere rente samt en stigning såvel i β (udvidelse af kapitalen i »dybden«) som i α (udvidelse af kapitalen i »bredden«). Det er interessant at bemærke, at udvidelsen i »dybden« betyder, at en del af stigningen i k så at sige absorberes af denne forskydning over mod kapital med højere kapitalpris. Dette modvirker tendensen til lønstigning. Eller med Wicksell's egne ord:

»I kapitalets egenskab att, när det växer, växa icke blott på bredden, utan också på höjden ligger altså en modvikt mot tillväxtens tendens at stegra arbetslöner . . .«¹.

Wicksell interesserede sig som nævnt for, hvorvidt ligevægtsrenten (løsningsværdien) bliver positiv. Indsættes (8.2) og (8.3) i (8.1), fås:

$$(8.4) \quad k = \frac{(1 - \beta) \alpha (\theta_1 b_1 f'_1 - f'_c) + \beta \alpha (\theta_2 b_2 f'_2 - f'_c)}{\rho}$$

Er α og β begge positive og mindre end 1, hvilket som nævnt er en betingelse for, at modellen har mening, følger, at renten bliver positiv, når blot $\theta_1 b_1 f'_1 > f'_c$ og $\theta_2 b_2 f'_2 > f'_c$.

Wicksell forudsætter, at dette er tilfældet; det er, hvad der med den her anvendte terminologi ligger i begrebet »omvejsproduktionens tekniske overlegenhed«. Størrelserne $\theta_1 b_1 f'_1$ hhv. $\theta_2 b_2 f'_2$ kan jo fortolkes som grænseproduktiviteten af den »opsparede« arbejdskraft »placeret« hhv. i kapitalgode 1 og 2, mens f'_c er den »løbende« arbejdskrafts grænseproduktivitet. Dette skal forstås på følgende måde: Én arbejdstime ekstra anvendt periode efter periode ud i al fremtid giver i hver periode et ekstra konsumvareoutput på f'_c ; én arbejdstime ekstra anvendt i kapitalgodesektor nr. 1 (hhv. nr. 2) periode efter periode *kan vedligeholde ud i al fremtid* et kapitalapparat på $\theta_1 b_1$ enheder ekstra, hvilket i hver periode giver et ekstra output af forbrugsvarer på $\theta_1 b_1 f'_1$. Sådan må begrebet »omvejsproduktionens tekniske overlegenhed«

1. [9] side 194.

fortolkes, men det betyder på den anden side, at det gælder for *enhver* faktor-kombination. Det skulle således være optimalt at substituere kapital for arbejdskraft, indtil kun den mest produktive type kapital var i anvendelse. Her til er to ting at sige. For det første kan det være teknisk umuligt at producere konsumvarer uden arbejdsindsats. I så fald ville substitutionen bestå i, at kun kapitalgode nr. 2 blev anvendt sammen med arbejdskraft ($\beta = 1$). For det andet, selv om det var muligt udelukkende at anvende kapital, ville den givne kapitalværdi sætte en grænse. I dette sidste tilfælde bliver det således kapitalværdien, der betinger eksistensen af en positiv rente. Skal dette blive tilfældet, må kapitalværdien være for lille til at muliggøre en fuld udnyttelse af de eksisterende tekniske muligheder. Eksistensen af en positiv rente kan således ikke begrundes alene ved henvisning til »omvejsproduktionens tekniske overlegenhed«, jfr. i øvrigt konklusionerne foran under vineksemplet.

En yderligere omskrivning af (8.4) giver:

$$(8.5) \quad k = \frac{(1 - \beta) \alpha \theta_1 b_1 f'_1 + \beta \alpha \theta_2 b_2 f'_2 - \alpha f'_c}{\varrho}$$

Da produktionsfunktionen antages at være homogen af 1. grad i de tre faktorer, haves:

$$X = \theta_1 b_1 (1 - \beta) \alpha L f'_1 + \theta_2 b_2 \beta \alpha L f'_2 + (1 - \alpha) L f'_c$$

hvoraf:

$$\frac{X}{L} - (1 - \alpha) f'_c = \theta_1 b_1 (1 - \beta) \alpha f'_1 + \theta_2 b_2 \beta \alpha f'_2$$

der indsat i (8.5) giver:

$$(8.6) \quad \varrho = \frac{pX - wL}{K}$$

eller

$$(8.7) \quad \varrho = \frac{pX - wL_c - (P_1^0 K_1^0 + P_2^0 K_2^0)}{K}$$

Som (8.6) viser, kan renten fortolkes som den del af værdien af forbrugs-vareproduktionen, der ikke anvendes til løn for *samtlig*e arbejdere, altså en slags proftrate for *samfundet som helhed*. (8.7) viser, at renten også kan fortolkes som *nettoprofiten* i konsumvaresektoren i forhold til kapitalværdien.

9. Det kan være interessant at se på fordelingsproblemet i den ovenfor skitserede model.

Den samlede indkomst i penge må være:

$$(9.1) \quad Y = pX + P_1^0 K_1^0 + P_2^0 K_2^0$$

Den samlede arbejdsstyrke er L , lønnen w og arbejdernes andel af den samlede indkomst σ kan skrives således:

$$\sigma = \frac{wL}{Y} = \frac{wL}{pX + P_1^0 K_1^0 + P_2^0 K_2^0}$$

Dette udtryk kan omformes til:

$$\sigma = \frac{f'_c}{X/L + f'_c(1-\beta)\alpha + f'_c\beta\alpha}$$

Da produktionsfunktionen er homogen af 1. grad, følger:

$$X/L = \theta_1 b_1 (1-\beta)\alpha f'_1 + \theta_2 b_2 \beta\alpha f'_2 + (1-\alpha)f'_c$$

hvoraf:

$$\sigma = \frac{f'_c}{\theta_1 b_1 (1-\beta)\alpha f'_1 + \theta_2 b_2 \beta\alpha f'_2 + (1-\alpha)f'_c + (1-\beta)\alpha f'_c + \beta\alpha f'_c}$$

der giver:

$$(9.2) \quad \sigma = \frac{1}{\theta_1 b_1 (1-\beta)\alpha \frac{f'_1}{f'_c} + \theta_2 b_2 \beta\alpha \frac{f'_2}{f'_c} + 1}$$

Hvorledes en ændring i kapitalværdien pr. mand opgjort i konsumvareenheder, k , påvirker fordelingen afhænger således af, hvordan α og β ændrer sig i forhold til $\frac{f'_1}{f'_c}$ og $\frac{f'_2}{f'_c}$. Der synes implicit i Wicksell's tankegang at ligge en forudsætning om, at stigningen i α og β aldrig helt kan »kompensere« for faldet i forholdet mellem grænseprodukterne. I så fald vil arbejdernes andel af produktet altid stige med stigende kapitalværdi. Den mere præcise formulering af betingelsen for denne konklusion indebærer en nærmere specifikation af produktionsfunktionens form. Det er intuitivt klart, at denne specifikation bærer i retning af en antagelse om substitutionselasticiteter, et resultat, der synes smukt i overensstemmelse med moderne formuleringer af neo-klassisk fordelingsteori.

Det er velkendt, at fordelingen i et neo-klassisk to-faktor oplæg er definitivt fastlagt med antagelser om substitutionselasticitetens størrelse. Helt så enkelt

er det ikke her, hvor der indgår tre produktionsfaktorer, men det er naturligvis muligt at indføre substitutionselasticiteter også for funktioner med mere end to variable.

Wicksell synes dog at mene, at fordelingsspørgsmålet kan besvares definitivt *uden* sådanne (arbitrære) tekniske antagelser. Måske hænger dette sammen med den implicite antagelse om, at kapitalværdien altid er for lille til at muliggøre en fuld udnyttelse af de tekniske muligheder. Hvis dette er rigtigt, kunne man fristes til at sige, at hvis kapitalværdien er »for lille«, så skyldes det, at man i modellen har bundet sig til fuld beskæftigelse. Har man ikke dette bånd, kan kapitalen *pr. beskæftiget* blive vilkårlig stor. Det vil dog føre for vidt at forfølge disse problemer her.

Afsluttende bemærkninger.

10. Wicksell's terminologi adskiller sig væsentligt fra moderne terminologi, ligesom hans fremstilling er tynget af, at han så sig nødsaget til at holde den i verbale termer, hvorved udtryksformen mister noget i præcision. Wicksell's tankegang er imidlertid i de fleste tilfælde overordentlig præcis, hvilket letter en formalisering. Som det fremgår af ovenstående forsøg herpå, er en nærmere specifikation af produktionsfunktionen nødvendig, hvis man vil opnå definitive resultater. Der synes ikke at være grund til at betvivle, at Wicksell var fuldstændig klar over dette forhold. Når Wicksell ofte synes at nå til ret definitive resultater, skyldes det implicite antagelser om produktionsfunktionens form, antagelser, som han betragtede som realistiske beskrivelser af teknologien. Desværre blev disse krav til produktionsfunktionen ikke formuleret matematisk, når bortses fra antagelsen om homogenitet. Wicksell's analyse burde således kunne virke inspirerende på den videre udbygning af moderne produktionsteori.

I den forbindelse skal det fremhæves, at Wicksell gik ud fra, at »bedre« teknik er ensbetydende med større levetid for kapitalgoderne. Dette synes at være en forenkling, der i høj grad trænger til nærmere analyse. Forskellige teknologier kan næppe entydigt beskrives ved levetiden af de kapitalgoder, som indgår.

Et af de punkter, hvor Wicksell synes at adskille sig mest fra moderne teori er vel i hans antagelse om en exogent givet kapitalværdi. Denne antagelse kan føres tilbage i teorihistorien til den såkaldte »lønfond-teori«. Imidlertid har denne antagelse fuldt så megen lighed med antagelser i en del af den moderne vækstteori. Wicksell betragter kapitalværdien på et givet tidspunkt (pr. mand opgjort i konsumvareenheder) som bestemt af opsparingen, akkumuleret over en periode i fortiden. I moderne »neo-klassisk« vækstteori er opsparingskvoten exogent givet. Hos Wicksell er *netto*-opsparingskvoten forudsat at være nul (stationært forløb); i vækstteorien er den forudsat positiv

(vækstforløb), men den er i begge tilfælde exogen. Der gives således i teorierne *ingen forklaring* på kapitalværdiens størrelse resp. kapitalakkummulationen, man undersøger *konsekvenserne* af en bestemt kapitalværdi resp. kapitalakkummulation. Begge sæt antagelser implicerer forudsætninger m.h.t. »samfundets tidspræferencer«. Wicksell's analyse drejer sig ikke om at fastlægge den optimale størrelse af kapitalapparatet, ligesom moderne »neo-klassisk« vækstteori ikke drejer sig om at fastlægge den optimale vækstrate. Der er hos Wicksell tale om at fastlægge den *optimale teknik* ved givet kapitalværdi, og herigennem fastlægges realløn og rente.

Wicksell's teori hviler imidlertid på en langt alvorligere antagelse: At kapitalgoder fremstilles udelukkende ved hjælp af arbejdskraft. Det er denne antagelse, der til syvende og sidst muliggør en »oversættelse« af begreberne »opsparat arbejdskraft« og »løbende arbejdskraft«, som Wicksell opererer med, til moderne produktionsteoretisk terminologi. Forsøg på at hæve denne forudsætning er i de sidste 5–10 år gjort med »to-sektor modellerne«.

Som Joan Robinson har bemærket [7, s. 391], fastlægges reallønnen hos Wicksell uden brug af en udbudsfunktion for arbejdskraft. Hun synes også at mene, at der ikke er plads til en sådan relation. Dette synes ikke at stemme med ovenstående formulering. Der kan tilføjes en relation $L = L(w)$, hvorved L gøres til en endogen variabel, og modellen er stadig lukket.

Det er fremgået af afsnit 8, at en stigning i kapitalværdien fører til en stigning i pengelønnen (og dermed reallønnen). Denne sammenhæng mellem reallønnen og værdien af det samlede kapitalapparat er blevet kaldt for »Wicksell-effekten«¹. Eksistensen af denne sammenhæng begrundes af Wicksell med, at tendensen til højere lønninger gør det fordelagtigt at substituere væk fra arbejdskraft i forbrugsvaresektoren. Resultatet må derfor normalt blive anvendelse af mindre arbejdskraft og mere kapital i denne sektor. Imidlertid vil forskydningen over mod kapital med større levetid modvirke denne tendens. Denne ændring i »dybden« kunne tænkes at være den stærkeste, således at stigningen i kapitalværdien mere end absorberes af stigningen i β . Resultatet må i så fald blive et fald i α og dermed et fald i reallønnen. Dette resultat er blevet betegnet den »negative Wicksell-effekt«, jfr. f. eks. Joan Robinson [7, s. 391 og s. 113]. Om Wicksell-effekten bliver positiv eller negativ synes igen at afhænge af produktionsfunktionens form.

Det skal til slut endelig fremhæves, at der i modellen som fremstillet her kun indgår to kapitalgoder. Dette er tilstrækkeligt til at illustrere det væsentlige i Wicksell's teori, men det er en oplagt generalisering at indføre kapitalens levetid som en endogen variabel, der determineres i modellen. En sådan generalisation er foretaget af Solow [8], der dog også indfører andre forudsætninger, som adskiller sig fra Wicksell's. Solow interesserer sig i sin model især for fordelingsproblemet.

. Se f. eks. Carl Uhre's indledning i [9] side XVI og [7] s. 391, fodnote 1.

LITTERATUR

- [1] R. Frisch, »Frisch on Wicksell« in H. W. Spiegel (ed.), *The Development of Economic Thought*. New York 1952.
- [2] T. Haavelmo, *A Study in the Theory of Investment*. Chicago 1960.
- [3] F. Lutz, *Zinstheorie*. Tübingen 1956.
- [4] J. E. Meade, *The Stationary Economy*. London 1965.
- [5] J. E. Meade, *The Growing Economy*. London 1968.
- [6] Joan Robinson, *Essays in the Theory of Economic Growth*, London 1962.
- [7] Joan Robinson, *The Accumulation of Capital*, 2. ed. London 1966.
- [8] R. M. Solow, »Notes Towards A Wicksellian Model of Distributive Shares«, in F. A. Lutz og D. C. Hague (eds.), *The Theory of Capital*. London 1961.
- [9] K. Wicksell, *Föreläsningar i nationalekonomi*, I-II. Utg. av Emil Sommarin. 5. uppl. Lund 1966.