

ALTERNATIVOMKOSTNINGER OG SKYGGEPRISE

AF SVEN DANØ*

Generelle bemærkninger.

1. Begrebet *alternativomkostninger* (*offeromkostninger*, *opportunity cost*), såvel som det beslægtede begreb *skyggepriser* (*shadow prices*), spiller en fremtrædende rolle inden for driftsøkonomien, produktions- og omkostningsteorien og andre områder af den økonomiske teori, men er ikke altid defineret så klart, som man kunne ønske det; i stedet for en præcis definition må man ofte nøjes med vage antydninger af, hvad der ligger bag disse begreber. Der er et åbenbart behov for at få sat tingene på plads i en generel og systematisk sammenhæng. Dette skal nu forsøges ud fra det grundlæggende synspunkt, at disse begreber repræsenterer *interne (tilregnede) vurderinger af produkter og produktionsfaktorer baseret på sammenligninger mellem alternative situationer*.

Begreberne anvendes i behandlingen af økonomiske problemer, der kan formuleres som *optimeringsproblemer*. Den enhed, der træffer beslutninger – f.eks. en virksomheds ledelse – kan *vælge* mellem flere, evt. uendeligt mange, *alternative handlinger*, og opgaven er da at finde den af dem, som er *optimal*, d.v.s. den, som under de bibetingelser, der er udtrykt ved sættet af mulige alternativer, *maksimerer* en eller anden *præferencefunktion*, en funktion af problemets variable valgt således, at den repræsenterer beslutningstagerens målsætning: jo større værdi funktionen antager, des bedre stillet er man. Som eksempel kan man nævne gevinstmaksimering med en produktionsfunktion som bibetingelse, hvor de mulige løsninger til bibetingelsen repræsenterer alternativerne. – Dette gælder, hvad enten modellen tolkes normativt (hvordan bør virksomheden handle, hvis den ønsker at maksimere gevinsten), eller den sigter på at beskrive adfærd (hvordan den vil handle, hvis vi går ud fra den adfærdshypotese, at den stræber efter størst mulig gevinst).

Den økonomiske opgave i sådanne tilfælde kan da generelt opfattes som et valg mellem specificerede alternativer. Begrebet *alternativomkostning*

* Professor ved Københavns Universitet.

ALTERNATIVOMKOSTNINGER OG SKYGGEPRISE

AF SVEN DANØ*

Generelle bemærkninger.

1. Begrebet *alternativomkostninger* (*offeromkostninger*, *opportunity cost*), såvel som det beslægtede begreb *skyggepriser* (*shadow prices*), spiller en fremtrædende rolle inden for driftsøkonomien, produktions- og omkostningsteorien og andre områder af den økonomiske teori, men er ikke altid defineret så klart, som man kunne ønske det; i stedet for en præcis definition må man ofte nøjes med vage antydninger af, hvad der ligger bag disse begreber. Der er et åbenbart behov for at få sat tingene på plads i en generel og systematisk sammenhæng. Dette skal nu forsøges ud fra det grundlæggende synspunkt, at disse begreber repræsenterer *interne (tilregnede) vurderinger af produkter og produktionsfaktorer baseret på sammenligninger mellem alternative situationer*.

Begreberne anvendes i behandlingen af økonomiske problemer, der kan formuleres som *optimeringsproblemer*. Den enhed, der træffer beslutninger – f.eks. en virksomheds ledelse – kan *vælge* mellem flere, evt. uendeligt mange, *alternative handlinger*, og opgaven er da at finde den af dem, som er *optimal*, d.v.s. den, som under de bibetingelser, der er udtrykt ved sættet af mulige alternativer, *maksimerer* en eller anden *præferencefunktion*, en funktion af problemets variable valgt således, at den repræsenterer beslutningstagerens målsætning: jo større værdi funktionen antager, des bedre stillet er man. Som eksempel kan man nævne gevinstmaksimering med en produktionsfunktion som bibetingelse, hvor de mulige løsninger til bibetingelsen repræsenterer alternativerne. – Dette gælder, hvad enten modellen tolkes normativt (hvordan bør virksomheden handle, hvis den ønsker at maksimere gevinsten), eller den sigter på at beskrive adfærd (hvordan den vil handle, hvis vi går ud fra den adfærdshypotese, at den stræber efter størst mulig gevinst).

Den økonomiske opgave i sådanne tilfælde kan da generelt opfattes som et valg mellem specificerede alternativer. Begrebet *alternativomkostning*

* Professor ved Københavns Universitet.

såvel som begrebet skyggepris er, som vi skal se, baseret direkte på en sammenligning af disse alternativer.

2. Lad os antage, at en virksomhed har valget mellem to alternativer, I og II, til hvilke der er knyttet visse indtægter (ved salg af produkter), R_1 og R_2 , og visse udgifter eller omkostninger repræsenterende faktorforbrug, C_1 resp. C_2 . Differencen mellem indtægter og udgifter bliver gevinsten Z_1 og Z_2 , altså værdien af præferencefunktionen ved de respektive alternativer:

	I	II
Indtægter	R_1	R_2
– udgifter	$-C_1$	$-C_2$
= gevinst (resultat)	Z_1	Z_2

Ved en helt generel behandling behøver vi ikke specificere, om disse størrelser er opgjort pr. periode, eller om det er kapitalværdier (som i investeringskalkyler); målsætningen kan være gevinstmaksimering på kort eller langt sigt. Alternativerne kan være diskrete (d.v.s. forskellen mellem dem er af endelig størrelsesorden), eller de kan adskille sig infinitesimalt (marginalt) fra hinanden. Det er også kun tilsyneladende en indskrænkning, at der kun opereres med 2 alternativer i stedet for et vilkårligt antal, evt. uendeligt mange; vi kan nemlig efter behag opfatte R 'erne, C 'erne og Z 'erne enten som numerisk specificerbare størrelser – hvad man f.eks. gør ved investeringskalkyler med 2 givne alternativer – eller som funktioner af en eller flere strategiske parametre som f.eks. produktionsmængder, og i sidstnævnte tilfælde kommer da I eller II eller begge til at repræsentere familjer af alternativer. Eller II kan tolkes som det bedste alternativ til I. – I visse tilfælde kan II bestå i intet at foretage sig (f.eks. at indstille produktionen), og resultatet heraf skal da sammenlignes med resultatet af den positive handling I (produktion).

Vi betragter da i det følgende I som en *handling*, hvis relative fordelagtighed overfor alternativet II vi skal undersøge. Til at afgøre, om handlingen I er fordelagtig, er det ikke tilstrækkeligt at se på, om den overhovedet giver et positivt resultat $Z_1 > 0$, d.v.s. om

$$R_1 > C_1$$

(jfr. til eksempel kriteriet på, om en investering i sig selv er fordelagtig, d.v.s. har en positiv kapitalværdi); når der findes et alternativ, må man undersøge, om dette ikke er mere fordelagtigt (jfr. ved investeringskalkyler kriteriet: størst kapitalværdi). Ud fra vort præferencekriterium er I da bedre end alternativet II, dersom

$$(1) \quad Z_1 > Z_2.$$

Dette kan imidlertid også skrives

$$(2) \quad R_1 > C_1 + R_2 - C_2.$$

Højresiden i (2) er den *alternativomkostning*, der er forbundet med handlingen – det beløb, man skal sammenligne med den til handlingen knyttede indtægt for at afgøre, om handlingen I er bedre end alternativet II.

Består handlingen I i at producere og sælge et vareparti, repræsenterer alternativomkostningen dette varepartis *interne værdi* for virksomheden, nemlig den laveste værdi (pris gange mængde), det lønner sig at sælge varepartiet for. Kriteriet (1) kan da udtrykkes som en sammenligning af *markedsværdien* (R_1 , varepartiet til markedspris) med den tilregnede *interne værdi*, alternativomkostningen. Denne omkostning består, som man ser, dels af selve den med handlingen forbundne *omkostning* C_1 (opgjort som værdien af faktorforbruget ved produktion og salg), dels af *den gevinst, man går glip af* ved at give afkald på alternativet (»forgone profits«), $Z_2 = R_2 - C_2$. (Hvis alternativet specielt består i intet at foretage sig, bliver alternativomkostningen lig med de variable omkostninger ved produktionen).

Alternativomkostningen var her et udtryk for den interne værdi af en *produktmængde*. Ganske den samme betragtning kan imidlertid anvendes til vurdering af en *faktormængde*. Lader vi handlingen I betegne salg af en mængde, virksomheden har til rådighed af en produktionsfaktor, til markedsprisen R_1 , betegner højre side af (2) da faktormængdens interne værdi, forstået som den laveste pris, man vil være villig til at sælge den pågældende faktormængde for. Denne problemstilling er velkendt både fra statusteorien, hvor f.eks. en maskine vurderes efter kapitalværdien af den fremtidige netto-merafkastning, den vil indbringe, hvis man anvender den i produktionen (alternativ II; C_1 er da $= 0$); kapitalværdien er en aftagende funktion af tiden, og maskinen vil blive taget ud af produktionen, når kapitalværdien er faldet til scrapværdien (R_1) og II ikke længere er bedre end I. En lignende betragtning ligger til grund for de tilregnede interne faktorvurderinger, der optræder i nyere produktions- og omkostningsteori under navn af *skyggepriser* – en fast faktors skyggepris eller skyggeværdi er simpelthen den gevinst, man går glip af ved ikke at anvende den (bedst muligt) i produktionen – ligesom en beslægtet problemstilling kendes fra den traditionelle teori for efterspørgslen efter produktionsfaktorer, hvor en variabel faktors interne pris eller værdi, der skal sammenlignes med faktorens markedspris, er baseret på grænseproduktværdien.

Grundideen med alternativbetragtningen er således den, at man (i) specificerer alternativerne, (ii) formulerer kriteriet for, at handlingen I er bedre end alternativet II, d.v.s. uligheden $Z_1 > Z_2$, og (iii) i denne ulighed på venstre side isolerer den (til markedspris vurderede) størrelse, hvis interne værdi man ønsker at finde. Højre side af uligheden angiver da denne interne

værdi, alternativomkostningen eller skyggeværdien, der svarer til den laveste salgspris, ejeren kan stå sig ved at acceptere. Betegner handlingen I køb i stedet for salg, er det købsværdien til markedspris, der skal isoleres på venstre side, og højresiden – der da må være større end venstresiden, hvis (1) skal gælde – bliver da den interne værdi defineret som den højeste købspris, det kan betale sig at give (den mer-gevinst, man kan opnå ved at anvende den pågældende faktormængde i produktionen). Denne sidste formulering har særlig interesse i forbindelse med efterspørgsel efter produktionsfaktorer.

Eksempler.

1. Vi skal nu først illustrere denne måde at ræsonnere på ved et par simple eksempler, hvor der virkelig kun foreligger 2 fuldstændigt specificerede alternativer. Antag f.eks., at ejeren af en mindre virksomhed har valget mellem at fortsætte driften (i en bestemt skala) og at tage arbejde som funktionær i en anden virksomhed i en periode. Han skal da sammenligne indtægten af egen virksomhed (omsætningen R_1) med funktionærlønnen R_2 plus det, han sparer i omkostninger ved at lade sin virksomhed ligge stille i perioden, $C_1 - C_2$ (der ikke vil være $= C_1$, eftersom han ikke kan frigøre sig for de faste omkostninger).

2. Et andet eksempel er de overvejelser, man anstiller, når man skal afgøre, om man selv skal udføre reparationsarbejder og andet håndværksarbejde i hjemmet («do-it-yourself»), eller man skal tilkalde en fagmand. Selvbyggeri af hus og husmødres arbejde i hjemmet (syltning ctr. køb af færdigt syltetøj) repræsenterer problemer af samme type. De reelle omkostninger ved at gøre det selv er da ikke C_1 (omkostninger til køb af materialer m.v.), men $C_1 + R_2 - C_2$, hvor C_2 er det, det koster at få arbejdet udført af andre (materialer, arbejds løn m.v.), medens R_2 er den indtægt, man går glip af ved at skulle bruge tid til at udføre arbejdet selv i stedet for at arbejde en tilsvarende tid inden for sit eget fag. Beløbet $C_1 + R_2 - C_2$, altså udgiftsdifferencen (hovedsagelig sparet arbejds løn til håndværkere) korrigeret for indtægtsnedgang (egen løn), repræsenterer altså alternativomkostningen ved at gøre det selv. Idet R_1 her er $= 0$, betaler det sig ud fra en rent økonomisk betragtning *ikke* at gøre det selv, hvis alternativomkostningen er positiv, d.v.s. hvis ens egen timeløn er større end håndværkerens.

3. Endnu et eksempel har man i en investeringskalkyle af sædvanlig type, hvor handlingen – gennemførelse af en investering – altid har det alternativ, at man i stedet kan sætte pengene i sparekassen. (Investeringen tænkes udelukkende finansieret ved egenkapital og forudsættes risikofri, således at lånerenten er den samme som kalkulationsrentefoden i). Lad investeringen I bestå i, at der til tidspunktet $t = 0$ afholdes en anskaffelsesudgift på a kr.,

og at der efter n terminer ($t = n$) forfalder en indtægt eller indbetaling på b kr. Alternativt (II) kunne investor have sat beløbet a i sparekassen og efter n terminer have hævet beløbet $a(1+i)^n$. Idet udgiften er den samme ved de to alternativer, nemlig a kr. til $t = 0$, kan vi nøjes med at sammenligne indtægterne (til $t = n$); vi har da, at $Z_1 > Z_2$, dersom

$$b > a(1+i)^n,$$

hvor højre side er alternativomkostningen ved investeringen I, d.v.s. det, man ofrer ved ikke at sætte pengene i sparekassen. Forrentning med rentefoden i udgør altså en omkostning, der skal dækkes, for at investeringen skal være rentabel – ved selvfinansiering altså en offeromkostning, ved finansiering med lånekapital en egentlig udgift. Det er denne betragtning, der ligger bag det sædvanlige fordelagtighedskriterium: en investering er fordelagtigt i sig selv, dersom kapitalværdien $K(i) = b - a(1+i)^n$ er positiv.

Anvendelser i teorien for en virksomheds udbudstilpasning.

1. Alternativbetragtningen og det deraf udledte omkostningsbegreb har imidlertid en langt større teoretisk rækkevidde, end disse eksempler – hvor der kun var 2 egentlige alternativer – synes at antyde. Dette kunne umiddelbart forekomme overraskende, men ved nærmere eftertanke er der intet mærkeligt deri: hele det marginale analyseapparat, der anvendes af produktionsteorien – grænseomsætning, grænseomkostninger etc. – er jo i grunden ikke baseret på andet end sammenligninger af (parametriske) alternativer, der kun adskiller sig infinitesimalt fra hinanden. Senere udbygninger af produktions- og omkostningsteorien (optimering under lineære produktionsmodeller) kan også udledes af alternativmodeller. Vi skal nu se nærmere på dette.

2. *Enkeltvareproduktion.* Lad virksomhedens omkostningsfunktion med givet fast anlæg være

$$C(x) = a + c(x),$$

d.v.s. faste plus variable omkostninger¹; x er produceret mængde pr. periode. Omsætningen er givet ved

$$R(x) = p \cdot x,$$

hvor prisen p her antages konstant, men mere generelt kan være en funktion af x .

a. Vi søger nu betingelsen for, at det lønner sig bedre at producere end at

1. Det forudsættes, at de variable inputs, der skal anvendes i produktionen, skal *indkøbes* og altså ansættes til *indkøbspris*. Var der tale om forbrug af *lager* (f.eks. af råmaterialer), ville det give anledning til et vurderingsproblem; ansætter man materialeforbruget til *genanskaffelsespris* i stedet for til den oprindelige indkøbspris, er man dermed straks inde på en offerbetragtning (faktorpris = værdi i det bedste alternativ).

indstille produktionen. Vi stiller da den handling at producere x enheder pr. periode (I) overfor alternativet: intet at producere (II). Vi har da

I ($x > 0$)	II ($x = 0$)
$R_1 = px$	$R_2 = 0$
$-C_1 = -a - c(x)$	$-C_2 = -a$
$Z_1 = px - a - c(x)$	$Z_2 = -a$

Ved at lade indtægt, udgift og gevinst i kolonne I være funktioner af den producerede mængde x , der betragtes som en uspecificeret parameter, får vi I til at repræsentere ikke en enkelt specificeret handling, men en familie af handlinger svarende til alle tænkelige positive værdier af x (for givne – ligeledes parametriske – priser, jfr. p og formen på omkostningsfunktionen). Derved bliver vi i stand til at nå til mere generelle konklusioner, hvori x indgår som parameter. Betingelsen $Z_1 > Z_2$, skrevet på formen (2), bliver

$$(3) \quad px > c(x),$$

d.v.s. salgsværdien skal dække alternativomkostningerne, der her er lig med de variable omkostninger (eller: dækningsbidraget skal være positivt). Dette er ensbetydende med den kendte sætning, at det betaler sig at producere, når blot prisen er højere end de variable gennemsnitsomkostningers minimum. Herved har vi fået *afgrænset det område, inden for hvilket det overhovedet lønner sig at producere*.

b. Det næste spørgsmål bliver da: givet at vi befinder os inden for dette område, *hvor meget betaler det sig da at producere?* Også her kan vi anvende en alternativbetragtning, blot en marginal: handlingen I består i at producere $x + dx$, alternativet II i kun at producere x ($x > 0$; antaget endvidere, at $dx > 0$):

I	II
$R_1 = p \cdot (x + dx)$	$R_2 = p \cdot x$
$-C_1 = -a - c(x + dx)$	$-C_2 = -a - c(x)$

Betingelsen for, at det lønner sig at udvide produktionen med mængden dx , altså (1), bliver på formen (2) til

$$p \cdot (x + dx) > px + c(x + dx) - c(x),$$

hvor højre side er alternativomkostningerne. Heraf fås, idet vi isolerer *meromkostningerne* ved produktionsudvidelsen, og idet

$$c(x + dx) = c(x) + \frac{dc}{dx} dx,$$

betingelsen

$$pdx > \frac{dc}{dx} dx$$

eller

$$(4) \quad p > \frac{dc}{dx},$$

hvor dc/dx – d.v.s. *grænseomkostningerne* – kan opfattes som den *marginale alternativomkostning* (*marginal opportunity cost*) ved en lille produktionsudvidelse. Alt efter som prisen – den marginale merindtægt – er større eller mindre end grænseomkostningerne, betaler det sig at udvide eller indskrænke produktionen, og optimum – ligevægt – bliver da karakteriseret ved, at $p = dc(x)/dx$. Herved har vi fået bestemt den kritiske værdi af parameteren x , der repræsenterer optimum.¹

Også dette resultat er velkendt. Vi har således vist ved hjælp af alternativbetragtningen, at det absolutte maksimum af gevinstfunktionen vil blive realiseret enten i et lokalt maksimum, hvor $p = dc/dx$, eller – hvis prisen er mindre end de variable gennemsnitsomkostningers minimum – i endepunktet af definitionsområdet, $x = 0$.

3. *Fælles produktion.* Tilsvarende betragtninger kan anlægges på det tilfælde, at virksomheden fremstiller 2 varer i fælles produktion, i mængderne x_1 og x_2 . Omsætningsfunktionen bliver da $R = p_1 x_1 + p_2 x_2$, medens omkostningerne bliver $C(x_1, x_2) = a + c_1(x_1) + c_2(x_2) + c(x_1, x_2)$, d.v.s. faste + særbestemte variable + sambestemte variable omkostninger.

a. Med produktionsmængderne (x_1, x_2) og $(0, 0)$ som de to alternativer I og II finder vi analogt med (3) ovenfor, at alternativ I – d.v.s. produktion af begge varer – er *bedre end ingen produktion* (II), når totalomsætningen ved I er større end alternativomkostningerne, der findes som differencen $C(x_1, x_2) - C(0, 0)$ og ses at være lig med de samlede variable omkostninger i alternativ I:

$$(5) \quad p_1 x_1 + p_2 x_2 > c_1(x_1) + c_2(x_2) + c(x_1, x_2).$$

Idet vi antager, at dette er tilfældet, skal vi dernæst undersøge betingelserne for, at produktion af begge varer også er *mere fordelagtig end produktion af den ene vare alene*. Lad alternativerne være (x_1, x_2) og $(0, x_2)$; vi har da

I (x_1, x_2)	II ($0, x_2$)
$R_1 = p_1 x_1 + p_2 x_2$	$R_2 = p_2 x_2$
$-C_1 = -a - c_1(x_1) - c_2(x_2) - c(x_1, x_2)$	$-C_2 = -a - c_2(x_2) - c(0, x_2)$

1. Smlgn. den analoge betragtning i Jantzen's tekniklov, hvor overgangen fra én teknik til en anden bestemmes ved at lade x være en kritisk variabel i to investeringskalkyler, der repræsenterer hver sin teknik.

og I er da bedre end II for

$$(6) \quad p_1 x_1 > c_1(x_1) + c(x_1, x_2) - c(0, x_2),$$

idet vi på venstre side har isoleret merindtægten $R_1 - R_2 = p_1 x_1$; højresiden – *specialomkostningerne* eller de *specielle variable omkostninger* for vare 1, omkostningsdifferencen mellem I og II¹ – repræsenterer alternativomkostningerne for produktion af vare nr. 1, d.v.s. den interne værdi, omsætningen (markedsværdien) for denne vare skal sammenlignes med.

På tilsvarende måde finder man alternativomkostningerne for vare nr. 2 – det offer, der er forbundet med at producere også x_2 , når man i forvejen producerer x_1 . Vi får da, analogt med (6),

$$(7) \quad p_2 x_2 > c_2(x_2) + c(x_1, x_2) - c(x_1, 0).$$

Vi har således ved (5) – (7) fået afgrænset det *område*, inden for hvilket produktion af begge varer overhovedet betaler sig.²

b. *Hvor meget* det inden for dette område lønner sig at fremstille af hver enkelt vare, afgøres ud fra følgende alternativer:

I	II
$(x_1 + dx_1, x_2 + dx_2)$	(x_1, x_2)
$R_1 = p_1 \cdot (x_1 + dx_1) + p_2 \cdot (x_2 + dx_2)$	$R_2 = p_1 x_1 + p_2 x_2$
$-C_1 = -C(x_1 + dx_1, x_2 + dx_2)$	$-C_2 = -C(x_1, x_2)$

Antag først $dx_1 > 0$, $dx_2 = 0$. En sådan marginal udvidelse af produktionen af den første vare lønner sig, dersom

$$R_1 - R_2 = p_1 dx_1 > C_1 - C_2 = \frac{\partial C(x_1, x_2)}{\partial x_1} \cdot dx_1$$

eller, regnet pr. enhed af x_1 ,

$$(8) \quad p_1 > \frac{\partial C}{\partial x_1} (= dc_1/dx_1 + \delta c/\delta x_1),$$

hvor højre side – de *partielle grænseomkostninger* for vare nr. 1 – kan betragtes som alternativomkostningen ved at producere en enhed mere. Der er ligevægt, når (8) er opfyldt med lighedstegn. Tilsvarende fås for $dx_1 = 0$, $dx_2 > 0$ betingelsen

$$(9) \quad p_2 > \frac{\partial C}{\partial x_2},$$

der tolkes tilsvarende.

1. Jfr. E. Schneider, *Einführung in die Wirtschaftstheorie*, II, 5. Aufl., Tübingen: Mohr, 1958, p. 114, og H. Winding Pedersen, *Omkostninger og prispolitik*, 2. udg., Kbh.: Høst, 1949, p. 95.

2. Jfr. Winding Pedersen, *op. cit.*, pp. 281 ff.

Lad endelig $dx_1 > 0$, $dx_2 < 0$, idet vi betragter sådanne marginale variationer i x_1 og x_2 , at totalomkostningsbeløbet C er *det samme* i I og II, d.v.s. $C_1 = C_2 = C(x_1, x_2)$, så at

$$\frac{\partial C}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial C}{\partial x_2} dx_2 = 0.$$

Ændringen fra II til I er da fordelagtig, hvis $R_1 - R_2 > 0$, d.v.s. hvis

$$p_1 dx_1 + p_2 dx_2 > 0$$

eller

$$(10) \quad p_1 > -p_2 \cdot \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{d(p_2 x_2)}{dx_1},$$

hvor højresiden er den *marginale alternativomkostning* (*marginal opportunity cost*), d.v.s. den indtægt fra x_2 , man går glip af, når man for samme totalomkostningsbeløb C øger x_1 på bekostning af x_2 . Optimum er karakteriseret ved, at ændringer i produktionssammensætningen hverken betaler sig den ene eller den anden vej, d.v.s. at (10) er opfyldt med lighedstegn.

Også her ser vi altså, at de velkendte marginale ligevægtsbetingelser – for hver vare skal prisen være lig med de partielle grænseproduktionsomkostninger og lig med offeromkostningen ved ændring af mængdeforholdet – kan udledes ved sammenligninger mellem alternativer, – hvad der heller ikke bør undre i betragtning af, at selve begrebet »marginal« indebærer en alternativanalyse.

4. *Forenet produktion.* Tilfældet med forenet produktion (med variabelt mængdeforhold mellem x_1 og x_2) kan behandles på samme måde som fælles produktion, blot at kombinationerne $(0, x_2)$ og $(x_1, 0)$ nu ikke længere er mulige. Til (5) svarer da

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 > c(x_1, x_2),$$

hvor $c(x_1, x_2)$ er de samlede variable omkostninger, medens (6)–(7) falder bort pr. definition. Betingelserne (8)–(10) finder uforandret anvendelse.

Faktorvurdering og faktorefterspørgsel.

1. Hermed er anvendelsesmulighederne for alternativbetragtningen i mikroteorien imidlertid ikke udtømt. Vi har set, at virksomhedens udbudsdispositioner for produkter kan anskues under denne synsvinkel, men også virksomhedens efterspørgsel efter produktionsfaktorer kan behandles ud fra synspunktet: valg mellem alternativer. Der er fuldstændig symmetri: ligesom det relevante omkostningsbegreb, når man skal sammenligne to udbudssituationer, er alternativomkostningen, beregnet som en omkostningsdifference (evt. korrigeret med en alternativ indtægt), således vil også teorien

for virksomhedens efterspørgsel efter produktionsfaktorer kunne udledes af en sammenligning mellem to (parametriske) alternativer, hvor man da overfor en meromkostning (f.eks. faktorprisen, når handlingen består i at anvende en enhed mere af faktoren) stiller en indtægts- eller gevinstdifference, der repræsenterer virksomhedens interne vurdering af faktoren (f.eks. af den ekstra enhed). Dette er velkendt for så vidt angår variable faktorer, men kan udvides til også at omfatte faste faktorer eller deres tjenester.

Lad os antage, at en virksomhed til produktion af en enkelt vare anvender 2 produktionsfaktorer: en fast faktor, hvis tjenester pr. periode betegnes v_1 ($\leq \bar{v}_1$, kapacitetsgrænsen), og en variabel faktor v_2 . Produktionsfunktionen er

$$x = x(v_1, v_2), \text{ hvor } v_1 \leq \bar{v}_1.$$

2. *Variable faktorer.* Lad alternativerne m.h.t. faktorkombinationen være $(v_1, v_2 + dv_2)$ og (v_1, v_2) , svarende til produktionen $x + dx = x + x'_2 dv_2$ resp. x enheder pr. periode, hvor x'_2 er den variable faktors grænseproduktivitet. Idet omkostningsfunktionen er $C(x) = a + q_2 v_2$ (q_2 = faktorprisen), får vi da

I	II
$R_1 = p \cdot (x + x'_2 dv_2)$	$R_2 = p \cdot x$
$-C_1 = -a - q_2 \cdot (v_2 + dv_2)$	$-C_2 = -a - q_2 v_2$
Z_1	Z_2

Betingelsen for, at det lønner sig at anvende lidt mere af faktoren v_2 , d.v.s. $Z_1 > Z_2$, kan da – idet vi på venstre side af uligheden isolerer meromkostningerne, d.v.s. markedsværdien af den marginale faktormængde – udtrykkes således:

$$q_2 dv_2 < p x'_2 dv_2$$

eller pr. enhed af v_2 , når $dv_2 > 0$,

$$(11) \quad q_2 < p x'_2.$$

Ligesom vi ovenfor – jfr. (4) – fandt, at en infinitesimal produktionsudvidelse betaler sig, så længe *produktets* markedspris er større end grænseomkostningerne, der repræsenterer ofret ved en marginal udvidelse af produktionen, således finder vi nu, at en marginal forøgelse af faktorindsatsen vil lønne sig, så længe *faktorens* markedspris er mindre end grænseproduktværdien, der fortolkes analogt som repræsenterende ofret (alternativomkostningen) ved ikke at indsætte den marginale faktorenhed. Ligevægt (optimum, gevinstmaksimum) nås, når (11) er opfyldt med lighedstegn. Dette er ikke noget som helst andet end den velkendte grænseproduktivtetsbetragtning i teorien for faktorefterspørgselen.

I (11) sammenligner vi faktorenhedens markedspris (q_2) med dens interne værdi ($p x'_2$), som repræsenterer den højeste pris, det lønner sig at

betale for den ekstra *faktorenhed*. Vi kunne imidlertid også have vendt om på det og betragtet højre side (px'_2) som en markedsværdi, nemlig af *merproduktet*, og ladet venstre side repræsentere den interne værdi af dette merprodukt, d.v.s. den laveste pris, man vil forlange for dette merprodukt. Dette understreger symmetrien mellem produkt- og faktorvurdering ud fra alternativbetragtninger.

3. *Faste faktorer*. Det samme princip kan anvendes til vurdering af faste faktorer og de tjenester, de afkaster. Vi vil først se på, hvorledes man kan vurdere *et fast anlægs tjenester i en periode* (f.eks. de maskintimer, en maskine leverer i et år) – en intern vurdering, som i princippet ikke har noget at gøre med de historisk bestemte faste omkostninger. Hvad er disse tjenester ialt værd for ejeren?

a. Vi tænker os, at ejeren tænker på at leje anlægget ud – d.v.s. sælge dets tjenester – for et år, til en pris (leje) af Y kr. Hans gevinst ved denne handling (I) bliver da $Z_1 = Y - a$, idet han ikke kan frigøre sig for de faste omkostninger. Alternativet (II) er selv at drive anlægget, med gevinsten $Z_2 = px - a - c(x)$ (hvor $c(x) = q_2 v_2$ i eksemplet ovenfor):

I	II
$R_1 = Y$	$R_2 = px$
$-C_1 = -a$	$-C_2 = -a - c(x)$

Udlejningen vil da betale sig, hvis

$$(12) \quad Y > px - c(x);$$

med andre ord, dækningsbidraget ved den optimale produktion x – omsætning minus variable omkostninger – er den *mindste* pris, han vil stå sig ved at leje anlægget ud for i et år, og repræsenterer altså den interne værdi, målt ved alternativomkostningerne («forgone profits»). Omvendt, hvis driftsherren ikke selv ejer anlægget, men ønsker at leje det for et år med produktion for øje, vil dækningsbidraget repræsentere det *største* beløb, han vil være villig til at betale i leje; gevinsten i de to alternativer bliver $Z_1 = px - c(x) - Y$, resp. $Z_2 = 0$, så vi får

$$(13) \quad Y < px - c(x).$$

I begge tilfælde får vi altså den interne værdi bestemt som dækningsbidraget. – Den ses at være den pris på anlæggets tjenester, som netop ville give en nettogevinst på nul, hvis den blev betragtet som en virkelig omkostning.

Er der ikke tale om leje eller udlejning, men om *køb eller salg af anlægget som sådant*, bliver køberens højeste eller sælgerens (ejerens) laveste pris bestemt ved kapitalisering af de (forventede) fremtidige dækningsbidrag. Denne betragtning kendes fra investeringskalkyler og fra vurderingsteorien, ligesom den optræder i teorien for prisdannelsen for fast realkapital.

b. Ser vi kun på marginale ændringer, kan vi bestemme *den interne værdi af en ekstra enhed af den faste faktors tjenester* (f.eks. værdien af en maskintime mere eller mindre). Denne tilregnede (imputerede) værdi optræder i nyere produktionsteori under navnet »skyggeprisen«, hvor betegnelsen netop antyder, at der ikke er tale om en »rigtig« (markeds-)pris. Hvor meget vil driftsherren mindst forlange for at leje den »sidste« maskintime ud? Åbenbart et beløb svarende til den marginale gevinst, han går glip af, når han som følge af denne handling må nedsætte produktionen. (Vi forudsætter her, at anlægget er fuldt udnyttet, d.v.s. at $v_1 = \bar{v}_1$; var det ikke det, ville det lønne sig at leje den marginale maskintime ud til en hvilken som helst leje, der blot var > 0 , og skyggeprisen ville da være $= 0$, da der ikke er noget offer forbundet med udlejningen). Alternativerne bliver da, idet y er lejen pr. maskintime,

I	II
$R_1 = y \cdot d\bar{v}_1 + p \cdot (x - dx)$	$R_2 = p \cdot x$
$-C_1 = -a - c(x - dx)$	$-C_2 = -a - c(x)$

Vi isolerer markedsværdien (den marginale lejeindtægt) på venstre side af uligheden $Z_1 > Z_2$ og får da, at udlejningen er fordelagtig, dersom

$$y d\bar{v}_1 > p dx + c(x - dx) - c(x) = p dx - q_2 dv_2 \\ = p \cdot (x'_1 d\bar{v}_1 + x'_2 dv_2) - q_2 dv_2 = p x'_1 d\bar{v}_1$$

(idet virksomheden forudsættes at tilpasse sig optimalt til kapaciteten, således at $p x'_2 = q_2$, jfr. bemærkningerne til (11) ovenfor). Regnet pr. enhed af den faste faktors tjenester får vi da (idet $d\bar{v}_1 > 0$)

$$(14) \quad y > p x'_1,$$

d.v.s. skyggeprisen er lig med faktorens grænseproduktværdi, som jo udgør alternativomkostningen ved udlejningen (ofret).¹

1. Inden for rammerne af den sædvanlige marginalanalyse kan skyggeprisen findes ved differentiation af den maksimale gevinst m.h.t. parameteren $\bar{v}_1$ (jfr. komparativ statik):

$$\frac{dZ}{d\bar{v}_1} = \frac{d}{d\bar{v}_1} (p x - q_2 v_2) = p x'_1 + p x'_2 \frac{dv_2}{d\bar{v}_1} - q_2 \frac{dv_2}{d\bar{v}_1} = p x'_1,$$

idet $p x'_2 = q_2$ ved optimal tilpasning.

Skyggeprisen kan her, som også i andre tilfælde, identificeres med Lagrange-multiplikatoren i den underliggende optimeringsmodel, i det foreliggende tilfælde således med multiplikatoren u i Lagrange-udtrykket

$$L = p \cdot x(v_1, v_2) - q_2 v_2 + u \cdot (\bar{v}_1 - v_1),$$

der benyttes ved maksimering af gevinsten $Z = p x - q_2 v_2$ under bibetingelsen $v_1 = \bar{v}_1$. (Jfr. Sven Danø, *Industrial Production Models*, Wien: Springer, 1966, p. 95).

Skal han omvendt leje en ekstra maskintime, bliver gevinsten ved alternativerne $Z_1 = p \cdot (x + dx) - a - c(x + dx) - yd\bar{v}_1$ henholdsvis $Z_2 = px - a - c(x)$, og vi føres da til betingelsen

$$(15) \quad px'_1 > y.$$

Skyggeprisen px'_1 kan formelt benyttes ved optimeringen, som om den var en egentlig faktorpris på linje med q_2 ; vi ser nemlig, at optimum er karakteriseret ved

$$p = \frac{px'_1}{x'_1} = \frac{q_1}{x'_1},$$

d.v.s. prisen på produktet er i optimum lig med de partielle grænseomkostninger for hver faktor.

Afsluttende bemærkninger.

Konklusionen af alt dette er åbenbart, at begrebet alternativomkostninger har et videre anvendelsesområde, end man umiddelbart ville være tilbøjelig til at tillægge det. Det er ikke blot et omkostningsbegreb, der er relevant i visse specielle situationer, der behandles af den snævrere omkostningsteori (f.eks. i forbindelse med spørgsmålet om omkostningsfordeling ved flervareproduktion); det finder principielt anvendelse overalt, hvor der er tale om produktionsoptimering, idet optimering ikke er andet end et spørgsmål om valg mellem alternativer.¹ Alle de kendte teoremer fra teorien for en virksomheds tilpasning kan formuleres inden for dette skema, og dette gælder, hvad enten der er tale om virksomheden qua vareudbyder eller qua faktorefterspørger. Alternativomkostningen er simpelthen udtryk for en intern vurdering, der er baseret på en sammenligning med alternativerne, og en sådan vurdering – beregning af tilregnede interne priser – kan foretages både for produktmængder og for faktormængder. Det er derfor principielt *det samme*, man taler om, når man bruger udtrykkene »alternativomkostninger« og »skyggepriser«; man kunne i og for sig lige så godt tale om skyggepriser (eller skyggeværdier) på produkter såvel som på produktionsfaktorer.

Man kan diskutere, om det er hensigtsmæssigt at udlede de neoklassiske teoremer for virksomhedens tilpasning på den måde, det er gjort ovenfor, men alternativbetragtningen har i hvert fald den fordel at være helt generel.

1. Noget andet er, at man udmærket kan klare sig uden begrebet alternativomkostninger. I stedet for (2) – d.v.s. indtægt > alternativomkostninger – benytter man ofte den ækvivalente formulering

$$R_1 - R_2 > C_1 - C_2$$

og gennemfører analysen ved hjælp af begreberne merindtægt og meromkostninger. Om man bruger den ene eller den anden formulering af optimalitetskriteriet (1), er et hensigtsmæssighedsspørgsmål. Det afgørende er, at alternativerne er klart specificeret.

Den finder også anvendelse på tilfælde, hvor de neoklassiske forudsætninger om kontinuert substitution ikke holder, nemlig på modeller, hvor ligevægtsbetingelserne ikke er ligninger (marginale ligheder), men har form af *uligheder*, således som det er tilfældet ved lineære programmeringsmodeller, jfr. simplex-kriteriet.¹ Det simple optimalitetskriterium, vi har benyttet ovenfor, kan jo i samtlige tilfælde udtrykkes som en ulighed, $Z_1 > Z_2$. Betegnelsen »skyggepris« er netop først dukket op i forbindelse med de lineære produktionsmodeller (hvor skyggepriserne fremkommer som løsningen til dualproblemet).

APPENDIX

Alternativbetragtningen ved en lineær produktionsmodel kan illustreres ved det simplest mulige tilfælde, hvor en vare produceres i en enkelt lineær aktivitet, d.v.s. med limitationale faktorer. Lad v_1 repræsentere en fast faktors tjenester, disponible op til kapacitetsgrænsen $\bar{v}_1$, medens v_2 er en variabel faktor. Modellen er da

$$v_1 = a_1 x \leq \bar{v}_1, \quad v_2 = a_2 x,$$

hvor a_1 og a_2 er konstante tekniske koefficienter. Gevinsten pr. periode bliver, idet a betegner faste omkostninger,

$$Z = px - a - q_1 v_1 = px - a - q_2 a_2 x.$$

Området for rentabel produktion afgrænses da ved hjælp af alternativerne $x > 0$ og $x = 0$. Produktion er bedre end stilstand, hvis $Z(x) > Z(0)$, d.v.s. hvis $px > q_2 a_2 x$ eller

$$(i) \quad p > q_2 a_2,$$

hvor højresiderne er alternativomkostningerne (ialt, resp. pr. enhed) ved at producere x . (i) er ganske analog med (3) ovenfor.

Hvor meget lønner det sig at producere (idet (i) antages opfyldt)? Med alternativerne $x + dx$ (hvor $dx > 0$) henholdsvis x får vi, at det første alternativ er bedst, dersom $pdx > q_2 a_2 dx$ eller

$$(ii) \quad p > q_2 a_2,$$

hvor højresiden er grænseomkostningerne, her udledt som den marginale alternativomkostning. (ii) svarer til (4) ovenfor, men med den forskel, at vi nu *ikke* ved at betragte alternative værdier af parameteren x kan ræsonnere os til, at optimum er karakteriseret ved en marginal *lighed* mellem pris og grænseomkostninger. Det ses, at hvis (i) er opfyldt, vil det betale sig at udvide produktionen så langt, det er fysisk muligt, d.v.s. op til kapacitetsgrænsen; den optimale produktion bliver da $x = \bar{v}_1/a_1$, hvor vi ikke har $p = dc/dx$, men $p > dc/dx$, jfr. (ii).

Denne betingelse for optimum er ækvivalent med simplex-kriteriet, hvis vi betragter problemet som et eksempel på lineær programmering, nemlig (idet de faste omkostninger kan ignoreres)

1. Jfr. nedenstående appendix.

Den finder også anvendelse på tilfælde, hvor de neoklassiske forudsætninger om kontinuert substitution ikke holder, nemlig på modeller, hvor ligevægtsbetingelserne ikke er ligninger (marginale ligheder), men har form af *uligheder*, således som det er tilfældet ved lineære programmeringsmodeller, jfr. simplex-kriteriet.¹ Det simple optimalitetskriterium, vi har benyttet ovenfor, kan jo i samtlige tilfælde udtrykkes som en ulighed, $Z_1 > Z_2$. Betegnelsen »skyggepris« er netop først dukket op i forbindelse med de lineære produktionsmodeller (hvor skyggepriserne fremkommer som løsningen til dualproblemet).

APPENDIX

Alternativbetragtningen ved en lineær produktionsmodel kan illustreres ved det simplest mulige tilfælde, hvor en vare produceres i en enkelt lineær aktivitet, d.v.s. med limitationale faktorer. Lad v_1 repræsentere en fast faktors tjenester, disponible op til kapacitetsgrænsen $\bar{v}_1$, medens v_2 er en variabel faktor. Modellen er da

$$v_1 = a_1 x \leq \bar{v}_1, \quad v_2 = a_2 x,$$

hvor a_1 og a_2 er konstante tekniske koefficienter. Gevinsten pr. periode bliver, idet a betegner faste omkostninger,

$$Z = px - a - q_1 v_1 = px - a - q_2 a_2 x.$$

Området for rentabel produktion afgrænses da ved hjælp af alternativerne $x > 0$ og $x = 0$. Produktion er bedre end stilstand, hvis $Z(x) > Z(0)$, d.v.s. hvis $px > q_2 a_2 x$ eller

$$(i) \quad p > q_2 a_2,$$

hvor højresiderne er alternativomkostningerne (ialt, resp. pr. enhed) ved at producere x . (i) er ganske analog med (3) ovenfor.

Hvor meget lønner det sig at producere (idet (i) antages opfyldt)? Med alternativerne $x + dx$ (hvor $dx > 0$) henholdsvis x får vi, at det første alternativ er bedst, dersom $pdx > q_2 a_2 dx$ eller

$$(ii) \quad p > q_2 a_2,$$

hvor højresiden er grænseomkostningerne, her udledt som den marginale alternativomkostning. (ii) svarer til (4) ovenfor, men med den forskel, at vi nu *ikke* ved at betragte alternative værdier af parameteren x kan ræsonnere os til, at optimum er karakteriseret ved en marginal *lighed* mellem pris og grænseomkostninger. Det ses, at hvis (i) er opfyldt, vil det betale sig at udvide produktionen så langt, det er fysisk muligt, d.v.s. op til kapacitetsgrænsen; den optimale produktion bliver da $x = \bar{v}_1/a_1$, hvor vi ikke har $p = dc/dx$, men $p > dc/dx$, jfr. (ii).

Denne betingelse for optimum er ækvivalent med simplex-kriteriet, hvis vi betragter problemet som et eksempel på lineær programmering, nemlig (idet de faste omkostninger kan ignoreres)

1. Jfr. nedenstående appendix.

$$Z = (p - q_2 a_2) \cdot x = \max$$

under bibetingelsen

$$a_1 x \leq \bar{v}_1 \quad \text{eller} \quad a_1 x + r = \bar{v}_1,$$

hvor r er en restvariabel (≥ 0 ligesom x). Med x som basisvariabel fås løsningen

$$x = \bar{v}_1 / a_1 - (1/a_1) \cdot r$$

$$Z = (p - q_2 a_2) \cdot \bar{v}_1 / a_1 - ((p - q_2 a_2) / a_1) \cdot r,$$

der for $r=0$ (fuld kapacitetsudnyttelse) repræsenterer den optimale løsning – givet ved konstantleddene – hvis koefficienten til r i løsningen for Z er negativ,

$$(iii) \quad dZ/dr = -((p - q_2 a_2) / a_1) < 0$$

(eller nul, men det sker her kun, hvis gevinsten er nul). Kriteriet (iii) – simplex-kriteriet – ses at være ækvivalent med (ii).

Den numeriske værdi af simplex-koefficienten dZ/dr kan identificeres med skyggeprisen på en marginal enhed af den faste faktors ydelser, beregnet som den mindste pris, driftsherren vil forlange for at udleje den sidste maskintime. Udlejer han $d\bar{v}_1$ maskintimer à y kr., skal indtægten herved, $y d\bar{v}_1$, stilles overfor det tab, han lider ved at måtte indskrænke produktionen,

$$p dx - q_2 a_2 dx = (p - q_2 a_2) \cdot (1/a_1) \cdot d\bar{v}_1$$

(jfr. ræsonnementet i forbindelse med (14) ovenfor); d.v.s. y skal sammenholdes med det marginale offer, regnet pr. maskintime, d.v.s. med $(p - q_2 a_2) / a_1$. Denne alternativomkostning – skyggeprisen – er netop numerisk lig med dZ/dr ovenfor, som jo betegner ændring i gevinst pr. marginal ubenyttet maskintime.

Skyggeprisen kan også beregnes ved løsning af dualproblemet til ovenstående problem; dualitetssætningen for lineær programmering siger netop, at løsningen til duallet er numerisk lig med simplex-koefficienten til den tilsvarende restvariabel i det oprindelige problem, d.v.s. her dZ/dr , og dermed lig med skyggeprisen.

Den finder også anvendelse på tilfælde, hvor de neoklassiske forudsætninger om kontinuert substitution ikke holder, nemlig på modeller, hvor ligevægtsbetingelserne ikke er ligninger (marginale ligheder), men har form af *uligheder*, således som det er tilfældet ved lineære programmeringsmodeller, jfr. simplex-kriteriet.¹ Det simple optimalitetskriterium, vi har benyttet ovenfor, kan jo i samtlige tilfælde udtrykkes som en ulighed, $Z_1 > Z_2$. Betegnelsen »skyggepris« er netop først dukket op i forbindelse med de lineære produktionsmodeller (hvor skyggepriserne fremkommer som løsningen til dualproblemet).

APPENDIX

Alternativbetragtningen ved en lineær produktionsmodel kan illustreres ved det simplest mulige tilfælde, hvor en vare produceres i en enkelt lineær aktivitet, d.v.s. med limitationale faktorer. Lad v_1 repræsentere en fast faktors tjenester, disponible op til kapacitetsgrænsen $\bar{v}_1$, medens v_2 er en variabel faktor. Modellen er da

$$v_1 = a_1 x \leq \bar{v}_1, \quad v_2 = a_2 x,$$

hvor a_1 og a_2 er konstante tekniske koefficienter. Gevinsten pr. periode bliver, idet a betegner faste omkostninger,

$$Z = px - a - q_1 v_1 = px - a - q_2 a_2 x.$$

Området for rentabel produktion afgrænses da ved hjælp af alternativerne $x > 0$ og $x = 0$. Produktion er bedre end stilstand, hvis $Z(x) > Z(0)$, d.v.s. hvis $px > q_2 a_2 x$ eller

$$(i) \quad p > q_2 a_2,$$

hvor højresiderne er alternativomkostningerne (ialt, resp. pr. enhed) ved at producere x . (i) er ganske analog med (3) ovenfor.

Hvor meget lønner det sig at producere (idet (i) antages opfyldt)? Med alternativerne $x + dx$ (hvor $dx > 0$) henholdsvis x får vi, at det første alternativ er bedst, dersom $pdx > q_2 a_2 dx$ eller

$$(ii) \quad p > q_2 a_2,$$

hvor højresiden er grænseomkostningerne, her udledt som den marginale alternativomkostning. (ii) svarer til (4) ovenfor, men med den forskel, at vi nu *ikke* ved at betragte alternative værdier af parameteren x kan ræsonnere os til, at optimum er karakteriseret ved en marginal *lighed* mellem pris og grænseomkostninger. Det ses, at hvis (i) er opfyldt, vil det betale sig at udvide produktionen så langt, det er fysisk muligt, d.v.s. op til kapacitetsgrænsen; den optimale produktion bliver da $x = \bar{v}_1/a_1$, hvor vi ikke har $p = dc/dx$, men $p > dc/dx$, jfr. (ii).

Denne betingelse for optimum er ækvivalent med simplex-kriteriet, hvis vi betragter problemet som et eksempel på lineær programmering, nemlig (idet de faste omkostninger kan ignoreres)

1. Jfr. nedenstående appendix.