

EN VÆKSTTEORETISK DISPUTATS¹

Af P. NØRREGAARD RASMUSSEN*

1. På det seneste er hele disputatsordningen sat under diskussion. For mit eget vedkommende vakler jeg, men hælder dog mod helst at se disputatsinstituttet afskaffet, i hvert fald i den nuværende form. Ordningen er en historisk overlevering fra en tid, hvor man kunne kvalificere sig alene ved at »disputere«. Den er bevaret i sin form, men reelt i det store og hele uden sit oprindelige indhold. Den historiske tradition er i sig selv et stærkt argument for at beholde ordningen. Men omkostningerne er måske for store. Der synes i hvert fald i dag ikke at være stærke argumenter for at betragte disputatsen som en »svendeproe«. Thi som kompetenceforklaring – f.eks. ved ansøgninger om et professorat – er det *principielt* uden interesse, hvorvidt en afhandling har været gennem denne skærsild eller ej. Et videnskabeligt arbejde kan bedømmes *i sig selv*. Det er i så henseende tilstrækkeligt at henvise til en række professorer, som har nydt og nyder almen anerkendelse uden at være doktorer, jfr. også friske eksempler (Danø og Ølgaard) på, at et fakultet kan afgive indstilling om ansættelse, før vedkommendes disputats har været til forsvar. Kompetencesynspunktet har m.a.o. begrænset vægt.

Såfremt traditionen skal opretholdes, er min næste tilbagetrækningslinje, at man i det mindste klart bør gå ind for de svenske regler, hvorefter en kommende doktor har næsten ubegrænset lejlighed til at få sit arbejde bedømt, kritiseret og befrugtet undervejs. Heldigvis er dette princip hastigt på indtog her i landet. Som så ofte går naturvidenskaberne, inkl. medicinerne, i spidsen.

Den foreliggende disputats vil måske, historisk betragtet, danne et overgangsstade. Forf. var vel vidende om, at han kunne offentliggøre undervejs og herved få kommentarer, men han havde traditionen i blodet – en stor bog. På den anden side har denne disputats, alt taget i betragtning, forment-

* Professor ved Københavns Universitet.

1. Manuskriptet til denne artikel har dannet grundlag for min opposition d. 28. juni 1966 ved forsvaret af Anders Ølgaards afhandling: *Growth, Productivity and Relative Prices*, Kbh. 1966 (Studier nr. 10 fra Københavns Universitets Økonomiske Institut), 317 sider. Bogen er tillige udkommet i Amsterdam (North-Holland Publishing Company). – Såvel ved handlingen som ved en efterfølgende gennemgang af manuskriptet har jeg haft stort udbytte af at drøfte problemerne med forf.

EN VÆKSTTEORETISK DISPUTATS¹

Af P. NØRREGAARD RASMUSSEN*

1. På det seneste er hele disputatsordningen sat under diskussion. For mit eget vedkommende vakler jeg, men hælder dog mod helst at se disputatsinstituttet afskaffet, i hvert fald i den nuværende form. Ordningen er en historisk overlevering fra en tid, hvor man kunne kvalificere sig alene ved at »disputere«. Den er bevaret i sin form, men reelt i det store og hele uden sit oprindelige indhold. Den historiske tradition er i sig selv et stærkt argument for at beholde ordningen. Men omkostningerne er måske for store. Der synes i hvert fald i dag ikke at være stærke argumenter for at betragte disputatsen som en »svendep prøve«. Thi som kompetenceforklaring – f.eks. ved ansøgninger om et professorat – er det *principielt* uden interesse, hvorvidt en afhandling har været gennem denne skærsild eller ej. Et videnskabeligt arbejde kan bedømmes *i sig selv*. Det er i så henseende tilstrækkeligt at henvise til en række professorer, som har nydt og nyder almen anerkendelse uden at være doktorer, jfr. også friske eksempler (Danø og Ølgaard) på, at et fakultet kan afgive indstilling om ansættelse, før vedkommendes disputats har været til forsvar. Kompetencesynspunktet har m.a.o. begrænset vægt.

Såfremt traditionen skal opretholdes, er min næste tilbagetrækningslinje, at man i det mindste klart bør gå ind for de svenske regler, hvorefter en kommende doktor har næsten ubegrænset lejlighed til at få sit arbejde bedømt, kritiseret og befrugtet undervejs. Heldigvis er dette princip hastigt på indtog her i landet. Som så ofte går naturvidenskaberne, inkl. medicinerne, i spidsen.

Den foreliggende disputats vil måske, historisk betragtet, danne et overgangsstade. Forf. var vel vidende om, at han kunne offentliggøre undervejs og herved få kommentarer, men han havde traditionen i blodet – en stor bog. På den anden side har denne disputats, alt taget i betragtning, forment-

* Professor ved Københavns Universitet.

1. Manuskriptet til denne artikel har dannet grundlag for min opposition d. 28. juni 1966 ved forsvaret af Anders Ølgaards afhandling: *Growth, Productivity and Relative Prices*, Kbh. 1966 (Studier nr. 10 fra Københavns Universitets Økonomiske Institut), 317 sider. Bogen er tillige udkommet i Amsterdam (North-Holland Publishing Company). – Såvel ved handlingen som ved en efterfølgende gennemgang af manuskriptet har jeg haft stort udbytte af at drøfte problemerne med forf.

lig fået flere kommentarer undervejs end tidligere. Den er blevet til i instituttets miljø, og der er sket forbedringer – efter aftale med bedømmelsesudvalget og ikke mindst på forf.'s eget initiativ – mellem den godtagne form og den nu offentliggjorte. Min personlige opfattelse er her den enkle, at det gælder om at få et så gedigent arbejde offentliggjort som muligt. Alle må da stå bi og (naturligvis) ikke alene tillade forbedringer, men også søge at befordre sådanne.

2. Forf. har valgt at skrive om et emne, som gennem det sidste 10-år har været dyrket intensivt af vort fags største navne. Herved har han løbet en risiko. Bl.a. er der et timestag mellem tanke og endelig offentliggørelse, og i kraft af »disputatsmaskinen« kan det være lidt langt. Uanset dette er det foreliggende arbejde ikke forældet ved offentliggørelsen. Der er intet forældet i 2. og 3. del. M.h.t. 1. del er der ganske vist sket meget fra tanken blev til og frem til i dag. Men denne forsinkelse er næppe større end den, man finder fra en tanke fødes, til den efter fødselsveer og ventetid bliver tilgængelig f.eks. i de internationale tidsskrifter. Alt taget i betragtning er der næppe her sket stor skade. – Men det hindrer ikke, at disputatsordningen også ud fra dette synspunkt tages op til diskussion, hvilket man også har gjort. Man må dog minde om, at allerede nu findes en i hvert fald i vort fag for sjældent benyttet regel om, at forskningsresultater kan offentliggøres, før disputatsen afleveres. Af mange grunde må man indtrængende opfordre unge til at lade være at sanke i lade.

3. Ølgaards store vækstarbejde er nr. 28 i rækken af statsvidenskabelige disputatser, og vi har med den oplevet at få to disputatser til forsvar indenfor mindre end to uger. Såvel i ydre form som i indre kvaliteter er det et smukt arbejde, som både forf. og fakultetet vil få glæde af.

Bogen er disponeret i tre dele, opbygget af henholdsvis 8, 3 og 5 kapitler, som efterfølges af et navneindex og et emneindex. Hertil slutter sig det i henhold til anordningen nødvendige, men vist dog ud fra saglige betragtninger overflødige, danske resumé. Jeg frafalder i øvrigt i det følgende alle mere formelle betragtninger, herunder trykfejl og andre ligegyldige kommentarer. Ligeledes vil jeg forsøge at lægge mindre vægt på, hvad forf. kunne have gjort. Den af forf. selv i forordet anførte artikel af Hahn og Matthews (*Economic Journal*, Dec. 1964) er i så henseende inspirerende. Det samme gælder Hicks, *Capital and Growth* (Oxford 1965), som forf. heller ikke har kunnet udnytte.

4. 1. del hedder »One-Sector-Models« og indledes med et kapitel – »On the Concepts of Output, Labour and Capital« – som utvivlsomt er hele bogens vanskeligste. I de følgende kapitler har forfatteren megen glæde af at kunne trække på kap. 1, men det er pædagogisk uheldigt at starte svært. En ændret

disposition, hvor læseren ledes fra det lettere til det sværere, var tænkelig, men ville have krævet en fornyet, fuldstændig gennemskrivning af hele 1. del, hvilket man udmærket forstår, forf. alt taget i betragtning har afholdt sig fra. En af læserens vanskeligheder vil være, at forudsætninger stedse skifter. Snart er der ingen vintage effekt, jfr. nedenfor, snart er den med, snart er kapitalen evigtvarende, snart er den »dødelig«. Forudsætningerne er klart givet i hvert afsnit. Men de skifter, og billedet bliver let flimrende.

Som bogen nu fremtræder, kan man frygte, at mange læsere lader sig afskrække af vanskelighederne i kap. 1, hvilken er en skam. – 1. del er i øvrigt en blanding af originale betragtninger og almindeligt fælleseje. Forf. har ikke gjort meget for at skelne mellem egne bidrag og andres. Han kunne nok have gjort mere, men er delvis undskyldt ved, at fællesejet kun delvis foreligger offentliggjort, omend Hahn og Matthews' artikel nu har rettet op på dette. Hele vækstdebatten har jo i vidt omfang været dyrket (i jargonagtig form) som en intern duel mellem de to Cambridge-centre, hvorunder man ikke har nedværdiget sig til at medtage »selvfølgeligheder«.

5. På trods af, at kap. 1 er svært, kommer forf.'s gode pædagogiske anlæg dog klart frem. Andre har før Ølgaard gjort opmærksom på, at befolknings-teori *også* er interessant, fordi der er klare analogier over til kapitalteori. Men ingen har udnyttet denne analogi så intensivt. Forf. begynder med på 1. side at postulere en produktionsfunktion,

$$(1) \quad Y = f(K, L, t),$$

hvor Y er realproduktet, K realkapitalen og L arbejdskraften, mens t »står for« tekniske fremskridt. Men hvis K og L måles i fysiske enheder, vil der i (1) optræde gammel og ny kapital. Er en summation mulig, således at der kun optræder ét argument i (1) for K ? Det samme problem findes for L . Som tiden går, bliver al arbejdskraft af større effektivitet, hvadenten det nu måtte være, fordi realindkomsten vokser, og alle dermed lever bedre, hører bedre musik, ser bedre fjernsyn – og hvad man iøvrigt kan finde på af forskruede eksempler. Dette fører til en årseffekt¹ (»year effect«), som antages at virke exponentielt, således at en »standardarbejder« i år t har effektiviteten emt . Dette er kapitalteoriens »disembodied progress«.

Videre gælder, at ung arbejdskraft har fået en bedre uddannelse – i kapitalteorien: ny kapital er i bedre teknik. Denne årgangseffekt (»vintage effect«) antages ligeledes at virke exponentielt, således at en arbejder, som i år y indtræder i arbejdsstyrken, i forhold til standardarbejderen har en effektivitet på $e^{\nu y}$. Dette er kapitalteoriens »embodied progress«.

Men ikke alt vokser. En given arbejder bliver ældre, og hans effektivitet

1. – som måske hellere burde hedde »tidseffekt«.

falder, d.v.s. der er en alderseffekt («age effect»), som afhænger af $t - y$, d.v.s. alderen. Dette er kapitalteoriens nedslidningsproblem. Om denne alderseffekt kan der gøres mange forudsætninger. I det generelle tilfælde forudsættes (pp. 12 og 92), at denne effekt virker via en funktion af arbejderens alder, idet man af målingstekniske grunde sætter denne virkning lig 1, når den pågældende arbejder træder ind i arbejdsstyrken. Man får da en virkning, $f(t - y)$, hvor $f(t - y) = 1$ for $t = y$, mens $f(t - y) > 0$ for andre værdier af t ($t > y$).

Dette oplæg er af meget stor pædagogisk værdi. Men det problematiske i det får ikke megen plads. Det hedder summarisk (p. 11) uden kommentarer, at »these effects are assumed to be multiplicative«. Hele kap. 1 hænger på denne forudsætning, som kunne kræve mere end en bisætning. Videre: I hele fremstillingen forudsættes, at $f'(t - y) \leq 0$. Dette betyder, at »learning by doing« er udelukket. Fortjener dette ikke kommentarer overhovedet – ganske særligt, når der gives et befolkningsteoretisk oplæg? Og endelig hænger hele fremstillingen i kap. 1 tillige på, at $f(t - y)$ *alene* afhænger af *forskellen* mellem t og y , d.v.s. arbejdskraftens alder, men på den anden side er helt uafhængig af såvel y som (og ikke mindst) t . Det er f.eks. ødelæggende for modellen, hvis der sker særlige og kontinuerte fremskridt i »alderdomsforskningen«. Også dette kunne kræve både understregning og diskussion.

I kraft af den multiplikative forudsætning har man, at en arbejder af årgang y på tidspunktet t yder

$$(2) \quad {}_y l_t = e^{mt + vy} f(t - y),$$

jfr. formel (1.9) p. 12. Det forudsættes videre, at arbejdsstyrken vokser – regnet i fysiske enheder: antal hænder – med en vækstrate på n , således at antallet arbejdere af årgang y er

$$(3) \quad {}_y L = {}_0 L e^{ny},$$

hvor ${}_0 L$ er antal arbejdere, som i initialsituationen træder ind i arbejdsstyrken. Man får da, at hele arbejdsstyrken på tidspunktet t , udtrykt i effektive enheder, bliver

$$(4) \quad L_t^* = \int_{-\infty}^t {}_0 L e^{ny} e^{mt + vy} f(t - y) dy$$

Heraf findes vækstraten

$$(5) \quad \frac{\dot{L}_t^*}{L_t^*} = n + m + v,$$

d.v.s. vækstraten afhænger af befolkningsstigningen (n), årseffekt (m) og årgangseffekt (v). Det bemærkelsesværdige – som med de givne forudsæt-

ninger ikke er chokerende, når man først har *set* det – er, at *vækstraten* er uafhængig af aldersvirkningen. Derimod viser det sig, at *vækstniveauet* bl.a. er bestemt af denne aldersvirkning.

6. Netop spørgsmålet om bestemmelsesgrunden for vækstniveau ctr. -rate er et af forf.'s problemer i kap. 1. Det lykkes på klar måde at udskille udviklingen for arbejdsstyrken (målt i effektivitetsenheder) i en (eksponentiel) faktor, der angiver vækstrate, og en faktor, der angiver vækstniveauet, herunder ${}_0L$, der er en »skalafaktor« (som forf. vælger at se bort fra). Med de allerede indførte symboler får man, jfr. ligning (1.17), p. 13, at

$$(6) \quad L_t^* = {}_0L e^{(n+m+v)t} \int_{-\infty}^0 e^{(n+v)y} f(-y) dy,$$

hvor første faktor som nævnt er en »skalafaktor«, anden faktor angiver vækstrate, mens tredje faktor – integralet = i – bestemmer vækstniveau. Man vil af (6) se, hvor helt afgørende den førnævnte, og vanskeligt gennemskuelige, multiplikative forudsætning er.

Et centralt problem er nu, hvorledes niveaufaktoren (i) påvirkes af exogene ændringer. Dette problem – som behandles ved en komparativ-dynamisk analyse – forudsætter imidlertid for en fyldestgørende besvarelse en specifikation af $f(t-y)$. Forf. behandler her tre specialtilfælde:

(1) *Exponentiell »forfald«:*

$$f(t-y) = e^{-h(t-y)},$$

eller grafisk som vist i fig. 1, her – som i fig. 2 og 3 – er $m = v = 0$. Dette tilfælde betegnes ofte som »radioaktivt forfald« eller »depreciation by evaporation«.

(2) *Pludselig død:*

For $y + k \geq t \geq y$ haves $f(t-y) = 1$, mens for andre t : $f(t-y) = 0$, eller grafisk som vist i fig. 2. Dette tilfælde betegnes ofte som »the one hoss shay«.

(3) *Lineært »forfald«:*

For $y + \frac{1}{h} \geq t \geq y$ haves $f(t-y) = 1-h(t-y)$, mens for andre t : $f(t-y) = 0$, eller grafisk som vist i fig. 3.

Naturligvis er mange relevante afskrivningsforløb ikke medtaget – bogen er stor nok i forvejen – men til gengæld graves de nævnte omhyggeligt igennem.

Såvel den præcise sondring mellem niveaufaktorer og vækstratefaktorer som analysen af disse er et godt fremskridt. Skulle noget fremhæves må det

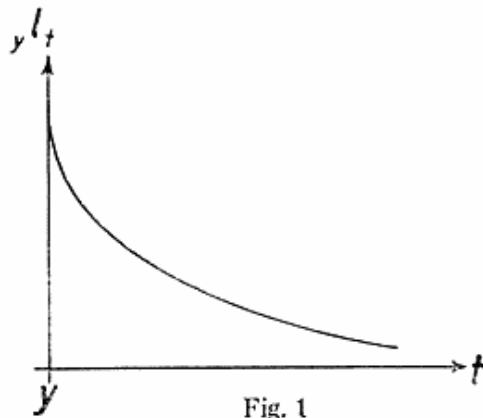


Fig. 1

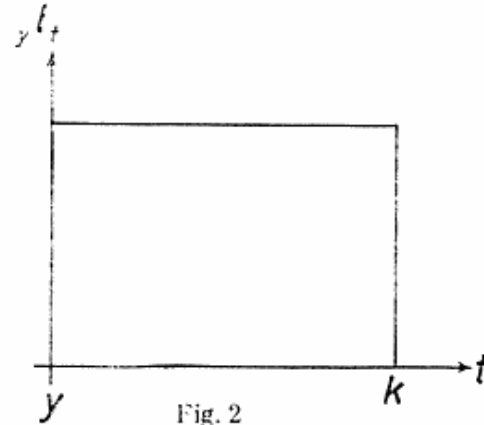


Fig. 2

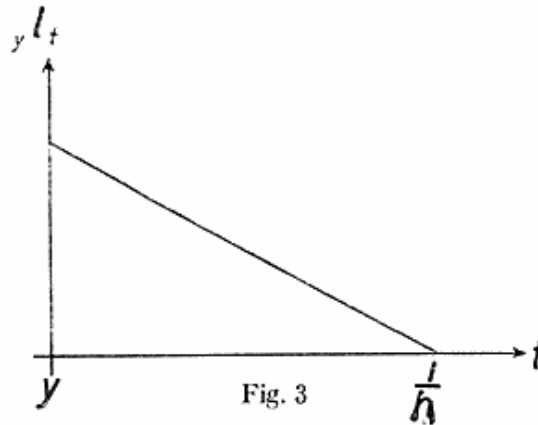


Fig. 3

vist blive analysen – og herunder fortolkningen – af ændringer i levetiden i tilfælde (2) og (3), jfr. det gode ræsonnement p. 19¹.

7. I lighed med vistnok de fleste vækstteorier betragter forf. de forskellige muligheder for alderseffekten som alternativer – og i øvrigt uden nogen diskussion af virkelighedens forhold. Men er det nu absolut alternativer? Man kan jo meget vel forestille sig, at de enkelte komponenter i et kapitalanlæg har en alderseffekt, som er forskellig fra hele anlæggets. Hvis de

1. Ikke alt er dog lige letflydende. Beviset p. 20 er eksempelvis tungt og kunne lettere gennemføres enten direkte ved en differentiation af (1.47) eller endnu enklere som følger:

$$\text{Bevis at } n - ne^{kv} + v - ve^{-kn} < 0,$$

i. e. at

$$a = n + v < ne^{kv} + ve^{-kn} = b,$$

$k = 0 \Rightarrow a = b$, og skriver man b som

$$\frac{n \cdot e^{k(n+v)} + v}{e^{kn}},$$

ses det, at b vokser med k , hvorfor uligheden vil være opfyldt. - Q. E. D.

enkelte komponenter f.eks. forsvinder ved »pludselig død«, kan anlægget som helhed forsvinde på mangfoldige andre måder. Dette problem ville fortjene en nærmere analyse, hvor det formentlig fra begyndelsen vil være hensigtsmæssigt at anlægge en stokastisk betragtning. (Forf. vil muligvis – og ikke uden gode argumenter – kunne afvise hele denne problemstilling under henvisning til at der alene behandles en én-vare-økonomi).

Betragt et yderst enkelt tilfælde, hvor kapitalanlægget består af en række enkelte komponenter, og hvor hele anlægget kan producere, selv om enkelte komponenter er faldet ud, men hvor produktionen er en funktion af antal producerende komponenter samt disses ydelser. Man vil da se, at hele anlæggets effektivitet vil afhænge dels af den måde, på hvilken de enkelte komponenter forsvinder, herunder evt. den stokastiske fordelingslov, hvorefter dette sker, og dels af den funktionelle sammenhæng mellem de enkelte elementers produktionseffektivitet og det samlede anlægs effektivitet. Såfremt forf.'s fremstilling kan betragtes som refererende sig til andet og mere end Wicksell's »økser« – og man må dog antage, at en makrofortolkning er tilsigtet – vil det ses, at der alene behandles det tilfælde, hvor det enkelte kapitalelement forsvinder deterministisk (i modsætning til stokastisk), og hvor hvert enkelt element følger nøjagtigt den samme »bortfaldsregel«, herunder at alle elementer har samme levetid.

Dette kan jo nok siges at være et meget specielt tilfælde, hvor man med samlede ben springer over et stort og vanskeligt, men i litteraturen behandlet, problem¹. Man kan næppe bebrejde forf., at han ikke er gået ind i den, såvidt jeg forstår, omfattende, meget teknisk betonedede, statistiske litteratur, der er vokset op omkring problemet². Men forf. kunne måske være blevet inspireret af den befolkningsteori, han ellers med succes har dyrket. Her har man jo et forenklet tilfælde, fordi det enkelte element er underkastet pludselig død. Tillige – og lige så vigtigt – er her den samlede befolkning lig summen af enkeltindividerne. Starter man med en given befolkning, og lader man eksempelvis levealderen være bestemt ved en normal fordeling, vil det let ses, at befolkningen uddør i overensstemmelse med en spejlkurve for en normal fordelings sumkurve. Hos Westergaard og Nybølle vil forf. finde grundtræk af disse befolkningsteoretiske ræsonnementer. Endvidere kunne forf. hos Winding³ have fundet præcis dette problem gennemarbejdet ud fra ikke-stokastiske synspunkter.

1. Professor Anders Hald har givet mig oplysninger om dette emne.

2. Professor Hald oplyser, at dette er den såkaldte »Reliability Theory«, som bl.a. er blevet aktuel p.g.a. rumflyvningens udvikling. – En satellit består af en række enkeltelementer, som f.eks. kan falde ud ved »pludselig død«. Bortset fra mulighederne for at koble reserveelementer ind vil dette forringe satellittens ydelser. Hvordan uddør satellittens ydelser med given stokastisk beskrivelse af de enkelte elementers bortfald?

3. *Some Aspects of the Acceleration Principle*, København 1957, især kap. 8.

De ovenfor givne antydninger skulle gøre det klart, at hvor fortjentsfuldt det end måtte være, at forf. støt og roligt har gennemregnet de tre nævnte specificerede tilfælde for alderseffekt, er analysen ikke desto mindre på dette punkt kun at betragte som et oplæg til videre arbejde. Dette er helt i sin orden, og mine tilføjelser er alene, at forf. kunne have vist mod ved at stille problemet, selv om han så ikke magter at løse det inden for de her givne rammer. Der går jo ingen skår af en forf., om han f.eks. er opmærksom på, at levetiden ved »pludselig død« kan være en stokastisk variabel, nævner dette – og trækker sig bukkende tilbage. Noget sådant er med til at give en afhandling perspektiv.

8. Selv om disse afsnit er skrevet med skelen til den efterfølgende anvendelse i kapitalteorien, er der givet et selvstændigt bidrag til den økonomiske befolkningsteori. Men dette har ikke været sigtet. Målet har været at kunne vende sig om og (triumferende!) sige, at »*all the comments made above on the concept and measurement of L can be directly applied to K* « (p. 34 – forf.'s egen kursiv). Det lyder jo flot og gælder, fordi befolkningsteorien er udviklet med stadig skelen til den efterfølgende kapitalteori, som er analysens hovedobjekt.

Forf. modificerer sin befolkningsteori ved dens anvendelse på kapitalteorien. Det drejer sig her om alderseffekter, $f(t-y)$, hvor forf. med gode argumenter lader levetiden optræde explicit ved formen $f\left(\frac{t-y}{k}\right)$, hvor k er levetiden, og hvor han dernæst – og dette er vigtigt – indfører en faktor, g , som er en udnyttelsesfaktor, der afhænger af levetiden. Lidt kort udtrykt bliver befolkningsteorien hermed til kapitalteori. Ræsonnementet er, at jo længere levetid man vælger, jo lavere ydelser opnås pr. effektiv enhed investeret. Faktoren g er således en ægte brøk. Idet der igen forudsættes multiplikativ effekt, vil alderseffekten virke med

$$g(k)f\left(\frac{t-y}{k}\right).$$

Om g -funktionen siges, at den er bestemt af tekniske forhold (p. 38), hvilket jo nok også kan siges at gælde for funktionen som sådan. Men en af vanskelighederne er, at levetiden ikke er exogen, men i sig selv må bestemmes ud fra økonomiske ræsonnementer, jfr. pkt. B (p. 35). Herunder gælder, at den mængde tjenesteydelser, man trækker ud af en kapitalenhed, vil kunne varieres – uanset om dette også måtte påvirke levetiden. – Netop problemet om at finde optimalværdien for k fremstilles udmærket på side 39, hvorfor det er en skuffelse at forf. på næste side helt synes at opgive

dette problem. Man savner en begrundelse, så meget mere som problemet dog har været behandlet før – af ingen ringere end Wicksell¹.

Meget i øvrigt ufortalt indeholder kap. 1 formentlig bogens bedste analytiske afsnit.

9. Kap. 2 ligger i umiddelbar forlængelse af kap. 1, ja kunne indholdsmæssigt have været en del af dette. Forf. indleder med at slå fast, at »the analysis will be undertaken in purely real terms« (p. 55). Herved følger forf. al anden vækstteori – bortset fra Schumpeter's, som desværre ikke finder megen plads i moderne vækstteori. Forf. henviser en monetær analyse til konjunkturteoriens gebet. Men kan man klare spørgsmålet om, hvorledes nye produktionsfaktorer bliver trukket ind i produktionen i en rendyrket »real analyse«? Dette spørgsmål optog netop Schumpeter (og Wicksell), men synes helt druknet i moderne teori.

Kapitlet giver i øvrigt en række generelle kommentarer uden specifikation af produktionsfunktionen. Såvel her som i de følgende kapitler forudsættes som regel, men ikke altid, at produktionsfaktorerne er evigtvarende. I kap. 2 afviges der f.eks. herfra (på p. 60) med følgende gribende sætning: »If one does not like the idea of an infinite lifetime of labour, but is willing to accept *sudden death*, the result becomes slightly more complicated . . .«!

Kapitlets vigtigste afsnit indeholder en klar diskussion af reinvestering og afskrivning. Hertil kommer forskellige forslag til lukning af modellen ved en opsparings- eller en investeringsfunktion m.v.

I kap. 3 ff. arbejdes der med specificerede produktionsfunktioner, men udvalget er af gode grunde begrænset. I kap. 3 arbejdes der med en Harrod-Domar produktionsfunktion. I de følgende kapitler koncentrerer opmærksomheden omkring produktionsfunktioner, som er homogene af 1. grad. Dette er en logisk følge af, at forf. i lighed med den dominerende vækstteori er så stærkt interesseret i ligevægtsvæksten, »the Golden Age«. Med dette udgangspunkt er det nærliggende, at der lægges stærk vægt på Cobb-Douglas funktionen i kap. 4 ff. Man kunne nok have interesseret sig for andre muligheder. CES-funktionerne strejfses således p. 92, hvor der siges, at »they will only be dealt with briefly here«. I betragtning af, at man ikke siden hører mere om dette, er ordet »briefly« jo på sin plads!

1. Jfr. Appendix 2 i *Lectures on Political Economy*, Vol. 1, London 1934. Det er overraskende, at forf. ikke synes at kende dette arbejde af Wicksell. Henvisningen p. 75 synes at være så temmelig formel. Herved skal dog ikke skjules, at Wicksell kun ville have hjulpet Ølgaard et lille stykke på vej! Selv om de af Wicksell udledte formler ligger meget tæt på Ølgaard's, så bliver dog tilbage, at Wicksell koncentrerer sin interesse om det stationære samfund, hvor Ølgaard er interesseret i vækst, specielt i ligevægtsvækst. – På det her anførte punkt havde lektor Ellen Andersen i øvrigt interessante kommentarer under sin opposition ex auditorio ved afhandlingens forsvar.

I kapitlets slutning behandler forf. det vanskelige spørgsmål om sammenligning af lønrate og profitrate.

I kap. 3 («The Harrod-Domar Model») er det som sagt Harrod-Domar produktionsfunktionen, som behandles. Kapitlets vigtigste – og givtige – bidrag er udledning af, hvad forf. kalder »the Inverse Harrod-Domar Theorem«: Såfremt en vækstmodel fører til konstant vækstrate for indkomsten, d.v.s. den kan løses og giver

$$(7) \quad Y_t = Y_0 e^{at},$$

og såfremt modellen indeholder en konstant opsparingskvote, således at

$$(8) \quad \dot{K}_t = I_t = s \cdot Y_t,$$

da kan man vise, at kapitalkoefficienten altid er konstant:

$$(9) \quad \frac{K_t}{Y_t} = \frac{s}{a}.$$

Forf. gør selv opmærksom på (p. 71), at af (8) følger ikke alene, at opsparingskvoten skal være konstant, men tillige dels at kapitalen skal være evigtvarende, og dels at der hverken findes disembodied fremskridt eller en age effect.

Fra kapitlet kan i øvrigt den smukke fortolkning af (3.12) fremhæves. At man i dag finder en ganske tilsvarende fortolkning hos Hahn og Matthews gør ikke forf.'s bidrag mindre originalt; thi den fandtes også i det oprindelige manuskript¹. I det hele taget er det jo glædeligt, at 1. del som allerede nævnt ikke er blevet overflødig ved offentliggørelse af denne oversigtsartikel. Men noget ville naturligvis have været skrevet anderledes. (Til gengæld er forf. blevet sparet for udarbejdelse af en bibliografi, jfr. forordets fornuftige ord herom).

10. I kap. 4 gennemgås Cobb-Douglas funktionen (uden tekniske fremskridt) på kryds og tværs. Her præsenteres en god pædagogisk indsats (bortset fra den overflødige fodnote p. 77). Det samme kan siges om kap. 5, hvor tekniske fremskridt indføres, og hvor man vel særligt må fremhæve fremstillingen af Hicks- ctr. Harrod-neutralitet. Dette kunne have en chance for at gå ind i lærebøger på området.

Kap. 6 fortsætter med problemerne fra kap. 5. Ikke mindst i dette kapitel har forf. glæde af resultaterne fra kap. 1. Noget af det mest spændende i kapitlet kommer, når forf. smugler en to-sektor model ind. Det sker (p. 116) ved at fortolke årgangsvirkningen således: Man kan forestille sig to producerende sektorer, konsum- og investeringsgodeproduktion. De to produk-

1. Forf. har selv henvist til Kaldor, men hos Kaldor finder man ikke den her anførte konsekvente fortolkning.

tionsfunktioner er identiske, men i investeringsgodesektoren virker en års-effekt. Dette betyder, at prisen på investeringsgoder falder relativt til konsumgoder. Man kan da ikke umiddelbart addere konsum- og investeringsgodeproduktion (målt i sammenlignelige enheder), men må sammenveje:

$$(10) \quad V = p_1 C + p_2 \dot{K}^\Delta,$$

hvor V er værdien af produktionen, og K^Δ er kapitalen målt i sammenlignelige enheder (= effektivitetsenheder, når der ikke findes årseffekt). p_1 og p_2 er priserne for henholdsvis konsum- og kapitalgoder. Det vises nu, at

$$(11) \quad p = p_2 / p_1 = e^{-jt}$$

hvor j er den specielle, exponentielt virkende årseffekt i kapitalgodeproduktionen. Man får således som venteligt, at $p \rightarrow 0$ for $t \rightarrow \infty$. Det ligger nu snublende nær at se på produktionsværdierne. Sætter man $p_1 = 1$ og multiplicerer kapitalgodeproduktionen, jfr. (6.67), med dens pris (p_2), jfr. (6.59) og (10) ovenfor, får man umiddelbart, at kapitalgodeproduktionens værdi vokser ganske parallelt med konsumgodeproduktionen, jfr. (6.58). Begge vokser med en vækstrate som givet ved (6.31). De stadig faldende priser på kapitalgoder muliggør således en »Golden Age« for værdierne. Samme resultat fås naturligvis, hvis man sætter $p_2 = 1$.

Fra kapitlet kan i øvrigt fremhæves det meget smukke ræsonnement p. 120, hvor forf. fortolker produktionsværdiens afhængighed af priserne som et almindeligt indexproblem.

11. Kap. 7 (»Alternative Theories of Distribution«) er en digression, som i sig selv er udmærket, men kunne have været udeladt i en allerede stor bog. Jeg har ikke væsentlige kommentarer til kapitlet.

I kap. 8, som er sidste kapitel i denne 1. del, samles trådene. En fuldstændig model opstilles, og der gives dels en sammenligning med Kaldors vækstmodel, dels drøftes (ganske kort) mulighederne for arbejdsløshed samt konsekvenserne af et »Leif Johansen-oplæg«, hvor substitution er umulig, så snart kapitalapparatet er endeligt valgt. Hvorvidt Kaldor ydes fuld retfærdighed kan diskuteres. Det er vist tvivlsomt, om forf. har ret i følgende udsagn (p. 140): »The main differences between Kaldor's model and the models of the preceding chapters are related to his more careful attempts to discuss why full employment will be reached; his theory of distribution . . . also serves this purpose«. Det er i hvert fald ikke et for Kaldor flatterende udsagn, såfremt man måtte mene – og her er gode argumenter – at netop Kaldor's forsøg på at vise, at man har eller tenderer mod at have fuld beskæftigelse, hører til hans svagere bidrag.

Når forf. videre (på side 141) henviser til, at Kaldor's tekniske fremskridtsfunktion formelt er lig en Cobb-Douglas funktion, så er dette kun rigtigt, hvis man vælger at lade sammenhængen være lineær – et tilfælde, Kaldor udtrykkeligt kun betragter »for the sake of convenience«.

Et afsnit behandler det tilfælde, hvor substitution i relation til bestående realkapital ikke er mulig. Det er interessant, men ikke præget af klarhed. Dels ser det ud, som om notationen skifter fra én side til den næste – Y_t på side 145 kan ikke være identisk med tidligere definitioner, ejheller med side 146. Og dels er (den vistnok vigtige) fig. 8.1 vanskelig at trænge ned i.

Kapitlet afrundes med, at forf. strejfer spørgsmålet om, hvorvidt det er muligt og betimeligt at operere med produktionsfunktioner. Det kunne her tilføjes, at netop forf.'s egne bidrag i kap. 1 måske gør det mindre betænkeligt at bygge på produktionsfunktioner. Hvorvidt disse resultater er operationelt anvendelige i empiriske arbejder er dog endnu helt uafklaret.

12. I 2. del¹ går forf. over til at behandle egentlige to-sektor modeller. Det sker i kap. 9 og 10, hvor analysen er komperativ-statisk², samt i kap. 11 – det morsomste i denne del – hvor en dynamisk model opbygges.

I kap. 9, som ikke indeholder overvældende meget originalt stof, er ræsonnementet følgende: Lad såvel efterspørgsels- som udbudssiden i en to-sektor model være givet – som beskrevet ved et indifferenskort, resp. en transformationskurve. Hvorledes påvirkes nu pris, faktor aflønning og faktorforhold, f.eks. af forskellige forskydninger i transformationskurven eller i faktormængderne?³ Fremstillingen er præget af god systematik og forenkles ved forudsætninger om, at produktionsfunktionerne er homogene af 1. grad, at tekniske fremskridt er neutrale i Hicks' forstand samt at isokvanterne kun skærer hinanden én gang (i det relevante interval).

1. Det er mig bekendt, at Poul Winding havde mange kommentarer til disse afsnit, og at forf. nåede at få glæde af adskillige af dem.
2. Når forf. p. 178 mener, at han med kap. 9 opnår »to give an impression of how much a comparative-static analysis can tell about the outcome of a dynamic analysis«, så går han vel videre, end han kan – eller lægger lovlige meget i ordet »outcome«.
3. Poul Winding har i sin bedømmelse gjort opmærksom på, at den af forf. fra Rybczynski overtagne teknik til forskydning af kontraktkurverne i »box-diagrammer« ved forøgelse af faktormængder ikke er helt fyldestgørende, idet den kun tillader konstruktion af en del af den forskudte kurve. I sin bedømmelse fortsætter Poul Winding: »Af større betydning er det, at forf. i sin fremstilling af begreberne stærk og svag »bias« synes at regne med, at en »biased« forskydning af transformationskurven altid i sin helhed vil være enten stærk eller svag. Det kan imidlertid vises, at det – når der ses bort fra tilfælde, hvor kun den ene faktors mængde ændres – hyppigt vil være sådan, at forskydningen på en del af kurven er stærkt »biased«, på en anden svagt »biased«. Dette forhold bevirker, at de ved fremstillingen af virkninger af transformationskurvens forskydninger benyttede opdelinger i undertilfælde bliver mindre relevante, og muligvis tillige, at visse konklusioner må modificeres«.

Et af de spørgsmål, forf. hurtigt løber ind i, er, at hvis man forøger mængden af arbejdskraft, vil man samtidig få en ændring af indifferenskortet. Og det er naturligvis generende, fordi man jo helst skulle kunne analysere virkningerne på transformationskurverne med givet indifferenskort. Dette klares imidlertid på udmærket vis, ved at der for såvel produktion som efterspørgsel anlægges en per capita betragtning. Dette er fikst, men i relation til det uløste problem om samfundsmæssige indifferenskurver giver metoden næppe meget. Det er jo så sandt, at (p. 164) ».. the concept of community indifference maps gives rise to many problems«. Det er derimod meget mindre sandt, at – som det videre hedder –: »Most of them disappear if it can be assumed that the indifference maps of the individuals are identical and that the personal distribution of income is completely even«. Selv med disse uhyre forenklede forudsætninger bliver dog tilbage spørgsmålet om afhængighed mellem individernes præferencer, hvortil kommer, at det er meget stramt – vel næsten selvmodsigende – at forudsætte uændret personel indkomstfordeling samtidig med, at man frit lader faktorfordelingen ændre sig.

Der er i øvrigt glemt en forudsætning i kapitlet: Al opsparing må være lig nul. Thi ellers kan man ikke slutte, jfr. p. 167, at en indkomstelasticitet under én overfor den ene vare må implicere en indkomstelasticitet større end én overfor den anden. En positiv opsparing ryster tabellerne 9.2 og 9.3, men ingen vil bebrejde forf., om han explicit ser bort fra opsparingen eller – alternativt – lader den have en indkomstelasticitet lig nul.

Man kan med udgangspunkt heri gøre opmærksom på, at en udvidelse til 3 varer ville være så langt fra at være banal. Det er jo noget generelt i økonomi, at det er langt vigtigere at gå fra en to-sektor til en tre-sektor analyse end at fortsætte videre til det generelle n -sektor tilfælde. Der kommer næsten altid noget nyt ved at gå fra 2 til 3, men sjældent – hvis nogensinde – ved at gå videre til 4 eller til et endnu større antal sektorer. En undtagelse herfra er, hvis den 4. sektor er »udlandet«, d.v.s. man går over til et åbent samfund.

13. Kap. 10 (»Index-Number Problems in the Measurement of Real Product and Real Income«) er bogens kedeligste kapitel, hvilket er en skam; thi det er mere nyt og originalt end kap. 9. Problemstillingen er følgende: Med given transformationskurve (der er stadig kun to sektorer) og givet indifferenskort kan man finde optimalpunkter, svarende til exogene ændringer i produktionsteknik. Ændringerne i produktionen kan nu måles enten ud fra et produktionssynspunkt eller ud fra et indkomstsynspunkt. Og i praksis må man nøjes med tilnærmelser – forf. indskrænker sig til at se på Laspeyres ctr. Paasche index. Kan man med givne exogene ændringer sige noget

om forholdet mellem de to sidstnævnte og deres relation til de isokvantbestemte index?

Dette er et problem, stillet af Bergson & Moorsten, som her systematisk gennemgraves med en række resultater. Når det kan virke kedsommeligt, er det en følge af, at man må igennem en række tilfælde, bestemt bl.a. af transformationskurvens forskydning, optimalpunkternes beliggenhed, indkomstelasticiteternes størrelser, etc. Det er solidt arbejde.

14. Med kap. 11 («A Neo-Classical Dynamic Sector Model») lives man op igen. Der indledes med en n -sektor model, som dog ikke giver alverden. Denne model er vel kun en indledning til den to-sektor model, som optager hovedparten af kapitlet. Af de n sektorer forudsættes de første $n-1$ at producere forbrugsvarer, mens produktionsresultatet i den n 'te sektor kan anvendes til konsum og/eller til udbygning af kapitalapparatet. Dette virker jo i sig selv netop i en n -sektor model lidt mærkeligt, men finder sin forklaring ved, at forf. hurtigt slår de $n-1$ første sektorer sammen. Han har da en to-sektor model, hvor den ene sektor (A) producerer konsumvarer, mens den anden (B) producerer konsum og/eller kapitalgoder, hvilket er en nykonstruktion i forhold til Marx og efterfølgere. Der er vel her tale om overleveringer fra forf.'s tid i Det økonomiske Sekretariat, hvor man jo i mange år har opereret med landbrug ctr. byerhverv¹.

Jeg har fundet det pædagogisk belærende at blive ekserceret igennem samspillet mellem de to sektorer, herunder bl.a. at se, hvorledes indkomst- og priselasticitet kan spilles ud mod hinanden². Hvis vækstraten i de to sektorer er den samme, bliver det hele hurtigt reelt til en én-sektor model. Hvis de afviger, må man, for at hindre, at den ene »kvæler« den anden, vælge temmelig extreme forudsætninger – som en priselasticitet lig -1 . Som det fremgår af ligning (11.63), p. 206, vil den relative pris, p_t , blive

$$(12) \quad p_t = e^{(g_A - g_B) \cdot t} + k$$

hvor g_B og g_A er de to sektorerers vækstrater og k er en integrationskonstant.

1. Jfr. en lille antydning heraf i det numeriske eksempel: »A might ... exemplify agriculture and B manufactures«. (p. 210).
2. Det er mig bekendt, at Poul Winding på et tidligt tidspunkt har fremhævet overfor forf., at forudsætningen om konstante elasticiteter vil kunne føre ud i vanskeligheder. Det hedder herom bl.a. i Poul Windings bedømmelse: »... jeg mener at kunne påvise, at konstante pris- og indkomstelasticiteter (for den ene af de to varer) med værdier inden for visse nærmere bestemte grænser ikke er forenelige med et konsistent indifferenskort. Nøjere betegnet finder man, at betingelsen $\epsilon + \gamma < 0$ må være opfyldt, hvis indifferenskortet skal være konsistent (ϵ = indk. elasticitet, γ = priselasticitet). Sagt med andre ord må krydselasticiteten over for den anden være positiv. Dette indebærer, at de af forf. valgte forudsætninger ikke er egnede som generelt grundlag for analysen«.

p er prisen på A med prisen på B som enhed. Heraf følger, at ved forskelle i vækstraten vil

$$p_t \rightarrow \infty \text{ eller } p_t \rightarrow k.$$

Dette lyder paradoksalt, men er det naturligtvis ikke. Det betyder, at priselasticiteten får en chance for at holde »systemet på plads«. Forf. finder, at hvis alle variable skal vokse med en konstant vækstrate, skal indkomstelasticiteten (overfor sektor A) opfylde betingelsen (p. 208)

$$(13) \quad \varepsilon = 1 + \frac{\beta (1+\gamma) (g_A - g_B)}{g_B},$$

hvor β og γ er henholdsvis Cobb-Douglas eksponenten for arbejdskraft (som forudsættes at være den samme i de to sektorer) og priselasticiteten (overfor A , men med prisen på B som regneenhed). Forf. går nu videre og behandler to tilfælde:

(1) $g_A = g_B$, i hvilken situation man som nævnt i realiteten reducerer systemet til en én-sektor model.

(2) $g_A = g_B$, men $\gamma = -1$, hvoraf følger $\varepsilon = 1$.

Imidlertid kunne (13) være opfyldt selv for $g_A \neq g_B$ og samtidig $\gamma \neq -1$. Der er jo ingen grund til på forhånd at ville låse ε fast til at være lig 1, cf. den ikke umiddelbart forståelige sætning på side 208, hvor forf. indskrænker sig til at behandle de to nævnte tilfælde. Hvorfor har det ikke interesse at fastslå det interessante, at hvis efterspørgslen er uelastisk ($-1 < \gamma < 0$), skal indkomstelasticiteten for $g_A > g_B$ være større end 1?

Man kan gå videre og ud fra (13) analysere sammenhængen mellem ε og γ . Hvis (13) skrives på formen

$$(14) \quad \varepsilon = \gamma \frac{\beta(g_A - g_B)}{g_B} + 1 + \frac{\beta(g_A - g_B)}{g_B},$$

ses sammenhængen mellem ε og γ at være en ret linje, som går gennem punkterne

$$(-1, 1) \text{ og } \left(0, 1 + \frac{\beta(g_A - g_B)}{g_B} \right).$$

Hældningskoefficienten er

$$\beta \frac{(g_A - g_B)}{g_B},$$

som – forudsat $g_A > g_B$ – er et positivt tal – formentlig ofte en ægte brøk. Ved helt extreme forskelle mellem g_A og g_B kan hældningskoefficienten dog blive større end 1, i hvilket tilfælde en variation i γ må efterfølges af en

relativt stærkere variation i ε . Dette er dog tæt ved at være en matematisk finesse. I det almindelige tilfælde er hældningskoefficienten en ægte brøk. Man kan da siges at være tæt ved den kendte tommelfingerregel: Indkomstelasticiteten vinder over priselasticiteten. Forf. er godt i gang med denne problemstilling, p. 214.

15. Forf. har imidlertid i det store og hele indskrænket sig til at belyse disse sammenhænge ved at lade en regnemaskine generere tidsrækkerne¹ for alternative parameterkonstellationer. Det mest interessante, der kommer ud af dette eksperiment, synes mig at være et tilløb til analyse af den hastighed, jfr. p. 213, hvormed ligevægtsvæksten nås efter forstyrrelser. Det er et meget vigtigt problem, som jeg gerne havde set forfulgt, og som her spises af med nogle få linjer – vistnok eneste sted i hele afhandlingen, dette spørgsmål berøres. Stockholm-skolens dynamiske analyser blev langtfra altid virkelig udnyttet, fordi man interesserede sig for meget for den ligevægt, man bevæger sig mod; på samme måde synes der at være en fare for, at vækstteorien stirrer sig blind på beskrivelsen af ligevægtsvæksten og ikke arbejder tilstrækkeligt med tilpasningshastighederne. I hele 1. del hører man så at sige intet om dette vigtige problem. Allerede på afhandlingens 1. side proklamerer forf., at dynamik »should not be reduced to a mere device, useful to bridge the gap between two successive static equilibria«. Dette er kun »statics involving time«, hvorimod »the new growth models represent the magnificent dynamics«. Men man kan da rigtignok spørge, hvor megen »dynamik« der ligger i vækstteoriens stadige kredsen om ligevægtsvæksten. På samme måde som forsøgene på at bygge bro mellem »successive static equilibria« ikke alene har givet værdifulde resultater i sig selv, men tillige har forøget vor viden om ligevægtstilstandene, således kan man vel vente, at man fremover ved en analyse af overgangene fra den ene dynamiske ligevægt til den anden vil forøge vor viden om »the Golden Age«. Ud fra dette synspunkt er betragtningerne p. 213 meget kortfattede – også selv om de suppleres med de 8 linjer, pp. 97 f., afsnit 4, som sammen med fig. 5.1 behandler dette problem.

16. I 3. del svinger problemstillingen. Mens faktor aflønningen foran har været den samme overalt, d.v.s. omkostningsprincippet har været opfyldt, undersøges nu konsekvenserne af exogene ændringer i de relative priser med heraf følgende ændringer i faktor aflønningen. Heraf skulle følge faktorbevægelse frem mod en – måske dynamisk – ligevægt, som dog formentlig aldrig nås, fordi nye »forstyrrelser« hele tiden sætter ind. For store dele af

1. Hvorfor har forf. for øvrigt ikke valgt at give en række grafiske illustrationer af de variables tidskurver? I stedet får man enkelte, udvalgte år.

dette afsnit har forf.'s udgangspunkt været problemstillingerne i en tidligere disputats¹, som oprindeligt tog sit udgangspunkt i følgende: Med ændringer i de relative priser følger for de enkelte sektorer bytteforholdsgevinster og -tab, d.v.s. faktorindkomstfordelingen ændres. Heraf skulle følge faktorbevægelser, jfr. Myrdal's arbejde fra 1927, som Ølgaard også henviser til. Hvad kan man – under hensyntagen til ændringer i produktionsteknik – sige om disse faktorbevægelser, herunder deres tilpasningshastighed? Jeg fandt selv i sin tid indledningsvis at måtte gå om bord i en række problemer, der forhåbentlig var værd at opdyrke, men som i hvert fald gjorde, at jeg ikke nåede frem til problemets kerne. En række af disse problemer var af målingsteknisk, undertiden næsten af »bogholderimæssig«, karakter – uden derfor at være simple.

Med denne baggrund har det for den, der skriver dette, været en stor fornøjelse at læse 3. del, hvor det lykkes Ølgaard at sætte en masse på plads. Her er tale om virkelige fremskridt; man får ikke alene et godt overblik (herunder en klar systematik) over bytteforholdsgevinstproblematikken, men man opnår også en forøget forståelse af de komplicerede »bogholderimæssige« udtryk. Tillige nærmer Ølgaard sig – i disputatsens afsluttende kapitel – problemets kerne, omend han ikke her når langt. Vanskelighederne taget i betragtning kan dette ikke undre – her er stadig disputatsemner for mange.

17. I kap. 12 har forf. valgt indledningsvis at gengive en af ham tidligere offentliggjort, men nu á jour ført, afhandling om virkningen af alternative vægte i et bytteforholdsindex for Danmark fra 1875 til i dag. Den nævnte afhandling, som hermed er tilgængelig på et verdenssprog, er et af Ølgaards bedste arbejder, og det er godt, den er kommet med. Det vises, at bytteforholdets afhængighed af vægtene svarer til, hvad man ud fra helt enkle ræsonnementer omkring substitution i køb (på importsiden) og i salg (på eksportsiden) a priori måtte vente. Det er overraskende at finde en så smuk overensstemmelse mellem meget enkel teori og empiri, og man spørger hvorfor. Det er jo så meget mere overraskende, som den enkle teori kunne synes at indebære, at udlandet taget som helhed opfører sig lige modsat den af optimalisering følgende adfærd. Har alene danske importører og eksportører handlet rationelt? Dette spørgsmål berøres ikke i kap. 12, men et tilløb til en løsning fås senere i kap. 16, der netop går ind i tilpasningsproblematikken – omend det sker kort.

Forf.'s forslag synes (i kap. 16) at være, at på importsiden kan ændringer i de relative priser forklares ved forskelle i ændringer i produktionsteknik i udlandet. Dette er naturligvis en hypotese, som måske kan indebære opti-

1. P. Nørregaard Rasmussen, *Studies in Inter-Sectoral Relations*, Copenhagen & Amsterdam 1956.

malisering i udland og indland samtidig. Men naturligvis vil hypotesen kræve detaljerede undersøgelser, som f.eks. tabel 12.3 (p. 225) i hvert fald ikke muliggør. Hertil kommer, at på eksportsiden kan denne forklaring ikke slå til. Her må man vel snarere ind på en hypotese vedr. udlandets indkomstelasticiteter for de forskellige varer. Som allerede nævnt tenderer indkomstelasticiteterne mod at »vinde« over priselasticiteterne, og derved vil man også her kunne nå til, at den danske substitution i eksporten er konsistent med optimalisering i udlandet, jfr. tabel 12.2 (p. 224). Man må her huske, at i perioden fra 70'erne og frem var indkomstelasticiteterne for danske landbrugsvarer i udlandet (først og fremmest England) relativt høje.

18. Kap. 13 (»The Gain from Changes in Terms of Trade«) er af metodologisk, eller måske lige så meget terminologisk, karakter. Forf. gennemgår en række alternative mål for bytteforholdsgevinst. Særlig værdifuld er her fremstillingen af gevinstens opdeling i bytteforholdseffekt og en prisniveau-effekt (jfr. pp. 246 ff.). Tidligere fremstillinger (Frisch og Nørregaard Rasmussen) har været i gang med det samme ved beregning af gevinsten i løbende og i faste priser, men Ølgaards fremstilling er her et fremskridt. Jeg har således ikke mange kritiske kommentarer – men så mange flere komplimenter.

I kap. 14 (»The Concept of Sector Terms of Trade«) fortsætter forf. ligeledes mine egne arbejder på dette område og igen med forbedringer og afklaringer. I begyndelsen af 50'erne lykkedes det at nå frem til generaliserende betingelser for, at en given sektor i et åbent samfund ved ændringer i systemet af relative priser, herunder udenrigshandelens priser, var indkomstmæssig »indifferent«, modtog given indkomst, etc. Men det er først nu, at disse resultater kan forstås fuldt ud. Jeg tænker her særligt på Ølgaards udvikling af »det totale bytteforhold«, jfr. p. 264, hvorved ændringer i en sektors salgspriser sammenholdes med ændringer i priserne på *samlet* køb, d.v.s. såvel råvareinput som køb af færdige goder. Det således fundne bytteforholdsudtryk udvikles på to forskellige måder, pp. 264 ff., hvorved nye fortolkninger bliver mulige. Der generaliseres til et åbent samfund (pp. 268 ff.), men forf. går ikke ud over at operere med 3 indenlandske sektorer. En udvidelse til n sektorer er naturligvis mulig, men giver i øvrigt intet nyt.

Forf. bygger imidlertid på to indskrænkende, omend nærliggende, forudsætninger: Hver sektor beslaglægger færdige goder svarende til sin andel af BNP, og ingen sektor køber fordringer (netto). Den første forudsætning suppleres i øvrigt med en (uudtalt) forudsætning om, at bytteforholdet mellem investering og konsum er uændret. Jeg har fornemmelsen af, at forf. her kunne have gået videre ved at operere med flere sektorer og lade nogle af disse være kapitalgodeproducerende. Om man samtidig tillod forskellige

indkomstelasticiteter for konsum og investering for forskellige sektorer, ville man have nået ud over denne indskrænkende forudsætning. Så vidt jeg kan vurdere, er der her »kun« tale om et stort og kompliceret regnearbejde, som skal til for at slække på denne forudsætning.

Forudsætningen om, at der ikke finder nettokøb af fordringer sted, er formentlig vanskeligere at slække på. Her er det ikke nok at regne; man må tænke! Thi denne forudsætning gør det muligt for forf. at omgå det gamle, men stadig uløste, problem om deflatering af opsparing. Jeg kan forstå, at et angreb på dette punkt ville have sprængt rammen for denne afhandling, men en antydning i kapitlets sidste sætning – at en beholdnings- fremfor en strøm-analyse er nødvendig – vil ved lejlighed være værd at forfølge. Der er måske noget om dette, omend der dog vel stadig er brug for begge dele.

Kap. 15 udnytter kap. 14's resultater ved en empirisk bestemmelse af landbrugets bytteforhold for Danmark. Ikke mindst interessant er den ved fig. 15.1 (p. 283) gengivne sammenligning med USA. Overensstemmelsen er overraskende, og det er en skam, forf. helt afholder sig fra realkommentarer. Empiri på dette område har været yderst spredt, men nye data vil formentlig her inspirere, jfr. de nye norske tal, som forf. nævner (p. 289), men ikke har kunnet nå at udnytte. – Alt i alt kan kap. 15 forhåbentlig give andre blod på tanden. Det ville være ønskeligt, bl.a. fordi her jo netop ligger begyndelsen til den analyse af tilpasningshastigheder, som er nævnt ovenfor.

19. På godt en halv snes sider behandler kap. 16 intet mindre end »teknisk fremskridt, sektorbytteforhold og tilpasningsprocessen«! Det siger sig selv, at kapitlet ikke kan nå langt, men igen kan en spæd begyndelse forhåbentlig sætte andre i gang. Som en begyndelse er det udmærket. Man kan fremhæve to resultater: For det første kommer forbindelsen mellem realindkomst pr. faktorenhed, produktiviteter og det totale bytteforhold smukt frem – ganske vist under stærkt indskrænkede forudsætninger – jfr. 16.15 (p. 299). For det andet kastes der lys over bogens 1. del, og specielt kap. 1, hvor der – som almindeligt – antages, at produktionsfunktionen viser værditilvækstens variation med indsatsen af kapital og arbejdskraft, d.v.s. andet faktorforbrug er i en eller anden forstand »trukket fra« på begge sider. Forf.'s forudsætninger er ganske vist meget indskrænkende, idet der alene er én primær produktionsfaktor, men han berører her et ellers ofte overset, væsentligt spørgsmål. Desværre når forf. kun til en opremsning af konventionelle produktivetsmål, når han (p. 302) går over til at betragte to primære faktorer. Hvorfor er 1. dels gode resultater ikke forsøgt udnyttede, jfr. afsnit 7?

Lad os tænke os, at råvareforbruget (Q) indgår multiplikativt i en Cobb-Douglas produktionsfunktion

$$(15) \quad Y = \alpha \cdot K^\alpha L^\beta Q^\gamma .$$

Forudsætter man homogenitet af 1. grad ($\alpha + \beta + \gamma = 1$), får man

$$(16) \quad Y = \frac{\partial Y}{\partial K} \cdot K + \frac{\partial Y}{\partial L} \cdot L + \frac{\partial Y}{\partial Q} \cdot Q$$

Fortolker man grænseprodukterne som faktorpriser, ser man, at i det specielle tilfælde, hvor råvareprisen er lig 1, vil man få

$$(17) \quad Y - Q = \frac{\partial Y}{\partial k} \cdot K + \frac{\partial Y}{\partial L} \cdot L .$$

Man får da værditilvæksten (\bar{Y}):

$$(18) \quad \bar{Y} = Y - Q = (\alpha + \beta) Y$$

og

$$Q = (1 - \alpha - \beta) Y$$

eller

$$(19) \quad Q = \gamma Y .$$

Det interessante er ikke alene en proportionalitet mellem produktion og råvareforbrug, men tillige, at produktionsfunktionen for værditilvæksten bliver identisk med (15) på nær en multiplikativ faktor¹. Man bemærker dog, at produktionsfunktionen for værditilvæksten ikke bliver homogen af 1. grad; thi $\alpha + \beta < 1$.

Det anførte tilfælde, hvor råvareprisen – eller grænseproduktet af råvaren – sættes lig 1, er naturligvis yderst specielt. Man kan vel her tænke på en situation, hvor råvare og færdigvare er samme vare (korn).

Man kan eksperimentere videre med dette, herunder forsøge sig med CES-funktionen. Denne ville, hvis man medtager råvareforbruget helt på linje med kapital og arbejde, få formen

$$(20) \quad Y = [k \cdot K^{-\alpha} + l \cdot L^{-\alpha} + q \cdot Q^{-\alpha}]^{-\frac{1}{\alpha}} .$$

Anvender man forudsætninger som ovenfor, får man

$$(21) \quad \bar{Y} = (k \cdot K^{-\alpha} + l \cdot L^{-\alpha}) Y^{1+\alpha} .$$

1. Jfr. Bagicha Singh Minkas, *An International Comparison of Factor Costs and Factor Use*, Amsterdam 1963. Ølgaard har mærkeligt nok ikke noget sted henvist til dette udmærkede arbejde.

For $a = 0$ skulle man som bekendt få Cobb-Douglas tilfældet, og det ses da også, at (21) føres over i

$$(22) \quad \bar{Y} = (k + l) Y,$$

jfr. (18).

Man bemærker, at kun i yderst specielle tilfælde vil produktionsfunktionen for værditilvæksten blive af samme form som »brutto-produktionsfunktionen«.

Det ovenfor givne illustrerer en problemstilling, som forf. strejfer i kap. 16, jfr. pp. 300 ff., men hvor han vist kan siges at gå på harefødder hen over problemer, der som nævnt også i almindelighed er forsømte i litteraturen. Under hvilke betingelser kan man med rimelighed forestille sig, at råvareforbruget er »trukket fra« på begge sider af (1)? Jfr. bemærkningerne nederst p. 300.

20. Og så ender da dette store arbejde med den lokkende underoverskrift: »The Process of Adjustment«. Der rejses heri to store – og af gode grunde ubesvarede – spørgsmål:

(1) Ændringer i relative priser og i produktionsteknik – og disse to er ikke uafhængige af hinanden – inducerer tilpasninger; men hvor hurtigt finder disse sted?

(2) Tilpasningen kan fremtvinges ikke alene som følge af relative forskydninger, men tillige fordi *niveauet* kan tvinge »nøgen kvinde til at spinde«. Dette argument, som forf. opbygger på »kovendingen« i dansk landbrug – som måske kun finder sin forklaring ved den totale bytteforholdsforingelse modsat den almindelige bytteforholdsbetragtning, som netop efter forf.'s empiriske undersøgelser ikke var nær så udtalt, som man ofte påstår – er spændende og samtidig foruroligende. Thi ræsonnementet indebærer, at tilpasninger ikke nødvendigvis er noget kontinuert, men måske forudsætter, at visse »pirringstærskler« overskrides. Endvidere indebærer ræsonnementet asymmetrisk reaktion. Hvis dette er rigtigt – og mange gode argumenter kan anføres – er økonomisk teori endnu vanskeligere, end vi ofte forestiller os. Da vi dog her er i et afsluttende kapitel, kunne forf. måske have præsenteret denne (generaliserende) udfordring. I almindelighed og da ikke mindst i en disputats er det som allerede nævnt kun en dyd, når en bog ikke »nøjes med« at løse problemer, men tillige i explicit form rejser nye.

21. Som det vil fremgå, ender arbejdet med store spørgsmåltegn. Men det kan ikke overraske. Ølgaards bog har bragt os et stykke frem, men med Newton er det ingen skade at erkende, at sandhedens store hav ligger foran os. Dette skal ikke overskygge, at Ølgaard har fundet – stadig henvisende til Newton – glatte stene og smukke skaller på strandbredden. – Konklusion: En meget værdifuld bog.