

PRODUKTION OG REPRODUKTION

Af HECTOR ESTRUP¹

Formålet med denne og den efterfølgende artikel er at belyse nogle aspekter af den betragtningsmåde, der især inden for de såkaldte lineære modeller anlægges på produktionsprocessen. Hovedideen vil være at vise, at man ved at lægge vægt på produktionsprocessens reproduktive karakter kan opstille modeller, der er i stand til at afgive udsagn om vækst og fordeling, og at det er muligt at nå forholdsvis langt i denne retning alene ud fra et kendskab til produktionsteknologien, således at man i meget vidt omfang kan se bort fra psykologiske forhold, udtrykt for eksempel ved efterspørgslen efter forbrugsgoder.

Produktion og Reproduktion

1. Lad os antage — idet vi ser bort fra alle indeksproblemer — at man for samfundet som helhed for en given periode kan karakterisere produktionsprocessen ved størrelsen af kapitalkoefficienten, d.v.s. kapitalmængden divideret med produktionens størrelse. Er kapitalmængden K , produktionen X og kapitalkoefficienten c , haves da

$$c = \frac{K}{X}$$

Dette udtryk kan opfattes på to væsensforskellige måder. Skriver vi det

$$X = \frac{1}{c} \cdot K$$

kan vi sige, at der er tale om en simpel produktionsfunktion. Har man i en periode — et år for eksempel — rådighed over kapitalmængden K , vil man i samme periode producere mængden X , og pr. kapitalenhedsår vil man producere $\frac{1}{c}$ enheder af produktet.

Såvidt er det unødvendigt at forudsætte noget om arten af henholdsvis produktion og kapital; vil man derimod anvende relationen til en videre makroøkonomisk analyse, typisk således, at produktionen enten kan for-

1. Lektor ved Københavns universitet.

PRODUKTION OG REPRODUKTION

Af HECTOR ESTRUP¹

Formålet med denne og den efterfølgende artikel er at belyse nogle aspekter af den betragtningsmåde, der især inden for de såkaldte lineære modeller anlægges på produktionsprocessen. Hovedideen vil være at vise, at man ved at lægge vægt på produktionsprocessens reproduktive karakter kan opstille modeller, der er i stand til at afgive udsagn om vækst og fordeling, og at det er muligt at nå forholdsvis langt i denne retning alene ud fra et kendskab til produktionsteknologien, således at man i meget vidt omfang kan se bort fra psykologiske forhold, udtrykt for eksempel ved efterspørgslen efter forbrugsgoder.

Produktion og Reproduktion

1. Lad os antage — idet vi ser bort fra alle indeksproblemer — at man for samfundet som helhed for en given periode kan karakterisere produktionsprocessen ved størrelsen af kapitalkoefficienten, d.v.s. kapitalmængden divideret med produktionens størrelse. Er kapitalmængden K , produktionen X og kapitalkoefficienten c , haves da

$$c = \frac{K}{X}$$

Dette udtryk kan opfattes på to væsensforskellige måder. Skriver vi det

$$X = \frac{1}{c} \cdot K$$

kan vi sige, at der er tale om en simpel produktionsfunktion. Har man i en periode — et år for eksempel — rådighed over kapitalmængden K , vil man i samme periode producere mængden X , og pr. kapitalenhedsår vil man producere $\frac{1}{c}$ enheder af produktet.

Såvidt er det unødvendigt at forudsætte noget om arten af henholdsvis produktion og kapital; vil man derimod anvende relationen til en videre makroøkonomisk analyse, typisk således, at produktionen enten kan for-

1. Lektor ved Københavns universitet.

bruges eller investeres, må man tilføje en forudsætning om, hvorledes produktion og kapital måles i forhold til hinanden, idet man nødvendigvis må kunne afgøre, hvor meget en enhed af produktet i investeret form vil bidrage til kapitalmængden. Det enkleste er her at forudsætte, at produktion og kapital måles som henholdsvis en strøm og en beholdning af goder af samme kategori.

Vender vi nu udtrykket om og skriver

$$K = c \cdot X$$

understreges et nyt aspekt af produktionsprocessen. K måles som en beholdning af enheder på et givet tidspunkt eller som gennemsnit over en periode, og X måles som en strøm pr. tidsenhed af sådanne enheder. c er derfor ikke dimensionsløs. Den måles i tidsenheder, og udtrykket kan læses således, at kapitalmængden netop er lig c års (måneders, ugers) produktion. I denne form kan udtrykket altså opfattes som en reproduktionsfunktion for kapital, c som et mål for kapitalens fordoblingstid, d.v.s. det kortest mulige tidsrum, inden for hvilket kapitalen kan fordobles. Hermed understreges produktionsprocessens reproduktive karakter. Den anvendte faktor kan selv produceres af den proces, hvori den indgår som faktor.

Synspunktet kan understreges, når man sonderer mellem brutto- og netto-begreber. Lad c referere til periodens bruttoproduktion X , og lad i samme periode kapitalen formindskes med faktoren $\frac{1}{a}$. Vi har da $X = \frac{1}{c} K$, men samtidig er en del af kapitalen forbrugt, nemlig $\frac{1}{a} \cdot K$. Det, der bliver til overs af X , når kapitalen lige netop reproduceres, er da $\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right)K$. Hvis $\frac{1}{c} > \frac{1}{a}$, eller, sagt på anden måde, hvis $\frac{c}{a} < 1$, kan kapitalen ved den pågældende proces ikke alene reproducere sig selv, men herudover kan den levere et nettoprodukt, der i sin helhed kan akkumuleres. Processen indeholder en merværdi, der er teknisk bestemt i det omfang, c og a er det. Hvis forringelsesraten $\frac{1}{a}$ er uafhængig af benyttelsestiden, kan man noget kunstigt sige, at man for en given benyttelsesperiode for kapitalen anvender en vis brøkdel af tiden, $\frac{c}{a}$, til reproduktion og den resterende del til ren nettoproduktion eller merværdiskabelse.

Produktionsprocessen kan således i vort forenklede tilfælde ansues på to måder: Dels som en egentlig produktion, hvorved faktorer omsættes til produktion, men dels også som en reproduktionsproces, idet produktionen kan anvendes som faktorer i kommende perioders produktion. I

første tilfælde ligger hovedvægten på fortolkningen af $\frac{1}{c}$, eller hvis kapitalen slides, af $\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right)$, som en *netto-capital-output-ratio*. I andet tilfælde kan man fortolke den som en *reproduktionsrate*, idet processen reproducerer sit faktorinput. Reproduktionsraten indeholder en merværdi, når $\frac{c}{a} < 1$.

2. Det er forståeligt, at betragtninger af sidstnævnte art kan komme til at indtage en central rolle i vækst- og kapitalteoretiske overvejelser. Yderligere er moderne teori på sådanne områder nært beslægtet med klassiske behandlinger af disse emner. Dette gælder i en særlig grad Ricardo og Marx, hvis begrebsdannelse og anskuelsessæt har fået en renaissance i sådanne modeller, der på basis af en analyse af den teknologiske produktionsstruktur søger at beskrive væsentlige egenskaber ved vækstrate, rente, prisdannelse og fordeling.

Forbrugsgodeproduktion og konsumefterspørgsel kommer til at indtage en særlig rolle. I forhold til produktionsstrukturen er konsumefterspørgselen steril, idet den blot tilfredsstiller de øjeblikkelige behov, men ikke bidrager til den fremtidige faktorforsyning og derfor heller ikke er merværdiskabende. Det kan alligevel virke overraskende, at man udelukkende på basis af den teknologiske struktur kan komme frem til en række vigtige udsagn om prisdannelse, vækst og fordeling, uden at man behøver at inddrage konsumefterspørgselen og forbrugsgodeproduktion i modellerne.

Analogien til de klassiske systemer fremgår klart ved læsning af Sraffa's bog »Production of Commodities by Means of Commodities«, se [17]. Det viser sig her muligt at forklare væsentlige egenskaber ved prisdannelse og fordeling udelukkende på basis af den teknologiske struktur, d.v.s. uafhængig af efterspørgselen efter konsumgoder. Efterspørgselsbegrebet får kun betydning for prisdannelsen i det omfang, efterspørgselen er teknologisk bestemt faktorefterspørgsel. Det lykkes således Sraffa at generalisere begrebet uproduktiv virksomhed, der hos klassikerne fortrinsvis omfattede personlige tjenesteydelser, til enhver aktivitet, hvis endelige resultat ikke indgår som produktionsfaktor noget andet sted, og han viser, at væsentlige egenskaber hos systemet er uafhængige af, om man inkorporerer eller udelader al sådan virksomhed.

Sraffas resultater bygger på teoretiske modeller, der kan opfattes som oversættelser af ricardiansk-marxistisk teori til det moderne samfund. Den mellemliggende udvikling i økonomisk teori er uden betydning for forståelsen af Sraffas bog. Således leder man forgæves efter såvel grænse- som substitutionsbetragtninger. Selv uden disse ingredienser, og som omtalt uden konsumgodeefterspørgsel, lykkes det ham at gennemføre en pris- og

fordelingsbestemmelse. Grundlaget herfor er netop, at han teoretisk udnytter produktionsprocessens reproduktive karakter.

3. Sraffas ricardiansk-marxistiske klassik er imidlertid nærmest kongruent med de modeller, der på mere traditionel vis er fremgået af fordybelsen i Leontiefs input-output analyse i forbindelse med Harrod-Domarsk vækstteori. Et karakteristikum for Leontiefs system er netop produktionsprocessens reproduktive aspekt, idet output i den ene sektor kan anvendes som faktorinput i de øvrige. Denne side af produktionsprocessen fremgår mindre udtalt i Harrod-Domars vækstmodeller, i hvert fald så længe de er af eenfaktor-natur, men en multisektoral Harrod-Domar-model vil på det nærmeste være identisk med en dynamisk Leontief-model, der indeholder kapitalgoder. Den grundlæggende afhandling på dette område fremkom allerede i 1934, nemlig J. v. Neumann's model, jfr. hans artikel [10] fra 1946. Her vises, hvorledes produktionens fordeling på de enkelte varer samt de relative priser, under simple forudsætninger, alle vil være entydigt bestemt i et system, hvor al produktion efterspørges som produktionsfaktorer. Herudover vil rente og vækstrate bestemmes, og de vil være lige store. v. Neumanns konklusioner er i første række præsenteret som et matematisk resultat, men det er hans betragtningsmåde, der i det væsentlige ligger til grund for en række af de lineære produktionsmodeller, der efter krigen er opstået i kølvandet af input-output-analysen, den lineære programmering og hele vækstproblematikken. Ligesom hos Sraffa viser det sig her, at en mængde spørgsmål om prisdannelse, rente, vækst og fordeling kan besvares udelukkende på basis af kendskab til den teknologiske struktur.

Det er naturligvis umuligt at foretage en direkte overføring af for eksempel Ricardos system til vore dage, og der er også væsentlige forskelle mellem de klassiske systemer og den moderne lineære produktionsstrukturanalyse. Det viser sig bl.a. ved, at jorden i de moderne systemer glider ud af billedet og erstattes af arbejdskraft, der på sin side tages ud af reproduktionssystemet for ikke længere, for eksempel via en »jernhård lønningslov« plus en befolkningsteori, at betragtes som en reproducerbar faktor. Medens klassikernes nettoprodukt fordeles på jordrente og profit (og eventuelt på tilvækst i arbejdsstyrke gange arbejds løn), består modernisternes nettoprodukt af profit og løn, idet der ses bort fra jordrenten, samtidig med, at hele lønsummen medregnes, da arbejdskraften ikke reproduceres af systemerne. Derimod — og det er i alt fald formelt af betydning — står det klassiske urørt for så vidt angår begrebsdannelse og ræsonnementer. Blot får begreberne i den moderne analyse et ændret indhold.

Hovedsynspunktet, at nettoproduktet skabes, fordi samfundets produktionsprocesser tilsammen er i stand til mere end at reproducere deres eget faktorforbrug, står således urørt, som det har stået siden Quesnay; derimod

materialiseres »produit net« ikke længere i landbrugssektoren, men i industrisektoren, i særlig grad i investeringsgodeindustrien. Den fysiokratiske opfattelse af nettoproduktet er således ændret til en teknokratisk indstilling over for produktionens merværdi.

4. Lægger man i sin analyse hovedvægten på produktionsprocessens re-produktive egenskaber, nytter det ikke meget at bygge et teoretisk apparat op om en monosektoral produktionsfunktion. Ganske vist kan denne også være reproduktiv — som den sædvanlige makroøkonomiske produktionsfunktion, der giver realproduktet som en funktion af arbejds- og kapitalindsats, almindeligvis er det — men man mister alligevel de væsentlige aspekter af reproduktionsfænomenet, der netop består i, at flere aktiviteter gensidigt beror på hinanden, fordi de som faktorer anvender hinandens produkter. For analysen heraf må det derfor være nødvendigt at studere systemer af indbyrdes afhængige produktionsfunktioner og i første række undersøge, om sådanne systemer har egenskaber, der er uafhængige af den specielle form, de enkelte i systemet indgående produktionsfunktioner måtte have.

I det følgende vil vi forsøge at give et elementært billede af mekanikken i et sådant reproduktivt system af produktionsfunktioner, idet vi starter med et ricardiansk system uden jordrente, der bygger på en dessin fra Samuelson, som i en artikelserie i *Quarterly Journal of Economics* fra 1959, se [12], har underkastet Ricardo en moderne lineær modelanalyse. I en efterfølgende artikel forsøges nogle generalisationer ud fra denne enkle model. Sluttelig skitseres i et appendix et system, der består af Cobb-Douglas-funktioner, idet et sådant system vil have en række særligt simple egenskaber.

Et elementært system

1. Vi betragter et samfund, der ved hjælp af arbejdskraft producerer een vare, korn, der på sin side indgår som eneste, men uomgængeligt nødvendige, bestanddel af arbejdskraftens aflønning. Jorden antages at være fri.

Een arbejder kan i løbet af en periode producere c enheder korn i samme periode, og tilsvarende kræves w kornenheder pr. beskæftiget arbejder pr. periode for at holde arbejdsstyrken intakt.

Hermed har vi karakteriseret produktionsstrukturen i en lineær model, hvis væsentligste karaktertræk er reproduktionen: korn produceres af arbejdskraft, der selv underholdes af korn. Vi vil undersøge vækst og fordeling, rente og prisdannelse i denne model.

Systemets processer kan nu beskrives på følgende måde:

- 1) Disponerer man i begyndelsen af perioden over w enheder korn, kan man i samme periode underholde een arbejder.

2) Fæster man i begyndelsen af perioden 1 arbejder, kan man i løbet af samme periode producere c enheder korn.

Disse to forudsætninger giver tilsammen, at 1 enhed korn i begyndelsen af perioden kan blive $\frac{c}{w}$ enheder korn i slutningen af perioden. Systemet indeholder derfor et rent teknisk bestemt overskud, hvis

$$(1) \quad \frac{c}{w} - 1 > 0$$

w har dimensionen korn pr. arbejder og c har ligeledes denne dimension. Brøken $\frac{c}{w}$ er således ubenævnt og venstresiden af (1) derfor et rent tal, der er uafhængigt af de måleenheder, man benytter sig af. Tallet

$$\sigma = \frac{c}{w} - 1$$

kan simpelthen opfattes som systemets *teknisk bestemte merværdirate*, d.v.s. et udtryk for, hvorvidt produktionsprocesserne er således beskafte, at systemet ved slutningen af en periode kan ende op med en forøget mængde af alle goder, her arbejdskraft og korn. Tallet σ er således et mål for systemets akkumulationsevne, og betingelsen $\sigma > 0$ afgørende for, om det overhovedet kan akkumulere.

2. »Produit net« kan nu fortolkes som de godemængder, der målt i forhold til de eksisterende forråd, pr. periode maksimalt kan konsumeres uden for systemet, således at de i systemet resterende mængder netop lige er tilstrækkelige til at sikre produktionsprocessernes identiske gentagelse i den kommende periode. »Produit net« bliver på denne måde bestemt som et sæt af forholdstal.

Sammenhængen mellem sammensætning af »produit net« og merværdiraten er enkel, men ikke umiddelbart indlysende.

Lad nettoforøgelsen pr. periode i forhold til begyndelsesbeholdningerne af arbejdskraft og kornmængde betegnes ved henholdsvis R_n og R_c , og lad ved begyndelsen af perioden systemet disponere over N_0 og K_0 enheder af henholdsvis arbejdskraft og korn. Vi har da, ifølge forudsætningerne, at den maksimale kornmængde ved slutningen af perioden må være bestemt ved c multipliceret med periodens begyndelsesbeholdning af arbejdskraft. Kornmængden kan altså i løbet af perioden maksimalt vokse fra K_0 enheder til $c \cdot N_0$ enheder. Den relative forøgelse – som vi jo har kaldt R_c – bliver derfor bestemt ved ligningen:

$$K_0(1 + R_c) = c \cdot N_0, \text{ eller}$$

$$(2) \quad N_0 = \frac{1}{c} (1 + R_c) K_0$$

Et helt tilsvarende ræsonnement giver for arbejdskraftens vedkommende:

$$(3) \quad K_0 = w (1 + R_n) N_0$$

Heraf fås da ved multiplikation af (2) og (3):

$$N_0 \cdot K_0 = \frac{w}{c} (1 + R_c) (1 + R_n) K_0 N_0, \text{ eller}$$

$$(4) \quad (1 + R_n) (1 + R_c) = \frac{c}{w} = 1 + \sigma.$$

Man kan selvklaart ikke gøre både R_c og R_n vilkårligt store – i så fald ville det være overflødigt overhovedet at gøre produktionen af de to goder til genstand for en økonomisk analyse. Dette forhold belyses netop ved ligning (4), der kan siges at angive det bånd, systemets teknologi lægger på de mulige værdier for R_n og R_c . Kun hvis således σ er større end 0, kan begge disse størrelser være positive. Det ses videre, at dersom både R_n og R_c skal være større end eller lig 0, da bliver σ den største værdi, nogen af dem kan antage. Når »produit net« således fortolkes som et sæt af forholdstal, her (R_n , R_c), vil disses forbindelse med systemets teknologisk bestemte merværdirate σ være givet ved ligning (4). Denne ligning får derfor en central placering ved en undersøgelse af systemets vækstmuligheder.

3. Hvis en del af, eventuelt hele, nettoproduktet forbliver i produktionsprocesserne, vil der være tale om en akkumulationsproces, og systemet vil ekspandere. Lad os undersøge mulighederne for harmonisk ekspansion, d.v.s. en sådan ekspansion, at forholdet mellem kornforråd og arbejdsmængde forbliver uforandret fra periode til periode, og lad os begrænse problemet til at finde den størst mulige harmoniske vækstrate. Af (4) fremgår nu, at denne fås, hvor $R_n = R_c$, således at den søgte rate kan findes som x af ligningen

$$(5) \quad (1 + x)^2 = 1 + \sigma.$$

Den her fundne vækstrate er baseret på, at hele nettoproduktet akkumuleres – d.v.s. forbliver inden for systemet, og den bestemmes således entydigt i forhold til den teknisk givne merværdirate.

Den ved (5) bestemte rate har en interessant egenskab. Vi kan spørge, hvordan det vil gå, hvis vi om dynamikken i systemet kun ved, at hele nettoproduktet akkumuleres fra periode til periode.

Lad K_r og N_r betegne beholdningerne af henholdsvis korn og arbejdskraft ved begyndelsen af periode r . Ifølge forudsætningerne om produktionsteknologien haves da

$$N_r = \frac{1}{c} \cdot K_{r+1}$$

og

$$K_r = w \cdot N_{r+1}$$

jfr. (2) og (3). Disse relationer gælder generelt for alle r , når hele nettoproduktet forudsættes akkumuleret. Altså har vi også, at $N_{r+1} = \frac{1}{c} K_{r+2}$. Ved indsætning fås da

$$K_r = \frac{w}{c} \cdot K_{r+2} \quad \text{eller}$$

$$K_{r+2} = \frac{c}{w} \cdot K_r.$$

Efter to perioder vokser således kornmængden med faktoren $\frac{c}{w}$, og efter $2n$ perioder derfor med faktoren $\left(\frac{c}{w}\right)^n$. Starter vi derfor med kornmængden K_0 , har vi

$$K_{2n} = K_0 \left(\frac{c}{w}\right)^n = K_0(1 + \sigma)^n$$

og et tilsvarende ræsonnement giver for arbejdskraftens vedkommende

$$N_{2n} = N_0 \left(\frac{c}{w}\right)^n = N_0(1 + \sigma)^n.$$

Dette viser, at hvis blot hele nettoproduktet akkumuleres, vil systemet af sig selv realisere den ved (5) givne vækstrate – ganske vist regnet over to perioder ad gangen. Den nævnte forudsætning er altså tilstrækkelig til, at systemet etablerer sig med en ved merværdiraten bestemt harmonisk vækstrate. Systemet kan siges at være stabilt i denne forbindelse, og matematisk set er denne stabilitetsegenskab snævert knyttet til produktionsprocessernes evne til at præstere et positivt nettoprodukt.

4. Efter denne undersøgelse af systemets tekniske – eller reale – egenskaber vil vi supplere det med en prismekanisme.

Lad p_c og p_n betegne henholdsvis pris pr. enhed korn og pris pr. enhed arbejdskraft. Vi tænker os, at kornproducenter og arbejdere køber periodens faktorinput ved begyndelsen af denne og sælger resultatet ved dens slutning, samt at der er fuldkommen konkurrence mellem både købere og sælgere af

arbejdskraft. Betegner nu r_c profitraten i kornproduktionen, og r_n den faktiske arbejds løn p_n 's relative afvigelse fra det til arbejdskraftreproduktionen nødvendige livsminimum w , kan vi skrive prisligningerne:

$$(6) \quad p_c = p_n \cdot \frac{1}{c} (1 + r_c)$$

$$(7) \quad p_n = p_c \cdot w (1 + r_n).$$

Her kan ligning (6) opfattes som en ligevægtsligning, der bestemmer den ligevægtige kornpris, når omkostningsprincippet – med profitraten indregnet – skal være realiseret i kornproduktionen. Profitraten må, i form af faktoren $(1 + r_c)$ inkorporeres i ligningen, idet periodens salgsresultat i ligevægt ikke alene skal dække værdien af det ved periodens begyndelse foretagne faktorinput, men også dettes forrentning i løbet af perioden. I ligevægt kan størrelsen r_c således både betyde profitrater og rentefod.

Ligning (7) kan, med nogen vanskelighed, fortolkes på analog måde, nemlig hvis man forudsætter, at arbejdskraft produceres »økonomisk«, d.v.s. på samme måde, som man ville avle heste. Med denne fortolkning måtte omkostningsprincippets realisation for systemet som helhed – altså ikke kun for den enkelte proces – implicere, at r_n og r_c skulle være lige store. Vi fortolker imidlertid her (7) blot som et udtryk for, at arbejds lønnen kan afvige fra livsminimumet. (7) er altså i modsætning til (6) ikke nogen omkostningsligning, men snarere en definitions ligning, der fastlægger betydningen af r_n .

Ved at multiplicere (6) og (7) fås nu, svarende til (4):

$$(8) \quad (1 + r_c) (1 + r_n) = \frac{c}{w} = 1 + \sigma.$$

Denne ligning viser således, hvorledes profitrater og lønnens afvigelse fra eksistensminimumet må »slås« om systemets samlede merværdi.

5. Den formelle lighed mellem ligningerne (2) – (4) og (6) – (8) er ikke nogen tilfældighed, men udtryk for en fundamental egenskab ved lineære produktionssystemer, der går ud på, at prisligninger og mængdeligninger hyppigt kan opskrives som de to til en given teknisk struktur svarende duale ligningssystemer. Heri ligger, at pris og mængdebestemmelse kan foregå uafhængigt af hinanden. Dette forhold behøver imidlertid ikke, som vi senere vil se, at være i modstrid med de teorier, der vil bestemme ligevægtspriserne på basis af grænseomkostninger, der varierer med den producerede mængde.

6. For at trænge lidt dybere ned i det beskrevne systems mekanik, vil vi her afslutte det med nogle simple antagelser om investering og befolkningsforøgelse.

Når systemets processer tilsammen kan afkaste en merværdi, bliver der som omtalt herved en mulighed for et ikke-produktivt forbrug af korn og arbejdskraft, uden at processernes identiske gentagelse i den kommende periode forhindres. Herom vil vi nu antage, at der uden for processerne kun konsumeres korn – der findes således ingen efterspørgsel efter personlige tjenesteydelser – videre at kun kapitalisterne – kornproducenterne – sparer op, eller akkumulerer, idet der i modellen ingen organisk forskel antages at være mellem opsparing og investering, samt at arbejderne forbruger og formerer sig proportionalt med lønnens procentvise afvigelse fra eksistensminimet. Foretagernes akkumulation antages ligefrem proportional med profitraten:

$$(9) \quad \frac{K_1 - K_0}{K_0} = \frac{\Delta_0 K}{K_0} = \alpha \cdot r_c \quad (0 \leq \alpha \leq 1)$$

og tilsvarende for arbejdskraftens formering:

$$(10) \quad \frac{N_1 - N_0}{N_0} = \frac{\Delta_0 N}{N_0} = \beta \cdot r_n \quad (0 \leq \beta \leq 1),$$

hvor α og β er udefra givne konstanter.

Hvis der skal være harmonisk vækst, må man for alle perioder generelt have

$$\frac{\Delta K}{K} = \frac{\Delta N}{N}, \text{ altså}$$

$$\alpha r_c = \beta r_n,$$

der sammen med (8) giver

$$(11) \quad (1 + r_c) \left(1 + \frac{\alpha}{\beta} r_c\right) = 1 + \sigma.$$

Denne ligning viser, at profitraten bestemmes af systemets merværdi og af forholdet mellem kapitalisternes akkumulationskvote α og arbejderne formeringstilbøjelighed β . Hvis p_n og p_c er fleksible, vil systemet altid kunne tilpasses til harmonisk vækst, hvorefter alle størrelser vil være bestemt, på nær to multiplikative konstanter.

Af (11) findes r_c , hvorefter (9) eller (10) kan bestemme systemets vækstrate. Af (6) og (7) findes herefter de ligevægtige priser på nær en multiplikativ konstant (Walras' »numeraire«). Af (4) findes R_c , idet vækstraten er lig tilvæksten i arbejdsstyrken R_n , og korn er det eneste gode, der konsumeres uden for systemet. Herefter kendes R_c og R_n , hvorefter man af (2)

eller (3) kan bestemme K_0 og N_0 på nær en multiplikativ konstant, produktionens skalakonstant.

6. De sidste forudsætninger om foretagernes og arbejderne akkumulations- og formeringstilbøjelighed har lukket modellen, hvorved alle dens størrelser er blevet bestemt. Vi vil her kort kommentere systemets bestemmelse af fordelingen, idet vi ønsker at se, hvorledes »produit net« fordeles på henholdsvis arbejdere og kornproducenter.

Det er her værd at indskyde, at denne formulering ikke er kongruent med den sædvanlige fordelingsteori, hvor spørgsmålet angår nationalindkomstens fordeling på arbejder- og foretagerklasse, og hvor man i nationalindkomsten almindeligvis indregner hele arbejderindkomsten. I den her beskrevne model ville et sådant indkomstbegreb støde an mod systemets natur, fordi en del af, eventuelt hele arbejder aflønningen forudsætningsvis går til reproduktion af arbejdsstyrken. Da den reproduktionsnødvendige del af aflønningen ikke kan konsumeres uden for systemet, uden at de fremtidige produktionsmuligheder herved forringes, falder det naturligt at præcisere modellens indkomstbegreb som ensbetydende med »produit net«, og følgelig lade fordelingsproblematikken angå denne størrelse.

Vi vedtager for enkeltheds skyld at måle nettoproduktet i korn. Indsættes ved begyndelsen af en periode N_0 arbejdere, kan disse ved slutningen af perioden levere $c \cdot N_0$ enheder korn. Skal de N_0 arbejdere lige netop overleve perioden, må de have stillet $w \cdot N_0$ enheder korn til rådighed. Periodens nettoprodukt målt i korn er derfor $(c - w)N_0$, der i sin helhed tilfalder foretagerne, hvis arbejds lønnen netop er lig eksistensminimumet w . Hvis arbejds lønnen ligger for eksempel $100 \cdot r_n$ procent over w , tilfalder en del af nettoproduktet, nemlig $r_n \cdot w \cdot N_0$, arbejderklassen. Den resterende del, $(c - w(1 + r_n)) N_0$, tilfalder kornproducenterne. Forholdet mellem foretagernes og arbejderne andel af nettoproduktet kan derfor bestemmes som t af ligningen:

$$t = \frac{(c - w(1 + r_n)) N_0}{wr_n N_0} = \frac{\frac{c}{w} - 1 - r_n}{r_n}, \text{ eller}$$

$$t = \frac{\sigma}{r_n} - 1$$

Ifølge det foregående har vi i ligevægt, at $\alpha r_c = \beta r_n$, hvorfor

$$(12) \quad t = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{\sigma}{r_c} - 1.$$

Vi er nu i stand til at diskutere den ligevægtige fordelings afhængighed af α og β , idet vi sammen med (12) benytter ligning (11). Disse to ligninger indeholder systemets fordelingsteori.

Af (11) fremgår nu, at r_c og α vil bevæge sig modsat, men at r_c vil variere procentvis mindre end α . Tilsvarende vil r_c ændres procentvis mindre, men i samme retning som ændringer i β . Sammen med (12) betyder dette, at ændringer i t , forholdet mellem foretagernes og arbejdernes andele af nettoproduktet, vil være positivt forbundet med ændringer i β , negativt med variationer i α .

For foretagerne gælder derfor, at jo større akkumulationstilbøjelighed de har, desto mindre bliver profitraten og deres andel af nettoproduktet. En større tilbøjelighed til uproduktivt konsum vil derimod hæve såvel deres indkomstandel som profitraten. Tilsvarende gælder for arbejderne, at jo mere de bruger uden at formere sig, jo mindre bliver profitraten og jo større deres andel af nettoproduktet. Hvis – og det kommer vel den klassiske betragtning nærmest – β er lig een, således at enhver positiv lønafvigelse fra livsminimimet udelukkende bliver til en forøgelse af arbejdsstyrken, vil profitrate og reallønniveau være bestemt af foretagernes akkumulationstilbøjelighed. Arbejdernes eneste mulighed for en forøgelse af reallønnen er da mere luksuriøse vaner, hvorved β kan bringes ned under een.

7. Modellens bestemmelse af de variable er blevet baseret på, at α og β skulle være ude fra givne størrelser, der reflekterer karakteristiske forskelle med hensyn til foretagernes og arbejdernes administration af de to produktionsprocesser.

Hvis der er fuld mobilitet, bl.a. i form af et fuldkomment kapitalmarked, kan der dårligt være forskel på r_n og r_c , idet ingen arbejder vil få en ringere løn end den, han kunne få ved at låne korn til en rente lig profitraten og derpå iværksætte egen virksomhed¹). Samtidig og i overensstemmelse hermed er det vanskeligt at begrunde en eventuel forskel på α og β , der jo må antages at reflektere forskelle i kapitalisters og arbejderes konsumtilbøjelighed, og denne forskel kan da kun opretholdes, når man betragter disse to grupper som adskilte klasser, hvorimellem mobiliteten er forsvindende.

Når mobiliteten således gør samfundet klasseløst, og der derfor ikke er nogen organisk sammenhæng mellem den funktionelle indkomstfordeling og de forskellige indkomstgruppers tilbøjelighed til uproduktivt konsum, bliver prisdannelsen udelukkende baseret på systemets teknologi.

v. Neumanns system bygger primært på, at alt forbrug er produktivt, d.v.s. forklaret af produktionsprocesserne. Dette betyder her, at akkumulations- og formeringstilbøjeligheden specielt er lig een, altså $\alpha = \beta = 1$. I så fald giver produktionens teknologi de to systemer:

1. Her må man bemærke, at argumentationen for lighed mellem r_n og r_c er af en anden art end den i dette afsnits pkt. 4 anførte, hvorefter r_n måtte blive lig profitraten r_c , hvis man forudsatte, at arbejdskraften produceredes »økonomisk« f.eks. efter samme principper som hesteavl.

<i>Mængder</i>	<i>Priser</i>
$N_0 = \frac{1}{c} K_1 = \frac{1}{c} K_0 (1 + R)$	$p_n = w \cdot p_c (1 + r)$
$K_0 = w N_1 = w N_0 (1 + R)$	$p_c = \frac{1}{c} p_n (1 + r)$
hvoraf	hvoraf
$(1 + R)^2 = \frac{c}{w} = 1 + \sigma$	$(1 + r)^2 = \frac{c}{w} = 1 + \sigma$

Matematisk overrasker det ikke, at priser, mængder, vækstrate og rentefod vil være bestemt på denne måde, når hele periodens output indsættes som faktorer i den følgende periodes produktion. Det er netop den forømtalte dualitetsegenskab, der gør sig gældende.

Derimod frembyder betragtningen for økonomer et interessant eksempel på »the invisible hand«'s styring af systemet henimod maksimal udnyttelse af produktionssystemets muligheder. Betragter man således mængdeligningerne ud fra et rent teknisk synspunkt, kan man spørge, hvilken organisationstype eller planlægning processerne skal underkastes, for at den maksimale vækstrate kan realiseres. Prisstigningerne kan fortolkes som et svar herpå. Organiserer man samfundet som et kapitalistisk frikonkurrencesamfund med pris og rentedannelse, vil systemet af sig selv ligevægtigt realisere denne vækst, thi frikonkurrenceforudsætningerne tillægger netop publikum en sådan adfærd, at planlægning med henblik på teknisk optimalisering overflødiggøres. Her må man dog erindre, at vi forudsætningsvis bevæger os i et yderst primitivt modelsamfund.

Slutning

Det beskrevne Ricardo-system indeholder en række træk, der er mere generelle, end de forenklede forudsætninger lader formode. Udgangspunktet for hele betragtningen er, at processerne tilsammen muliggør skabelsen af et nettoprodukt, som på bestemt måde fordeles mellem de i systemet kooperende aktiviteter. Denne fordeling varetages af en prisdannelsesproces, hvis væsentligste element på grund af processernes gensidige afhængighed med hensyn til reproduktion af produktionsfaktorer vil være af teknologisk art. Forbindelsen mellem systemets reale og monetære side illustreres ved dualiteten mellem de ligningssæt, der bestemmer henholdsvis priser og mængder.

Systemet er særpræget derved, at det, såvidt det er muligt, udelukker ræsonnementer af psykologisk art. Spørgsmålet kan da være, hvor vidt man i al almindelighed kan komme, dersom man ønsker at opbygge en

generel vækst- og fordelingsmodel, hvis forklaringskraft i hovedsagen bygger på teknologiske forhold. Dette spørgsmål tages op i en efterfølgende artikel, hvor forskellige mulige generalisationer af den oven for beskrevne Ricardo-model vil blive skitseret.

LITTERATUR

- [1] Brandt, Karl og Henn, Rudolf: »Über einige Ansätze der Wachstumstheorie«, *Zeitschrift für Nationalökonomi*, Band XXII, Oktober 1962.
- [2] Dorfman, R., Samuelson, P. A. og Solow, R.: *Linear Programming and Economic Analysis*, New York 1958.
- [3] Hawkins, og Simon, H. A.: »Note: Some Conditions of Macroeconomic Stability«, *Econometrica*, Vol. 17., Oktober 1949.
- [4] Kemeny, J. G., Morgenstern, O. og Thompson, G. L.: »A Generalization of the von Neumann Model of an Expanding Economy«, *Econometrica*, Vol. 24, April 1956.
- [5] Koopmans, T. (ed), *Activity Analysis of Production and Allocation*, New York 1951.
- [6] Malinvaud, E.: »Programmes d'Expansion et Taux d'Intérêt«, *Econometrica*, Vol. 27, April 1959.
- [7] Morishima, M.: »Prices, Interest and Profits in a Dynamic Leontief System«, *Econometrica*, Vol. 26, Juli 1958.
- [8] — »Economic Expansion and the Interest Rate in Generalized von Neumann Models«, *Econometrica*, Vol. 28, April 1960.
- [9] — »Some Properties of a Dynamic Leontief System with a Spectrum of Techniques«, *Econometrica*, Vol. 27, Oktober 1959.
- [10] Neumann, J. von: »A Model of General Economic Equilibrium«, *Review of Economic Studies*, Vol. 13, 1945-46.
- [11] Samuelson, P. A.: »Wages and Interest: A Modern Dissection of Marxian Economic Models«, *American Economic Review*, Vol. 57, December 1957.
- [12] — »A Modern Treatment of Ricardian Economy«, I-II, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 73, Februar og Maj 1959.
- [13] Solow, R.: »On the Structure of Linear Models«, *Econometrica*, Vol. 20, Januar 1952.
- [14] — »A Note on the Price Level and Interest in a Growth Model«, *Review of Economic Studies*, Vol. 21, 1953-54.
- [15] — »Competitive Valuation in a Dynamic Input-Output System«, *Econometrica*, Vol. 27, Januar 1959.
- [16] — »Notes towards a Wicksellian Model of Distributive Shares« i Lutz and Hague (ed), *Theory of Capital*, London 1961.
- [17] Sraffa, P., *Production of Commodities by Means of Commodities*, Cambridge 1960.

generel vækst- og fordelingsmodel, hvis forklaringskraft i hovedsagen bygger på teknologiske forhold. Dette spørgsmål tages op i en efterfølgende artikel, hvor forskellige mulige generalisationer af den oven for beskrevne Ricardo-model vil blive skitseret.

LITTERATUR

- [1] Brandt, Karl og Henn, Rudolf: »Über einige Ansätze der Wachstumstheorie«, *Zeitschrift für Nationalökonomi*, Band XXII, Oktober 1962.
- [2] Dorfman, R., Samuelson, P. A. og Solow, R.: *Linear Programming and Economic Analysis*, New York 1958.
- [3] Hawkins, og Simon, H. A.: »Note: Some Conditions of Macroeconomic Stability«, *Econometrica*, Vol. 17., Oktober 1949.
- [4] Kemeny, J. G., Morgenstern, O. og Thompson, G. L.: »A Generalization of the von Neumann Model of an Expanding Economy«, *Econometrica*, Vol. 24, April 1956.
- [5] Koopmans, T. (ed), *Activity Analysis of Production and Allocation*, New York 1951.
- [6] Malinvaud, E.: »Programmes d'Expansion et Taux d'Intérêt«, *Econometrica*, Vol. 27, April 1959.
- [7] Morishima, M.: »Prices, Interest and Profits in a Dynamic Leontief System«, *Econometrica*, Vol. 26, Juli 1958.
- [8] — »Economic Expansion and the Interest Rate in Generalized von Neumann Models«, *Econometrica*, Vol. 28, April 1960.
- [9] — »Some Properties of a Dynamic Leontief System with a Spectrum of Techniques«, *Econometrica*, Vol. 27, Oktober 1959.
- [10] Neumann, J. von: »A Model of General Economic Equilibrium«, *Review of Economic Studies*, Vol. 13, 1945-46.
- [11] Samuelson, P. A.: »Wages and Interest: A Modern Dissection of Marxian Economic Models«, *American Economic Review*, Vol. 57, December 1957.
- [12] — »A Modern Treatment of Ricardian Economy«, I-II, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 73, Februar og Maj 1959.
- [13] Solow, R.: »On the Structure of Linear Models«, *Econometrica*, Vol. 20, Januar 1952.
- [14] — »A Note on the Price Level and Interest in a Growth Model«, *Review of Economic Studies*, Vol. 21, 1953-54.
- [15] — »Competitive Valuation in a Dynamic Input-Output System«, *Econometrica*, Vol. 27, Januar 1959.
- [16] — »Notes towards a Wicksellian Model of Distributive Shares« i Lutz and Hague (ed), *Theory of Capital*, London 1961.
- [17] Sraffa, P., *Production of Commodities by Means of Commodities*, Cambridge 1960.