INDKOMSTKREDSLØBET OG DEN MAKROØKONOMISKE TEORI FOR INDKOMSTDANNELSEN OG INDKOMSTFORDELINGEN II

Af JOHN VIBE-PEDERSEN *

Den teori for indkomstdannelsen, som er fremsat i den første af disse artikler[1], fører som antydet også frem til en teori for den funktionelle fordeling mellem løntagere og foretagere. Denne teori kan umiddelbart minde om Kaldors »keynesianske« teori for indkomstfordelingen[2], der er opstillet på grundlag af en tilsvarende model med såvel løntagere som foretagere.

Kaldors teori adskiller sig imidlertid væsentligt fra den i disse artikler anvendte model derved, at Kaldor ikke explicit medtager nogen funktion for foretagernes reaktion på efterspørgslen. Derimod har Schneider opstillet en forenklet model for indkomstfordelingen[3], som ligger nær op ad den her anvendte. Det vil derfor være hensigtsmæssigt at diskutere Schneiders fremstilling først og derefter tage Kaldors teori op til nærmere behandling på grundlag heraf.

1. Schneiders fremstilling.

Schneiders fremstilling indeholder i forhold til den i den foregående artikel anvendte model nogle stærkt forenklende antagelser, som går ud på proportionalitet mellem indkomst og opsparing (og dermed mellem indkomst og forbrug) for såvel løntager- som foretagerhusholdninger[4], ligesom der forudsættes proportionalitet mellem foretagerindkomsten og den løntagerindkomst, foretagerne vil ønske at skabe. Endvidere bortses fra husholdningernes direkte køb af løntagerydelser (W_F og W_L).

* Lektor ved Aarhus Universitet.

1. Nationaløkonomisk Tidsskrift, 1961, 3.-4. hefte p. 147-172.
2. "Alternative Theories of Distribution", Review of Economic Studies, vol. XXIII, No. 2., 1955–56, genoptrykt i Essays on Value and Distribution, London, 1960, p. 209-36. Sidehenvisningerne i det følgende refererer til denne bog.
3. "Income and Income-Distribution in Macro-economic Theory", Industria 1957, genoptrykt i International Economic Papers, No. 8, p. 111-121. Sidehenvisningerne i det følgende er til International Economic Papers.
4. Det samme gælder for Kaldors fremstilling.

INDKOMSTKREDSLØBET OG DEN MAKROØKONOMISKE TEORI FOR INDKOMSTDANNELSEN OG INDKOMSTFORDELINGEN II

Af JOHN VIBE-PEDERSEN *

Den teori for indkomstdannelsen, som er fremsat i den første af disse artikler [1], fører som antydet også frem til en teori for den funktionelle fordeling mellem løntagere og foretagere. Denne teori kan umiddelbart minde om Kaldors »keynesianske« teori for indkomstfordelingen [2], der er opstillet på grundlag af en tilsvarende model med såvel løntagere som foretagere.

Kaldors teori adskiller sig imidlertid væsentligt fra den i disse artikler anvendte model derved, at Kaldor ikke explicit medtager nogen funktion for foretagernes reaktion på efterspørgslen. Derimod har Schneider opstillet en forenklet model for indkomstfordelingen [3], som ligger nær op ad den her anvendte. Det vil derfor være hensigtsmæssigt at diskutere Schneiders fremstilling først og derefter tage Kaldors teori op til nærmere behandling på grundlag heraf.

1. Schneiders fremstilling.

Schneiders fremstilling indeholder i forhold til den i den foregående artikel anvendte model nogle stærkt forenklende antagelser, som går ud på proportionalitet mellem indkomst og opsparing (og dermed mellem indkomst og forbrug) for såvel løntager- som foretagerhusholdninger [4], ligesom der forudsættes proportionalitet mellem foretagerindkomsten og den løntagerindkomst, foretagerne vil ønske at skabe. Endvidere bortses fra husholdningernes direkte køb af løntagerydelser (W_F og W_L).

* Lektor ved Aarhus Universitet.

1. Nationaløkonomisk Tidsskrift, 1961, 3.-4. hefte p. 147-172.
2. "Alternative Theories of Distribution", Review of Economic Studies, vol. XXIII, No. 2., 1955–56, genoptrykt i Essays on Value and Distribution, London, 1960, p. 209-36. Sidehenvisningerne i det følgende refererer til denne bog.
3. "Income and Income-Distribution in Macro-economic Theory", Industria 1957, genoptrykt i International Economic Papers, No. 8, p. 111-121. Sidehenvisningerne i det følgende er til International Economic Papers.
4. Det samme gælder for Kaldors fremstilling.

Med de her anvendte symboler bliver Schneiders model udtrykt ved følgende relationer, idet vi betegner løntagerhusholdningernes og foretagerhusholdningernes opsparing med henholdsvis S_L og S_F og deres marginale (= deres gennemsnitlige) opsparingstilbøjelighed med henholdsvis s_L og s_F:

(1) $Y = W + Q$

(2) $I = S_L + S_F$

(3) $S_L = s_L \cdot W$

(4) $S_F = s_F \cdot Q$

(5) $W = k \cdot Q$ (proportionalitetsfaktoren k betegner Schneider

(6) $I = I_0$ med α)

(5) er en forenklet udformning af den i den foregående artikel anvendte relation (jfr. udtrykkene (3) og (4) resp. (17) og (18) i artikel I):

$$W^* = W(Y^*) = a_W + b_W \cdot Y^*$$

som er et udtryk for, hvor stor en løntagerindkomst foretagerne vil ønske at skabe ved en bestemt efterspørgsel, Y^*.[1]

At Schneider betragter W som bestemt af Q (foretagerindkomsten) og ikke af den samlede efterspørgsel, Y, er naturligvis uden betydning, da man af (5) og (1) direkte kan aflede en sammenhæng mellem W og Y:

$$W = k \cdot Q = k \cdot (Y - W)$$

og heraf

(5a) $$W = \frac{k}{k+1} \cdot Y \quad \text{og } Q = \frac{1}{k+1} \cdot Y.$$

Løses ligningerne (1)—(6) m.h.t. Y, W og Q fås

(7) $$Y = \frac{1+k}{s_F + s_L \cdot k} \cdot I_0$$

(8) $$W = \frac{k}{s_F + s_L \cdot k} \cdot I_0$$

(9) $$Q = \frac{1}{s_F + s_L \cdot k} \cdot I_0$$

Udtrykket (7) kan også skrives på formen

(7a) $$Y = \frac{1}{s_F \cdot \frac{1}{1+k} + s_L \cdot \frac{k}{1+k}} \cdot I_0$$

1. Da vi her ser bort fra W_L og W_F, bliver $W = W^*$ og $Y = Y^*$.

hvoraf det fremgår, at nationalindkomsten er bestemt som investeringsomfanget multipliceret med en multiplikator, som er den reciproke værdi af et gennemsnit af de to gruppers opsparingstilbøjelighed, vejet med deres respektive andel i nationalindkomsten, jfr. (5a).

Som teori for indkomstfordelingen er dette naturligvis uden enhver interesse, da der jo i udtrykket (5) er *forudsat* et bestemt forhold mellem foretagerindkomsten og løntagerindkomsten, og det er klart, at i ligevægtstilstanden, som bestemt ved (7)—(9), vil der være det samme forhold mellem foretagerindkomst og løntagerindkomst, $W = k \cdot Q$, og da der ikke indføres relationer til bestemmelse af størrelsen k, (som det er antydet i artikel I, at man kan gøre), er der ikke tale om en teori for indkomstfordelingen, men om en teori for indkomstdannelsen ved givet indkomstfordeling og forskellig opsparingstilbøjelighed for de to grupper.

Det synes da også netop at være formålet med Schneiders artikel at fremhæve over for Kaldor, at disse relationer ikke bestemmer indkomstfordelingen, men indkomstniveauet.

Inden vi ser nærmere på dette spørgsmål i relation til Kaldors fremstilling, er der imidlertid grund til at se nærmere på Schneiders dynamiske analyse af denne model, hvor det viser sig, at modellen faktisk i *uligevægtstilstande* determinerer indkomstfordelingen. Schneiders opfattelse synes således at være, at en »kaldorsk« model for indkomstfordelingen er en udpræget korttidsmodel for visse uligevægtstilstande, mens Kaldor selv anvender modellen på udprægede langtids-ligevægts-tilstande.

I stedet for som Schneider at fremstille den dynamiske analyse ved hjælp af et aritmetisk system, som ender i en differential-ligning, skal det i det følgende forsøges at give en enkel grafisk fremstilling af denne dynamiske analyse (som dog i det følgende afviger lidt fra Schneiders). Til dette formål anvendes en figur fra Schneiders artikel.

Indsættes relationerne (3), (4) og (6) i (2), fås

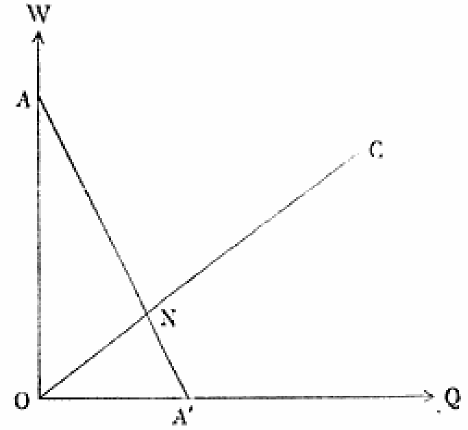
$$s_L \cdot W + s_F \cdot Q = I_0. \tag{10}$$

Dette udtryk fremstiller en ret linje i et diagram med Q og W afsat ud ad henholdsvis abscisse- og ordinataksen (linjen AA' i fig. 1). Denne linje angiver betingelsen for ligevægt mellem opsparing og investering ved et bestemt investeringsomfang, I_0. I figuren er forudsat, at foretagernes opsparingstilbøjelighed er dobbelt så stor som løntagernes, hvoraf følger linjens hældning.

Endvidere indtegnes linjen OC, der svarer til udtrykket

$$W = k \cdot Q, \tag{5}$$

og da betingelsen for ligevægt netop er, at (10) og (5) er opfyldt samtidig, fås ligevægt i punktet N.



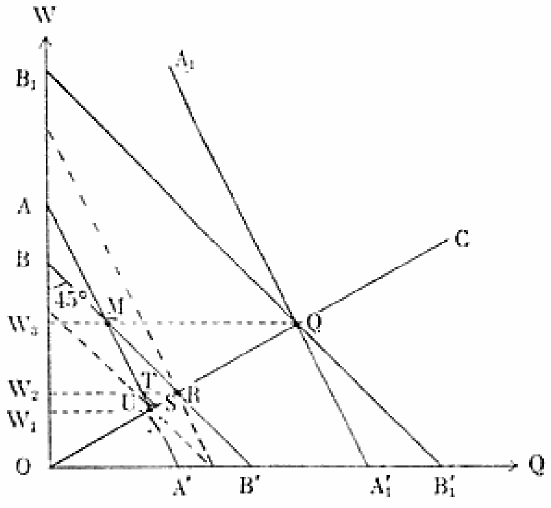
Figur 1.

Denne figur er identisk med Schneiders figur 2. Den kan imidlertid udvides således, at den bliver anvendelig som grundlag for den dynamiske analyse, hvis man yderligere anvender identiteten (1):

(1) $$Y = W + Q.$$

Dette angiver naturligvis for et bestemt Y ($= Y_0$) en ret linje i figuren med en hældning på 45°. I figur 2 er denne linje betegnet BB'. Det vil ses, at nationalindkomsten Y er lig med linjestykket $OB = OB'$. Denne linjes skæringspunkt med AA' er betegnet M.

Det vil umiddelbart fremgå, at der til forskellige punkter på linjen AA' svarer forskellige højder på nationalindkomsten Y. Gennem punktet M går



Figur 2.

således linjen BB', der svarer til et bestemt Y, mens der gennem punktet N går en anden 45°-linje (den stiplede linje parallelt med BB'), der svarer til et lavere Y. På ethvert punkt af linjen AA' er der ligevægt mellem investeringsomfanget I_0 og opsparingen, som udtrykt ved (10). Dette kan naturligvis være tilfældet for forskellige niveauer for den samlede nationalindkomst, idet en lavere nationalindkomst kan give samme opsparing ($= I_0$) som en højere, hvis indkomstfordelingen samtidig ændres i retning af en større foretagerindkomst (sammenlign f.eks. punkterne M og N, der svarer til samme I_0, men forskellig nationalindkomst).

Imidlertid er der kun ét punkt på AA', der også tilfredsstiller betingelsen (5), som angivet ved linjen OC, nemlig punktet N. Skal den samlede nationalindkomst være højere, svarende til f.eks. den fuldt optrukne linje BB', og betingelsen (5) være tilfredsstillet, må ligevægtspunktet være R. Dette ligevægtspunkt kan imidlertid ved den pågældende nationalindkomst og ved de givne opsparingstilbøjeligheder kun nås, såfremt investeringsomfanget er så meget højere, at AA' forskydes til den punkterede linje gennem R. Sagt på en anden måde bestemmer investeringsomfanget sammen med opsparingstilbøjeligheden linjen AA', og denne linje sammen med OC bestemmer entydigt ligevægts-nationalindkomsten.

I det følgende skal vi imidlertid interessere os for uligevægtstilstande, som f.eks. udtrykt ved punktet M. I dette punkt er ganske vist investeringen lig med opsparingen, men løntagerindkomsten er væsentlig større end hvad der ved denne nationalindkomst svarer til foretagernes ønske (OW_3 i stedet for OW_2).

I det følgende skal først diskuteres, hvorledes uligevægtstilstanden M kan tænkes at opstå, og dernæst, hvorledes udviklingen over tiden kan antages at være fra tilstanden M frem til den ligevægtstilstand N, som svarer til det givne investeringsomfang.

Forudsætningen er her — som hos Schneider — at foretagernes investeringsplaner realiseres (altså ingen utilsigtet investering eller disinvestering i form af lagerændringer).

I så fald kan uligevægtstilstanden, som er karakteriseret ved punktet M, være opstået ved, at investeringsomfanget er faldet svarende til en forskydning i AA' fra A_1A_1'. Punktet Q er den oprindelige ligevægtstilstand.

Der er dog også en anden fortolkning mulig, nemlig at R er den oprindelige ligevægtstilstand, således at AA' kun er forskudt fra den punkterede linje gennem R. Dette skulle ganske vist indebære, at foretagernes korttidsreaktion skulle være en forøgelse af deres udbetalte lønsum ved en efterspørgselsnedgang, nemlig fra OW_2 til OW_3, hvilket kan forekomme helt urimeligt. Såfremt man imidlertid fortolker W og Q som realindkomst, bliver forholdet et andet. I så fald kan stigningen fra OW_2 til OW_3 være et udtryk for konstant lønsum, men faldende priser, således at den reale lønsum er steget.[1]

Imidlertid forekommer det mere hensigtsmæssigt at fortolke figuren som udtryk for nominalindkomster (dog målt i wage units). I så fald kan punktet M kun være opstået ved en nedgang i investeringsomfanget, der forskyder AA' fra $A_1A'_1$. Dette vil være udtryk for, at foretagerne i første periode holder beskæftigelsen og den udbetalte lønsum konstant, således at hele nedgangen i nationalindkomsten viser sig i et fald i foretagerindkomsten. Hvis de betragtede perioder er nogenlunde korte, vil dette næppe være en urimelig betragtning.

Den videre udvikling fra punktet M kan nu fremstilles på følgende måde:

Ved den samlede efterspørgsel ($= Y$), som svarer til punktet M, vil foretagerne ifl. (5) svarende til OC ønske en beskæftigelse (og dermed en lønsum), som svarer til punktet R, og altså en lønsum på OW_2, og de begrænser derfor produktion, beskæftigelse og lønsum svarende til punktet R.

Ved denne lønsum er ligevægten mellem investering og opsparing imidlertid ikke til stede, og da vi forudsætter (i overensstemmelse med Schneider), at denne ligevægt tilfredsstilles momentant gennem ændringer i nationalindkomsten Y, betyder det, at når foretagerne begrænser lønsummen W til OW_2, realiserer de ikke som ventet punktet R, men derimod punktet T.

Ved denne efterspørgsel vil de imidlertid ønske at indskrænke produktionen og beskæftigelsen og søger at realisere punktet S i overensstemmelse med linjen OC.

Dette medfører imidlertid et nyt fald i nationalindkomsten (i overensstemmelse med linjen AA') og i stedet for S realiseres faktisk punktet U.

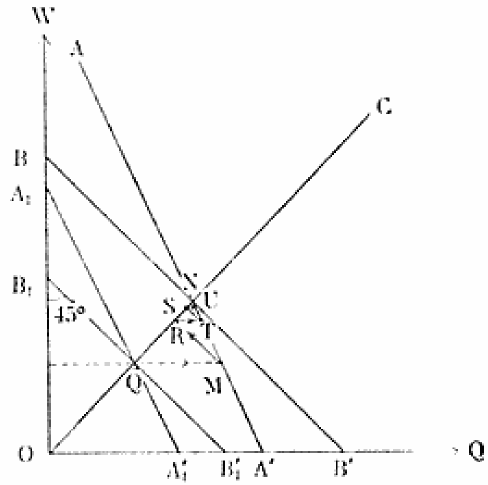
Således fortsætter processen imod N, hvor der vil være ligevægt. Foretagerindkomsten er her W_1N (som er større end W_3M) og løntagerindkomsten er faldet fra OW_3 til OW_1.

Den analoge proces ved en investeringsforøgelse er fremstillet i figur 3, hvor den oprindelige investering svarer til A_1A_1', og hvor vi altså går ud fra ligevægtspunktet Q.

Udviklingen i løntagerindkomsten er således bestemt ved punkterne $M, T, U \ldots . N$.

Resultatet bliver, at ved en kontraktiv bevægelse (figur 2) vil løntagernes andel af den samlede nationalindkomst være større end svarende til (5),

1. Såfremt man fortolker W og Q i figuren som realindkomster, må en forudsætning om, at foretagerne holder beskæftigelsen og den udbetalte lønsum konstant i første periode, være ensbetydende med, at også BB' er uforandret. Denne linje udtrykker jo i så fald den samlede reale nationalindkomst, og hvis produktionen forudsættes entydigt bestemt af beskæftigelsen, må denne være uforandret i første omgang. Hele efterspørgselsnedgangen giver sig derfor udtryk i, at priserne falder så meget, at den samme produktion kan afsættes trods den lavere efterspørgsel, og dette må ske via en indkomstomfordeling, der er tilstrækkelig kraftig til at løntagernes større forbrugskvote kan ophæve faldet i investeringsomfanget.



Figur 3.

men andelen falder asymptotisk imod $\frac{k}{k+1}$, mens foretagernes andel vil være mindre end svarende til (5), men stige asymptotisk imod $\frac{1}{k+1}$.

Under en ekspansionsproces (figur 3) vil derimod omvendt løntagernes andel af den samlede nationalindkomst være mindre end svarende til (5), og foretagernes andel være større, men andelene vil gå asymptotisk imod de nævnte størrelser.

Disse resultater er de samme som Schneiders, men fremstillingen afviger iøvrigt noget fra Schneiders, hvor det forudsættes, at foretagernes reaktion m.h.t. skabelsen af løntagerindkomster er bestemt af afvigelsen fra ligevægtspunktet N, således at f.eks. den ændring i W, som sker fra 1ste til 2den periode er bestemt af forskellen mellem den aktuelle foretagerindkomst W_3M og ligevægtsforetagerindkomsten W_1N, (jfr. figur 2).

Dette forekommer mindre hensigtsmæssigt, da foretagerne jo ikke kender punktet N på forhånd og derfor må reagere på den faktiske efterspørgsel. Ligeledes forekommer det i denne forbindelse ikke praktisk at opfatte løntagerindkomsten som bestemt af foretagerindkomsten Q i stedet for af den samlede efterspørgsel Y, netop fordi der under processen er tale om foretagerindkomster, der afviger fra hvad der svarer til linjen OC. Mens det altså ved den statisk-komparative analyse er ligegyldigt, om man anvender $W = W(Q)$ eller $W = W(Y)$, må det ved den dynamiske analyse være mest hensigtsmæssigt at anvende den sidste.

Yderligere forudsætter Schneider, at foretagernes reaktion er uafhængig af linjen OC, men bestemt af en reaktionskonstant β, der viser foretagernes reaktion m.h. til skabelsen af løntagerindkomster på en vis afvigelse mellem ligevægts-foretagerindkomsten og den faktiske foretagerindkomst. Schneider kommer derfor til den konklusion, at konstanten k (som hos Schneider er betegnet α) »plays no part in nonequilibrium income distribution *and in the development of income distribution over time*« (p. 118).

Det forekommer mere hensigtsmæssigt at antage, at foretagerne hele tiden tilpasser sig til den aktuelle efterspørgsel Y_t i overensstemmelse med udtrykket (5) svarende til linjen OC, hvorved konstanten k får afgørende betydning også for udviklingen over tiden fra en bestemt uligevægtstilstand.

Det bør fremhæves, at denne analyse i overensstemmelse med Schneider forudsætter, at multiplikatorprocessen foregår som en momentan tilpasning. Dette er jo impliceret i forudsætningen om, at betingelsen (10) (at $s_L \cdot W + s_F \cdot Q = I_0$) hele tiden er opfyldt. Denne forudsætning ville være hensigtsmæssig, hvis det kunne antages, at forbrugstilpasningen til ændrede indkomster for de to grupper og dermed multiplikatorprocessen tog meget kort tid i forhold til produktionstilpasningen til ændret efterspørgsel. En sådan antagelse kan imidlertid næppe være rimelig. Forudsætter man i stedet, at der er samme time-lag i forbrugsfunktionerne som i (5), fås følgende dynamiske system:

(11) $$Y^t = W^t + Q^t$$

(12) $$Y^t = C_L{}^t + C_F{}^t + I^t$$

(13) $$C_L{}^t = b_L \cdot W^{t-1}$$

(14) $$C_F{}^t = b_F \cdot Q^{t-1}$$

(15) $$W^t = b_W \cdot Y^{t-1}$$

(16) $$I^t = I_0$$

hvor $b_L = 1 - s_L$ og $b_F = 1 - s_F$ og $b_W = \frac{k}{k+1}$

og heraf fås ved indsættelse i (12) differensligningen

(17) $$Y^t = b_F \cdot Y^{t-1} + (b_L - b_F) \cdot b_W \cdot Y^{t-2} + I_0.$$

En nærmere analyse af dette tilfælde er foretaget i et appendix til denne artikel.

I det følgende afsnit diskuteres Kaldors fremstilling på baggrund af denne model. Der kan dog forinden være grund til at bemærke, at de proportionalitetsforudsætninger, der er gjort i det foregående, næppe gør særlig megen skade for de her anvendte formål. Såfremt man i forbrugsfunktionerne svarende til (3) og (4) indfører et konstant led henholdsvis a_L og a_Q (således at proportionalitetsforudsætningen afsvækkes til en linearitetsforudsætning), betyder dette blot, at I_0 skal erstattes med $I_0 + a_L + a_Q$, og man kan evt. overalt i det foregående fortolke I som indeholdende disse konstante led i forbrugsfunktionerne.

Ligeledes kan man indføre et konstant led i (5). Dette kan ikke gøres på tilsvarende enkel måde, men i figur 2 og 3 kan linjen OC erstattes med en linje, der skærer W-aksen (hvor den skal skære denne akse og om den eventuelt i stedet skal skære Q-aksen må afhænge af de forhold, som bestemmer $W(Y)$'s udseende, og deriblandt især beskæftigelsesniveauet. $W(Q)$ må dog normalt antages at være højrekrummet set fra 0). Det er klart, at hvis denne ændring foretages, vil indkomstfordelingen også i ligevægtssituationerne være forskellig alt efter nationalindkomstens højde.

Det må dog fremhæves, at linearitetsforudsætningen kun er anvendelig ved forholdsvis små variationer i nationalindkomsten, og hele teorien er derfor først og fremmest anvendelig på diskussionen af hvilke *variationer* i nationalindkomst og i indkomstfordelingen, der følger med ændringer i investering og dermed i den økonomiske aktivitet. Som grundlag for en analyse af de forhold, der bestemmer indkomstfordelingen (til forskel fra variationer i denne), er analysen næppe anvendelig. Dette ligger imidlertid allerede i, at $W(Y)$ ikke nærmere er forklaret i Schneiders model, hvor analysen er koncentreret om afvigelserne fra $W(Y)$, og en linearitetsforudsætning i forbindelse med denne deus ex machina forekommer fuldt tilladelig ved analysen af mindre variationer.

2. *Kaldors fremstilling.*

Kaldors »keynesianske« teori for indkomstfordelingen tager sit udgangspunkt i en lignende model med såvel foretager- som løntagerhusholdninger. Den adskiller sig imidlertid fra den foran opstillede model derved, at Kaldor i første omgang ikke medtager nogen $W(Y)$-funktion for foretagernes reaktion på efterspørgslen. Kaldors model, der har været udgangspunktet for Schneiders diskussion, forudsætter også proportionale forbrugsfunktioner, og kan med de her anvendte symboler skrives på følgende måde:

$$Y = W + Q \tag{2.1}$$

$$I = S_L + S_F \tag{2.2}$$

$$S_L = s_L \cdot W \tag{2.3}$$

$$S_F = s_F \cdot Q. \tag{2.4}$$

Af denne (foreløbig ufuldstændige og derfor ikke determinerede) model udleder Kaldor følgende sammenhænge

(2.5) $$I = s_L \cdot W + s_F \cdot Q = s_L \cdot (Y - Q) + s_F \cdot Q$$
$$= (s_F - s_L) \cdot Q + s_L \cdot Y$$

og ved division med Y

(2.6) $$\frac{I}{Y} = (s_F - s_L) \cdot \frac{Q}{Y} + s_L$$

eller

(2.7) $$\frac{Q}{Y} = \frac{1}{s_F - s_L} \cdot \frac{I}{Y} - \frac{s_L}{s_F - s_L}$$

Profittens (eller foretagerindtægtens) andel af nationalindkomsten bliver efter denne teori bestemt af forholdet mellem investering og nationalindkomst samt af de to gruppers opsparingstilbøjelighed. Virkningen på indkomstfordelingen af en ændring i $\frac{I}{Y}$ vil afhænge af $s_F - s_L$, som Kaldor kalder indkomstfordelingens følsomhedskoefficient. Stiger $\frac{I}{Y}$ forøges profittens andel af Y og desto mere jo mindre differensen $s_F - s_L$ er.

Denne model bliver determineret, såfremt man som Kaldor forudsætter, at forholdet mellem investering og nationalindkomst er en given, uafhængig parameter, d.v.s. postulerer

(2.8) $$I = d \cdot Y.$$

Såfremt man vil fremstille dette i samme diagram som foran anvendt, ses det direkte, at (2.5) og dermed (2,7) fremstiller linjen AA'. Indsætter man endvidere (2.8) i (2.7), fås

(2.9) $$\frac{Q}{Y} = \frac{d - s_L}{s_F - s_L}$$

og ved hjælp af $W = Y - Q$, fås

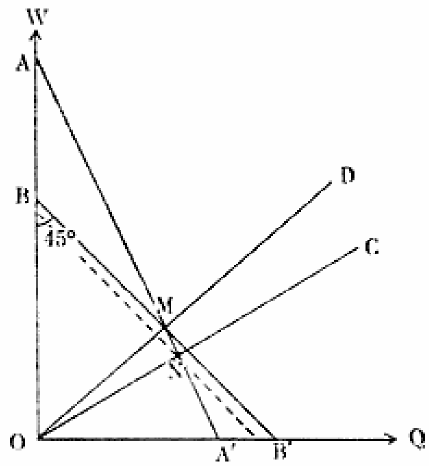
(2.10) $$\frac{W}{Y} = \frac{s_F - d}{s_F - s_L}$$

og divideres (2.9) med (2.10), fås

(2.11) $$\frac{Q}{W} = \frac{d - s_L}{s_F - d} \quad \text{eller} \quad \frac{W}{Q} = \frac{s_F - d}{d - s_L}$$

Det er klart, at d må forudsættes at ligge mellem s_F og s_L, hvilket iøvrigt fremgår af, at investeringen ikke kan være større end opsparingen, og når der forudsættes proportionale forbrugsfunktioner, kan investeringens andel af nationalindkomsten ikke være større end maksimum for opsparingens andel af nationalindkomsten, som netop fås, når hele nationalindkomsten er foretagerindkomst. Omvendt kan investeringens andel af nationalindkomsten ikke være mindre end minimum for opsparingens andel af nationalindkomsten, som fås, når hele nationalindkomsten er løntagerindkomst.

Grafisk betyder (2.9), at linjen BB' i figur 1 (og i figur 4 nedenfor) deles i forholdet Q/W som angivet ved (2.11). Dette delingsforhold er p.gr. af proportionalitetsforudsætningerne en konstant og kan derfor fremstilles ved en ret linje gennem O, som netop har hældningen $\frac{s_F - d}{d - s_L}$ (i figur 4 er denne linje betegnet OD).



Figur 4.

Det fremgår af diskussionen i forrige afsnit, at dette må betyde, at forholdet mellem investering og nationalindkomst netop er sådan, at den til én bestemt investering svarende nationalindkomst tilfredsstiller betingelsen, at BB' (som fremstiller nationalindkomsten) skærer AA' (som fremstiller betingelsen $I = s_L \cdot W + s_F \cdot Q$) i punktet M på linjen OD. Tilsvarende for alle andre investeringsomfang.

Heroverfor står Schneiders fremstilling, hvor ligevægtspunktet ved givet investeringsomfang bestemmes ved skæring mellem linjen OC (som fremstiller $W = k \cdot Q$) og AA', og nationalindkomsten og dermed forholdet mellem investering og nationalindkomst må tilpasse sig til dette ligevægtspunkt N. Punktet M, som er en ligevægtstilstand i Kaldors system, er derfor en uligevægtstilstand i Schneiders system (undtagen, hvis OC og OD tilfældigt falder sammen), og ved det givne investeringsomfang vil nationalindkomsten falde, indtil man når punktet N.

Når Kaldor derfor (p. 236) bemærker: »I am not sure where »marginal productivity« comes in, in all this .....«, kan man svare, at den kommer ind igennem $W(Q)$ — eller $W(Y)$, hvilket i ligevægtsanalysen vil give samme resultat —, og når det ikke kommer frem i Kaldors analyse, er det fordi Kaldor *forudsætter*, at det er uden betydning, eller rettere (som det diskuteres nærmere nedenfor) han forudsætter, at denne sammenhæng ikke er en fast og entydig sammenhæng, men snarere et spillerum bestemt af flexible profitmarginaler.

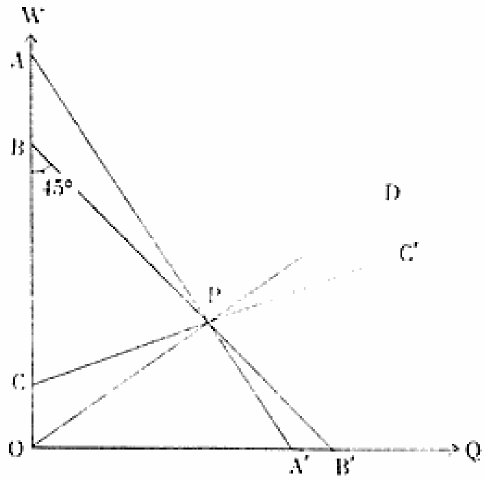
Inden vi går nærmere ind på dette spørgsmål, kan det bemærkes, at hvis man indfører en konstant i funktionen $W = k \cdot Q$ (erstatter proportionalitetsforudsætningen med en — mindre drastisk — linearitetsforudsætning), hvilket grafisk betyder at OC i figur 4 erstattes med CC' i figur 5, vil det være muligt at forene Kaldors forudsætning om fast forhold mellem I og Y med Schneiders forudsætning om en bestemt relation mellem foretagerindkomsten og den løntagerindkomst, foretagerne vil være villige til at skabe. Ved givne opsparingskvoter hos de to grupper bestemmer disse to forhold entydigt såvel nationalindkomstens højde som dens fordeling på løntagere og foretagere, idet ligevægtspunktet må findes i skæringspunktet P mellem CC' og OD, jfr. figur 5.

Ved bedømmelsen af Kaldors fordelingsteori, som jo unægtelig tager sig noget tvivlsom ud ved denne konfrontation, må det imidlertid nærmere præciseres, hvilken problemstilling Kaldor har i tankerne. Først og fremmest ser Kaldor denne fordelingsteori i relation til sin vækstteori, og han forudsætter eksplicit, at der er tale om en tilstand af fuld beskæftigelse. Endvidere fremhæves, at der er tale om en long-run model. (Hvorimod Schneider som foran omtalt implicerer, at Kaldors model kun kan have betydning for korttids-afvigelser fra ligevægtstilstanden).

Det forekommer derfor rimeligt at fortolke Kaldors indkomstfordelingsteori på følgende måde:[1]

Kaldor synes at mene, at der ved fuld beskæftigelse er tale om en vandret CC'-funktion i figur 5, jfr. figur 6, hvilket må ligge i forudsætningen om, at profitmarginalerne er flexible. Dette sikrer, at den fulde beskæftigelse kan være en stabil tilstand. I figur 6 angiver $O\overline{W}$ den løntagerindkomst, der svarer til fuld beskæftigelse. Den laveste samlede nationalindkomst, der kan give fuld beskæftigelse svarer til linjen BB', og foretagerindkomsten bliver ved denne nationalindkomst $\overline{W}P$. Ligevægtspunktet er altså P. Dette svarer til et investeringsomfang, der netop er så stort, at det med de givne opsparingskvoter svarer til linjen AA'.

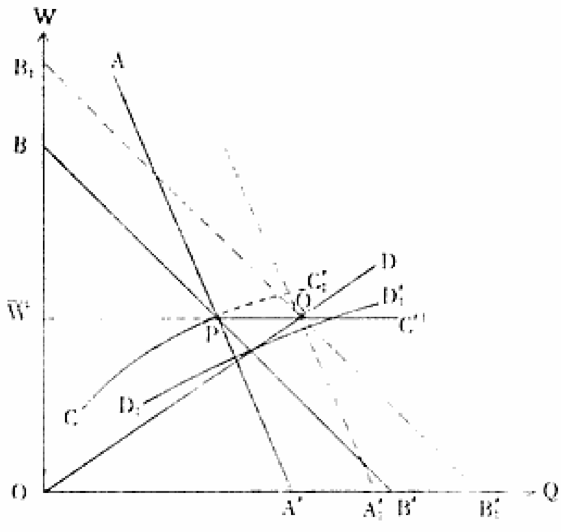
1. Denne fortolkning er også baseret på Kaldors senere fremstillinger, "A Model of Economic Growth", Economic Journal, Dec. 1957 og "Economic Growth and the Problem of Inflation", Economica, Vol. XXVI, nr. 103 og 104, 1959.



Figur 5.

Såfremt investeringsomfanget ved denne nationalindkomst imidlertid er større, end hvad der svarer til linjen AA' (d.v.s., at AA' ved en nationalindkomst svarende til BB' ligger højere end angivet i figuren) vil P ikke være et ligevægtspunkt, og nationalindkomsten vil stige. Forudsættes det, at forholdet mellem I og Y ved de givne opsparingskvoter for de to grupper svarer til linjen OD (d.v.s. som foran diskuteret, at kun ved W, Q-kombinationer på linjen OD er forholdet mellem opsparing og nationalindkomst lig med det nævnte forhold mellem I og Y), så bliver der først ligevægt ved punktet Q, svarende til en nationalindkomst, der giver linjen $B_1B'_1$ (d.v.s. $Y = OB_1 = OB'_1$). Ved denne nationalindkomst er der ligevægt imellem investeringen og opsparingen.

Hvis imidlertid CC' har den form, som er angivet ved den fuldt optrukne CC'-kurve i figuren, vil Q også i Schneiders analyse være en ligevægtstilstand.



Figur 6.

Den større efterspørgsel giver sig alene udtryk i stigende profitmarginaler, men ikke i større efterspørgsel efter arbejdskraft. Foretagerindkomsten vil netop antage en sådan størrelse, at investeringsomfanget kommer til at modsvare $S_L + S_F$.

Har CC' derimod den form, som er angivet ved den punkterede kurve CC'_1, er Q ikke en ligevægtstilstand. Foretagerne vil udvide beskæftigelsen og den udbetalte lønsum (da vi stadig måler i wage units, bliver beskæftigelse og udbetalt lønsum nogenlunde ækvivalente). Dette kan imidlertid ikke lade sig gøre, fordi $\overline{OW}$ svarer til fuld beskæftigelse, og foretagerne byder derfor lønnen op, og vi får en overefterspørgsels-inflation (»demand inflation« eller spontan inflation med Jørgen Pedersens betegnelse).

Dertil kommer, at også investeringstilbøjeligheden må antages at stige, når man kommer til højre for punktet P, og dermed altså forholdet I/Y. Dette vil i figuren give sig udtryk i, at kurven OD krummer til højre (jfr. kurven $D_1D'_1$), idet højere investeringstilbøjelighed må betyde, at profitandelen af en given indkomst skal være større, for at opsparingen kan blive tilstrækkelig til at finansiere investeringen. Til venstre for P er $D_1D'_1$ tilsvarende tegnet højere end OD, idet det må antages, at investeringstilbøjeligheden her er lavere, og profitandelen af en given nationalindkomst skal derfor være relativt lavere, for at opsparingen ikke skal overstige investeringen.

Det økonomiske system vil altså være stabilt ved fuld beskæftigelse, hvis kurven $D_1D'_1$ (som angiver de W,Q-kombinationer, hvor den gennemsnitlige opsparingstilbøjelighed er lig med investeringstilbøjeligheden) skærer kurven CC'_1 i punktet P. Det vil også være stabilt ved fuld beskæftigelse, hvis $D_1D'_1$ skærer til højre for P, forudsat at CC'_1 er vandret fra P til skæringspunktet.

Med Kaldors egne forudsætninger som udgangspunkt synes derfor hans system at være logisk konsistent, og Schneiders kritik beror på anvendelsen af andre forudsætninger m.h.t. CC'-kurven (som Schneider forudsætter er en ret linje gennem O-punktet).

Det afgørende spørgsmål er derfor et questio facti: Hvilken form kan denne CC'-kurve såvel som DD'-kurven antages at have, og hvorledes er deres indbyrdes beliggenhed? Og endvidere: I hvilken grad kan disse kurver antages at ligge fast, respektive forskydes over tiden?

Disse spørgsmål skal tages op til mere udførlig behandling i en følgende artikel, men nogle enkelte synspunkter bør fremføres i denne forbindelse.

For det første kan det vel være rimeligt over for Kaldors model at fremhæve, at en forudsætning om stærkt flexible profitmarginaler vanskeligt kan være en rimelig langtids-forudsætning. På kort sigt kan flexible profitmarginaler bero på f.eks. forventninger om, at den høje efterspørgsel bliver af kort varighed, således at en beskæftigelsesudvidelse derfor set fra den enkelte virksomheds synspunkt ofte ikke vil være hensigtsmæssig, ligesom investeringstilbøjeligheden i en sådan situation må antages at blive mindre stærkt foroget. Men på længere sigt må en permanent nationalindkomst, der (målt i wage units) er større end hvad der svarer til fuld beskæftigelse, give en stigende tendens til overefterspørgsel efter arbejdskraft.

For det andet må det antages, at der vil være en betydelig sammenhæng mellem de to kurver, CC'-kurven og DD'-kurven. Denne sammenhæng er en dobbelt: for det første må det formodes, at CC'-kurven bliver stærkt højrekrummet, når produktionen kommer over normal kapacitetsudnyttelse. Hvis normal kapacitetsudnyttelse ligger lavere end svarende til fuld beskæftigelse, betyder dette, at CC'-kurven kan blive omtrent vandret, før man når op på fuld beskæftigelse. (Derimod er det vanskeligt at forestille sig den *fuldstændig* vandret, idet det altid må være muligt, og ved tilstrækkelig høje priser målt i wage units også fordelagtigt, at udvide produktionen ved at indsætte mere arbejdskraft på det givne kapitalapparat. Sagt med andre ord: i den enkelte virksomhed kan kapitalapparatet tænkes at være limitationalt, men næppe for samfundet som helhed). Dette vil imidlertid være et korttidsfænomen, og det vil medføre en stærk forøgelse i investeringstilbøjeligheden (d.v.s. at DD'-kurven også vil være fladere efterhånden som nationalindkomsten stiger). Der vil i denne situation være en stærk tendens til stigning af foretagerindkomsterne i forhold til løntagerindkomsterne i systemet, når nationalindkomsten (og dermed efterspørgslen) kommer over et vist niveau, som ligger lavere end fuld beskæftigelse. På lidt længere sigt må det imidlertid antages, at investeringerne i en sådan situation vil være af en sådan art, at kapaciteten hurtigt udvides, således at CC'-kurven påny bliver stejlere, og dermed bliver investeringstilbøjeligheden efterhånden afdæmpet, således at også DD'-kurven påny bliver stejlere. CC'-kurvens form vil således påvirke investeringsomfanget og investeringernes art, men dette vil igen virke tilbage på CC'-kurvens form og beliggenhed.

Kaldors model forekommer derfor lidet tilfredsstillende, fordi den i for ringe grad trænger ned til de faktorer, der bestemmer CC'-kurvens form og beliggenhed. Også hans investerings- og kapitalteori, som er nøje knyttet til en forenklet vækstteori (og som ikke skal behandles nærmere i denne forbindelse), forekommer en for drastisk forenkling.

Der er imidlertid grund til at fremhæve, at denne model må være et frugtbart udgangspunkt for videre studier i disse problemer. Og Kaldors understregning af, at der via indkomstfordelingen findes en vis tilpasningsmekanisme, som kan tilpasse opsparingen til investeringsomfanget (og som ville give et betydeligt stabilitetsspillerum ved fuld beskæftigelse, hvis profitmarginalerne var så flexible, som han synes at mene), forekommer overordentlig væsentlig, selv om synspunktet hos Kaldor er anvendt langt ud over bristepunktet.

3. Nogle andre aspekter af Kaldors teori.

Kaldor opstiller selv en række forhold, som begrænser gyldigheden af denne model.

For det første fremhæver Kaldor, at det kan tænkes, at reallønnen ikke kan falde under et vist subsistensminimum r' [1], d.v.s. hvis beskæftigelsen betegnes T (dette svarer til Laldors L, arbejdsstyrken, som imidlertid må være den *beskæftigede* arbejdsstyrke, hvis Kaldors analyse skal være logisk konsistent), må W/T være større end eller lig med r', hvilket også kan skrives på formen[2]

$$\frac{Q}{Y} \leqq \frac{Y \div r' \cdot T}{Y}$$

Hvis denne betingelse ikke er opfyldt, får man ifølge Kaldor en ricardiansk eller marxistisk model, hvor produktionen er begrænset af kapitalapparatets størrelse og ikke af den samlede arbejdsstyrke. Fuld beskæftigelse kan kun opnås, hvis kapitalapparatet er tilstrækkelig stort og effektivt til, at alle arbejdere kan få arbejde til minimumsreallønnen r'. Endvidere bliver det den klassiske og ikke den »keynesianske« mekanisme, der vil være i virksomhed: Opsparingen (»surplus«) vil bestemme investeringen og ikke omvendt.

Dette tilfælde er i figur 7 søgt belyst med samme funktioner som foran anvendt.

Vi har følgende sammenhænge, idet X betegner produktionsomfanget (det reale nationalprodukt), p prisniveauet og w lønniveauet:

$$Q = p \cdot X \div w \cdot T$$

$$W = w \cdot T$$

$$\frac{Q}{W} = \frac{p \cdot X \div w \cdot T}{w \cdot T} = \frac{p}{w} \cdot \frac{X}{T} \div 1 = \frac{p}{w} \cdot e \div 1 = \frac{e}{r} \div 1$$

eller

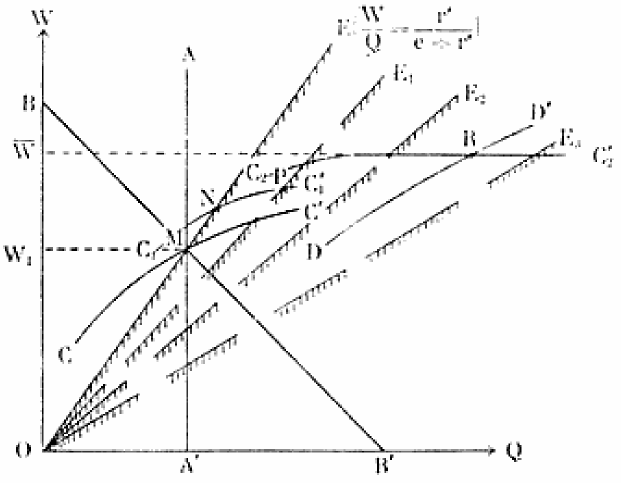
$$\frac{W}{Q} = \frac{1}{\frac{e}{r} \div 1} = \frac{r}{e \div r}$$

idet vi betegner X/T med e (arbejdskraftens gennemsnitlige effektivitet) og w/p med r (reallønnen).

Reallønnen skal nu være mindst lig med subsistensminimum r' (man må vel forudsætte, at det ikke kan betale sig for arbejdsgiverne at betale mindre,

1. Kaldor betegner reallønnen med w, hvilket imidlertid her er anvendt for nominallønnen.

2. $\frac{W}{T} > r'$ giver $\frac{W}{Y} > \frac{r' \cdot T}{Y}$ og heraf følger $\frac{Q}{Y} < \frac{Y \div r' \cdot T}{Y}$



Figur 7.

da arbejdskraften i så fald bliver ude af stand til at arbejde. Derimod kommer befolkningsloven f.s.v. ikke ind i billedet, idet vi forudsætter arbejdsløse, som ikke har denne løn, og som alligevel holder sig i live på én eller anden måde). Indsætter vi $r = r'$, får vi

$$\frac{W}{Q} = \frac{r'}{e - r'}$$

hvilket må være minimum for lønsummens højde i forhold til den samlede foretagerindtægt. Ved konstant e fremstiller dette en ret linje OE gennem O i figur 7, og denne er skraveret for at antyde, at kombinationer til højre for OE ikke kommer på tale.

Indtegner vi endvidere $W(Q)$, d.v.s. sammenhængen mellem foretagerindkomsten og den lønsum, foretagerne er villige til at udbetale, er systemet determineret. $W(Q)$ fremstilles ved linjen CC'. Med W er også beskæftigelsen bestemt, idet vi forudsætter, at nominallønniveauet er konstant $= w$, eller at vi måler i wage units (i så tilfælde kunne w sættes lig med 1).

Ligevægtspunktet bliver M, nationalindkomsten bliver OB', lønsummen (og beskæftigelsen) bliver OW_1, og profitten bliver W_1M. Arbejdsløsheden kan måles ved $W_1\overline{W}$, idet $O\overline{W}$ tænkes at modsvare fuld beskæftigelse med lønniveauet w.

Det ses også, at produktionen i dette tilfælde faktisk er begrænset af kapitalapparatets størrelse, udtrykt ved CC'-linjen. Såfremt kapitalapparatet forøges, vil CC'-linjen forskydes, f.eks. til $C_1C'_1$, og ligevægtspunktet ændres til N, under forudsætning af, at gennemsnitseffektiviteten e er uændret.

Ligeledes er investeringsomfanget begrænset af »surplus«, idet det er rimeligt at gå ud fra, at løntagernes opsparing er 0, d.v.s. at $s_L = 0$ og betingelsen (10) foran bliver derfor ændret til

$$s_F \cdot Q = I.$$

Dette indebærer, at linjen AA' bliver lodret, og da Q er bestemt ved punktet M, vil I være bestemt af foretagernes opsparingstilbøjelighed og af Q.

Dette forudsætter dog, at investeringstilbøjeligheden er tilstrækkelig stor (ellers vil ligevægten ikke nås i M, men i et punkt på CC' til venstre for M).

Kaldor antyder endvidere, hvorledes denne »marxistiske« situation kan tænkes at udvikle sig. Det vil ses direkte af figuren, at investeringen i det omfang, den er kapacitetsforøgende, forskyder CC' — f.eks. til $C_1C'_1$ og dermed ligevægten til N. Dette skulle indebære uændret realløn og stigning i beskæftigelsen, forholdet mellem Q og W skulle være uændret ifl. vores figur. Men samtidig må det antages, at investeringerne forøger den gennemsnitlige effektivitet, e, og derved forskydes også OE f.eks. til OE_1. Det nye ligevægtspunkt bliver altså ikke N, men P. I så fald vil profitten (for at fastholde de marxistiske udtryk) ikke blot forøges i takt med lønsummen og beskæftigelsen, men også forøges derudover.

Surplus value vil altså stige også i procent af nationalindkomsten, men reallønnen forblive konstant. Denne marxistiske tilstand vil imidlertid ikke være permanent. På ét eller andet tidspunkt er kapitalapparatets kapacitet steget så stærkt og samtidig effektiviteten forøget så meget, at fuld beskæftigelse — OW — nås, og dermed er man ovre i »developed capitalism«, hvor den marxistiske teori ikke mere holder.

Dette stadium er i figuren næsten nået ved $C_2C'_2$ og OE_2. Det gælder dog stadig at OE_2 vil være den begrænsende faktor. Forøges e imidlertid så meget, at OE_2 forskydes til OE_3, vil subsistensminimum ikke mere spille nogen rolle for ligevægtspunktet, som nu nås ved punktet R, hvor DD'-kurven (jfr. diskussionen af denne kurve foran) skærer CC'-kurven, som er fuldstændig flexibel i skæringspunktet svarende til flexible profitmarginaler ved fuld beskæftigelse.

Fra dette tidspunkt vil lønniveauet stige i overensstemmelse med den tidligere model ifl. Kaldor, — d.v.s. at DD'-kurven vil være afgørende for indkomstfordelingen, som nu er bestemt ved formel (2.7) jfr. (2.9). Afgørende for indkomstfordelingen er nu I/Y, hvis langtidstendens vil være konstant, og derfor vil også W/Q være konstant, d.v.s. at lønniveauet vil stige proportionalt med profitniveauet (og forudsat at befolkningstilvæksten ikke er for voldsom, vil også reallønnen pr. time, r, stige).

Denne teori[1] må naturligvis også kunne anvendes på underudviklede landes udvikling under et kapitalistisk system.

1. Kaldors udviklingsteori, hvor en modificeret marxistisk model skulle gælde for det første stadium af kapitalismens udvikling, for derefter at blive afløst af mekanismen i Kaldors "keynesianske" model, når kapitalapparatet har nået en vis størrelse, er yderligere uddybet i artiklerne "Capitalist Evolution in the Light of Keynesian Economics" (forelæsning ved Peking Universitet, 1956, trykt i Sankhya, May 1957) og "A Model of Economic Growth", Economic Journal, Dec. 1957. Begge er genoptrykt i Essays on Economic Stability and Growth, London 1960. En ny formulering af Kaldors model findes i F. A. Lutz og D. C. Haque (ed.) "The Theory of Capital", London 1961.

Den sidste del af denne teori (flexible profitmarginaler ved fuld beskæftigelse) er allerede diskuteret foran.

Den »marxistiske« del af teorien forekommer i og for sig af betydelig interesse, ikke mindst i betragtning af, at man (som Kaldor også antyder) kan anvende den også på en situation, hvor r' ikke betegner subsistensminimum, men derimod den faktisk opnåede realløn, som forudsættes ikke at være flexibel nedad, således at forsøg på at udvide beskæftigelsen f.eks. fra punktet M ville støde på den hindring, at løntagerne ikke vil acceptere den nedgang i reallønnen, som følger med en stigning fra M ad kurven CC'. En ekspansion vil i så fald føre til lønkrav fra fagforeningerne, som vil søge at opretholde reallønnen, og dermed vil der kunne opstå en kraftig *autonom inflation* (Jørgen Pedersens betegnelse for det, man ofte med et lidt uheldigt udtryk kalder »cost-push-inflation«). Hvis dette er tilfældet, vil en beskæftigelsesforøgelse kun kunne opnås gradvist, efterhånden som e forøges, eller hvis fagforeningerne på kort sigt søger at holde en stigningstakt i reallønnen, som svarer til stigningen i e, kan en beskæftigelsesforøgelse overhovedet ikke opnås uden inflation, med mindre CC'-kurven bliver stejlere. Dette kan vanskeligt ske i større omfang på kort sigt, med mindre der er udprægede bottlenecks, således at investeringerne automatisk bevirker en stærk forøgelse i arbejdskraftens grænseeffektivitet i forhold til stigningen i gennemsnitseffektiviteten.

Den anden begrænsning for sin models gyldighed, som Kaldor opstiller, er, at forholdet mellem foretagerindkomsten og kapitalapparatets værdi $\frac{Q}{K} = \frac{Q}{v \cdot Y}$ (hvor v er capital/output ratio), skal overstige den minimumsafkastning, som foretagerne vil kræve for at være villige til at investere »deres kapital«. Dette diskuterer Kaldor i relation til sin vækstteori, som vi ikke skal komme nærmere ind på.

Den tredie begrænsning er, at der på grund af monopolistiske forhold vil være et vist minimumsniveau for Q/Y. Hvis dette niveau er for højt, kan det indebære »overopsparing« via for stor profitandel og dermed for stor opsparing i forhold til nationalindkomsten (S/Y større end I/Y). Dette vil i den her anvendte grafiske fremstilling give sig udtryk i, at CC'-kurven ligger så langt til højre i forhold til DD'-kurven, at skæringspunktet mellem de to kurver ligger under fuld beskæftigelse.

Endvidere diskuterer Kaldor spørgsmålet, om v er en konstant. Også dette spørgsmål skal vi imidlertid lade ligge, idet en behandling ville kræve en nærmere diskussion af Kaldors vækst- og kapitalteori.

4. Konklusion.

Denne diskussion af Kaldors teoribygning er langt fra udtømmende, idet formålet kun har været at diskutere de aspekter af teorien, som har direkte tilknytning til den her anvendte model. Også den anvendte fremstillingsteknik er en væsentlig anden end Kaldors, men den synes at give mulighed for en klarere forståelse af, hvilke forudsætninger Kaldors teori indebærer.

Kommentarerne til Schneiders og Kaldors modeller kan kort sammenfattes på følgende måde:

Begge modeller indeholder afgørende forenklinger, som må ophæves, for at man kan få en tilfredsstillende teori for indkomstdannelsen og indkomstfordelingen og deres indbyrdes sammenhæng. Schneiders model er ikke (og prætenderer næppe at være) nogen model for ligevægts-indkomstfordelingen, som i modellen er forudsat givet ved forudsætningen om proportionalitet mellem W og Q. Den er en teori om indkomstfordelingens betydning for indkomstdannelsen, idet investeringsmultiplikatoren vil være bestemt af indkomstfordelingen og opsparingstilbøjelighederne, og den er endvidere en teori for, hvorledes afvigelser fra ligevægts-indkomstfordelingen kan opstå, og hvorledes den dynamiske udvikling fra sådanne uligevægtstilstande kan analyseres.

Kaldors teori (der som omtalt har været udgangspunktet for Schneiders behandling af problemet) opstiller den forenkling, at profitmarginalerne er fuldt flexible ved fuld beskæftigelse, hvilket forekommer ret urimeligt, og endvidere lider hans model under den mangel, at $W(Y)$-funktionen ikke indføres eksplicit, selv om der er implieeret forudsætninger m.h.t. denne funktion. I andre af Kaldors arbejder på dette felt[1] er dette aspekt af problemstillingen kommet noget tydeligere frem, men med den samme forudsætning om profitmarginalernes flexibilitet.

Kaldors model er imidlertid tydeligt en teori for indkomstfordelingen (ved fuld beskæftigelse), hvor indkomstfordelingen — og ikke indkomstdannelsen — er det centrale. Hans konklusioner på grundlag af flexibilitetsforudsætningen kan imidlertid næppe være holdbare, heller ikke som grundlag for en forklaring af den historiske udvikling i lønkvote og opsparingskvote over meget lange perioder. Og som grundlag for en model, der kan anvendes som udgangspunkt for den økonomiske politik, forekommer hans konklusioner også uanvendelige.

Ved hjælp af de modifikationer og udvidelser, som er antydet i det foregående, kan Kaldor-Schneider-modellen (der som nævnt også har mange væsentlige lighedspunkter med Föhls seneste arbejder) imidlertid løsrives

1. Se f.eks. "Economic Growth and the Problem of Inflation" Economica, vol. XXVI nr. 103 og 104, 1959, hvor Kaldor anvender en fremstillingsform, hvor udbudskurven for et "repræsentative firm" repræsenterer hele samfundets udbudsfunktion, en metode som minder om grundlaget for Föhls E-N-Tafel (se f.eks. Das Steuerparadoxon).

fra de specielle forudsætninger. Derved viser nogle af de generalisationer, som Kaldor anvender teorien til, sig ganske vist af tvivlsom værdi og holdbarhed, men til gengæld når man ved en sådan udbygning af teorien med en mere dybtgående analyse af $W(Y)$-funktionen (eller $W(Q)$-funktionen) og af investeringsfunktionen frem til et flexibelt analytisk system, som kan anvendes på et bredt felt af makroøkonomiske problemer.

I et (mere matematisk formuleret) appendix til denne artikel diskuteres anvendelsen af dette system til dynamiske analyser, og i en afsluttende artikel i næste nummer af Nationaløkonomisk Tidsskrift søges teorien yderligere uddybet.

Appendix

Den dynamiske analyse af indkomstdannelsen

Hele det arsenal af metoder, som findes i den moderne matematiske udformning af dynamiske analyseprincipper, kan bringes i anvendelse på denne makroteori. Indførelse af funktioner, hvori der indgår differentialkvotienter m.h.t. tiden eller timelags (evt. flere timelags eller et såkaldt »distributed« timelag for den enkelte relation) med tilhørende opstilling og analyse af differential- eller differensligninger, forskellige timelags for forskellige funktioner i systemet, integral-sammenhænge, etc. kan altsammen anvendes på denne model af indkomstdannelsen og utvivlsomt føre til frugtbare problemstillinger.

I det følgende skal da også vises nogle eksempler på anvendelsen af denne teknik på den her opstillede model. Det forekommer imidlertid hensigtsmæssigt først at give en verbal redegørelse for nogle af de dynamiske sammenhænge, som kan antages at være af betydning i denne indkomstdannelses-model. Dette kan imidlertid kun lade sig gøre på den måde, at man ser på de allerførste led i processen, hvorefter det bliver for kompliceret og uoverskueligt at gennemføre den verbale analyse. Den verbale diskussion kan imidlertid danne grundlag for en opfattelse af, hvilke problemer den matematisk formulerede dynamiske analyse af dette system kan anvendes på.

Efter den verbale diskussion analyseres et par forenklede tilfælde igennem ved hjælp af simple differensligninger. Af hensyn til de læsere, som ikke er fortrolige med denne analyseteknik, vil den matematiske behandling blive gennemført så enkelt og udførligt, at den skulle være let forståelig.

Den verbale diskussion af systemet foretages på grundlag af en periodeanalyse, hvor afvigelser mellem de faktiske størrelser og de forventede giver anledning til ændringer i dispositionerne i den følgende periode, og med udgangspunkt i relationerne

$$C_L = a_L \cdot P + b_L \cdot W \tag{A.1}$$

$$C_F = a_F \cdot P + b_F \cdot Q \tag{A.2}$$

$$W = a_W + b_W \cdot Y \tag{A.3}$$

$$Q = -a_W + b_Q \cdot Y \qquad \text{hvor } b_W + b_Q = 1 \tag{A.4}$$

$$I = a_I \cdot P + b_I \cdot Y \tag{A.5}$$

fra de specielle forudsætninger. Derved viser nogle af de generalisationer, som Kaldor anvender teorien til, sig ganske vist af tvivlsom værdi og holdbarhed, men til gengæld når man ved en sådan udbygning af teorien med en mere dybtgående analyse af $W(Y)$-funktionen (eller $W(Q)$-funktionen) og af investeringsfunktionen frem til et flexibelt analytisk system, som kan anvendes på et bredt felt af makroøkonomiske problemer.

I et (mere matematisk formuleret) appendix til denne artikel diskuteres anvendelsen af dette system til dynamiske analyser, og i en afsluttende artikel i næste nummer af Nationaløkonomisk Tidsskrift søges teorien yderligere uddybet.

Appendix

Den dynamiske analyse af indkomstdannelsen

Hele det arsenal af metoder, som findes i den moderne matematiske udformning af dynamiske analyseprincipper, kan bringes i anvendelse på denne makroteori. Indførelse af funktioner, hvori der indgår differentialkvotienter m.h.t. tiden eller timelags (evt. flere timelags eller et såkaldt »distributed« timelag for den enkelte relation) med tilhørende opstilling og analyse af differential- eller differensligninger, forskellige timelags for forskellige funktioner i systemet, integral-sammenhænge, etc. kan altsammen anvendes på denne model af indkomstdannelsen og utvivlsomt føre til frugtbare problemstillinger.

I det følgende skal da også vises nogle eksempler på anvendelsen af denne teknik på den her opstillede model. Det forekommer imidlertid hensigtsmæssigt først at give en verbal redegørelse for nogle af de dynamiske sammenhænge, som kan antages at være af betydning i denne indkomstdannelses-model. Dette kan imidlertid kun lade sig gøre på den måde, at man ser på de allerførste led i processen, hvorefter det bliver for kompliceret og uoverskueligt at gennemføre den verbale analyse. Den verbale diskussion kan imidlertid danne grundlag for en opfattelse af, hvilke problemer den matematisk formulerede dynamiske analyse af dette system kan anvendes på.

Efter den verbale diskussion analyseres et par forenklede tilfælde igennem ved hjælp af simple differensligninger. Af hensyn til de læsere, som ikke er fortrolige med denne analyseteknik, vil den matematiske behandling blive gennemført så enkelt og udførligt, at den skulle være let forståelig.

Den verbale diskussion af systemet foretages på grundlag af en periodeanalyse, hvor afvigelser mellem de faktiske størrelser og de forventede giver anledning til ændringer i dispositionerne i den følgende periode, og med udgangspunkt i relationerne

(A.1) $$C_L = a_L \cdot P + b_L \cdot W$$

(A.2) $$C_F = a_F \cdot P + b_F \cdot Q$$

(A.3) $$W = a_W + b_W \cdot Y$$

(A.4) $$Q = -a_W + b_Q \cdot Y \qquad \text{hvor } b_W + b_Q = 1$$

(A.5) $$I = a_I \cdot P + b_I \cdot Y$$

I det følgende vil det imidlertid blive foretrukket at tale om afvigelser mellem de realiserede størrelser og de *tilsigtede* eller *normale* (i stedet for de forventede), idet der fx. ved tilsigtet eller normal opsparing forstås den opsparing, husholdningen ville have foretaget, hvis den havde kunnet tilpasse sit forbrug øjeblikkeligt til sin indkomst og de herskende prisforhold. Såfremt indkomsten og/eller priserne ændres, vil husholdningen imidlertid først med en vis forsinkelse kunne tilpasse sig, og forbruget og opsparingen vil derfor afvige fra det normale ifl. funktionerne. Den momentane reaktion er altså, at realforbruget holdes konstant, og først i den følgende periode tilpasses realforbruget og dermed opsparingen til de ændrede forhold. Da der kan være forskel på tilpasningen på kort sigt og på langt sigt, kan der være tale om en forbrugsreaktion i flere perioder efter indkomst- eller prisændringen, men dette ser vi bort fra for ikke at komplicere problemet for stærkt.

For virksomhedernes vedkommende vil en ændring i efterspørgselen kunne betyde en afvigelse mellem det realiserede produktionsomfang og prisniveau og det (ved den nye efterspørgsel) tilsigtede eller normale. Såfremt virksomheden ved fx. en forøgelse i efterspørgselen holder prisen fast og lader sit lager gå ned, kan man betegne virksomheden som *mængdereagent* (momentant), og hvis den i stedet holder afsætningen fast, må den ændre prisen (eller rationere afsætningen, et tilfælde som vi ser bort fra), og i så fald er den (momentant) *prisreagent*. Eventuelt kan den gøre lidt af begge dele. I næste periode vil den kunne tilpasse sin produktion og sine priser i overensstemmelse med den forøgede efterspørgsel. Også her kunne man sondre mellem prisreagenter, som ikke ændrer produktionen, men reagerer også på længere sigt med højere priser på en afsætningsforøgelse, og mængdereagenter, som holder priserne fast og forøger produktionen. En kombination af prisreaktion og produktionsreaktion vil imidlertid lige så vel kunne forekomme.

Ved en empirisk analyse ville det være nødvendigt at undersøge disse reaktioners styrke og det timelag, hvormed de optræder. Det må fx. antages, at foretagerhusholdningernes forbrugsreaktion indtræder med større timelag end løntagerhusholdningernes, og produktionsreaktionens timelag kan være overordentlig forskellig for de forskellige erhvervsområder, bl.a. af tekniske grunde.[1]

For investeringsfunktionen vil et timelag ligeledes optræde, og investeringsreaktionens styrke vil være forskellig alt efter udgangssituationen.

I en langtidsanalyse kunne man endvidere søge at analysere virkningen af investeringerne på $W(Y)$-funktionen, hvor investeringer, der tilsigter at udvide kapaciteten på områder, hvor der er bottlenecks, typisk vil bevirke, at W/Y forøges, mens investeringer, der ikke foretages i udprægede bottleneck-områder, kan tænkes at forøge, formindske eller lade W/Y uændret.

Alle disse reaktioner (men især produktions- og investeringsreaktionen) burde også sættes i relation til forventningerne og disses afhængighed af den faktiske udvikling. Det er i dette appendix nærmest forudsat, at forventningerne til enhver tid går ud på, at det realiserede niveau for forventningsparametrene i een periode også vil være gældende i næste periode, men dette er underforstået i funktionerne, som kun forudsætter en bestemt relation mellem de faktiske forhold i een periode og dispositionerne i næste periode.

Yderligere burde der tages hensyn til, at fx. produktionsreaktionerne forplanter sig fra branche til branche og fra virksomhed til virksomhed (gennem køb af råvarer og mellemprodukter) med et timelag i de forskellige led, et forhold som ikke kommer eksplicit frem i en sådan aggregeret model, men som må give sig udtryk i det timelag, som indgår i $W(Y)$-funktionen, og i lagerændringerne over tiden.

Tænker man sig fx. en forøgelse i a_I, d.v.s. en forskydning opad af investeringsfunktionen (A.5), kan vi forudsætte, at dette i første omgang giver sig udtryk i, at prisniveauet og dermed

1. Jfr. L. A. Metzler: Three Lags in the Circular Flow of Income, i Income, Employment and Public Policy, Essays in Honor of Alvin H. Hansen, Norton 1948.

Q bliver højere end ventet, mens W holdes uændret i første omgang (en lagerreaktion ville måske være mere sandsynlig, men det afgørende er her blot at give et eksempel på reaktionsmulighederne).

Foretagerhusholdningerne får p.gr. af stigningen i Q i denne første periode en utilsigtet positiv opsparing, og løntagerne får p.gr. af prisstigningen en utilsigtet negativ opsparing. Den umiddelbare reaktion på prisstigningen (ved konstant W) vil næppe være, at forbruget C_L fastholdes i lønlagerhusholdningerne, men at realforbruget, som vi kan betegne C_L^r, fastholdes, hvilket indebærer, at C_L stiger med $C_L^r \cdot \Delta P$. Ifølge forbrugsfunktionen (A.1) skal forbruget imidlertid kun stige med $a_L \cdot \Delta P$, d.v.s. at lønlagerne får en negativ utilsigtet opsparingsændring, et »overforbrug« i forhold til funktionen på $(C_L^r - a_L) \cdot \Delta P$. En tilsvarende priseffekt viser sig også hos foretagerhusholdningerne, men overvejes af stigningen i Q.

Virkningen i næste periode vil blive, at lønlagerhusholdningernes forbrug indskrænkes, og at foretagerhusholdningernes forbrug udvides. Selv om det kun er foretagerindtægten og priserne, der er ændret, vil altså også lønlagerne p.gr. af prisændringerne i første periode få en afvigelse mellem faktisk forbrug og det normale forbrug ifl. forbrugsfunktionen.

Samtidig har imidlertid prisstigningen medført, at Q er steget, men W er uforandret trods stigningen i Y. Dette må antages i næste periode at føre til stigning i produktionen og dermed i W (i overensstemmelse med (A.3)), og samtidig en ændring i Q, som imidlertid også påvirkes af den ændring i forbruget, som hidrører fra indkomstændringen i første periode.

Dermed er vi tilbage ved forbrugsfunktionerne, hvor der så i næste periode bliver tale om fornyet tilpasning til ændringerne i W, Q og P i anden periode.

Ser vi på (A.5) har vi forudsat, at a_I i første periode blev forøget, og at dette ikke blev modsvaret af utilsigtet lagernedgang. I næste periode må imidlertid stigningen i Y medføre yderligere stigning i I, hvilket igen forøger Q, og dette påvirker i næste omgang W.

Selv med de anvendte forenklinger har vi et temmelig kompliceret system af påvirkninger, og disse antydninger af reaktionerne i systemet giver et billede af, hvorledes indkomstændringerne forplanter sig, og af de træghedsfænomener, der kan være af betydning.

På grundlag af denne mere generelle diskussion kan vi opstille forenklede forudsætninger, der kan gøre den dynamiske problemstilling mere håndterlig. I det følgende skal behandles nogle enkelte eksempler på sådanne dynamiske analyser.

Eksempel 1.

I dette eksempel *bortses fra priseffekten* via investerings- og forbrugsfunktionerne, endvidere forudsættes, at foretagerne momentant reagerer med prisændringer, men middelbart efter en lineær $W(Y)$-funktion. Endvidere, at alle timelags er på een periode, og at investeringen er en simpel lineær funktion af indkomsten (også med et timelag på een periode). Det er dette tilfælde, som er opstillet foran p. 261, hvor dog specielt forbrugsfunktionerne er proportionale, og I er forudsat autonomt givet, hvilket bliver et specialtilfælde af den følgende analyse. Funktionerne bliver følgende, idet t (som er anbragt enten som toptegn eller som fodtegn) betegner en vilkårlig tidsperiode:

(A.6) $$C_L^t = a_L + b_L \cdot W_{t-1}$$

(A.7) $$C_F^t = a_F + b_F \cdot Q_{t-1}$$

(A.8) $$W_t = a_W + b_W \cdot Y_{t-1}$$

(A.9) $$Q_t = Y_t - W_t = Y_t - a_W - b_W \cdot Y_{t-1}$$

(A.10) $$I_t = a_I + b_I \cdot Y_{t-1}$$

(A.11) $$Y_t = C_L^t + C_F^t + I_t .$$

I det følgende vil det imidlertid blive foretrukket at tale om afvigelser mellem de realiserede størrelser og de *tilsigtede* eller *normale* (i stedet for de forventede), idet der fx. ved tilsigtet eller normal opsparing forstås den opsparing, husholdningen ville have foretaget, hvis den havde kunnet tilpasse sit forbrug øjeblikkeligt til sin indkomst og de herskende prisforhold. Såfremt indkomsten og/eller priserne ændres, vil husholdningen imidlertid først med en vis forsinkelse kunne tilpasse sig, og forbruget og opsparingen vil derfor afvige fra det normale ifl. funktionerne. Den momentane reaktion er altså, at realforbruget holdes konstant, og først i den følgende periode tilpasses realforbruget og dermed opsparingen til de ændrede forhold. Da der kan være forskel på tilpasningen på kort sigt og på langt sigt, kan der være tale om en forbrugsreaktion i flere perioder efter indkomst- eller prisændringen, men dette ser vi bort fra for ikke at komplicere problemet for stærkt.

For virksomhedernes vedkommende vil en ændring i efterspørgselen kunne betyde en afvigelse mellem det realiserede produktionsomfang og prisniveau og det (ved den nye efterspørgsel) tilsigtede eller normale. Såfremt virksomheden ved fx. en forøgelse i efterspørgselen holder prisen fast og lader sit lager gå ned, kan man betegne virksomheden som *mængdereagent* (momentant), og hvis den i stedet holder afsætningen fast, må den ændre prisen (eller rationere afsætningen, et tilfælde som vi ser bort fra), og i så fald er den (momentant) *prisreagent*. Eventuelt kan den gøre lidt af begge dele. I næste periode vil den kunne tilpasse sin produktion og sine priser i overensstemmelse med den forøgede efterspørgsel. Også her kunne man sondre mellem prisreagenter, som ikke ændrer produktionen, men reagerer også på længere sigt med højere priser på en afsætningsforøgelse, og mængdereagenter, som holder priserne fast og forøger produktionen. En kombination af prisreaktion og produktionsreaktion vil imidlertid lige så vel kunne forekomme.

Ved en empirisk analyse ville det være nødvendigt at undersøge disse reaktioners styrke og det timelag, hvormed de optræder. Det må fx. antages, at foretagerhusholdningernes forbrugsreaktion indtræder med større timelag end løntagerhusholdningernes, og produktionsreaktionens timelag kan være overordentlig forskellig for de forskellige erhvervsområder, bl.a. af tekniske grunde.[1]

For investeringsfunktionen vil et timelag ligeledes optræde, og investeringsreaktionens styrke vil være forskellig alt efter udgangssituationen.

I en langtidsanalyse kunne man endvidere søge at analysere virkningen af investeringerne på $W(Y)$-funktionen, hvor investeringer, der tilsigter at udvide kapaciteten på områder, hvor der er bottlenecks, typisk vil bevirke, at W/Y forøges, mens investeringer, der ikke foretages i udprægede bottleneck-områder, kan tænkes at forøge, formindske eller lade W/Y uændret.

Alle disse reaktioner (men især produktions- og investeringsreaktionen) burde også sættes i relation til forventningerne og disses afhængighed af den faktiske udvikling. Det er i dette appendix nærmest forudsat, at forventningerne til enhver tid går ud på, at det realiserede niveau for forventningsparametrene i een periode også vil være gældende i næste periode, men dette er underforstået i funktionerne, som kun forudsætter en bestemt relation mellem de faktiske forhold i een periode og dispositionerne i næste periode.

Yderligere burde der tages hensyn til, at fx. produktionsreaktionerne forplanter sig fra branche til branche og fra virksomhed til virksomhed (gennem køb af råvarer og mellemprodukter) med et timelag i de forskellige led, et forhold som ikke kommer eksplicit frem i en sådan aggregeret model, men som må give sig udtryk i det timelag, som indgår i $W(Y)$-funktionen, og i lagerændringerne over tiden.

Tænker man sig fx. en forøgelse i a_I, d.v.s. en forskydning opad af investeringsfunktionen (A.5), kan vi forudsætte, at dette i første omgang giver sig udtryk i, at prisniveauet og dermed

1. Jfr. L. A. Metzler: Three Lags in the Circular Flow of Income, i Income, Employment and Public Policy, Essays in Honor of Alvin H. Hansen, Norton 1948.

Q bliver højere end ventet, mens W holdes uændret i første omgang (en lagerreaktion ville måske være mere sandsynlig, men det afgørende er her blot at give et eksempel på reaktionsmulighederne).

Foretagerhusholdningerne får p.gr. af stigningen i Q i denne første periode en utilsigtet positiv opsparing, og lontagerne får p.gr. af prisstigningen en utilsigtet negativ opsparing. Den umiddelbare reaktion på prisstigningen (ved konstant W) vil næppe være, at forbruget C_L fastholdes i lontagerhusholdningerne, men at realforbruget, som vi kan betegne C_L^r, fastholdes, hvilket indebærer, at C_L stiger med $C_L^r \cdot \Delta P$. Ifølge forbrugsfunktionen (A.1) skal forbruget imidlertid kun stige med $a_L \cdot \Delta P$, d.v.s. at lontagerne får en negativ utilsigtet opsparingsændring, et »overforbrug« i forhold til funktionen på $(C_L^r - a_L) \cdot \Delta P$. En tilsvarende priseffekt viser sig også hos foretagerhusholdningerne, men overvejes af stigningen i Q.

Virkningen i næste periode vil blive, at lontagerhusholdningernes forbrug indskrænkes, og at foretagerhusholdningernes forbrug udvides. Selv om det kun er foretagerindtægten og priserne, der er ændret, vil altså også lontagerne p.gr. af prisændringerne i første periode få en afvigelse mellem faktisk forbrug og det normale forbrug ifl. forbrugsfunktionen.

Samtidig har imidlertid prisstigningen medført, at Q er steget, men W er uforandret trods stigningen i Y. Dette må antages i næste periode at føre til stigning i produktionen og dermed i W (i overensstemmelse med (A.3)), og samtidig en ændring i Q, som imidlertid også påvirkes af den ændring i forbruget, som hidrører fra indkomstændringen i første periode.

Dermed er vi tilbage ved forbrugsfunktionerne, hvor der så i næste periode bliver tale om fornyet tilpasning til ændringerne i W, Q og P i anden periode.

Ser vi på (A.5) har vi forudsat, at a_I i første periode blev forøget, og at dette ikke blev modsvaret af utilsigtet lagernedgang. I næste periode må imidlertid stigningen i Y medføre yderligere stigning i I, hvilket igen forøger Q, og dette påvirker i næste omgang W.

Selv med de anvendte forenklinger har vi et temmelig kompliceret system af påvirkninger, og disse antydninger af reaktionerne i systemet giver et billede af, hvorledes indkomstændringerne forplanter sig, og af de træghedsfænomener, der kan være af betydning.

På grundlag af denne mere generelle diskussion kan vi opstille forenklede forudsætninger, der kan gøre den dynamiske problemstilling mere håndterlig. I det følgende skal behandles nogle enkelte eksempler på sådanne dynamiske analyser.

Eksempel 1.

I dette eksempel *bortses fra priseffekten* via investerings- og forbrugsfunktionerne, endvidere forudsættes, at foretagerne momentant reagerer med prisændringer, men middelbart efter en lineær $W(Y)$-funktion. Endvidere, at alle timelags er på een periode, og at investeringen er en simpel lineær funktion af indkomsten (også med et timelag på een periode). Det er dette tilfælde, som er opstillet foran p. 261, hvor dog specielt forbrugsfunktionerne er proportionale, og I er forudsat autonomt givet, hvilket bliver et specialtilfælde af den følgende analyse. Funktionerne bliver følgende, idet t (som er anbragt enten som toptegn eller som fodtegn) betegner en vilkårlig tidsperiode:

(A.6) $$C_L^t = a_L + b_L \cdot W_{t-1}$$

(A.7) $$C_F^t = a_F + b_F \cdot Q_{t-1}$$

(A.8) $$W_t = a_W + b_W \cdot Y_{t-1}$$

(A.9) $$Q_t = Y_t - W_t = Y_t - a_W - b_W \cdot Y_{t-1}$$

(A.10) $$I_t = a_I + b_I \cdot Y_{t-1}$$

(A.11) $$Y_t = C_L^t + C_F^t + I_t.$$

Ved indsættelse af (A.6)—(A.10) i (A.11) fås, idet $a_L + a_F + a_I + a_W \cdot (b_L - b_F)$ sættes lig med a

(A.12) $$Y_t = (b_F + b_I) \cdot Y_{t-1} + b_W \cdot (b_L - b_F) \cdot Y_{t-2} + a.$$

I ligevægtstilstanden er $Y_t = Y_{t-1} = Y_{t-2} = \bar{Y}$, og indsættes dette i (A.12), fås

(A.13) $$\bar{Y} = \frac{a}{(1-b_F)\cdot(1-b_W) + (1-b_L)\cdot b_W - b_I}$$

hvilket er ligevægtsværdien for Y. Denne ligevægtsværdi kan naturligvis også udledes direkte af (A.6)—(A.11), idet der bortses fra fodtegnene t og $t-1$.

Det bemærkes, at dette er i overensstemmelse med tidligere resultater, blot skrives her overalt $(1-b_W)$ i stedet for b_Q, idet b_Q ikke forekommer i de dynamiske relationer, jfr. (A.9). Dette hænger igen sammen med, at Q i den dynamiske analyse i modsætning til den statiske ikke er en funktion af Y_t eller Y_{t-1}, men er bestemt af dem begge. Der indgår et dynamisk element i Q.[1]

I udtrykket (A.12) indsættes $Y_t = Y_{t-1} = Y_{t-2} = \bar{Y}$, hvor $\bar{Y}$ angiver ligevægtsværdien for Y som bestemt ved (A.13), og vi får derved udtrykket (A.14) nedenfor. Subtraheres dernæst (A.14) fra (A.12) fås (A.15), idet $y_t = Y_t - \bar{Y}$.

(A.12) $$Y_t = (b_F + b_I) \cdot Y_{t-1} + b_W \cdot (b_L - b_F) \cdot Y_{t-2} + a$$

(A.14) $$\bar{Y} = (b_F + b_I) \cdot \bar{Y} + b_W \cdot (b_L - b_F) \cdot \bar{Y} + a$$

(A.15) $$y_t = (b_F + b_I) \cdot y_{t-1} + b_W \cdot (b_L - b_F) \cdot y_{t-2}$$

Ved løsningen af denne homogene differensligning[2] anvendes det trick, at man sætter $y_t = \lambda^t$

$$\lambda^t - (b_F + b_I) \cdot \lambda^{t-1} - b_W \cdot (b_L - b_F) \cdot \lambda^{t-2} = 0$$

og divideres igennem med λ^{t-2}, fås

$$\lambda^2 - (b_F + b_I) \cdot \lambda - b_W \cdot (b_L - b_F) = 0.$$

Løses denne andengradsligning fås

(A.16) $$\lambda_1, \lambda_2 = \tfrac{1}{2} \cdot \left(b_F + b_I \pm \sqrt{(b_F + b_I)^2 + 4 b_W \cdot (b_L - b_F)}\right)$$

Da vi forudsætter $b_L > b_F$, vil størrelsen under kvadratrodstegnet altid være positiv.
Løsningen til (A.12) er nu

(A.17) $$Y_t = \bar{Y} + A_1 \cdot \lambda_1^t + A_2 \cdot \lambda_2^t$$

hvor $\bar{Y}$ er givet ved (A.13) og λ_1 og λ_2 ved (A.16). A_1 og A_2 er arbitrære konstanter, som imidlertid vil antage bestemte værdier, hvis Y_0 og Y_1 er kendt.

1. Jfr. Erich Preiser: Multiplikatorprozess und Dynamischer Unternehmergewinn, Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, Bd. 167 (1955), p. 89 ff. genoptrykt i Erich Preiser: Bildung und Verteilung des Volkseinkommens, Göttingen 1957 og 1961.
2. Se fx. R. G. D. Allen: Mathematical Economics, p. 187 ff.

For $t = 0$ og $t = 1$ fås af (A.17)

$$Y_0 = \bar{Y} + A_1 + A_2$$

$$Y_1 = \bar{Y} + A_1 \cdot \lambda_1 + A_2 \cdot \lambda_2 .$$

Løses disse ligninger m.h.t. A_1 og A_2 fås

$$A_1 = -\frac{(Y_0 - \bar{Y}) \cdot \lambda_2 - (Y_1 - \bar{Y})}{\lambda_1 - \lambda_2} \tag{A.18}$$

$$A_2 = \frac{(Y_0 - \bar{Y}) \cdot \lambda_1 - (Y_1 - \bar{Y})}{\lambda_1 - \lambda_2} \tag{A.19}$$

Af (A.16) fremgår det, at λ_1 altid er positiv, og det kan let vises, at betingelsen for at λ_1 er mindre end 1, er at

$$b_W < \frac{1 - b_F - b_I}{b_L - b_F} \tag{A.20}$$

eller skrevet på en lidt anden form

$$b_W < 1 + \frac{1 - b_I - b_L}{b_L - b_F}$$

hvilket jo i hvert fald er opfyldt, hvis $b_I + b_L < 1$ idet $b_W < 1$.

For $b_L > b_F$ vil derimod λ_2 altid være negativ, men numerisk mindre end λ_1.

Deraf følger, at $A_1 \cdot \lambda_1^t$ altid vil dominere over $A_2 \cdot \lambda_2^t$ for tilstrækkelig store værdier af t. Det fremgår derfor af (A.17), at $\bar{Y}$ vil være en stabil ligevægt, hvis $\lambda_1 < 1$, d.v.s. hvis betingelsen (A.20) er opfyldt. I så fald vil Y_t gå imod $\bar{Y}$, når t går mod uendelig, uanset hvilke værdier A_1 og A_2 antager. Og uanset at λ_2^t skiftevis antager positive og negative værdier, vil Y_t i dette tilfælde fra et vist t bevæge sig asymptotisk mod $\bar{Y}$.

Hvis derimod $\lambda_1 > 1$, vil systemet være eksplosivt. Dette svarer til, at betingelsen (A.20) ikke er opfyldt. Ved en enkel omregning af (A.20) ses det, at hvis (A.20) ikke er opfyldt, er det ensbetydende med, at nævneren i udtrykket (A.13) er negativ. I så fald findes der ingen positiv ligevægtsværdi for nationalindkomsten, med mindre $a = a_F + a_L + a_I + a_W \cdot (b_L - b_F)$ er negativ.

Såfremt det forudsættes, at der findes en stabil ligevægtstilstand, vil systemets udvikling hen imod denne ligevægtstilstand kunne analyseres ud fra (A.17). Konstanterne A_1 og A_2 afhænger, som det fremgår af (A.18) og (A.19) af initialbetingelserne, d.v.s. af Y_0 og Y_1. Imidlertid vil det ved en ekspansiv proces være det typiske tilfælde, at $\bar{Y} > Y_1 > Y_0$ (jfr. eksemplet nedenfor). I så fald fremgår det af (A.18) og (A.19), at A_1 er negativ, mens A_2 kan være positiv eller negativ. Endvidere vil i dette tilfælde $A_1 \cdot \lambda_1^t$ altid være numerisk større end $A_2 \cdot \lambda_2^t$, uanset hvor stor eller lille t er.

Omvendt vil ved en kontraktiv proces det typiske være, at $Y_0 > Y_1 > \bar{Y}$. I så fald fremgår det af (A.18) og (A.19), at A_1 er positiv, mens A_2 kan være positiv eller negativ, men også i dette tilfælde vil $A_1 \cdot \lambda_1^t$ altid være numerisk større end $A_2 \cdot \lambda_2^t$ for alle t.

Det følger heraf (jfr. (A.17)), at ved en ekspansiv proces, hvor $\bar{Y} > Y_1 > Y_0$, vil Y_t nærme sig $\bar{Y}$ udelukkende gennem *stigende* værdier, og ved en kontraktion, hvor $\bar{Y} < Y_1 < Y_0$, vil Y_t nærme sig $\bar{Y}$ udelukkende gennem aftagende værdier.

Dividerer vi (A.8) og (A.9) igennem med Y_t, får vi

(A.21)
$$\frac{W_t}{Y_t} = \frac{a_W}{Y_t} + b_W \cdot \frac{Y_{t-1}}{Y_t}$$

(A.22)
$$\frac{Q_t}{Y_t} = 1 - \frac{a_W}{Y_t} - b_W \cdot \frac{Y_{t-1}}{Y_t}$$

og i ligevægtstilstanden er

$$\frac{\overline{W}}{\overline{Y}} = \frac{a_W}{\overline{Y}} + b_W$$

$$\frac{\overline{Q}}{\overline{Y}} = 1 - \frac{a_W}{\overline{Y}} - b_W .$$

Da Y_{t-1}/Y_t er mindre end 1 ved en ekspansiv proces, vil løntagerandelen under en ekspansion ifl. (A.21) være mindre, end hvis systemet var i ligevægt ved det pågældende Y_t, og foretagerandelen tilsvarende større. Ved en kontraktiv proces vil løntagerandelen tilsvarende være større, end hvis systemet var i ligevægt ved det pågældende Y_t, og foretagerandelen mindre, men også her vil afvigelserne gå imod 0.

Systemet udviser således på dette punkt samme karakteristika som Schneiders forenklede tilfælde (jfr. foran p. 260).

Et eksplicit udtryk for W_t/Y_t kan naturligvis fås ved at indsætte udtrykkene for Y_t og Y_{t-1} ved hjælp af (A.17).

Et taleksempel kan måske lette forståelsen af denne analyse. I eksemplet anvendes for enkelheds skyld proportionalitetsforudsætninger, og I forudsættes autonomt givet $= I_0$ (hvorved a i udtrykkene ovenfor bliver lig med I, idet a_F, a_L og a_W alle sættes lig 0). Med disse ændringer kan de udledte udtryk anvendes direkte.

Sættes $b_L = 0{,}9$, $b_F = 0{,}4$ og $b_W = 0{,}64$, bliver modellen

$$C_L^t = 0{,}9 \cdot W_{t-1}$$
$$C_F^t = 0{,}4 \cdot Q_{t-1}$$
$$W_t = 0{,}64 \cdot Y_{t-1}$$
$$Q_t = Y_t - W_t = Y_t - 0{,}64 \cdot Y_{t-1} .$$

Går vi ud fra en ligevægtstilstand i periode 0, hvor $Y = 500$, $Q = 180$ og $W = 320$, d.v.s. at $C_F = 72$ og $C_L = 288$, $S_F = 108$ og $S_L = 32$, og dermed $I = 140$, og tænker vi os, at I i periode 1 stiger til 150, fås følgende udvikling:

t	Q	C_F	S_F	W	C_L	S_L	I	Y	$\frac{W}{Y}$	$\frac{Q}{Y}$
0	180	72	108	320	288	32	140	500	.64	.36
1	190	72	118	320	288	32	150	510	.627	.373
2	187,6	76	111,6	326,4	288	38,4	150	514	.635	.365
3	189,84	75,04	114,8	328,96	293,7	35,2	150	518,8	.634	.366
4	189,97	75,94	114,03	332,03	296,1	36,0	150	522,0	.636	.364
.										
.										
.										
.										
∞	192,86	77,14	115,72	342,85	308,6	34,29	150	535,7	.64	.36

Indsættes i udtrykkene for den generelle løsning, fås af (A.16) $\lambda_1 = 0{,}8$ og $\lambda_2 = -0{,}4$, og af (A.18) og (A.19) fås $A_1 = -33{,}328$ og $A_2 = -2{,}382$, og indsættes i (A.17) fås den generelle løsning

$$Y_t = 535{,}71 - 33{,}328 \cdot 0{,}8^t - 2{,}382 \cdot (-0{,}4)^t.$$

I eksemplet ovenfor er værdierne udregnet ved gentagen indsættelse. Som kontrol indsættes $t = 4$ i det generelle udtryk:

$$\begin{aligned} Y^t &= 535{,}71 - 33{,}328 \cdot 0{,}8^4 - 2{,}382 \cdot (-0{,}4)^4 \\ &= 535{,}71 - 33{,}328 \cdot 0{,}4096 - 2{,}382 \cdot 0{,}0256 \\ &= 522{,}0. \end{aligned}$$

Det mest interessante ved dette eksempel er utvivlsomt resultaterne vedrørende lønandelens udvikling under ekspansions- og kontraktionsbevægelser. Det må imidlertid fremhæves, at disse resultater beror på den forudsætning, at virksomhederne reagerer umiddelbart som prisreagenter på en efterspørgselsændring og først efter et vist timelag tilpasser sig efter (WY)-funktionen.

Såfremt virksomhederne derimod umiddelbart reagerer som mængdereagenter, således at efterspørgselsændringer i første periode opfanges af lagerændringer, og i næste periode giver sig udtryk i ændret produktion, vil udviklingen naturligvis blive en anden. Dette tilfælde indebærer, at en forøget investeringslyst primært ikke kommer fuldt ud til udtryk, men fører til en disinvestering i lagre, hvorefter investeringsefterspørgsel og produktion i næste periode forøges så meget mere. Også i dette tilfælde må det dog antages, at lønandelen under en ekspansion vil ligge lavere end svarende til $W(Y)$ i den tid, lagernedgangen foregår, idet der vil være en fortjeneste forbundet med salg fra lager[1]. Dette tilfælde kan naturligvis analyseres igennem i detailler efter samme linjer som foran. Her skal bort bemærkes, at det må antages, at tendensen til lavere lønandel end svarende til $W(Y)$ vil være svagere i dette tilfælde.

Eksempel 2.

Mens investeringen i eksempel 1 var en funktion af Y (indkomstprincippet), anvendes her et profitprincip, d.v.s. at investeringen antages at være en funktion af profitten i den foregående periode. Forudsætningerne er i øvrigt de samme som i eksempel 1.

Relationerne er således identiske med (A.6) — (A.11), dog erstattes (A.10) med (A.23).

(A.23) $$I_t = a_I + b'_I \cdot Q_{t-1}.$$

Ved indsættelse i (A.11) fås

(A.24) $$Y_t = (b_F + b'_I) \cdot Y_{t-1} + b_W \cdot (b_L - b_F - b'_I) \cdot Y_{t-2} + a$$

idet $a = a_L + a_F + a_I + a_W \cdot (b_L - b_F - b'_I)$.

I ligevægtstilstanden, hvor $Y_t = Y_{t-1} = Y_{t-2} = Y$ fås

(A.25) $$Y = (b_F + b'_I) \cdot Y + b_W \cdot (b_L - b_F - b'_I) \cdot Y + a.$$

1. Jfr. diskussionen heraf i den første af disse artikler, Nationaløkonomisk Tidsskrift, 1961, 3.—4. hefte, p. 157, især fodnote 2.

Ved indsættelse af (A.6)—(A.10) i (A.11) fås, idet $a_L + a_F + a_I + a_W \cdot (b_L - b_F)$ sættes lig med a

(A.12) $$Y_t = (b_F + b_I) \cdot Y_{t-1} + b_W \cdot (b_L - b_F) \cdot Y_{t-2} + a.$$

I ligevægtstilstanden er $Y_t = Y_{t-1} = Y_{t-2} = \bar{Y}$, og indsættes dette i (A.12), fås

(A.13) $$\bar{Y} = \frac{a}{(1-b_F)\cdot(1-b_W) + (1-b_L)\cdot b_W - b_I}$$

hvilket er ligevægtsværdien for Y. Denne ligevægtsværdi kan naturligvis også udledes direkte af (A.6)—(A.11), idet der bortses fra fodtegnene t og t—1.

Det bemærkes, at dette er i overensstemmelse med tidligere resultater, blot skrives her overalt (1—b_W) i stedet for b_Q, idet b_Q ikke forekommer i de dynamiske relationer, jfr. (A.9). Dette hænger igen sammen med, at Q i den dynamiske analyse i modsætning til den statiske ikke er en funktion af Y_t eller Y_{t-1}, men er bestemt af dem begge. Der indgår et dynamisk element i Q.[1]

I udtrykket (A.12) indsættes $Y_t = Y_{t-1} = Y_{t-2} = \bar{Y}$, hvor $\bar{Y}$ angiver ligevægtsværdien for Y som bestemt ved (A.13), og vi får derved udtrykket (A.14) nedenfor. Subtraheres dernæst (A.14) fra (A.12) fås (A.15), idet $y_t = Y_t - \bar{Y}$.

(A.12) $$Y_t = (b_F + b_I) \cdot Y_{t-1} + b_W \cdot (b_L - b_F) \cdot Y_{t-2} + a$$

(A.14) $$\bar{Y} = (b_F + b_I) \cdot \bar{Y} + b_W \cdot (b_L - b_F) \cdot \bar{Y} + a$$

(A.15) $$y_t = (b_F + b_I) \cdot y_{t-1} + b_W \cdot (b_L - b_F) \cdot y_{t-2}$$

Ved løsningen af denne homogene differensligning[2] anvendes det trick, at man sætter $y_t = \lambda^t$

$$\lambda^t - (b_F + b_I) \cdot \lambda^{t-1} - b_W \cdot (b_L - b_F) \cdot \lambda^{t-2} = 0$$

og divideres igennem med λ^{t-2}, fås

$$\lambda^2 - (b_F + b_I) \cdot \lambda - b_W \cdot (b_L - b_F) = 0.$$

Løses denne andengradsligning fås

(A.16) $$\lambda_1, \lambda_2 = \tfrac{1}{2} \cdot \left(b_F + b_I \pm \sqrt{(b_F + b_I)^2 + 4 b_W \cdot (b_L - b_F)}\right)$$

Da vi forudsætter $b_L > b_F$, vil størrelsen under kvadratrodstegnet altid være positiv.

Løsningen til (A.12) er nu

(A.17) $$Y_t = \bar{Y} + A_1 \cdot \lambda_1{}^t + A_2 \cdot \lambda_2{}^t$$

hvor $\bar{Y}$ er givet ved (A.13) og λ_1 og λ_2 ved (A.16). A_1 og A_2 er arbitrære konstanter, som imidlertid vil antage bestemte værdier, hvis Y_0 og Y_1 er kendt.

1. Jfr. Erich Preiser: Multiplikatorprozess und Dynamischer Unternehmergewinn, Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, Bd. 167 (1955), p. 89 ff. genoptrykt i Erich Preiser: Bildung und Verteilung des Volkseinkommens, Göttingen 1957 og 1961.
2. Se fx. R. G. D. Allen: Mathematical Economics, p. 187 ff.

Dividerer vi (A.8) og (A.9) igennem med Y_t, får vi

$$\frac{W_t}{Y_t} = \frac{a_W}{Y_t} + b_W \cdot \frac{Y_{t-1}}{Y_t} \tag{A.21}$$

$$\frac{Q_t}{Y_t} = 1 - \frac{a_W}{Y_t} - b_W \cdot \frac{Y_{t-1}}{Y_t} \tag{A.22}$$

og i ligevægtstilstanden er

$$\frac{\overline{W}}{\overline{Y}} = \frac{a_W}{\overline{Y}} + b_W$$

$$\frac{\overline{Q}}{\overline{Y}} = 1 - \frac{a_W}{\overline{Y}} - b_W.$$

Da Y_{t-1}/Y_t er mindre end 1 ved en ekspansiv proces, vil løntagerandelen under en ekspansion ifl. (A.21) være mindre, end hvis systemet var i ligevægt ved det pågældende Y_t, og foretagerandelen tilsvarende større. Ved en kontraktiv proces vil løntagerandelen tilsvarende være større, end hvis systemet var i ligevægt ved det pågældende Y_t, og foretagerandelen mindre, men også her vil afvigelserne gå imod 0.

Systemet udviser således på dette punkt samme karakteristika som Schneiders forenklede tilfælde (jfr. foran p. 260).

Et eksplicit udtryk for W_t/Y_t kan naturligvis fås ved at indsætte udtrykkene for Y_t og Y_{t-1} ved hjælp af (A.17).

Et taleksempel kan måske lette forståelsen af denne analyse. I eksemplet anvendes for enkelheds skyld proportionalitetsforudsætninger, og I forudsættes autonomt givet $= I_0$ (hvorved a i udtrykkene ovenfor bliver lig med I, idet a_F, a_L og a_W alle sættes lig 0). Med disse ændringer kan de udledte udtryk anvendes direkte.

Sættes $b_L = 0{,}9$, $b_F = 0{,}4$ og $b_W = 0{,}64$, bliver modellen

$$C_L^t = 0{,}9 \cdot W_{t-1}$$
$$C_F^t = 0{,}4 \cdot Q_{t-1}$$
$$W_t = 0{,}64 \cdot Y_{t-1}$$
$$Q_t = Y_t - W_t = Y_t - 0{,}64 \cdot Y_{t-1}.$$

Går vi ud fra en ligevægtstilstand i periode 0, hvor $Y = 500$, $Q = 180$ og $W = 320$, d.v.s. at $C_F = 72$ og $C_L = 288$, $S_F = 108$ og $S_L = 32$, og dermed $I = 140$, og tænker vi os, at I i periode 1 stiger til 150, fås følgende udvikling:

t	Q	C_F	S_F	W	C_L	S_L	I	Y	$\frac{W}{Y}$	$\frac{Q}{Y}$
0	180	72	108	320	288	32	140	500	.64	.36
1	190	72	118	320	288	32	150	510	.627	.373
2	187,6	76	111,6	326,4	288	38,4	150	514	.635	.365
3	189,84	75,04	114,8	328,96	293,7	35,2	150	518,8	.634	.366
4	189,97	75,94	114,03	332,03	296,1	36,0	150	522,0	.636	.364
.										
.										
.										
.										
∞	192,86	77,14	115,72	342,85	308,6	34,29	150	535,7	.64	.36

Indsættes i udtrykkene for den generelle løsning, fås af (A.16) $\lambda_1 = 0{,}8$ og $\lambda_2 = -0{,}4$, og af (A.18) og (A.19) fås $A_1 = -33{,}328$ og $A_2 = -2{,}382$, og indsættes i (A.17) fås den generelle løsning

$$Y_t = 535{,}71 - 33{,}328 \cdot 0{,}8^t - 2{,}382 \cdot (-0{,}4)^t.$$

I eksemplet ovenfor er værdierne udregnet ved gentagen indsættelse. Som kontrol indsættes $t = 4$ i det generelle udtryk:

$$\begin{aligned} Y^t &= 535{,}71 - 33{,}328 \cdot 0{,}8^4 - 2{,}382 \cdot (-0{,}4)^4 \\ &= 535{,}71 - 33{,}328 \cdot 0{,}4096 - 2{,}382 \cdot 0{,}0256 \\ &= 522{,}0. \end{aligned}$$

Det mest interessante ved dette eksempel er utvivlsomt resultaterne vedrørende lønandelens udvikling under ekspansions- og kontraktionsbevægelser. Det må imidlertid fremhæves, at disse resultater beror på den forudsætning, at virksomhederne reagerer umiddelbart som prisreagenter på en efterspørgselsændring og først efter et vist timelag tilpasser sig efter (WY)-funktionen.

Såfremt virksomhederne derimod umiddelbart reagerer som mængdereagenter, således at efterspørgselsændringer i første periode opfanges af lagerændringer, og i næste periode giver sig udtryk i ændret produktion, vil udviklingen naturligvis blive en anden. Dette tilfælde indebærer, at en forøget investeringslyst primært ikke kommer fuldt ud til udtryk, men fører til en disinvestering i lagre, hvorefter investeringsefterspørgsel og produktion i næste periode forøges så meget mere. Også i dette tilfælde må det dog antages, at lønandelen under en ekspansion vil ligge lavere end svarende til $W(Y)$ i den tid, lagernedgangen foregår, idet der vil være en fortjeneste forbundet med salg fra lager[1]. Dette tilfælde kan naturligvis analyseres igennem i detailler efter samme linjer som foran. Her skal bort bemærkes, at det må antages, at tendensen til lavere lønandel end svarende til $W(Y)$ vil være svagere i dette tilfælde.

Eksempel 2.

Mens investeringen i eksempel 1 var en funktion af Y (indkomstprincippet), anvendes her et profitprincip, d.v.s. at investeringen antages at være en funktion af profitten i den foregående periode. Forudsætningerne er i øvrigt de samme som i eksempel 1.

Relationerne er således identiske med (A.6) — (A.11), dog erstattes (A.10) med (A.23).

$$I_t = a_I + b'_I \cdot Q_{t-1}. \tag{A.23}$$

Ved indsættelse i (A.11) fås

$$Y_t = (b_F + b'_I) \cdot Y_{t-1} + b_W \cdot (b_L - b_F - b'_I) \cdot Y_{t-2} + a \tag{A.24}$$

idet $a = a_L + a_F + a_I + a_W \cdot (b_L - b_F - b'_I)$.

I ligevægtstilstanden, hvor $Y_t = Y_{t-1} = Y_{t-2} = Y$ fås

$$Y = (b_F + b'_I) \cdot Y + b_W \cdot (b_L - b_F - b'_I) \cdot Y + a. \tag{A.25}$$

1. Jfr. diskussionen heraf i den første af disse artikler, Nationaløkonomisk Tidsskrift, 1961, 3.—4. hefte, p. 157, især fodnote 2.

Ved løsning af (A.25) fås ligevægtsværdien $\bar{Y}$ for nationalindkomsten, som bliver

$$\text{(A.26)} \qquad \bar{Y} = \frac{a}{1 - b_F - b'_I - b_W \cdot (b_L - b_F - b'_I)}$$

$$= \frac{a}{(1-b_F)\cdot(1-b_W) + (1-b_L)\cdot b_W - b'_I \cdot (1-b_W)}$$

Sættes $b'_I \cdot (1-b_W) = b_I$, ses det, at dette resultat er det samme som ligevægtsværdien for Y i eksempel 1, idet vi naturligvis har at $dI/dY = dI/dQ \cdot dQ/dY$.

Ved den statiske analyse, hvor man sammenligner ligevægtstilstande, er det derfor principielt ligegyldigt, om man anvender indkomstprincippet eller profitprincippet i investeringsfunktionen. Dette er naturligvis dog kun tilfældet, så længe vi forudsætter en entydig sammenhæng mellem Q og Y.

I den dynamiske analyse bliver resultaterne derimod forskellige fra resultaterne i eksempel 1. Dette beror simpelthen på, at Q_t ikke er en funktion af Y_t eller Y_{t-1}, men af begge disse størrelser (jfr. (A.9)). Som det fremgår af eksempel 1, vil Q med de her anvendte forudsætninger udgøre en større andel af Y under ekspansionsprocesser end i ligevægtstilstanden og en mindre andel under kontraktionsprocesser. Da dette vil påvirke investeringsomfanget, hvis dette bestemmes ved (A.23), vil udviklingen være en anden, når der forudsættes et profitprincip, end når der forudsættes et indkomstprincip for investeringsomfanget.

Ved subtraktion af (A.25) fra (A.24) fås, idet $y_t = Y_t - \bar{Y}$

$$\text{(A.27)} \qquad y_t = (b_F + b'_I) \cdot y_{t-1} + b_W \cdot (b_L - b_F - b'_I) \cdot y_{t-2}.$$

Sættes $y_t = \lambda^t$ og divideres med λ^{t-2}, fås

$$\lambda^2 - (b_F + b'_I) \cdot \lambda - b_W \cdot (b_L - b_F - b'_I) = 0$$

og heraf

$$\text{(A.28)} \qquad \lambda_1, \lambda_2 = \tfrac{1}{2} \cdot \left(b_F + b'_I \pm \sqrt{(b_F + b'_I)^2 + 4b_W \cdot (b_L - b_F - b'_I)}\right).$$

Udtrykket under kvadratrodstegnet kan antages altid at være positivt. Dette er selvindlysende, hvis $b_L > b_F + b'_I$, men selv hvis dette ikke er tilfældet, vil udtrykket altid være positivt for $b_L > b_W$, hvilket må antages normalt at være tilfældet.[1]

Systemet vil derfor i dette eksempel på en række punkter have samme egenskaber som i eksempel 1: Der vil fra et vist punkt være asymptotisk bevægelse mod ligevægt (hvis der findes en stabil ligevægt), og der vil være en løntagerandel, som er lavere end svarende til $W = a_W + b_W \cdot Y$ under en ekspansion og højere ved en kontraktion.

Betingelsen for, at ligevægten ifl. (A.26) er stabil, er at λ_1 er mindre end een.

Såfremt $b_L - b_F - b'_I > 0$, vil dette være tilfældet for

$$b_W < \frac{1 - b_F - b'_I}{b_L - b_F - b'_I}, \text{ og da } \frac{1 - b_F - b'_I}{b_L - b_F - b'_I} = 1 + \frac{1 - b_L}{b_L - b_F - b'_I}$$

vil denne betingelse altid være opfyldt, når $b_L - b_F - b'_I > 0$, idet b_W vil være en størrelse mellem 0 og 1.

1. Sættes $b_F + b'_1 = b_1$ bliver udtrykket under kvadratrodstegnet $b^2_1 - 4b_W b_1 + 4b_W b_L$. Dette udtryk vil være 0 for $b_1 = \frac{1}{2} \cdot \left(4b_W \pm \sqrt{16b_W^2 - 16b_W b_L}\right)$. I dette sidste udtryk vil størrelsen under kvadratrodstegnet være negativ for $b_L > b_W$, og ved hjælp af en velkendt sætning om kvadratiske udtryk følger, at $b_1^2 - 4b_W b_1 + 4b_W b_L$ i så fald altid vil være positiv.

Såfremt derimod $b_L - b_F - b'_I < 0$, vil betingelsen for at systemet er stabilt være, at

$$b_W > \frac{1 - b_F - b'_I}{b_L - b_F - b'_I} \qquad \text{(A.29)}$$

d.v.s.

$$b_W > 1 - \frac{1 - b_L}{b_F + b'_I - b_L}$$

og såfremt $b_F + b'_I < 1$, vil denne betingelse altid være opfyldt, da $b_W \geq 0$, men hvis $b_F + b'_I > 1$, kan systemet være ustabilt. Dette vil dog kun være tilfældet for ret store værdier af $b_F + b'_I$. Såfremt b_W er lig med $\frac{1}{2}$, skal således $b_F + b'_I$ være større end $2b_L$, for systemet bliver ustabilt. Men da b_W ofte vil være ret lille i de tilfælde, hvor b'_I er stor (fx. ved udprægede bottlenecks), kan ustabile tilstande ingenlunde udelukkes.

Indsætter man $b_I = b'_I \cdot (1 - b_W)$ i (A.20) og løser m.h.t. b_W, viser det sig, at denne stabilitetsbetingelse er analog med stabilitetsbetingelsen i eksempel 1.

Uanset at ligevægtstilstanden og stabilitetsbetingelserne bliver de samme i de to eksempler, er den dynamiske udvikling af de to systemer som nævnt ikke den samme.

Den fuldstændige løsning til (A.24) er

$$Y_t = \overline{Y} + A_1 \cdot \lambda_1^t + A_2 \cdot \lambda_2^t \qquad \text{(A.30)}$$

som i formen er identisk med (A.17), men lambdaerne har andre værdier, bestemt ved (A.28), og udtrykkene for A_1 og A_2 er ligeledes i formen identisk med (A.18) og (A.19), men de lambdaer, der indgår, er bestemt ved (A.28).

Eksempel 3.

I eksempel 1 og 2 er modellen diskuteret henholdsvis med indkomstprincippet og profitprincippet som grundlag for investeringsfunktionen. I dette eksempel diskuteres for fuldstændigheds skyld ganske kort *accelerationsprincippet*.

Accelerationsprincippet kan i en makro-model indføres på flere forskellige måder. Som eksempler kan anføres følgende fire investeringsfunktioner

(a) $$I_t = a_I + b''_I \cdot (Y_t - Y_{t-1})$$

(b) $$I_t = a_I + b''_I \cdot (Y_{t-1} - Y_{t-2})$$

(c) $$I_t = a_I + b''_I \cdot (C_t - C_{t-1})$$

(d) $$I_t = a_I + b''_I \cdot (C_{t-1} - C_{t-2})$$

hvor $C_t = C_F^t + C_L^t$.

Endvidere kan man naturligvis anvende kontinuert analyse og forudsætte, at investeringsomfanget er en funktion af dY/dt eller dC/dt, hvilket fører frem til differentialligninger (eller blandede differens- og differentialligninger) i stedet for differensligninger.

I det følgende diskuteres kun tilfælde (a), for at fremstillingen ikke skal blive for uoverskuelig. Men det må fremhæves, at tilfælde (b)—(d) fører frem til væsentlig andre resultater. Forskellen mellem (a) og (b) er i hovedsagen et spørgsmål om hvilke timelag, man vil operere med, mens forskellen mellem på den ene side (a) og (b) og på den anden side (c) og (d) er af mere fundamental karakter. Det er i mere elementære fremstillinger almindeligt at anvende en investeringsfunktion af formen (c) som grundlag for diskussion af accelerationsprincippet.

Indsættes i udtrykkene for den generelle løsning, fås af (A.16) $\lambda_1 = 0{,}8$ og $\lambda_2 = -0{,}4$, og af (A.18) og (A.19) fås $A_1 = -33{,}328$ og $A_2 = -2{,}382$, og indsættes i (A.17) fås den generelle løsning

$$Y_t = 535{,}71 - 33{,}328 \cdot 0{,}8^t - 2{,}382 \cdot (-0{,}4)^t.$$

I eksemplet ovenfor er værdierne udregnet ved gentagen indsættelse. Som kontrol indsættes $t = 4$ i det generelle udtryk:

$$\begin{aligned} Y^t &= 535{,}71 - 33{,}328 \cdot 0{,}8^4 - 2{,}382 \cdot (-0{,}4)^4 \\ &= 535{,}71 - 33{,}328 \cdot 0{,}4096 - 2{,}382 \cdot 0{,}0256 \\ &= 522{,}0. \end{aligned}$$

Det mest interessante ved dette eksempel er utvivlsomt resultaterne vedrørende lønandelens udvikling under ekspansions- og kontraktionsbevægelser. Det må imidlertid fremhæves, at disse resultater beror på den forudsætning, at virksomhederne reagerer umiddelbart som prisreagenter på en efterspørgselsændring og først efter et vist timelag tilpasser sig efter (WY)-funktionen.

Såfremt virksomhederne derimod umiddelbart reagerer som mængdereagenter, således at efterspørgselsændringer i første periode opfanges af lagerændringer, og i næste periode giver sig udtryk i ændret produktion, vil udviklingen naturligvis blive en anden. Dette tilfælde indebærer, at en forøget investeringslyst primært ikke kommer fuldt ud til udtryk, men fører til en disinvestering i lagre, hvorefter investeringsefterspørgsel og produktion i næste periode forøges så meget mere. Også i dette tilfælde må det dog antages, at lønandelen under en ekspansion vil ligge lavere end svarende til $W(Y)$ i den tid, lagernedgangen foregår, idet der vil være en fortjeneste forbundet med salg fra lager[1]. Dette tilfælde kan naturligvis analyseres igennem i detailler efter samme linjer som foran. Her skal bort bemærkes, at det må antages, at tendensen til lavere lønandel end svarende til $W(Y)$ vil være svagere i dette tilfælde.

Eksempel 2.

Mens investeringen i eksempel 1 var en funktion af Y (indkomstprincippet), anvendes her et profitprincip, d.v.s. at investeringen antages at være en funktion af profitten i den foregående periode. Forudsætningerne er i øvrigt de samme som i eksempel 1.

Relationerne er således identiske med (A.6) — (A.11), dog erstattes (A.10) med (A.23).

(A.23) $$I_t = a_I + b'_I \cdot Q_{t-1}.$$

Ved indsættelse i (A.11) fås

(A.24) $$Y_t = (b_F + b'_I) \cdot Y_{t-1} + b_W \cdot (b_L - b_F - b'_I) \cdot Y_{t-2} + a$$

idet $a = a_L + a_F + a_I + a_W \cdot (b_L - b_F - b'_I)$.

I ligevægtstilstanden, hvor $Y_t = Y_{t-1} = Y_{t-2} = Y$ fås

(A.25) $$Y = (b_F + b'_I) \cdot Y + b_W \cdot (b_L - b_F - b'_I) \cdot Y + a.$$

1. Jfr. diskussionen heraf i den første af disse artikler, Nationaløkonomisk Tidsskrift, 1961, 3.—4. hefte, p. 157, især fodnote 2.

Ved løsning af (A.25) fås ligevægtsværdien $\bar{Y}$ for nationalindkomsten, som bliver

$$\bar{Y} = \frac{a}{1 - b_F - b'_I - b_W \cdot (b_L - b_F - b'_I)} \tag{A.26}$$

$$= \frac{a}{(1-b_F) \cdot (1-b_W) + (1-b_L) \cdot b_W - b'_I \cdot (1-b_W)}$$

Sættes $b'_I \cdot (1-b_W) = b_I$, ses det, at dette resultat er det samme som ligevægtsværdien for $\bar{Y}$ i eksempel 1, idet vi naturligvis har at $dI/dY = dI/dQ \cdot dQ/dY$.

Ved den statiske analyse, hvor man sammenligner ligevægtstilstande, er det derfor principielt ligegyldigt, om man anvender indkomstprincippet eller profitprincippet i investeringsfunktionen. Dette er naturligvis dog kun tilfældet, så længe vi forudsætter en entydig sammenhæng mellem Q og Y.

I den dynamiske analyse bliver resultaterne derimod forskellige fra resultaterne i eksempel 1. Dette beror simpelthen på, at Q_t ikke er en funktion af Y_t eller Y_{t-1}, men af begge disse størrelser (jfr. (A.9)). Som det fremgår af eksempel 1, vil Q med de her anvendte forudsætninger udgøre en større andel af Y under ekspansionsprocesser end i ligevægtstilstanden og en mindre andel under kontraktionsprocesser. Da dette vil påvirke investeringsomfanget, hvis dette bestemmes ved (A.23), vil udviklingen være en anden, når der forudsættes et profitprincip, end når der forudsættes et indkomstprincip for investeringsomfanget.

Ved subtraktion af (A.25) fra (A.24) fås, idet $y_t = Y_t - \bar{Y}$

$$y_t = (b_F + b'_I) \cdot y_{t-1} + b_W \cdot (b_L - b_F - b'_I) \cdot y_{t-2}. \tag{A.27}$$

Sættes $y_t = \lambda^t$ og divideres med λ^{t-2}, fås

$$\lambda^2 - (b_F + b'_I) \cdot \lambda - b_W \cdot (b_L - b_F - b'_I) = 0$$

og heraf

$$\lambda_1, \lambda_2 = \tfrac{1}{2} \cdot \left(b_F + b'_I \pm \sqrt{(b_F + b'_I)^2 + 4b_W \cdot (b_L - b_F - b'_I)}\right). \tag{A.28}$$

Udtrykket under kvadratrodstegnet kan antages altid at være positivt. Dette er selvindlysende, hvis $b_L > b_F + b'_I$, men selv hvis dette ikke er tilfældet, vil udtrykket altid være positivt for $b_L > b_W$, hvilket må antages normalt at være tilfældet.[1]

Systemet vil derfor i dette eksempel på en række punkter have samme egenskaber som i eksempel 1: Der vil fra et vist punkt være asymptotisk bevægelse mod ligevægt (hvis der findes en stabil ligevægt), og der vil være en lønntagerandel, som er lavere end svarende til $W = a_W + b_W \cdot Y$ under en ekspansion og højere ved en kontraktion.

Betingelsen for, at ligevægten ifl. (A.26) er stabil, er at λ_1 er mindre end een.

Såfremt $b_L - b_F - b'_I > 0$, vil dette være tilfældet for

$$b_W < \frac{1 - b_F - b'_I}{b_L - b_F - b'_I}, \text{ og da } \frac{1 - b_F - b'_I}{b_L - b_F - b'_I} = 1 + \frac{1 - b_L}{b_L - b_F - b'_I}$$

vil denne betingelse altid være opfyldt, når $b_L - b_F - b'_I > 0$, idet b_W vil være en størrelse mellem 0 og 1.

1. Sættes $b_F + b'_1 = b_1$ bliver udtrykket under kvadratrodstegnet $b^2_1 - 4b_Wb_1 + 4b_Wb_L$. Dette udtryk vil være 0 for $b_1 = \frac{1}{2} \cdot \left(4b_W \pm \sqrt{16b_W^2 - 16b_Wb_L}\right)$. I dette sidste udtryk vil størrelsen under kvadratrodstegnet være negativ for $b_L > b_W$, og ved hjælp af en velkendt sætning om kvadratiske udtryk følger, at $b_1^2 - 4b_Wb_1 + 4b_Wb_L$ i så fald altid vil være positiv.

Såfremt derimod $b_L - b_F - b'_I < 0$, vil betingelsen for at systemet er stabilt være, at

$$b_W > \frac{1 - b_F - b'_I}{b_L - b_F - b'_I} \tag{A.29}$$

d.v.s.

$$b_W > 1 - \frac{1 - b_L}{b_F + b'_I - b_L}$$

og såfremt $b_F + b'_I < 1$, vil denne betingelse altid være opfyldt, da $b_W \geq 0$, men hvis $b_F + b'_I > 1$, kan systemet være ustabilt. Dette vil dog kun være tilfældet for ret store værdier af $b_F + b'_I$. Såfremt b_W er lig med $\frac{1}{2}$, skal således $b_F + b'_I$ være større end $2b_L$, før systemet bliver ustabilt. Men da b_W ofte vil være ret lille i de tilfælde, hvor b'_I er stor (fx. ved udprægede bottlenecks), kan ustabile tilstande ingenlunde udelukkes.

Indsætter man $b_I = b'_I \cdot (1 - b_W)$ i (A.20) og løser m.h.t. b_W, viser det sig, at denne stabilitetsbetingelse er analog med stabilitetsbetingelsen i eksempel 1.

Uanset at ligevægtstilstanden og stabilitetsbetingelserne bliver de samme i de to eksempler, er den dynamiske udvikling af de to systemer som nævnt ikke den samme.

Den fuldstændige løsning til (A.24) er

$$Y_t = \overline{Y} + A_1 \cdot \lambda_1^t + A_2 \cdot \lambda_2^t \tag{A.30}$$

som i formen er identisk med (A.17), men lambdaerne har andre værdier, bestemt ved (A.28), og udtrykkene for A_1 og A_2 er ligeledes i formen identisk med (A.18) og (A.19), men de lambdaer, der indgår, er bestemt ved (A.28).

Eksempel 3.

I eksempel 1 og 2 er modellen diskuteret henholdsvis med indkomstprincippet og profitprincippet som grundlag for investeringsfunktionen. I dette eksempel diskuteres for fuldstændigheds skyld ganske kort *accelerationsprincippet*.

Accelerationsprincippet kan i en makro-model indføres på flere forskellige måder. Som eksempler kan anføres følgende fire investeringsfunktioner

(a) $$I_t = a_I + b''_I \cdot (Y_t - Y_{t-1})$$

(b) $$I_t = a_I + b''_I \cdot (Y_{t-1} - Y_{t-2})$$

(c) $$I_t = a_I + b''_I \cdot (C_t - C_{t-1})$$

(d) $$I_t = a_I + b''_I \cdot (C_{t-1} - C_{t-2})$$

hvor $C_t = C_F^t + C_L^t$.

Endvidere kan man naturligvis anvende kontinuert analyse og forudsætte, at investeringsomfanget er en funktion af dY/dt eller dC/dt, hvilket fører frem til differentialligninger (eller blandede differens- og differentialligninger) i stedet for differensligninger.

I det følgende diskuteres kun tilfælde (a), for at fremstillingen ikke skal blive for uoverskuelig. Men det må fremhæves, at tilfælde (b)—(d) fører frem til væsentlig andre resultater. Forskellen mellem (a) og (b) er i hovedsagen et spørgsmål om hvilke timelag, man vil operere med, mens forskellen mellem på den ene side (a) og (b) og på den anden side (c) og (d) er af mere fundamental karakter. Det er i mere elementære fremstillinger almindeligt at anvende en investeringsfunktion af formen (c) som grundlag for diskussion af accelerationsprincippet.

Imidlertid er der ingen grund til at tro, at investeringsomfanget alene skulle være bestemt af den til forbrugsgodeproduktionen nødvendige kapacitet, også »investment for further investment« kan være bestemt ved accelerationsprincippet. Dette gælder vel ikke mindst for den nødvendige kapacitet til produktion af den del af investeringen, der består i lageropbygning, hvor der i hvert fald vanskeligt kan ses nogen grund til at anvende (c).

Såfremt man imidlertid forudsætter, at accelerationsprincippet *kun* gælder for lagerdannelsen, men ikke for de faste investeringer (hvilket har nogen støtte i de empiriske undersøgelser af accelerationsprincippet), kan der være mere rimelighed i at anvende en investeringsfunktion af formen (c). I så fald måtte det dog nok foretrækkes at anvende en makro-investeringsfunktion, hvor en del af investeringerne (især lagerændringer) er bestemt ved accelerationsprincippet, mens en del er bestemt ved indkomst- eller profitprincippet, altså fx. af formen

(e) $$I_t = a_I + b'_I \cdot Q_{t-1} + b''_I \cdot (C_{t-1})$$

eller

(f) $$I_t = a_I + b_I \cdot Y_{t-1} + b''_I \cdot (Y_{t-1} - Y_{t-2})$$

$$= a_I + (b_I + b_I'') \cdot Y_{t-1} - b''_I \cdot Y_{t-2}.$$

Uanset at disse udformninger for flere formål synes de mest tilfredsstillende, skal i det følgende kun diskuteres et system, hvori anvendes en investeringsfunktion af formen (a), altså et rent accelerationsprincip.

Systemets adfærdsrelationer er fortsat identiske med (A.6)—(A.11), idet dog (A.10) erstattes med (A.31)

(A.31) $$I_t = a_I + b''_I \cdot (Y_t - Y_{t-1}).$$

Ved indsættelse i (A.11) fås

(A.32) $$Y_t = a + b_L \cdot b_W \cdot Y_{t-2} + b_F \cdot Y_{t-1} - b_F \cdot b_W \cdot Y_{t-2} + b''_I \cdot Y_t - b''_I \cdot Y_{t-1}$$

hvor $a = a_L + a_F + a_I + a_W \cdot (b_L - b_F)$.

Ligevægtsværdien fås ved at sætte $Y_t = Y_{t-1} = Y_{t-2} = \bar{Y}$, og vi får

(A.33) $$\bar{Y} = a + b_L \cdot b_W \cdot \bar{Y} + b_F \cdot \bar{Y} - b_F \cdot b_W \cdot \bar{Y} + b''_I \cdot \bar{Y} - b''_I \cdot \bar{Y}$$

og heraf

(A.34) $$\bar{Y} = \frac{a}{1 - b_L \cdot b_W - b_F \cdot (1 - b_W)}$$

Det fremgår af (A.34), at der i ligevægtstilstanden ikke findes »induceret« investering (b''_I optræder ikke), hvilket måske kan siges at implicere, at en ligevægtstilstand i en model med accelerationsprincip må være en depressionstilstand (selv om også andre fortolkninger er mulige, fx. at $a_I + a_L + a_F$ ved hjælp af den økonomiske politik — finans- og kreditpolitik — holdes så høj, at der bliver ligevægt ved høj beskæftigelse også uden induceret investering).

Dette er imidlertid blot en konsekvens af, at accelerationsprincippet er et dynamisk fænomen, som ex definitione ikke kan optræde i en stationær ligevægtstilstand.

Ved den dynamiske analyse går vi frem på samme måde som i de tidligere eksempler, idet vi subtraherer (A.33) fra (A.32) og får

(A.35) $$y_t = b_L \cdot b_W \cdot y_{t-2} - b_F \cdot b_W \cdot y_{t-2} + b_F \cdot y_{t-1} + b''_I \cdot (y_t - y_{t-1})$$

eller skrevet på en anden måde

$$(1 - b''_I) \cdot y_t - (b_F - b''_I) \cdot y_{t-1} - b_W(b_L - b_F) \cdot y_{t-2} = 0.$$

Sættes $y_t = \lambda^t$ og divideres med λ^{t-2}, fås

$$(1 - b''_I) \cdot \lambda^2 - (b_F - b''_I) \cdot \lambda - b_W \cdot (b_L - b_F) = 0$$

og heraf

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{b_F - b''_I \pm \sqrt{(b_F - b''_I)^2 + 4b_W \cdot (1 - b''_I) \cdot (b_L - b_F)}}{2(1 - b''_I)} \tag{A.36}$$

Da vi forudsætter $b_L > b_F$, bliver udtrykket under kvadratrodstegnet altid positivt for $b''_I < 1$.

Såfremt $b''_I < 1$, bliver endvidere betingelsen for, at den dominerende rod, λ_1, er mindre end 1, at

$$b_W < \frac{1 - b_F}{b_L - b_F} \tag{A.37}$$

hvilket altid kan antages opfyldt, idet b_W er mindre end 1.

I dette tilfælde fås altså asymptotisk bevægelse mod ligevægtstilstanden, som er bestemt ved (A.34).

Den generelle løsning bliver

$$Y_t = \bar{Y} + A_1 \cdot \lambda_1^t + A_2 \cdot \lambda_2^t, \tag{A.38}$$

hvor $\bar{Y}$ er bestemt ved (A.34), λ_1 og λ_2 ved (A.36) og A_1 og A_2 ved udtryk, som i formen er identisk med de tidligere udledte.

Såfremt b''_I (acceleratoren) er større end 1, kan man få asymptotisk bevægelse imod ligevægt, dæmpede svingninger, regelmæssige svingninger eller eksplosive svingninger, alt efter hvilke værdier man forudsætter for b''_I, b_L, b_F og b_W. Den mere udførlige analyse heraf skal imidlertid ikke gennemføres.[1]

Også i dette eksempel gælder det, at med de anvendte forudsætninger er lønandelen under en ekspansion lavere og under en kontraktion højere end svarende til $W = a_W + b_W \cdot Y$.

Afsluttende bemærkninger.

De her diskuterede eksempler kan naturligvis modificeres og udvides på flere måder. Såfremt man ønsker at anvende modellen som konjunkturmodel, kan man således tænke sig flere muligheder. I alle tre eksempler kan man fx. tænke sig indført reinvesteringerne eksplicit (ekkoprincippet), hvorved alle tre eksempler vil kunne give cykliske svingninger. Dette giver dog ikke nogen tilfredsstillende konjunkturmodel.

Mens accelerationsmodellen så at sige har indbyggede konjunktursvingninger (hvis acceleratoren er tilstrækkelig stor), giver indkomst- og profitmodellen ikke konjunktursvingninger. De kan imidlertid udbygges til konjunkturmodeller ved at man indfører et »loft«, fx. i form af økonomisk-politiske reaktioner, når fuld beskæftigelse nås, hvilket tænkes at ske før lige-

1. Jfr. R. G. D. Allen: Mathematical Economics, p. 187 ff. og P. A. Samuelson: Interactions between the Multiplier Analysis and the Principle of Acceleration, Review of Economic Statistics, vol. 21, 1939.

vægtstilstanden ifl. modellen. Tilsvarende kan indføres et »gulv« (fx. et minimum for, hvor langt investeringerne kan falde), og reinvesteringerne kan indføres som forklaring på, at man kommer op fra gulvet igen. En anden mulighed er at indføre ikke-lineære funktioner.

Alt dette er naturligvis velkendt, men ved anvendelse på denne model er der mulighed for at analysere konsekvenserne for indkomstfordelingens udvikling over konjunkturerne under forskellige forudsætninger, og endvidere for analyse af, hvorledes disse ændringer i indkomstfordelingen påvirker ekspansions- og kontraktionsprocesserne.

Som antydet i selve artiklen kan modellen også tænkes anvendt på inflationsproblemer. Og i en art »magnificent dynamics« kan modellen tænkes anvendt på vækstproblemer.

eller skrevet på en anden måde

$$(1 - b''_I) \cdot y_t - (b_F - b''_I) \cdot y_{t-1} - b_W(b_L - b_F) \cdot y_{t-2} = 0.$$

Sættes $y_t = \lambda^t$ og divideres med λ^{t-2}, fås

$$(1 - b''_I) \cdot \lambda^2 - (b_F - b''_I) \cdot \lambda - b_W \cdot (b_L - b_F) = 0$$

og heraf

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{b_F - b''_I \pm \sqrt{(b_F - b''_I)^2 + 4b_W \cdot (1 - b''_I) \cdot (b_L - b_F)}}{2(1 - b''_I)} \tag{A.36}$$

Da vi forudsætter $b_L > b_F$, bliver udtrykket under kvadratrodstegnet altid positivt for $b''_I < 1$.

Såfremt $b''_I < 1$, bliver endvidere betingelsen for, at den dominerende rod, λ_1, er mindre end 1, at

$$b_W < \frac{1 - b_F}{b_L - b_F} \tag{A.37}$$

hvilket altid kan antages opfyldt, idet b_W er mindre end 1.

I dette tilfælde fås altså asymptotisk bevægelse mod ligevægtstilstanden, som er bestemt ved (A.34).

Den generelle løsning bliver

$$Y_t = \bar{Y} + A_1 \cdot \lambda_1{}^t + A_2 \cdot \lambda_2{}^t, \tag{A.38}$$

hvor $\bar{Y}$ er bestemt ved (A.34), λ_1 og λ_2 ved (A.36) og A_1 og A_2 ved udtryk, som i formen er identisk med de tidligere udledte.

Såfremt b''_I (acceleratoren) er større end 1, kan man få asymptotisk bevægelse imod ligevægt, dæmpede svingninger, regelmæssige svingninger eller eksplosive svingninger, alt efter hvilke værdier man forudsætter for b''_I, b_L, b_F og b_W. Den mere udførlige analyse heraf skal imidlertid ikke gennemføres.[1]

Også i dette eksempel gælder det, at med de anvendte forudsætninger er lønandelen under en ekspansion lavere og under en kontraktion højere end svarende til $W = a_W + b_W \cdot Y$.

Afsluttende bemærkninger.

De her diskuterede eksempler kan naturligvis modificeres og udvides på flere måder. Såfremt man ønsker at anvende modellen som konjunkturmodel, kan man således tænke sig flere muligheder. I alle tre eksempler kan man fx. tænke sig indført reinvesteringerne eksplicit (ekkoprincippet), hvorved alle tre eksempler vil kunne give cykliske svingninger. Dette giver dog ikke nogen tilfredsstillende konjunkturmodel.

Mens accelerationsmodellen så at sige har indbyggede konjunktursvingninger (hvis acceleratoren er tilstrækkelig stor), giver indkomst- og profitmodellen ikke konjunktursvingninger. De kan imidlertid udbygges til konjunkturmodeller ved at man indfører et »loft«, fx. i form af økonomisk-politiske reaktioner, når fuld beskæftigelse nås, hvilket tænkes at ske før lige-

1. Jfr. R. G. D. Allen: Mathematical Economics, p. 187 ff. og P. A. Samuelson: Interactions between the Multiplier Analysis and the Principle of Acceleration, Review of Economic Statistics, vol. 21, 1939.