

NOGLE KOMMENTARER TIL EN VÆKSTMODEL

AF HECTOR ESTRUP*

1. Indledning

Denne artikel, der især behandler Harrods model, slutter sig til de andre i dette tidsskrift fremkomne artikler om økonomiske vækstproblemer.¹

Økonomiske vækst- og udviklingsproblemer kan, som iøvrigt de fleste nationaløkonomiske problemsæt, anskues ud fra følgende to synsvinkler.

For det første kan man formulere vækst- eller udviklingsproblemet som et decisionsproblem, idet man søger at finde frem til, hvad man under hensyn til relevante økonomiske forhold skal foretage sig fra politisk eller andet hold for at frembringe økonomisk vækst af given type. Opgaven bliver her i første række at undersøge det univers af økonomisk relevante kendsgerninger og relationer, hvori man diskuterer at foretage udviklingsfrembringende indgreb. Det er, sagt på en anden måde, betingelserne for økonomisk vækst der undersøges. Det er overvejende dette synspunkt, der er lagt til grund i de nævnte artikler af A. Ølgaard og K. E. Svendsen, og umiddelbart er det også det praktisk mest relevante

Dernæst kan man angribe vækstproblemet som et forklaringsproblem. Her betragtes det økonomiske samfund som en autonom social mekanisme, der er »overladt til sig selv«, og problemet er så at formulere og diskutere modeller, der indeholder udviklings- og vækstforklarende faktorer. Samspillet mellem vækstfremmende og væksthæmmende elementer skal fremstilles i en sammenhængende teoribygning, ved hvis hjælp man skal kunne forklare den økonomiske udvikling i de samfund, teorierne skal gælde for. Synsvinklen er så at sige drejet fra en analyse af vækstproblemet til en analyse af vækstfænomenet. Angribes vækstproblematikken ud fra forklarings-synsvinklen, er det derfor ikke specielt vækstmodeller, der skal bygges,

* Cand. oecón.

1. Anders Ølgaard: Problemstillinger i vækst-teorien, N.T., 1958 s. 51, samt Knud E. Svendsen: Om vækstmodeller i socialistiske samfund, N.T., 1959 s. 97.

NOGLE KOMMENTARER TIL EN VÆKSTMODEL

AF HECTOR ESTRUP*

1. Indledning

Denne artikel, der især behandler Harrods model, slutter sig til de andre i dette tidsskrift fremkomne artikler om økonomiske vækstproblemer.¹

Økonomiske vækst- og udviklingsproblemer kan, som iøvrigt de fleste nationaløkonomiske problemsæt, anskues ud fra følgende to synsvinkler.

For det første kan man formulere vækst- eller udviklingsproblemet som et decisionsproblem, idet man søger at finde frem til, hvad man under hensyn til relevante økonomiske forhold skal foretage sig fra politisk eller andet hold for at frembringe økonomisk vækst af given type. Opgaven bliver her i første række at undersøge det univers af økonomisk relevante kendsgerninger og relationer, hvori man diskuterer at foretage udviklingsfrembringende indgreb. Det er, sagt på en anden måde, betingelserne for økonomisk vækst der undersøges. Det er overvejende dette synspunkt, der er lagt til grund i de nævnte artikler af A. Ølgaard og K. E. Svendsen, og umiddelbart er det også det praktisk mest relevante

Dernæst kan man angribe vækstproblemet som et forklaringsproblem. Her betragtes det økonomiske samfund som en autonom social mekanisme, der er »overladt til sig selv«, og problemet er så at formulere og diskutere modeller, der indeholder udviklings- og vækstforklarende faktorer. Samspillet mellem vækstfremmende og væksthæmmende elementer skal fremstilles i en sammenhængende teoribygning, ved hvis hjælp man skal kunne forklare den økonomiske udvikling i de samfund, teorierne skal gælde for. Synsvinklen er så at sige drejet fra en analyse af vækstproblemet til en analyse af vækstfænomenet. Angribes vækstproblematikken ud fra forklarings-synsvinklen, er det derfor ikke specielt vækstmodeller, der skal bygges,

* Cand. oecon.

1. Anders Ølgaard: Problemstillinger i vækst-teorien, N.T., 1958 s. 51, samt Knud E. Svendsen: Om vækstmodeller i socialistiske samfund, N.T., 1959 s. 97.

men mere generelle langsigtsmodeller, der kan forklare vækst eller ikke-vækst som specielle udviklingstyper.

Den her nævnte sondring har sikkert størst betydning for det pædagogiske overblik. I almindelighed er det næppe muligt at opretholde nogen streng skillelinie mellem de to synsvinkler. Ingen decisions- eller betingelsesmodel vil kunne opbygges uden at indeholde væsentlige forklaringslementer, ligesom de mest frugtbare forklaringsmodeller er sådanne, der muliggør direkte analyse af påtænkte indgreb. Den såkaldte Harrod-Domar model frembyder et eksempel på, hvorledes de to betragtningsmåder er blevet sammenkædet.

Harrods model er en forklaringsmodel, der skal vise, hvorledes nationalindkomsten kunne tænkes at vokse i geometrisk progression, samt at denne udviklingsvej for indkomsten foruden at være den eneste ligevægtige er ustabil, således at enhver afgivelse er selvforstærkende. Domars model er derimod en betingelsesmodel, der f.ex. kan vise, hvorledes investeringen skal manøvreres, dersom realkapitalen stadig skal være fuld beskæftiget. Det viser sig, at investering og indkomst skal vokse i samme geometriske progression, og vækstraten er af samme numeriske størrelse som Harrods ligevægtsvækstrate. Skønt udviklet uafhængigt af hinanden frembyder de to modeller samme matematiske billede, og dette billede har man kaldt Harrod-Domar modellen.

Vi vil i det følgende diskutere denne model ud fra forklarings synspunktet, det vil sige med udgangspunkt i Harrods fremstilling.

2. Om det økonomiske livs autonomi

Når det på et bestemt område kan være fordelagtigt at operere med en model, beror det på, at en række fænomener inden for dette område i en eller flere henseender er mere snævert indbyrdes forbundet, end de er forbundet med fænomener uden for det pågældende område. Inden for området hersker der en vis grad af autonomi. Dette berettiger sådan set existensen af økonomiske korttidsmodeller. Når man således i den keyneske korttidsmodel introducerer en øget investering, er det usandsynligt, at dette påvirker forbrugsvanerne således, at der ikke fremkommer en multipliceret indkomsteffekt. På langt sigt kan man imidlertid god forestille en sådan påvirkning, idet en høj investeringstilbøjelighed gennem lang tid kunne tænkes at stimulere en moralsk positiv vurdering af det ønskelige i at spare. De psykologiske forhold uden for området, der fører til opstilling af konsumfunktionen, og som på kort sigt kan antages invariable, kan på langt sigt tænkes at være underkastet ændringer som følge af forhold og processer inden for området. Dette illustrerer i og for sig kun den trivielle kendsgerning, at man ved langtidsundersøgelser må medtage en række funktionsforhold og parametre

i modellerne, som ikke er repræsenteret i korttidsundersøgelserne. Det er derimod vigtigt at påpege, at man endnu ikke kender meget til sådanne langtidseffekter; dels ved man ikke, om de iagttagne langtidsfænomener er væsentlige for forklaringen, eller om det kun drejer sig om overfladefænomener, dels kender man ikke de langtidseffekter, hvis forhold til de øvrige langsigtede variable kan fremstilles ved funktionssammenhæng, der er givet ved selv på langt sigt invariable parametre.

En anden vanskelighed fremkommer ved betragtningen af indgreb fra staten. Det er nemlig på langt sigt et spørgsmål, i hvor høj grad politiske indgreb er exogent bestemte. Man kan således anføre, at den partipolitiske stilling i et frit valgt parlament hyppigt vil være bestemt af den økonomiske og erhvervsmæssige lagdeling i samfundet. Forudsætter man nu, at en parlamentsgruppes beslutninger altid vil gå i en sådan retning, at den søger at sikre sine tilhængere størst mulig fordel, vil man allerede herved have skabt basis for en model, der indeholder i hvert fald en del politiske indgreb som endogene variable.

Dette berører spørgsmålet om, i hvor vidt omfang samfundets institutionelle ramme kan anses for uafhængig af udviklingen i det økonomiske liv. Ser vi f. ex. på den retlige struktur i samfundet, er det klart, at denne selv på kort sigt kan være snævert forbundet med udviklingen på det økonomiske område. Denne sammenhæng bestemmes da af de vurderingssæt, magthaverne i samfundet lægger til grund for deres indgreb på det økonomiske område. Disse vurderingssæt er igen bestemt af magtkonstitutionen i samfundet, og denne er åbenbart forbundet med det økonomiske liv, enten fordi den, der har politisk magt let fristes til at tiltvinge sig økonomiske fordele, eller fordi høj økonomisk status giver sin indehaver større muligheder for at vinde politisk indflydelse. Det vil sikkert være ugørligt at indbygge sådanne sammenhæng i en langsigtsmodel. Dels er de vanskelige at formulere eksakt, dels er vor historiske viden sikkert for ringe til, at det vil være muligt empirisk at sandsynliggøre holdbarheden af generelle love på dette felt. Da man yderligere ikke kender styrken af de pågældende sammenhænge, øger dette sandsynligheden for, at prognoser baseret på langsigtsmodeller, som vi kender dem, er usikre.

Endelig kan man anføre, at den tekniske horisont, det vil sige det sæt af produktions- og organisationsmetoder, der i et givet øjeblik står til foretagernes rådighed, ikke kan være upåvirket af udviklingen i det økonomiske liv. I industrialiserede samfund vil den tekniske udvikling spille en meget stor rolle, og i langtidsmodeller til illustration af forholdene på dette felt er det derfor af betydning at gøre sig vekselvirkningsforholdet mellem økonomi og teknik klart. Indfører man det tekniske fremskridt som en fuldstændig autonom, kun af tiden afhængende parameter, vil modellen kun belyse een side af forholdet, nemlig forbindelsen fra teknik til økonomi,

hvorimod man mangler forbindelsen fra økonomi til teknik. På dette sidste område står man imidlertid uden teoretiske holdepunkter.²

Af det anførte fremgår nu, at det økonomiske livs autonomi, i hvert fald på langt sigt, er uhyre omtvistelig. Tænker man sig traditionelt det økonomiske domæne i samfundslivet fastlagt ved en udfra et økonomisk synspunkt række karakteristiske fænomener, såsom beskæftigelse, indkomst, priser o.l., er det en betingelse for autonomien, at enhver ændring i disse størrelser kun påvirker og påvirkes af andre størrelser, når disse også tilhører området. Dette kan man som før sagt sikkert regne med er tilfældet på kort sigt, idet de variationer, der fremkommer udenfor området er for små til at betyde noget. Men på langt sigt kan disse af endogene ændringer fremkaldte exogene variationer hobes op, og da igen virke ind på størrelser inden for området.

Alle de nævnte forhold synes at medføre, at det overhovedet skulle være umuligt at opstille økonomiske langtidsmodeller, når disse ikke suppleres med en mere bred, på generel historisk viden funderet fremstilling. Dette fører os over på historiens område og stiller os over for spørgsmålet, om det overhovedet skulle være muligt at uddrage visse generelle samfundslove udfra kendskab til historiske forløb. Dette er jo i sig selv uhyre diskutabelt. Den eneste farbare vej er da sikkert den at betragte det økonomiske liv som autonomt også på langt sigt ved i modellerne forudsætningsvis at fastlægge forholdene til fænomener uden for det økonomiske område, f.ex. ved en »ceteris paribus«-klausul. Dette betyder selvfølgelig en uhyre begrænsning i modellernes forudsigelsesevne. Ikke desto mindre har forudsigelser baseret på sådanne modeller interesse, idet de oplyser os om de langtidstendenser, der findes i den øjeblikkelige økonomiske situation, samt om disses konsekvenser på det økonomiske område, »hvis ikke andet indtræffer« (politiske indgreb, institutionelle ændringer o.l.). For at forudsigelserne skal have nogen betydning er det da også klart, at modellernes tidsmæssige

2. Begyndelsen til en teori på dette område kan man finde i A. Ølgaards nævnte artikel, idet han antyder muligheden for at udbygge Domars model med en funktion, der forbinder forskningsindsats og kapitalproduktivitet. Forskningsindsatsen er da at betragte som en omkostning, hvis afholdelse straks resulterer i en forbedret produktivitet. Sker denne forbedring ikke straks, men er den fordelt over fremtidige perioder afhængig af de beløb, man årligt har anvendt og for de kommende år planlægger at anvende til forskning, må forskningen betragtes som en særlig investeringsform, der har den ejendommelighed, at den fremtidige indvinding er principielt ukendt. Et forskningsresultat kan jo netop ikke forudberegnes på samme måde som nettoresultatet af en investeringsoperation, der holder sig inden for den kendte teknik. En opfindelse, der er forudsat i alle de tekniske detaljer, er allerede gjort. På samme måde kunne man med en vis ret sige, at hvis man kunne forudse forskningsresultater, ville der slet ikke være grund til at forske. En almindelig investering overflødiggøres derimod ikke af et fuldstændigt kendskab til dens fremtidige afkast.

horisont begrænses til et span af tid, inden for hvilket sandsynligheden for større relevante ændringer uden for det økonomiske område er ringe.

3. *Langtidsmodeller – vækstmodeller*

Når der i den senere tid har været gjort en del ud af vækstmodeller, beror det sikkert på, at man i de industrialiserede samfund er nået frem til at anse vækst for den naturlige »tilstand« for et lands økonomi, noget der på ingen måde altid har været tilfældet. Interessen for udviklingsproblemer i almindelighed er yderligere stimuleret ved betragtningen af de såkaldte underudviklede landes økonomi. Det, der specielt adskiller vækstmodeller fra tidligere kendte langsigttsmodeller, f.x. langsigttdynamikken fra Ricardo til Stuart Mill, er en antagelse om, at der i de betragtede økonomiske mekanismer findes en endogen automatik, der kan føre til en kontinuert væxt i samfundet. De klassiske forfattere beskæftigede sig nok med væxt, men de anså den kun for en proces, der førte samfundet fra eet stationært ligevægtsleje over i et andet, altså som en slags ligevægts-tilpasning. Udfra det klassiske synspunkt var altså enhver væxt ensbetydende med en uligevægt, der først udlignedes, når et nyt stationært ligevægtsleje opnåedes.³ Det væxtteoretiske synspunkt af i dag er snarere det omvendte, idet f.x. hos Harrod væxt i et samfund kræver yderligere væxt fremover, om ligevægt skal opretholdes.

Uanset hvad man kan mene om de teorier om sammenhænge, der indgår i de klassiske langsigttsmodeller og i de moderne væxtteorier, er denne forskel i synsmåden fundamental. Det ligger da også nær at antage, at samfundstyperne, hvortil de to forskellige modeltyper hver for sig refererer, er forskellige, ikke alene i økonomisk henseende, men tillige med hensyn til forhold uden for det økonomiske område, således at de klassiske modeltyper kan opfattes som analyseværktøj i stort set stationære samfund med meget ringe investering, hvorimod væxtmodellerne skal afbilde forholdene i en samfundstype, der fra at være stationær er udviklet i en sådan retning, at økonomisk væxt foregår mere eller mindre automatisk. Inden for hver af typerne råder der sikkert en vis grad af autonomi i det økonomiske liv, således at en modelopstilling er mulig for hver af dem for sig, hvorimod det er et spørgsmål, om ikke autonomien brydes ved overgangen fra den ene til den anden. En udelukkende økonomisk modeldannelse for denne overgangsproces bliver desto mere intetsigende, jo mindre autonomien er. I denne forstand kan man sige, at væxtmodellerne ikke er udviklingsmodeller,

3. En forenklet fremstilling af de klassiske ideer på dette felt findes i geometrisk form hos Baumol: *Economic Dynamics*, McMillan 1951.

Se endvidere Carl Iversen: *Lidt om vækstmodeller hos klassikerne*. Festskrift til professor Zeuthen, 1958, s. 154.

idet de kun skal illustrere forholdene for samfund »i vækst«, eller i vækststadiet, som vi kan kalde det, hvorimod selve den udvikling, der gik forud, før væksten kunne blive en realitet, ikke kan analyseres ved hjælp af modellerne. De uhyre vanskeligheder, de vestlige økonomer stilles overfor ved forsøgene på at løse de underudviklede landes problemer, kunne tyde herpå.

4. Harrods vækstmodel.^A

Harrod er måske den, der skarpest og tidligst har betonet væxtprocessen i det økonomiske liv i de kapitalrige (industrialiserede) samfund. Han postulerer existensen af en ligevægtsrate for stigningen i indkomsten pr. tidsenhed, og han tillægger den disse to egenskaber:

1. Ligevægtsraten er den stigningsrate i indkomsten pr. tidsenhed, der i ethvert tidspunkt tilfredsstiller foretagernes forventninger, og herved inducerer dem til at fortsætte væksten.
2. En afvigelse fra den trend, der karakteriseres ved ligevægtsraten, vil forøges kumulativt tiden.

Det må for den formelle konsekvens anføres, at Harrod antager, at der kun findes een sådan ligevægtsrate. Når indkomstudviklingen følger ligevægtstrenden, vil ligevægten være karakteriseret ved, at der i hver periode hersker en »keynesiansk« ligevægt, således at den frivilligt foretagne investering stadig er lig samme periodes opsparing.

For at bestemme ligevægtsrenden mangler vi da blot nogle antagelser om, hvorledes investering og opsparing bestemmes. Harrod går ud fra følgende:

1. Den vigtigste determinant for opsparingen er indkomstens størrelse.
2. Den vigtigste investeringsdeterminant er indkomststigningen pr. tidsenhed.
3. Bogholderiligningen efterspørgsel er lig udbud.

Det drejer sig altså, som Harrod bemærker, om et »ægteskab« mellem multiplikator (1) og accellerator (2). Hvad der derefter tilsigtes, er opstillingen af et eksistensbevis for den pågældende ligevægtsrate. Harrods procedure herved er denne:

Idet x betegner indkomsten, er ligevægtsvækstraten fra periode 0 til periode 1 lig med

$$G = \frac{x_1 - x_0}{x_0}$$

4. Denne fremstilling af Harrods model slutter sig tæt til den første offentliggørelse af hans synspunkter i artiklen.

Harrod: *Essay in Dynamic Theory*, *Economic Journal*, 1939

Se også hans senere bog: *Towards a Dynamic Economics*, London 1948.

Opsparingen i periode 1 antages at afhænge lineært af indkomsten i forrige periode

$$S_1 = sx_0.$$

Idet C_p er forholdet mellem den faktisk forekomne tilvækst i kapital og den faktisk stedfundne tilvækst i indkomsten fra periode 0 til periode 1, gælder der identiteten

$$G = \frac{x_1 - x_0}{x_0} = \frac{\frac{S_1}{x_0}}{\frac{S_1}{x_1 - x_0}} = \frac{s}{C_p}.$$

Nu står C for den tilvækst i kapital, der er nødvendig for effektivering af en stigning på een enhed af indkomsten fra den ene periode til den næste. C tænkes overvejende bestemt af den tekniske horisont, der antages exogent bestemt. At C_p kan tænkes at afvige fra C kan forklares ved en antagelse om en over- resp. undernormal udnyttelse af det givne anlæg.

Foretagerne ledes af to motiver i deres politik:

1. En over eller undernormal kapitaludnyttelse vil foretagerne søge at udligne ved en mindsket resp. øget investeringsefterspørgsel udover den investeringsefterspørgsel, der bestemmes ved accelerationsprincippet.
2. Hver enkelt foretager regner med et bestemt expansionstempo i produktion, og han vil, periode for periode planlægge sin produktion i overensstemmelse hermed. Den observerede rate G står således for et gennemsnit for foretagernes forestilling om det optimale væksttempo.

Antag nu, at foretagerne ønsker at realisere vækstraten G fra periode 0 til periode 1. Herved stiger produktionen fra x_0 til $(1 + G)x_0$. Den hertil svarende optimale investering bestemmes ved Cx_0 . Den faktisk forekomne opsparing er lig sx_0 . Den faktisk forekomne investering er givet ved $C_p Gx_0$, hvor C_p findes, idet faktisk opsparing = faktisk investering. Er C_p nu mindre end C , er væksten realiseret ved en overnormal udnyttelse af anlægget. Ved overgangen fra periode 1 til periode 2 eksisterer der derfor en latent, ikke tilfredsstillende investeringsefterspørgsel. Foretagerne vil derfor stimuleres til ikke alene at fortsætte væksten med raten G , men yderligere i periode 2 produceres investeringsgoder tilstrækkelige til at eliminere den fra forrige periode overførte overskudsefterspørgsel. Herved øges imidlertid vækstraten, hvilket må medføre, at det også for periode 2 gælder, at C_p er mindre end C . G vil altså stadig vokse i tiden, når C_p blot een gang har været mindre end C . Et analogt ræsonnement fører til, at hvis blot een gang C_p har været større end C , da vil G stadig aftage i tiden. Kun i det tilfælde, at expansionstempoet vælges således, at $C_p = C$, vil G være konstant i tiden. Sålænge dette er tilfældet, vil der ikke på noget tidspunkt være

hverken over- eller underefterspørgsel og således heller ikke for foretagerne noget incitament til at ændre vækstraten. Denne rate, ligevægtsraten er åbenbart bestemt ved

$$G_w = \frac{S}{C}.$$

Det er altså den vækstrate, der betinger, at den optimale investering for hver periode netop er lig periodens opsparing. Er indkomstens vækstrate i periode t lig G_w , beskrives indkomstudviklingen i tiden ved ligningen

$$x_t = x_0 (1 + G_w)^t = x_0 \left(1 + \frac{S}{C}\right)^t,$$

hvor t antager heltallige værdier, der referer til de efterfølgende perioders numre, og x_0 betegner indkomstens størrelse i periode 0.

Til slut kan vi her bemærke, at Harrods symbol G_w er en direkte »oversættelse« af hans verbale terminologi, idet han betegner ligevægtsraten som »the warranted rate of growth«.

5. *Ligevægtsvækstraten.*

Vækstraten, som i enhver periode bringer ligevægt mellem opsparing og til-sigtet investering, er exogent bestemt. Den afhænger kun af samfundets konsumkvote, en antaget psykologisk konstant, og den tekniske horisont, udtrykt ved accelleratoren C . Harrods »ægteskab« mellem multiplikator og accelerationskoefficient fremgår af, at G_w netop er lig den reciprokke værdi af disses produkt. Nu ligger der i Harrods teori ikke noget om, at ligevægtsraten karakteriserer den faktiske indkomstudvikling. Snarere tværtom, idet enhver afvigelse fra den ligevægtlige indkomst vil være selv-forstærkende. Indkomsten vil derfor i tiden være underkastet stadige kumulative kontraktions- eller ekspansionsprocesser, der udspiller sig imellem to grænser. Den øvre grænse er karakteriseret som den af tekniske forhold bestemte højst tilladelige expansionsrate, som samfundet på langt sigt kan opretholde, og den nedre bestemt ved den autonome investering. Dette er Harrods konjunkturteori, og konjunkturbølgerne fremkommer som en nødvendig følge af, at samfundet er i vækst.

Konjunkturteorien er iøvrigt interessant ud fra det synspunkt, at bølgerne ikke fremkommer som en konjunkturteoretisk overbygning på en bestemt trend, men ved, at en analyse af selve vækstprocessen skulle føre til antagelsen om en ustabil udviklingsvej.

Det er klart, at en model som ovenstående, der for en umiddelbar betragtning synes at hylde mottoet »stort set og kort sagt«, er blevet under-

kastet en syndflod af kritik, og der findes alle sorter af angrebepunkter. Her bringes foreløbig en art formel kritik, der diskuterer selve den formelle opbygning af modellen, idet man udelader en egentlig økonomisk diskussion, og derfor opererer med nøjagtig de samme variable (indkomst, opsparing og investering) og parametre (accelerator og multiplikator) som Harrod.

6. De formelle egenskaber ved Harrods model.⁵

Harrod postulerer for det første, at der findes en bestemt ligevægtsrate, der bestemmer væksten i indkomsten. Dette generelle resultat er afledt af en teori, der forener accelerator og multiplikator. Hertil skal nu for det bemærkes, at ikke enhver forening af disse to parametre inden for samme teori fører til en sådan løsning. Betyder Y indkomst, I investering og S opsparing, kunne vi tænke os en alternativ model:

$$\begin{aligned} I_t &= a (Y_{t-1} - Y_{t-2}) \\ S_t &= sY_t \\ S_t &= I_t, \end{aligned}$$

hvor a og s , henholdsvis accelerator og opsparingskvote, er konstanter. Investeringen i en periode er altså proportional med den i foregående periode observerede ændring i indkomsten, opsparingen er proportional med samme periodes indkomst, og den sidste ligning udtrykker, at en periodes opsparing og investering skal være lige store.

Dette system har imidlertid ikke generelt een bestemt vækstrate for indkomsten som løsning.

Med anvendelse af samme symbolik kan Harrods system imidlertid skrives:

$$\begin{aligned} I_t &= a (Y_t - Y_{t-1}) \\ S_t &= sY_{t-1} \\ S_t &= I_t, \end{aligned}$$

der generelt giver $Y_t = \left(1 + \frac{s}{a}\right)^t \cdot Y_0$. Er der nu a priori noget, der gør det ene system mere sandsynligt end det andet? Hvis ikke, måtte begge kunne opfattes som specielle varianter af et generelt system, der resulterede i en bestemmelsesligning for indkomsten, der gjorde indkomsten i en periode afhængig af hele indkomstudviklingen over alle tidligere perioder op til den pågældende periode. Et sådant system vil som regel have en

5. En dybtgående formel analyse af Harrods model findes i en artikel af S. S. Alexander: Mr. Harrod's Dynamic Model, *Economic Journal* Vol 60, 1950.

på en bestemt måde svingende tidskurve som løsning, og kun i specielle tilfælde den simple eksponentialform. På grund af sin større tilpasnings-evne til forskellige analysesituationer måtte det generelle system endvidere være at foretrække frem for ethvert af de specielle. Det, der i givet fald skulle gøre Harrods system til mere end et blot og bart specialtilfælde af et sådant generelt system, måtte da bero på den mening, der tillægges acceleratoren. Dette vendes der tilbage til under den følgende omtale af accelerationsprincippet hos Harrod.

For det andet påstås det, at ligevægtsraten er ustabil, således at enhver afvigelse herfra vil forøge kumulativet i tiden. En afvigelse antydes ved, at C_p kan afvige fra den optimale acceleratorværdi C . Enhver divergens mellem investering og frivillig opsparing udtrykkes ved en variation i C_p , der er en konstateret »ex post« størrelse. Harrods bogholderriligning kan derfor skrives som

$$\text{investering} = \text{opsparing} = \text{planlagt opsparing.}$$

At operere med planstørrelser er i sig selv diskutabelt, men udtrykket skal her tages i en mere formel betydning, og dets adækvans hidrører fra det her valgte periodeanalytiske skema. Det kan fortolkes i efterspørgsel-udbuds form som følger:

Foretagere gennemfører i en vis periode en bestemt produktion. Dette er periodens udbud. Udbuddet står over for en efterspørgsel, der omfatter dels konsumefterspørgslen, der er bestemt ved forrige periodes indkomst, dels investeringsefterspørgslen, der er fremkaldt af produktionsændringer fra forrige periode. Er nu ved begyndelsen af perioden den produktion, der indiceres af foretagernes produktionstilbøjelighed (den planlagte produktion), afvigende fra den efterspørgsel, der for samme periode indiceres af henholdsvis konsumtilbøjelighed og investeringstilbøjelighed (planlagt konsum og investering), er der to muligheder:

- 1) Produktionen indrettes i samme periode således, at opsparingen passivt tilpasser sig den frivillige investering. D.v.s., at

$$\text{opsparing} = \text{investering} = \text{planlagt investering.}$$

- 2) Produktionen gennemføres i samme periode som planlagt ved periodens begyndelse, og en eventuel afvigelse vil da vise sig ved, at der ved periodens slutning fremkommer en vis positiv eller negativ ufri-villig investering. Dette er Harrods tilfælde, hvor altså

$$\text{opsparing} = \text{investering} = \text{planlagt opsparing.}$$

I tilfælde 1, der er karakteriseret ved en øjeblikkeligt virkende multiplikatormekanisme, vil bevægelsen bort fra ligevægtsværdien ske med uendelig stor hastighed inden for samme periode, hvor afvigelsen har fundet sted, hvorimod denne bevægelse i tilfælde 2 – Harrods tilfælde – fordeler sig over de følgende perioder. Der bliver altså her tale om et afvigelsesforløb.

Det kan diskuteres, hvilket af de to tilfælde, der er mest realistisk. Dette må bero på foretagernes og forbrugernes reaktionshastigheder over for de nævnte afvigelser, hvilket igen betyder, at det i et vist omfang afhænger af den valgte periodelængde, hvilke af de to mekanismer, man skal lægge til grund af sin analyse af ligevægtsratens instabilitet. Harrods tilfælde har den ejendommelighed, at forbruget bestemmes som en reststørrelse ud fra opsparingsplanerne, der altid overholdes. Uanset størrelsen af Y_t er periode t 's opsparing lig sY_{t-1} .

Fastholdes Harrods tilfælde, kommer der et interessant træk frem, når man betragter den ligevægtige vækst.

Den totale efterspørgsel i periode t , E_t , kan nemlig, forudsat der er sket en vis indkomstforøgelse, skrives

$$\begin{aligned} E_t &= \text{konsumefterspørgsel} + \text{investerings efterspørgsel} \\ &= (Y_t - sY_{t-1}) + a(Y_t - Y_{t-1}). \end{aligned}$$

Nu er betingelsen for ligevægtig vækst, at

efterspørgsel = udbud, altså at

$$E_t = Y_t.$$

Er dette system nu overhovedet konsistent, når en forhøjelse af udbudet Y_t med een enhed forøger efterspørgslen med $1 + a$ enheder? D.v.s., er ligevægtsraten overhovedet en ligevægtsrate? Dette berører en anden problemkreds end den foregående analyse, der beskæftiger sig med foretagernes reaktioner over for en afvigelse fra den givne ligevægtsrend. Det anførte spørgsmål drejer sig om foretagerens handlemåde, når den påstået ligevægtige trend følges. Forudsætningen for ligevægt må her være, at foretagerne i deres produktionspolitik ikke påvirkes af efterspørgslen i samme periode, men at en ændring i denne først får indflydelse på foretagerdispositionerne i den efterfølgende periode.

7. Vækstautomatikken i Harrods system.

Det er et karakteristisk træk i Harrods model, at væksten langs ligevægts-trenden skulle være selvfølgelig. Begrundelsen heraf følger imidlertid ikke de sædvanlige linier, hvor man fremhæver de eksplosive egenskaber

ved samvirket mellem multiplikator og accelerator.⁶ Harrods vækstautomatik beror nemlig på en speciel antagelse om foretagernes produktions-tilbøjelighed. Denne antagelse går ud på, at foretagerne fra periode til periode faktisk ønsker at øge deres produktion med en bestemt procentsats, og hvis deres bestræbelser i så henseende netop resulterer i, at den ved produktionsstigningen afledte investeringsefterspørgsel og konsumefterspørgsel fuldstændigt udtømmes af produktionen, vil deres forestillinger om stigningstaktens »berettigelse« have slået til, og de vil hermed være opmuntret til at fortsætte produktionsstigningen i samme takt som hidtil.

Denne antagelse forekommer højst ejendommeligt. Den afviger for det første fra, hvad man hidtil har antaget om foretagernes produktions- og investeringspolitik. Når der sker en indkomststigning fra en periode til en anden, er accelerationsprincippet et udtryk for, at foretagerne søger at bringe deres kapitaludstyr i overensstemmelse med det nye indkomstleje, forudsat at stigningen anses for varig. Der ligger heri ikke noget om, at stigningen forventes fortsat. Når nu i Harrods model den af indkomststigningen fremkaldte investering finder sted i samme periode som indkomststigningen, kan man under antagelse om ligevægt som investering lig planlagt opsparring, ikke efter hidtidig teori om foretageres handlemåde slutte, at de i den kommende periode ville øge produktionen i samme takt som den observerede indkomststigning.

For det andet behøver antagelsen om, at stigningstakten i produktionen er en strategisk foretagerparameter, ikke at føre til, at den udviklingsvej, der er karakteriseret ved ligevægtsvækstraten, automatisk vil blive fulgt, hvis indkomstudviklingen eensgang er slået ind på den. Hvis ligevægtsvækstraten er p , og indkomsten mellem to perioder netop er steget med denne procent, da er der i den sidste periode hverken forekommet hvad man kan kalde over- eller underefterspørgsel. Foretagernes forventning med hensyn til vækstratens berettigelse er altså tilfredsstillende. Kan dette da ikke opmuntre dem til at forsøge en procentvis større stigning i produktionen i den følgende periode? Kun hvis foretagerne kender Harrods vækstautomatik og ved, at der kun findes en procentrate, der gælder for en jævn procentvis indkomsttilvækst, og at en afvigelse herfra vil føre til mere eller mindre ukontrollable op- eller nedadgående bevægelser kun da kan man sige, at der måske er et incitament for dem til at fortsætte væksten i samme takt. Men forudsættes da, at indkomsten periode for periode stiger med ligevækstprocenten, og at samtidig foretagerne anser denne for den normale, er det urimeligt at antage, at foretagerne i deres investeringspolitik kun

6. Herom kan man læse i R. D. G. Allen: *Mathematical Economics*, McMillan 1957, hvor et helt kapitel er helliget omtalen af modeller, der forbinder accelerator og multiplikatoreffekt.

skulle indrette deres investeringsefterspørgsel i en periode efter samme periodes indkomststigning, når de regner med, at indkomsten fremover vil stige i samme takt. Øger de imidlertid deres investering, ud over hvad der kræves til effektivering af samme periodes produktionsstigning, vil ligevægten være forkertset. Den eneste mulige fortolkning er da, at foretagernes fremsyn er begrænset til een periodelængde, og at de så at sige »prøver sig frem« med en vis stigningstakt fra den ene periode til den anden.

Som konklusion kan anføres, at der måske nok findes een vækstrate, som skal følges periode for periode, om ligevægt skal opretholdes, men at det må anses for tvivlsomt, om forklaringen på, at der i samfundet findes kræfter, der i tiden fortsætter ligevægten, når denne eengang er opnået, er tilfredsstillende.⁷

Selv om ligevægtstilstanden ikke skulle være automatisk selvfortsættende, er det dog af interesse at undersøge, hvilket sæt af forudsætninger, der ligger bag antagelsen om eksistensen af en ligevægtsrate for indkomstvæksten, det vil sige den vækst, der i ethvert tidspunkt bringer ligevægt mellem tilsigtet opsparing og investering. Til dette formål gås nu over til en diskussion af den fortolkning af accelerationsprincippet, man må indlægge hos Harrod.

8. *Accelerationsprincippet.*

Som berørt andetsteds er accelerationsprincippet et udtryk for en efterspørgselsrelation, der sammenknytter en indkomststigning med en investeringsefterspørgsel. Hvorledes kan man nu forklare den kausale sammenhæng mellem investeringsefterspørgsel og indkomsttilvækst? Der kan her peges på to mulige fortolkninger:

- 1) En indkomststigning, der forventes varig, gør den ønskelige real-kapitalmængde større end den faktiske, og fremkalder herved en investeringsefterspørgsel.
- 2) En indkomststigning er mere eller mindre teknisk betinget af en samtidig vækst i realkapitalapparatet.

Den sidste fortolkning er et specielt tilfælde af den første, som er mere generel.

I den første fortolkning står man overfor en ren efterspørgselsrelation, der skal sige noget om foretagernes handlemåde. Idet der ses bort fra forventningsselementet, beror forskellen på den ønskelige og den faktiske real-kapitalmængde, i så forenklet grad som muligt, på indkomststigningens størrelse, på de relative priser og rentefoden samt på den givne, teknisk

7. Det er på dette område, Harrods model adskiller sig væsentligt fra Domars. Berøvet sine forudsætninger om vækstautomatikken er den ikke længer nogen forklaringsmodel, men en betingelsesmodel i Domar'sk skikkelse.

bestemte produktionsfunktion. Tænker man sig nu, at produktionsfunktionen har »*pari passus*«-karakter, og at der kun er tale om arbejdskraft og kapital som produktionsfaktorer, vil der ved konstant renteniveau være proportionalitet mellem indkomststigning og investering, forudsat at der findes ledig arbejdskraft, og forudsat at den exogent givne rente tænkes at være bestemmende for det optimale substitutionsforhold mellem kapital og arbejdskraft.⁸ Hvis foretagerne derfor periode for periode udvider produktionen med en bestemt procentsats, vil kapitalmængde og på længere sigt beskæftigelse vokse i samme takt.⁹ Der kan altså med en vis ret tales om eksistensen af en faktordose, en kompleks enhed bestående af kapital og arbejde i optimal kombination, og man kan i denne fortolkning af accelerationsprincippet sige, at dette udtrykker den mængde faktordoser, der optimalt skal tilføres for at produktionen kan stige med en enhed. Tænkes nu produktionsfunktionen således beskaffen, at sammensætningen af faktordosen er rent teknisk bestemt, kommer man over i den anden fortolkning, hvor en (real)indkomststigning er teknisk betinget af en samtidig vækst i realkapitalapparatet. Her er altså alle optimalitetskriterier med hensyn til bestemmelse af faktorproportionerne udskudt. Disse er givne i og med produktionsfunktionen, og forudsættes det nu, at denne har »*pari passus*«-karakter inden for det betragtede område, får man yderligere, at blandingsforholdet mellem kapital og arbejde er konstant for de indkomststørrelser, man er interesseret i. Accelerationskoefficienten får hermed en rent teknisk betydning, og det er naturligt at fortolke den som en art »*capital output ratio*«, der fastlægger det konstante forhold mellem kapitalmængde og produktion, under forudsætning af, at *kapitalen* er fuldt beskæftiget. Det er så vidt ses, den fortolkning, der ligger til grund i Domar's fremstilling.

9. Modellen som »*betingelsesmodel*«.

Med den sidste fortolkning af accelerationsprincippet er det muligt at vende Harrods model »på hovedet«, idet man istedet for inden for en forløbsanalyse at påvise, at der findes en selvforsættende vækst, nu nøjes med at stille spørgsmålet, hvilken trend, indkomstudviklingen skal følge, for at kapitalen stedse kan være fuldt udnyttet. Det er da let at vise, at man så kommer til Harrods ligning

8. Indbygget i en betingelsesmodel findes disse forudsætninger hos Solow: *A Contribution to the Theory of Economic Growth*, *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 70, 1956. Solows synspunkter diskuteres af A. Ølgaard i hans ovennævnte artikel.

9. Dette er naturligvis ikke tilfældet på kort sigt, hvor beskæftigelsen afhænger af tilvæksten i kapitalapparatet.

$$Y_t = Y_0 (1 + G_w)^t, \text{ hvor } G_w = \frac{s}{\bar{C}}.$$

Dette kan også formuleres i et kontinuert skema. Idet $K(t)$ angiver kapitalens størrelse i tidspunktet t , og $I(t)$, $S(t)$ og $Y(t)$ angiver henholdsvis investerings-, opsparings- og indkomststrømmens bredde i tidsrummet t , kan man skrive:

$$S(t) = sY(t), \text{ hvor } s \text{ er opsparingskvoten,}$$

$$I(t) = K'(t), \text{ der er en identitet, som udtrykker den definitions-} \\ \text{mæssige sammenhæng mellem kapitalmængde og} \\ \text{investering}$$

$$\text{og } I(t) = S(t).$$

Skal nu yderligere kapitalen være fuldt beskæftiget, kan dette formuleres ved at skrive:

$$Y(t) = \frac{1}{\bar{C}} K(t).$$

løses dette system fås:

$$Y(t) = Y(0) e^{\frac{s}{\bar{C}} t}.$$

Følger indkomsten den således angivne trend, vil man for ethvert tidspunkt have

$$Y = Y_{\max},$$

hvor Y_{\max} betegner den til fuld kapacitetsudnyttelse svarende produktion.

Således formuleret vil det være meningsløst at sammenligne modellen med de almindeligt forekommende forløbsanalytiske modeller, der forsøger at opstille en række tidskurver for en række karakteristiske parametre for det økonomiske liv, når en vis mængde begyndelsesværdier kendes. Modelens ligevægtsrate siger nemlig i dette tilfælde intet om parametrene faktiske ligevægtige bevægelser. Den siger derimod, hvorledes parametrene skal bevæge sig, hvis der stadig skal herske ligevægt, i dette tilfælde således at Y stedse er lig Y_{\max} . Principielt skulle ligevægtsraten således på linie med multiplikatoren være en relativ stabil, strukturelt given parameter i det økonomiske liv, og dens eksistens uafhængig af, hvilke reaktionsligninger man i en forløbsanalyse måtte lægge til grund for handlingsmønstrene for de i det økonomiske liv entreerende individer.

Modellens problemstilling kan nu omformuleres således: hvor stor en årlig investering skal gennemføres, for at indkomsten stadig kan være lig Y_{\max} . Svaret bliver åbenbart:

$$I(t) = sY_{\max}(t) = sY^{(0)}e^{\frac{\lambda}{c}t}$$

Gennemføres investeringen efter dette skema, vil man i ethvert tidspunkt have fuld udnyttelse af alle ressourcer, det vil sige af hele kapitalen, idet investeringen netop vil udvikle en efterspørgsel således, at konsum plus investering bliver lig det på basis af den eksisterende kapital teknisk maksimale udbud Y_{\max} .

I denne skikkelse kaldes modellen i reglen Harrod-Domar modellen.

10. Den naturlige vækstrate.

Det karakteristiske i Harrod-Domar modellen er dens antagelse om sammenhængen mellem indkomst og kapitalmængde. Derudover kommer hos Harrod den specielle antagelse om en vækstautomatik, der i sig selv indeholder kimen til konjunkturbølger. Opgives imidlertid denne antagelse, bliver tilbage en vækstmodel, der ikke er nogen langsigts teori, idet den ikke indeholder noget til bestemmelse af, hvorledes samfundets økonomiske liv faktisk vil udvikle sig. Lige så lidt som den oplyser os om, hvorvidt væksten vil fortsætte i det uendelige, kan den sige, om der er basis for stagnationsteorier. Når som i vor sidste formulering investeringsdannelsen trækkes ud af modellen, er ethvert forklaringslement borte. Det må dog stadig gælde, at om indkomsten hidtil har fulgt ligevægtsvejen, må enhver afvigelse herfra forstærkes kumulativt. Spørgsmålet er da, om det kan blive nogen politisk opgave at manøvrere investeringen således, at ligevægts-trenden følges. Ser man på modellens specielle produktionsfunktion, hvor kapital og arbejde for enhver indkomststørrelse indgår i samme proportioner, vil det gælde, at indkomsten ikke kan vokse hurtigere end arbejdsstyrken. Med mindre arbejdsstyrkens årlige tilvækstrate netop er lig ligevægtsvækstraten, vil det, når ingen tekniske ændringer sker, være umuligt samtidigt at have fuld beskæftigelse af arbejde og kapital. Tilsammen bestemmer derfor befolkningstilvækst, mængden af ændringer i den tekniske horisont samt tilgangen af nye ressourcer den højeste vækstrate, som samfundet kan opretholde. Denne vækstrate kaldes den naturlige vækstrate. Medens ligevægtvækstraten angiver den krævende vækst, for at realkapitalen kan være fuldt beskæftiget, angiver den naturlige vækstrate den krævede vækst, hvis jord, arbejdskraft og teknik stadig skal være fuldt udnyttet. Det ligger derfor nært at sige, at denne rate må være den optimale, hvorefter det politiske mål må være dels at bringe ligevægtsraten til at falde sammen med den naturlige, dels at holde indkomsten fast på ligevægtsraten.

Det er karakteristisk, at den naturlige vækstrate udelukkende er exogent bestemt. Selv om det sikkert ikke skulle være muligt at angive befolkningen udelukkende som en funktion af endogene faktorer, er det dog muligt, at den anden faktor, det tekniske fremskridt i hvert fald for en del skulle lade sig indpasse som endogent bestemt.

Afvigelsen mellem den naturlige vækstrate og ligevægtsraten kan uden tekniske ændringer være medvirkende til en kumulativt voksende arbejdsløshed eller til et stadigt forstærkende inflationspres. Modellen kan altså i realiteten være ustabil, i hvert fald på længere sigt, selv om ligevægts-trenden følges.

11. Slutning.

Spørgsmålet kan da være, hvor meget modellen i virkeligheden siger om økonomisk vækst og udvikling, når alle udviklingsproblemet dybereliggende faktorer, såsom teknik, befolkningstilvækst og ændringer i faktorproportioner, er holdt uden for analysen. Den eneste langtidsparemeter, der er indbygget i modellen er kapitalmængden, hvis vækst på kort sigt er så lille, at man i en kortsigtsbetragtning kan forsvare at betragte investeringen som kun efterspørgselsudviklende via multiplikatoren, hvorimod man kan tillade sig at se bort fra dens kapacitetsforøgende effekt. Indføringen af »capital-output ratio« en korrigerer fra dette forhold.

Når tekniske ændringer holdes uden for modellen må dette også betyde, at indkomsten pr. capita er konstant under hele væksten, forudsat denne lader sig realisere. I det omfang man identificerer vækst med stigning i levefod, er det forsvarligt at sige, at modellen overhovedet ikke er nogen vækstmodel. Den er en ligevægtsbeskæftigelsesmodel, der viser, hvorledes en ikke beskæftiget arbejdsstyrke på basis af den eksisterende teknik skal inddrages i produktionen til samme realløn som de allerede beskæftigede, når til ethvert tidspunkt den tilsigtede investering skal være lig den tilsigtede opsparing, hvorved ukontrollable afvigelsesprocesser undgås. Modelens ligevægtsrate er da udtryk for en direkte kombination af to beskæftigelsesteorier, idet den maximalt forekomne produktive beskæftigelse på produktionssiden er givet ved kapitalapparatets størrelse, medens beskæftigelsen på efterspørgselssiden er givet ved tilvæksten i kapitalmængden, og ligevægtsraten netop udtryk for, at kapitalmængden er fuldt udnyttet.¹⁰

Som konklusion kan man derfor sige, at man almindeligvis ville anse samfundets totale velstand for bestemt ved den naturlige vækstrate, og udviklingen i denne derfor eneafgørende for mulighederne for en for-

10. Se J. H. Gelting: To beskæftigelsesteorier, Nationaløkonomisk tidsskrift, 1956, s. 250.

øgelse af indkomsten pr. capita. Men når denne er exogent bestemt, er enhver vækstforklaring i virkeligheden udelukket. Som politisk instrument kan modellen derfor kun prætere at være virksom, hvor der i et samfund findes en betydelig mængde underbeskæftiget arbejdskraft, der skal beskæftiges produktivt, og hvor investeringen kan planlægges statsligt. Det gælder da for myndighederne om at manøvrere indkomststrømmen på en sådan måde, at der frisættes tilstrækkelig stor opsparing, til at en høj ligevægtsvækstrate i løbet af et kortere eller længere tidsrum kan bringe samfundet i en situation, hvor samtlige produktionsfaktorer samt den tekniske viden er fuldt udnyttet.