

# BRUTTONATIONALPRODUKT OG VÆKST

AF HANS BREMS<sup>1</sup>

## I. VÆKSTTEORIEN

Vandstanden i et vandreservoir kan kun betragtes som upåvirket af tilgang og afgang af vand, dersom betragtningen gælder et uendelig kort tidsrum. Det var netop en sådan betragtning, som Keynes anlagde i *General Theory*. Kun ved en sådan betragtning vil det være tilladeligt på een gang at lade nettoinvesteringen være positiv og at søge at bestemme nettonationalproduktets stationære *niveau*. Havde betragtningen derimod været gældende for et længere tidsrum, måtte jo en positiv nettoinvestering have udvidet kapitalforrådet og nettonationalproduktet og således have forskudt sidstnævnte fra eet niveau til det næste.

Mon det ikke er den omstændighed, at efterkrigsdepressionen i U. S. A. hidtil er udeblevet, som har givet nationaløkonomerne tid og lyst til at løfte blikket fra den nærmeste fremtid og i stedet rette det mod langtidsproblemerne? Eller skulle det være produktionskapløbet mellem den frie verden og sovjetblokken, som har ændret vore perspektiver? En kendsgerning er det i hvert fald, at de førende tidsskrifter for tiden domineres af artikler om vækst. Interessen herfor går for den angelsachsiske verdens vedkommende tilbage til Harrod og Domar<sup>2</sup> — Cassel læstes jo ikke meget her. Harrods og Domars

1. Professor, dr. polit., University of Illinois. Forfatteren har haft adgang til den elektroniske cifferregnemaskine, der er bygget af og opstillet i Electronic Digital Computer Laboratory på University of Illinois. Herfor bringer han laboratoriet sin tak. Robert Eisner og Marvin Frankel skylder han tak for kritisk gennemlæsning af nærværende manuskript.

2. Den nye teoris hovedværker er R. F. Harrod: »An Essay in Dynamic Theory«, *Economic Journal* (March, 1939), pp. 14—33; R. F. Harrod: *Towards A Dynamic Economics* (London: Macmillan, 1948), Lecture 3, pp. 63—100; Evsey D. Domar: »Expansion and Employment«, *American Economic Review* (March, 1947), pp. 34—55; William Fellner: »The Capital-Output Ratio in Dynamic Economics«, *Money, Trade and Economic Growth in Honor of John Henry Williams* (New York: Macmillan, 1951), pp. 105—134; og William Fellner: »Long-term Tendencies in Private Capital Formation, The Rate of Growth and Capital Coefficients«, *Long-range Economic Projection, A Report of the National Bureau of Economic Research* (Princeton University Press, 1954), pp. 275—331. De første lærebøger i emnet har allerede vist sig: William Fellner, *Trends and Cycles in Economic Activity* (New York: Holt, 1956), D. Hamberg, *Economic Growth and Instability* (New York: W. W. Norton, 1956) og Willy Kraus, *Wirtschaftswachstum und Gleichgewicht* (Frankfurt am Main: Fritz Knapp, 1955). Jørgen Gelting, »To beskæftigelsesteorier«, *Nationaløkonomisk Tidsskrift* 94. bind, 5.—6. hefte (1956), pp. 250—258, har opfattet Harrod-Domar modellen som en ny variant af lønningsfondteorien. Men medens lønningsfondteorien hos Ricardo og Böhm-Bawerk var bygget på den forudsætning, at al kapital var cirkulerende kapital, understreger Harrod-Domar modellen koöperationen mellem fast kapital og løbende, uinvesteret arbejde akkurat som Gustaf Åkerman, *Realkapital og Kapitalzins* (Stockholm: Centraltryckeriet, 1923) havde gjort. Her synes det langt mindre naturligt at tale om lønningsfondteori. En bedre karakteristik ville være, at Harrod-Domar modellen udvikler den *gennemsnitlige* kapitalkoefficient, der modsvarer accelerationsprincippets *marginale* kapitalkoefficient (»acceleratoren«).

# BRUTTONATIONALPRODUKT OG VÆKST

AF HANS BREMS<sup>1</sup>

## I. VÆKSTTEORIEN

Vandstanden i et vandreservoir kan kun betragtes som upåvirket af tilgang og afgang af vand, dersom betragtningen gælder et uendelig kort tidsrum. Det var netop en sådan betragtning, som Keynes anlagde i *General Theory*. Kun ved en sådan betragtning vil det være tilladeligt på een gang at lade nettoinvesteringen være positiv og at søge at bestemme nettonationalproduktets stationære *niveau*. Havde betragtningen derimod været gældende for et længere tidsrum, måtte jo en positiv nettoinvestering have udvidet kapitalforrådet og nettonationalproduktet og således have forskudt sidstnævnte fra eet niveau til det næste.

Mon det ikke er den omstændighed, at efterkrigsdepressionen i U. S. A. hidtil er udeblevet, som har givet nationaløkonomerne tid og lyst til at løfte blikket fra den nærmeste fremtid og i stedet rette det mod langtidsproblemerne? Eller skulle det være produktionskapløbet mellem den frie verden og sovjetblokken, som har ændret vore perspektiver? En kendsgerning er det i hvert fald, at de førende tidsskrifter for tiden domineres af artikler om vækst. Interessen herfor går for den angelsachsiske verdens vedkommende tilbage til Harrod og Domar<sup>2</sup> — Cassel læstes jo ikke meget her. Harrods og Domars

1. Professor, dr. polit., University of Illinois. Forfatteren har haft adgang til den elektroniske cifferregnemaskine, der er bygget af og opstillet i Electronic Digital Computer Laboratory på University of Illinois. Herfor bringer han laboratoriet sin tak. Robert Eisner og Marvin Frankel skylder han tak for kritisk gennemlæsning af nærværende manuskript.

2. Den nye teoris hovedværker er R. F. Harrod: »An Essay in Dynamic Theory«, *Economic Journal* (March, 1939), pp. 14—33; R. F. Harrod: *Towards A Dynamic Economics* (London: Macmillan, 1948), Lecture 3, pp. 63—100; Evsey D. Domar: »Expansion and Employment«, *American Economic Review* (March, 1947), pp. 34—55; William Fellner: »The Capital-Output Ratio in Dynamic Economics«, *Money, Trade and Economic Growth in Honor of John Henry Williams* (New York: Macmillan, 1951), pp. 105—134; og William Fellner: »Long-term Tendencies in Private Capital Formation, The Rate of Growth and Capital Coefficients«, *Long-range Economic Projection, A Report of the National Bureau of Economic Research* (Princeton University Press, 1954), pp. 275—331. De første lærebøger i emnet har allerede vist sig: William Fellner, *Trends and Cycles in Economic Activity* (New York: Holt, 1956), D. Hamberg, *Economic Growth and Instability* (New York: W. W. Norton, 1956) og Willy Kraus, *Wirtschaftswachstum und Gleichgewicht* (Frankfurt am Main: Fritz Knapp, 1955). Jørgen Gelting, »To beskæftigelsesteorier«, *Nationaløkonomisk Tidsskrift* 94. bind, 5.—6. hefte (1956), pp. 250—258, har opfattet Harrod-Domar modellen som en ny variant af lønningsfondteorien. Men medens lønningsfondteorien hos Ricardo og Böhm-Bawerk var bygget på den forudsætning, at al kapital var cirkulerende kapital, understreger Harrod-Domar modellen koöperationen mellem fast kapital og løbende, uinvesteret arbejde akkurat som Gustaf Åkerman, *Realkapital og Kapitalzins* (Stockholm: Centraltryckeriet, 1923) havde gjort. Her synes det langt mindre naturligt at tale om lønningsfondteori. En bedre karakteristik ville være, at Harrod-Domar modellen udvikler den *gennemsnitlige* kapitalkoefficient, der modsvarer accelerationsprincippets *marginale* kapitalkoefficient (»acceleratoren«).

vækstmodeller rettede opmærksomheden mod nationalproduktets udviklingsvej, ikke mod dets niveau. Det drejer sig her om andet og mere end en forfining af den Keynes'ske analyse. Teknisk set erstattede man simultane ligninger med differensligninger. Økonomisk indsatte man opsparingen på dens gamle hædersplads, idet man viste, at ligevægtsvækstprocenten var direkte proportional med opsparingstilbøjeligheden. Medens i den Keynes'ske kortløbsanalyse en forøgelse af opsparingstilbøjeligheden ville reducere beskæftigelsen, ville den i Harrod-Domar modellerne forhøje ligevægtsvækstprocenten.

Jo højere ligevægtsvækstprocenten er, desto større vil den andel af bruttoinvesteringen være, som nettoinvesteringen udgør. Resten kan kaldes for erstatningsinvestering. Men selv i så hastigt voksende samfund som U. S. A. og Canada udgør erstatningsinvesteringen nær ved halvdelen af bruttoinvesteringen. Så meget mærkeligere er det, at erstatningsinvesteringens rolle i vækstmodellerne har været yderst tilbagetrukket. Mest almindeligt er det, at sådanne modeller drejer sig om nettonationalproduktet og altså simpelthen ignorerer erstatningsinvesteringen. De få modeller, som overhovedet nævner erstatningsinvesteringen, forudsætter som regel en konstant men endogen tilvækstprocent. Sommetider forudsættes endog en exogen tilvækstprocent<sup>3</sup>. Sådanne simplificerende forudsætninger er naturligvis altid fristende, og i dette tilfælde er de ganske særligt fristende. Sagen er jo nemlig den, at hvis erstatningsinvesteringen baseres på forestillingen om en konstant levetid  $L$  for realkapitalen, så får man den differensligning af  $L$ 'te orden, at erstatningsinvesteringen i periode  $t$  er lig med bruttoinvesteringen i periode  $t - L$ . Da levetiden  $L$  for U. S. A.s vedkommende er anslået til i gennemsnit ca. 30 år, er vor differensligning altså af 30'te orden! Indtil de elektroniske cifferregnemaskiner kom os til hjælp, var en analytisk løsning af ligninger af en sådan orden udenfor rækkevidde. Man måtte nøjes med at løse ved rekursion, d. v. s. i vort tilfælde ved at forudsætte bruttoinvesteringen kendt i de første 30 år og derpå regne sig frem skridt for skridt.

Nu, da de elektroniske cifferregnemaskiner står til rådighed, er differensligninger af 30'te orden ingen hindring for en analytisk løsning, og formålet med nærværende artikel er at fremlægge sådanne løsninger af en meget simpel vækstmodel, som tager sigte på bruttonationalproduktet — ikke nettonationalproduktet, som man plejer. Idet vi finder rødderne i de differensligninger, som styrer systemet, finder vi dets vej i tiden som et resultat, ikke som en forudsætning. Skulle resultatet vise sig at være den konstans i til-

3. Forudsætningen om en konstant endogen tilvækstprocent findes hos Domar, »Depreciation, Replacement, and Growth«, *The Economic Journal* Vol. LXIII No. 249 (March, 1953), pp. 1—32. Forudsætningen om en exogen tilvækstprocent findes hos Robert Eisner, »Technological Change, Obsolescence, and Aggregate Demand«, *The American Economic Review* Vol. XLV No. 1 (March, 1956), pp. 92—105, med rettelse af algebraisk fejl, påpeget af nærværende forfatter, i september-numret samme år pp. 666—669.

vækstprocenten, som man plejer at forudsætte, så meget des bedre. Hvis vi ønsker det, kan vi også manipulere systemets parametre og iagttage virkningen heraf på systemets vej i tiden. Sådant manipulation er uhyre let at foretage med regnemaskinens hjælp.

## II. MODELLEN

Ved ligevægt forstår vi lighed mellem hver periodes bruttonationalprodukt og den samlede efterspørgsel efter det indenfor samme periode. Vi vil anvende en meget simpel to-sektor ligevægtsmodel med seks parametre (anført i appendix til artiklen), seks variable og seks ligninger. Variableerne er (udtrykt i Leontiefs symboler) følgende:

$R_{ij}$  = erstatning af udtjente varige produktionsmidler produceret af sektor  $i$ , anvendt af sektor  $j$ .

$S_{ij}$  = kapitalforråd af produktionsmidler produceret af sektor  $i$ , anvendt af sektor  $j$ .

$X_j$  = sektor  $j$ 's produktion.

$x_{ij}$  = sektor  $j$ 's indkøb fra sektor  $i$ .

Det første fodtegn angiver altså oprindelsessektoren, det andet bestemmelsesektoren. Vi skal simplificere i så høj grad, at vi kun anvender to sektorer: foretagender og husholdninger. Fodtegnet  $f$  vil blive brugt om foretagenderne, fodtegnet  $h$  om husholdningerne. Mellem de to sektorer er to transaktioner mulige:  $x_{fh}$  og  $x_{hf}$ . Tillige skal vi betragte transaktionen  $x_{ff}$ , der helt udspiller sig indenfor foretagendernes sektor. Lad os begynde med denne sidste transaktion  $x_{ff}$ , som er bruttoinvesteringen bestående af erstatningsinvestering og nettoinvestering. Nettoinvesteringen er lig med kapitalforrådets tilvækst, og denne er atter lig med indkøb af produktionsmidler minus erstatningen af udtjente produktionsmidler:

$$S_{ff}(t) - S_{ff}(t-1) = x_{ff}(t) - R_{ff}(t) \quad (1)$$

Antag nu, at kapitalkoefficienten er konstant:

$$S_{ff}(t) = b_{ff}X_f(t) \quad (2)$$

Lad endelig, som allerede nævnt, produktionsmidlernes levetid være  $L$  år. Erstatningsinvesteringen i periode  $t$  vil da være lig med bruttoinvesteringen  $L$  år tidligere:

$$(3) \quad R_{ff}(t) = x_{ff}(t - L)$$

Den næste transaktion, vi skal undersøge, er  $x_{hf}$ , foretagernes faktorindkøb fra husholdningerne. Her bør det erindres, at faktorindkøb ikke er helt det samme som produktionsomkostninger. For det første omfatter faktorindkøbene også salgsomkostninger. For det andet omfatter de også dividendeudbetalinger til driftsherrehusholdningerne. Faktorindkøb er simpelthen alle betalinger til husholdningerne fra foretagenderne som vederlag for produktive ydelser. Altså løn, gager, jordrente, kapitalrente og dividender. Men afskrivninger, som jo er en omkostning, er ikke nogen betaling til husholdninger og indgår derfor ikke i faktorindkøbene. For at opnå størst mulig simpelhed skal vi antage, at faktorindkøbene er direkte proportionale med foretagernes produktion. Denne antagelse er åbenbart mindre anfægtelig i det lange løb end i det korte. Proportionalitetsfaktoren skal vi kalde  $\alpha_{hf}$ , som altså angiver faktorindkøb pr. produktenhed:

$$(4) \quad x_{hf}(t) = \alpha_{hf} X_f(t)$$

Den tredje og sidste transaktion, som vi skal undersøge, er forbruget  $x_{fh}$ . Kuznets' undersøgelser viser, at i det lange løb er forbruget praktisk talt proportionalt med den personlige realindkomst. Idet parameteren  $\alpha_{fh}$  er den marginale og den gennemsnitlige forbrugstilbøjelighed, og idet  $\pi_f$  og  $\pi_h$  er priserne på henholdsvis konsumgoder og husholdningernes produktive ydelser, har vi altså:

$$(5) \quad x_{fh}(t) = \alpha_{fh} \frac{x_{hf}(t) \pi_h}{\pi_f}$$

Hermed er vi færdige med modellens adfærdsligninger. Tilbage står alene den ligevægtsbetingelse, at bruttonationalproduktet skal være lig med den samlede efterspørgsel efter det:

$$(6) \quad X_f(t) = x_{ff}(t) + x_{fh}(t)$$

Vort simple system er nu komplet. Der er seks variable, nemlig erstatningsinvesteringen  $R_{ff}$ , kapitalforrådet  $S_{ff}$ , produktionen  $X_f$  og de tre indkøb  $x_{ff}$ ,  $x_{hf}$  og  $x_{fh}$ . Der er også seks ligninger, og vi kan derfor løse systemet. Løser vi det for bruttonationalproduktet, får vi følgende differensligning af  $L$ 'te orden:

$$n_1 X_f(t) + n_2 X_f(t-1) - (n_1 + n_2) X_f(t-L) = 0 \quad (I)$$

hvor  $n_1$  og  $n_2$  er følgende sammenskrivninger af vore parametre

$$n_1 = 1 - b_{ff} - \alpha_{fh} \alpha_{hf} \frac{\pi_h}{\pi_f}$$

$$n_2 = b_{ff}$$

### III. ANALYTISK LØSNING

Inden vi kan finde en analytisk numerisk løsning af differensligningen (I) må vi anslå empiriske værdier af  $n_1$  og  $n_2$ . Hvad er da den økonomiske betydning af  $n$ 'erne? Lad os begynde med leddet  $\alpha_{fh} \alpha_{hf} \pi_h / \pi_f$ . Her er jo parameteren  $\alpha_{hf}$  det fysiske faktorindkøb pr. produktenhed. Multipliserer vi med  $\pi_h$ , faktorprisen, får vi husholdningernes pengeindkomst pr. produktenhed. Dividerer vi med  $\pi_f$ , konsumgodeprisen, får vi husholdningernes realindkomst pr. produktenhed. Multipliserer vi endelig med  $\alpha_{fh}$ , forbrugstilbøjeligheden, får vi den forbrugsefterspørgsel, som skabes hver gang foretagenderne producerer een produktenhed. Følgelig må  $(n_1 + n_2) = 1 - \alpha_{fh} \alpha_{hf} \pi_h / \pi_f$  være samfundets bruttoopsparingstilbøjelighed, hvor »samfundet« består af både foretagender og husholdninger. I de sidste otte årtier har for U. S. A. s vedkommende kapitaldannelsen andraget omkring en femtedel af bruttonationalproduktet<sup>4</sup>, således at  $(n_1 + n_2)$  må være omkring 0,20. Dernæst har vi  $n_2 = b_{ff}$ . Her skal vi bruge Kuznets' tal 2,8 som en plausibel tilnærmelse. En motivering for dette valg skal ikke gives her; motiveringen findes i forfatterens »How Induced is Induced Investment?»<sup>5</sup> Der toges hensyn til Grosses og Schiffs empiriske resultater på den måde, at Kuznets tal 2,8 kombineredes med kapitalforrådets halve levetid, som sættes til 16 år.

Af regnetekniske grunde vil vi ikke bruge året som tidsenhed. En toårsperiode vil tjene som tidsenhed. Dette valg påvirker ikke systemets udviklingsvej som sådan<sup>6</sup>; men det har visse konsekvenser for de numeriske værdier af vore parametre. Koefficienten  $(n_1 + n_2) = 0,20$  forbliver den samme, for den angiver bruttoopsparingstilbøjeligheden, som er forholdet mellem to strømme, og begge strømme bliver simpelthen dobbelt så store, når en toårsperiode erstatter en etårsperiode. Koefficienten  $n_2$  er derimod forholdet mellem en beholdning (kapitalforrådet) og en strøm (produktionen), og dens værdi

4. Simon Kuznets, »Long-term Changes in the National Income of the United States of America since 1870«, *Income and Wealth of the United States* (Cambridge, England: Bowes & Bowes, 1952), p. 56.

5. Hans Brems, »How Induced is Induced Investment?« *The Review of Economics and Statistics* Vol. XXXVII, No. 3 (August, 1955), pp. 267—277.

6. Hans Brems, »Stability and Growth«, *The Economic Journal* Vol. LXV, No. 260 (December, 1955), pp. 615—625.

vil derfor tilnærmelsesvist være omvendt proportional med enhedsperiodens længde. Hvis altså på etårsbasis kapitalkoefficienten er 2,8, er den på toårsbasis 1,4. Når  $(n_1 + n_2) = 0,20$  og  $n_2 = 1,4$ , så må  $n_1 = -1,20$ . Endelig vil en levetid på 16 år naturligvis være ækvivalent med en levetid på 8 toårsperioder.  $L$  er altså lig 8 i det nye system.

Vi kan nu skride til en analytisk løsning af differensligningen (I). Som vi ved<sup>7</sup> vil løsningen  $X_f(t) = r^t$  tilfredsstille (I) for ethvert  $r$ , for hvilket

$$(1a) \quad n_1 r^L + n_2 r^{L-1} - (n_1 + n_2) = 0$$

eller, med vore empiriske værdier indsat:

$$(1a) \quad -1,20 r^8 + 1,40 r^7 - 0,20 = 0$$

Dette er den såkaldte karakteristiske ligning. I vort tilfælde er den af ottende grad, da  $L = 8$ . Den har otte rødder, som fandtes på University of Illinois' elektroniske cifferregnemaskine ILLIAC. De var:

Reelle del	Imaginære del
+ 1,040	0,000
+ 1,000	0,000
+ 0,419	+ 0,652 i
+ 0,419	- 0,652 i
- 0,209	+ 0,697 i
- 0,209	- 0,697 i
- 0,646	+ 0,293 i
- 0,646	- 0,293 i

Kald disse rødder  $r_1 \dots r_8$ . Det er da ligeledes velkendt, at

$$(II) \quad X_f(t) = \alpha_1 r_1^t + \dots + \alpha_8 r_8^t$$

også vil være en løsning af differensligningen (I), hvor  $\alpha$ 'erne er otte arbitrære konstanter, som skal bestemmes i overensstemmelse med initialbetingelserne (som vi ikke har specificeret). Det er nu klart, at dersom den numerisk største rod, kald den  $r_d$ , den »dominerende« rod, er numerisk større end eller lig med 1 (hvilket den jo er i vort tilfælde), så vil udtrykket

$$(III) \quad \bar{X}_f(t) = \alpha_d r_d^t$$

i det lange løb være en god tilnærmelse til (II); thi den dominerende rod vil jo for høje værdier af  $t$  dominere alle de øvrige, og dette ganske uanset

7. William J. Baumol, *Economic Dynamics* (New York: The Macmillan Co., 1951), pp. 163-165 eller på dansk Gustav Leunbach, *Differens- og differentiaalligninger* (København: Universitetets økonomiske laboratorium, 1954).

Tabel I. Relativ ligevægtstilvækst  $g$  pr. toårsperiode for  $L = 7$ 

$b_{ff}$	$1 - \alpha_{fh}\alpha_{hf} \frac{\pi_h}{\pi_f}$	0,18	0,20	0,22
1,3		0,000	0,025	0,061
1,4		0,000	0,000	0,033
1,5		0,000	0,000	0,009

Tabel II. Relativ ligevægtstilvækst  $g$  pr. toårsperiode for  $L = 8$ 

$b_{ff}$	$1 - \alpha_{fh}\alpha_{hf} \frac{\pi_h}{\pi_f}$	0,18	0,20	0,22
1,3		0,030	0,064	0,097
1,4		0,008	0,040	0,071
1,5		0,000	0,019	0,048

Tabel III. Relativ ligevægtstilvækst  $g$  pr. toårsperiode for  $L = 9$ 

$b_{ff}$	$1 - \alpha_{fh}\alpha_{hf} \frac{\pi_h}{\pi_f}$	0,18	0,20	0,22
1,3		0,059	0,092	0,123
1,4		0,038	0,069	0,099
1,5		0,020	0,049	0,077



$\alpha$ 'ernes værdier, som atter beror på de af os ikke specificerede initialbetingelser. Om (III) også i det korte løb er en god tilnærmelse til (II) afhænger af initialbetingelserne. Hvor tidligt den dominerende rod vil dominere, er et svært spørgsmål, som vi ikke her skal gå ind på<sup>8</sup>. Vi skal blot holde os til det lange løb og anse (III) for en god tilnærmelse til (II).

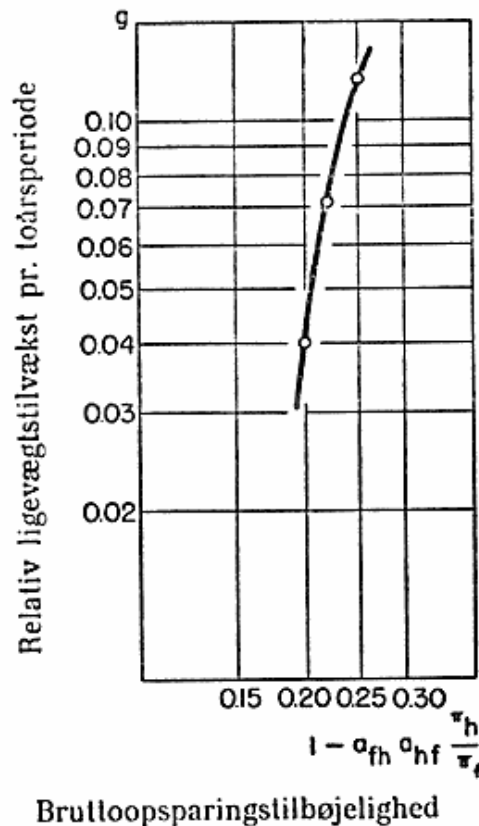
#### IV. ANVENDELSE AF LØSNINGEN

Tilnærmelsen  $\bar{X}_f(t)$ , defineret ved (III), er jo karakteristisk derved, at bruttonationalproduktet vokser med den konstante relative tilvækst  $g = r_d - 1$  pr. toårsperiode. Lad os nu variere vore parametre i omegnen af de empirisk plausible værdier og se, hvilken virkning sådan manipulation har på den relative tilvækst  $g$ . Lad f. ex. bruttoopsparingstilbøjeligheden  $1 - \alpha_{fh} \alpha_{hf} \pi_h / \pi_f$  antage de tre alternative værdier 0,18, 0,20 og 0,22. Og lad kapitalkoefficienten  $b_{ff}$  antage de tre alternative værdier 1,3, 1,4 og 1,5. Lad endelig produktionsmidlernes levetid antage de tre alternative værdier  $L = 7, 8$  og 9. Lad enhver værdi af en parameter efter tur kombineres med enhver værdi af de øvrige. Dette giver 27 mulige kombinationer af tre parameterværdier. Vi får altså 27 versioner af vor karakteristiske ottende-grads ligning (Ia). De 27 versioner løstes af ILLIAC på ialt 30 minutter. For enhver version fandtes de otte rødder, derpå blev een trukket fra den dominerende rod, og resultatet blev de 27 værdier af den relative ligevægtstilvækst, som er vist i tabellerne I - III. Man ser at i 6 af de 27 tilfælde er den relative ligevægtstilvækst nul (den dominerende rod var een). I disse 6 tilfælde var kapitalkoefficienten for høj, bruttoopsparingstilbøjeligheden for lille eller produktionsmidlernes levetid for kort til, at samfundet kunne vokse. I de resterende 21 tilfælde fandtes den største rod at være positiv, reel og større end een. Her var altså vækst mulig.

Tabellerne I—III repræsenterer vor undersøgelses resultat, og tilbage står blot at drage de økonomiske konklusioner fra disse tabeller. Lad os hele tiden forudsætte, at den faktiske udvikling vil falde sammen med ligevægtsudviklingen<sup>9</sup>. Vi kan da udtrykke vore konklusioner som følger. Hvad angår *isolerede* forandringer i vore tre parametre, da viser tabellerne I—III klart, at den relative tilvækst vil stige, hvis bruttoopsparingstilbøjeligheden stiger, vil falde hvis kapitalkoefficienten stiger, og vil stige, hvis produktionsmidlernes levetid forlænges. For at få et indtryk af størrelsesordenen af de tre elasticiti-

8. Et svar er forsøgt i Hans Brems, »Constancy of the Proportionate Equilibrium Rate of Growth: Result or Assumption?« *The Review of Economic Studies* (February, 1957).

9. Denne forudsætnings realisme beror naturligvis på ligevægtstilvækstens stabilitet. Hvis ligevægtstilvæksten er ustabil, vil enhver afvigelse derfra forstærke sig selv, indtil man støder på et gulv eller et loft. Er ligevægtstilvæksten derimod stabil, vil afvigelser efterhånden dø ud. Denne artikels rammer tillader ikke at tage stabilitetsproblemet op, men det bør dog nævnes, at ligevægtstilvæksten måske ikke er slet så ustabil som Harrod mente. Herom henvises til den i fodnoterne 5 og 6 nævnte litteratur.

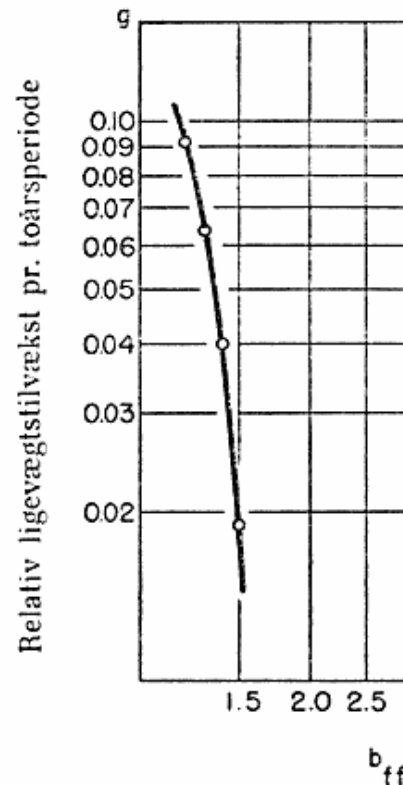


FIGUR 1.

teter har vi taget udgangspunkt i værdierne 0,20 for bruttoopsparings tilbøjeligheden, 1,4 for kapitalkoefficienten og 8 for levetiden, har derpå varieret de tre parametre isoleret efter tur og aftegnet resultatet i dobbelt-logaritmisk målestok, se figurerne 1—3. Fordelen ved den dobbelt-logaritmiske målestok er jo, at elasticiteten af ligevægtstilvæksten  $g$  med hensyn til de tre parametre simpelthen vil fremtræde som kurvens stejthed. Alle tre kurver er meget stejle, og alle tre elasticiteter er derfor meget høje<sup>10</sup>.

Men er det rimeligt at antage, at vore tre parametre varierer isoleret? Det er det vel ikke altid, og i så fald er vore resultater ikke nær så entydige. Hvis parametrene varierer på een gang, kan vore to-dimensionale figurer ikke hjælpe os. Vi må da gå tilbage til de tre tabeller I—III. Af de tre parametre kan dannes tre par, og man kunne måske studere de tre par efter tur.

10. Så høje elasticiteter må være en advarsel mod at variere parametrene under den forudsætning, at ligevægtstilvækstprocenten er en exogen konstant, som Eisner, *op. cit.* gør. Eisners konklusioner er derfor anfægtelige. Han når til det resultat, at hvis tekniske fremskridt forstærker de varige anlægs forældelse og derfor forkorter deres optimale levetid, så stiger den samfundsmæssige efterspørgsel og beskæftigelse, medmindre naturligvis ændringen opvejes af større afskrivninger. Heroverfor må vi hævde, at forkortelse af de varige anlægs levetid må formindske ligevægtsvækstprocenten, jvf. figur 3. Vi har her den velkendte kontrast mellem niveau og udviklingsvej: samfundet befinder sig måske nok på et højere niveau rent temporært, men det vil vokse langsommere end før.

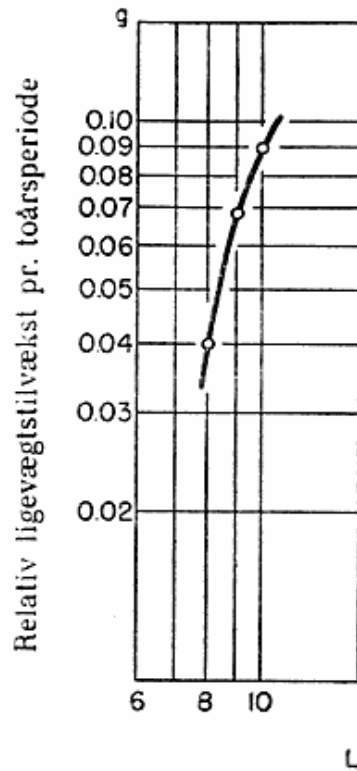


Kapitalkoefficient på toårsbasis

FIGUR 2.

For det første: Er der en forbindelse mellem bruttoopsparingstilbøjeligheden og produktionsmidlernes levetid? Kunne det ikke tænkes, at kortere levetid vil tilskynde foretagerne til at forøge afskrivningerne? Dette kan udmærket tænkes, og i så fald vil enten dividendeudbetalingerne blive mindre, således at  $\alpha_{hf}$  falder, eller vareprisen  $\pi_f$  vil blive større ved given faktorpris  $\pi_h$ . I begge fald vil altså  $1 - \alpha_{fh} \alpha_{hf} \pi_h / \pi_f$  stige, således at bruttoopsparingstilbøjeligheden for hele samfundet er gået op. Det er da tænkeligt, at den negative virkning på vækstprocenten af kortere levetid vil kunne opvejes af den positive virkning af større bruttoopsparingstilbøjelighed. Det er også tænkeligt, at vi har en forbindelse der går i modsat retning: høj bruttoopsparingsbøjelighed kan bevirke kortere levetid. I et højtudviklet meget velstående samfund som U. S. A. eller Canada kan forbrugerne kun overtales til at forbruge, dersom der fremkommer en stadig strøm af nye moder, nye modeller, nye dippedutter, nye produkter. En sådan strøm nedsætter de varige anlægs levetid. Således imødekommer det modne kapitalistiske samfund sine forbrugeres ønsker ved at erstatte kvantitativ vækst med kvalitativ vækst. Vi er her stødt på en højst interessant macro-dynamisk side af produktet som variabelt.

For det andet: Er der en forbindelse mellem produktionsmidlernes levetid



Produktionsmidlernes levetid

FIGUR 3.

og kapitalkoefficienten? Kunne kortere levetid reducere kapitalens rentabilitet og derigennem opmuntre til at substituere arbejde for kapital? I så fald ville vi atter have to modsat rettede virkninger på vækstprocenten. Imidlertid er den historiske kendsgerning den, at indtil de sidste tre årtier faldt U. S. A.s samlede kapitalkoefficient meget langsomt, og siden har den ligget fast. Om levetiden gennem tiden ved vi meget lidt, men vi ville vel egentlig ikke vente, at også den har ligget fast. Jernbaner har langt længere levetid end dagvogne, men lastbiler og busser og aeroplaner har atter langt kortere levetid end jernbanerne og deres materiel.

For det tredje: Er der en forbindelse mellem kapitalkoefficienten og samfundets bruttoopsparingstilbøjelighed? På dette punkt ved vi dog noget<sup>11</sup>. Men der er intet grundlag for den antagelse, at rige samfund med meget høj opsparingstilbøjelighed skulle have en kapitalkoefficient væsentlig forskellig fra den, der råder i fattige, lidet sparende samfund.

Yderligere spekulationer i denne retning er næppe frugtbare. Men såfremt en eller flere af de tre sammenhænge mellem parameterpar kan påvises ad

11. Henvisninger til empirisk materiale om disse ting findes i forfatterens »The Foreign Trade Accelerator and the International Transmission of Growth«, *Econometrica* Vol. 24, No. 3 (July, 1956), Appendix II, pp. 236 og 237.

ikke-spekulativ vej, så vil vore tabeller I—III stadig kunne være et fingerpeg om sådanne sammenhænges virkninger på tilvækstprocenten.

## APPENDIX

*Benyttede parametre*

$\alpha_{fh}$  = tilbøjeligheden til at konsumere real personlig indtægt.

$\alpha_{hf}$  = foretagendernes faktorindkøb hos husholdningerne pr. produktenhed.

$b_{ff}$  = kapitalforråd pr. produktenhed, kaldet »kapitalkoefficienten«.

$L$  = produktionsmidlernes levetid.

$\pi_f$  = konsumgodeprisen.

$\pi_h$  = prisen på husholdningernes produktive ydelser.

ikke-spekulativ vej, så vil vore tabeller I—III stadig kunne være et fingerpeg om sådanne sammenhænges virkninger på tilvækstprocenten.

## APPENDIX

*Benyttede parametre*

$\alpha_{fh}$  = tilbøjeligheden til at konsumere real personlig indtægt.

$\alpha_{hf}$  = foretagendernes faktorindkøb hos husholdningerne pr. produktenhed.

$b_{ff}$  = kapitalforråd pr. produktenhed, kaldet »kapitalkoefficienten«.

$L$  = produktionsmidlernes levetid.

$\pi_f$  = konsumgodeprisen.

$\pi_h$  = prisen på husholdningernes produktive ydelser.