FORENKLET VELFERDSTEORETISK MODELL FOR EN SOSIALISTISK ØKONOMI

Af LEIF JOHANSEN

1. Innledning.

Denne artikkel har sin bakgrunn på den ene side i *Oskar Langes* analyse av prinsippene for en sosialistisk økonomi ut fra moderne velferdsteori[1]), på den annen side i *Wassily Leontiefs* beskrivelse av produksjonsstrukturen i en mangesektorøkonomi ved hjelp av faste fabrikasjonskoeffisienter[2]).

Vi vil imidlertid foreta en vesentlig innskrenkning i opplegget, idet vi på produksjonssiden vil rekne med bare én primær innsatsfaktor, nemlig arbeid. I en videregående analyse vil det være nødvendig å trekke kapitalknappheten eksplisitt inn — og da etter min mening med hovedvekten på mulighetene for substitusjon mellom arbeid og kapital.

Innenfor en slik mangesektorøkonomi med faste fabrikasjonskoeffisienter og bare én primærinnsats, vil vi undersøke betingelsene for velferdsoptimum. Vi vil herunder innføre fordelingsprinsippet: »til enhver i forhold til hans ytelse«, og bl. a. undersøke om det overflødiggjør en ytterligere avveining av individene gjennom den sosiale velferdsfunksjonen.

Dette fordelingsprinsipp har jeg ikke tidligere sett trukket eksplisitt inn i noen formell analyse av en sosialistisk økonomi. Det kan komme av at prinsippet er vanskelig å presisere under generelle forutsetninger om produksjonsstrukturen. Innenfor en økonomi med en slik produksjonsstruktur som vi forutsetter her, lar det seg imidlertid gjøre.

Ved siden av det private konsum, som fordeles i henhold til det nevnte fordelingsprinsipp, trekker vi felleskonsum eksplisitt inn i analysen.

Den løsning vi kommer fram til ved maksimering av den sosiale velferdsfunksjonen med det nevnte fordelingsprinsipp som bibetingelse, vil vi undersøke nærmere i lys av Paretos kriterium for velferdsoptimum, spesielt

---

[1]) Se Oskar Lange [7].

[2]) Se P. Nørregaard Rasmussen [11], [12] og [13].

FORENKLET VELFERDSTEORETISK MODELL FOR EN SOSIALISTISK ØKONOMI

Af LEIF JOHANSEN

1. Innledning.

Denne artikkel har sin bakgrunn på den ene side i *Oskar Langes* analyse av prinsippene for en sosialistisk økonomi ut fra moderne velferdsteori[1]), på den annen side i *Wassily Leontiefs* beskrivelse av produksjonsstrukturen i en mangesektorøkonomi ved hjelp av faste fabrikasjonskoeffisienter[2]).

Vi vil imidlertid foreta en vesentlig innskrenkning i opplegget, idet vi på produksjonssiden vil rekne med bare én primær innsatsfaktor, nemlig arbeid. I en videregående analyse vil det være nødvendig å trekke kapitalknappheten eksplisitt inn — og da etter min mening med hovedvekten på mulighetene for substitusjon mellom arbeid og kapital.

Innenfor en slik mangesektorøkonomi med faste fabrikasjonskoeffisienter og bare én primærinnsats, vil vi undersøke betingelsene for velferdsoptimum. Vi vil herunder innføre fordelingsprinsippet: »til enhver i forhold til hans ytelse«, og bl. a. undersøke om det overflødiggjør en ytterligere avveining av individene gjennom den sosiale velferdsfunksjonen.

Dette fordelingsprinsipp har jeg ikke tidligere sett trukket eksplisitt inn i noen formell analyse av en sosialistisk økonomi. Det kan komme av at prinsippet er vanskelig å presisere under generelle forutsetninger om produksjonsstrukturen. Innenfor en økonomi med en slik produksjonsstruktur som vi forutsetter her, lar det seg imidlertid gjøre.

Ved siden av det private konsum, som fordeles i henhold til det nevnte fordelingsprinsipp, trekker vi felleskonsum eksplisitt inn i analysen.

Den løsning vi kommer fram til ved maksimering av den sosiale velferdsfunksjonen med det nevnte fordelingsprinsipp som bibetingelse, vil vi undersøke nærmere i lys av Paretos kriterium for velferdsoptimum, spesielt

---

[1]) Se Oskar Lange [7].

[2]) Se P. Nørregaard Rasmussen [11], [12] og [13].

med sikte på å undersøke om det pålagte fordelingsprinsipp er til hinder for oppnåelse av Pareto-optimalitet.

Vi vil videre undersøke visse sider ved spørsmålet om løsningen av velferdsmaksimeringsproblemet kan nås ved hjelp av et marked for forbruksgoder, hvor forbrukerne tilpasser seg fritt til gitte priser, og hvorledes prisene i dette marked i så fall må fastsettes. Her melder bl. a. det kjente spørsmål seg om det er nødvendig for en rasjonell ordning av den sosialistiske økonomi at planleggingsinstitusjonene løser et likningssystem »of millions of equations on the basis of millions of statistical data based on many more millions of individual computations«[1]).

Til slutt benytter vi et teorem som er vist av P. A. Samuelson, til å foreta en generalisering til det tilfelle da det er substitusjonsmuligheter i produksjonen, men »constant return to scale«.

Det vil føre for langt på alle punkter å jamføre med annen litteratur på feltet. Vi vil derfor nøye oss med å henvise til Abram Bergsons utmerkede oversiktsartikkel [1], i den utstrekning det ikke er nødvendig med mer spesielle henvisninger for forståelsen av det som her skrives.

2. *Produksjonsstrukturen.*

Som nevnt innledningsvis rekner vi med en »Leontiefsk« produksjonsstruktur med bare arbeid som primær innsatsfaktor.

Vi lar antall produksjonssektorer være n og antall individer i samfunnet være N. Vi innfører følgende symboler:[2])

X_i = samlet produksjon i sektor nr. i $(i = 1 \ldots n)$.

z_i = samlet sluttlevering av ferdige goder fra sektor nr. i $(i = 1 \ldots n)$.

x_{ij} = krysslevering av goder fra sektor nr. i til sektor nr. j, altså goder produsert i sektor nr. i og brukt som innsats i produksjonen i sektor nr. j $(i, j = 1 \ldots n)$. Vi setter konvensjonelt $x_{ii} = 0$.

x_{0i} = arbeidsinnsats ytet direkte i sektor nr. i $(i = 1 \ldots n)$.

x_0^ν = arbeid ytet av individ nr. ν $(\nu = 1 \ldots N)$.

x_0 = samlet arbeidsinnsats ytet i samfunnet.

A_i = arbeidsmengde direkte og indirekte inkorporert i hver enhet av goder produsert i sektor nr. i $(i = 1 \ldots n)$. Vi kaller disse tallene for *arbeidsverdiene* av godene.

T = arbeidsdagens lengde, felles for alle individer.

Alle størrelsene i listen ovenfor tenker vi oss målt i fysiske kvanta.

---

1) Se L. C. Robbins, [14] side 151.

2) I en viss utstrekning er symbolbruken her den samme som hos Nørregaard Rasmussen [11].

Vi har følgende definisjonslikninger:

$$(2.1) \qquad X_i = \sum_{j=1}^{n} x_{ij} + z_i \qquad (i = 1 \ldots n)$$

$$(2.2) \qquad x_0 = \sum_{i=1}^{n} x_{0i} = \sum_{\nu=1}^{N} x_0^{\nu} .$$

Som vanlig i input-output-analysen forutsetter vi faste fabrikasjonskoeffisienter både for intersektorleveransene x_{ij} og arbeidsinnsatsene x_{0j}, d. v. s. vi setter

$$(2.3) \qquad x_{ij} = a_{ij} X_j \qquad (i = 0,1 \ldots n; \; j = 1,2 \ldots n)$$

hvor alle a_{ij} er ikke-negative konstanter[1]).

Ved hjelp av (2.1), (2.2) og forutsetningene (2.3) kan vi utlede en teknisk transformasjonsfunksjon mellom samlet arbeidsinnsats x_0 og sluttleveringene av ferdige goder $z_1 \ldots z_n$.[2])

Først eliminerer vi intersektorleveransene i (2.1) ved hjelp av (2.3) og får

$$(2.4) \qquad \sum_{j=1}^{n} (e_{ij} - a_{ij}) X_j = z_i \qquad (i = 1 \ldots n)$$

hvor $e_{ij} = 1$ for $i = j$ og $e_{ij} = 0$ for $i \neq j$ $\quad (i, j = 1 \ldots n)$.

Vi uttrykker så arbeidsverdiene $A_1 \ldots A_n$ ved hjelp av fabrikasjonskoeffisientene a_{ij} ut fra følgende resonnement[3]): Den arbeidsmengde som inkorporeres i goder fra sektor nr. i *direkte* er pr. enhet a_{0i}. Den arbeidsmengde som inkorporeres i goder fra sektor nr. i indirekte via kryssleveringene fra sektor nr. j må være $A_j a_{ji}$ pr. enhet. D. v. s. vi må ha

$$A_i = a_{0i} + \sum_{j=1}^{n} A_j a_{ji} \qquad (i = 1 \ldots n)$$

som vi kan skrive som

$$(2.5) \qquad \sum_{j=1}^{n} (e_{ji} - a_{ji}) A_j = a_{0i} \qquad (i = 1 \ldots n).$$

---

[1]) Jfr. diskusjonen hos Nørregaard Rasmussen [11], side 28. På dette punkt er det imidlertid den Samuelsonske generalisering kommer inn, jfr. avsnitt 8 i denne artikkelen.

[2]) Jfr. begrepet teknisk transformasjonsfunksjon hos Oskar Lange [8] eller hos Paul Samuelson [15] side 230.

[3]) Jfr. i denne forbindelse Ragnar Frisch [4], avsnitt 5 g.

Dette likningssystemet bestemmer arbeidsverdiene ved hjelp av de faste fabrikasjonskoeffisientene.

Den samlete arbeidsinnsats som ytes i samfunnet kan vi skrive som

$$x_0 = \sum_{i=1}^{n} a_{0i} X_i .$$

Setter vi her inn for a_{0i} fra (2.5) får vi

$$x_0 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} (e_{ji} - a_{ji}) A_j X_i = \sum_{j=1}^{n} A_j \left[\sum_{i=1}^{n} (e_{ji} - a_{ji}) X_i \right].$$

Benytter vi så (2.4), gir dette

$$x_0 = \sum_{j=1}^{n} A_j z_j . \qquad (2.6)$$

På basis av den »Leontiefske« produksjonsstrukturen med bare arbeid som primærinnsats, har vi altså fått en *teknisk bestemt lineær transformasjonsfunksjon mellom total arbeidsinnsats og samlete sluttleveringer av ferdige goder fra de forskjellige sektorer med arbeidsverdiene som transformasjonskoeffisienter.*

Vi har ovenfor foretatt en summering — både over sektorer og individer, jfr. (2.2) — av alt arbeid som ytes i samfunnet, d. v.s . vi rekner med en felles måleenhet for alt arbeid. Vi kan kalle denne enhet for en *normalarbeidstime* og anta at én normalarbeidstime alltid kan erstatte en annen i produksjonen. De forskjellige individer vil vi anta arbeider med forskjellig effektivitet (som kan skyldes forskjellig intensitet, dyktighet o. s. v.), men vi rekner effektiviteten som gitt for det enkelte individ. De forskjellige individers arbeidseffektivitet uttrykker vi ved N tall $\beta_1 \ldots \beta_N$ som er det antall normalarbeidstimer henholdsvis individ nr. 1 ... N utfører i løpet av en klokketime. Det er naturlig å sette

$$\frac{1}{N} \sum_{\nu=1}^{N} \beta_\nu = 1 . \qquad (2.7)$$

Vi antar nå at det av tekniske og institusjonelle grunner er nødvendig at alle individer har samme arbeidstid, f. eks. reknet i klokketimer pr. dag; vi kaller den T. Det arbeid reknet i normalarbeidstimer som utføres av individ nr. ν blir da pr. dag

$$x_0^\nu = \beta_\nu T \qquad (\nu = 1 \ldots N) \qquad (2.8)$$

og den samlete arbeidsmengde som utføres i samfunnet pr. dag blir

$$x_0 = T \sum_{\nu=1}^{n} \beta_\nu = NT. \tag{2.9}$$

Forutsetningen om felles arbeidstid for alle individer, er selvsagt en meget stram forutsetning. Men det er neppe tvilsomt at *visse bindinger av denne type* i praksis må komme inn, selv om de gjelder for mindre grupper enn »alle«. Jeg anser det derfor å være vel så interessant å operere med forutsetningen om felles arbeidstid som å operere med forutsetningen om at hvert individ kan velge sin arbeidstid uavhengig av alle andre. Implikasjoner av liknende art som det vi får av vår forenklende forutsetning, vil en antagelig få selv om forutsetningen gjøres gjeldende bare for individer innenfor visse grupper.

3. *Fordelingsprinsippet »til enhver i forhold til hans ytelse«.*

Den samlete sluttlevering av ferdige goder z_i fra en sektor, antar vi dels består av leveringer til *privat konsum*, dels av leveringer til *felleskonsum*. Vi innfører følgende betegnelser:

x_i^ν = individ nr. ν's forbruk av gode nr. i, d. v. s. godet fra sektor nr. i. ($i = 1 \ldots n$; $\nu = 1 \ldots N$).

x_i = samlet privat forbruk av gode nr. i ($i = 1 \ldots n$).

x_i^* = felleskonsum av gode nr. i ($i = 1 \ldots n$).

Her er da[1])

$$z_i = x_i + x_i^* = \sum_{\nu=1}^{n} x_i^\nu + x_i^* \qquad (i=1 \ldots n). \tag{3.1}$$

Fordelingsprinsippet »til enhver i forhold til hans ytelse« pålegger vi bare for det private konsum. Dette gjelder så å si pr. definisjon, idet det jo ligger i felleskonsumets natur at det er vanskelig å si hvor mye hvert enkelt individ får av det.

Vi har ovenfor sett — jfr. (2.5) — at det med de forutsetninger vi har gjort om produksjonsstrukturen greitt lar seg gjøre å definere godenes arbeidsverdier, som uttrykker de arbeidsmengder som direkte og indirekte

[1]) Noen av de n sektorene kan produsere bare for privat konsum, noen bare for felles konsum, noen kanskje bare produksjonsmidler. For disse typer av sektorer er henholdsvis $x_i^* = 0$, $x_i = 0$, $z_i = 0$.

er gått med ved produksjonen av godene. Det er da rimelig å presisere det nevnte fordelingsprinsipp på følgende måte:

(3.2) Arbeidsverdien av de goder som tilfaller et individ gjennom det private konsum skal være proporsjonal med den arbeidsmengde individet yter.

For korthets skyld vil vi her kalle dette prinsippet for »*det sosialistiske fordelingsprinsipp*«, eller noen ganger bare »fordelingsprinsippet«.

Innfører vi symbolet ξ for den proporsjonalitetsfaktor som inngår i (3.2), kan prinsippet uttrykkes ved

$$\sum_{i=1}^{n} A_i x_i^{\nu} = \xi x_0^{\nu} \qquad (\nu = 1 \ldots N). \tag{3.3}$$

Summen på venstre side her er jo nettopp arbeidsverdien av de goder som tilfaller individ nr. ν i det private konsum.

Ved hjelp av de sammenhenger vi har innført tidligere, er det lett å innse at proporsjonalitetsfaktoren ξ må bli lik

$$\xi = 1 - \frac{1}{x_0} \sum_{i=1}^{n} A_i x_i^* = 1 - \frac{1}{NT} \sum_{i=1}^{n} A_i x_i^* . \tag{3.4}$$

I forbindelse med det fordelingsprinsippet vi har innført her, kan det være av interesse å gjengi et par linjer fra *Karl Marx*' »Kritikk av Gotha-programmet«[1]):

> »Z. B. der gesellschaftliche Arbeitstag besteht aus der Summe der individuellen Arbeitsstunden; die individuelle Arbeitszeit des einzelnen Produzenten ist der von ihm gelieferte Teil des gesellschaftlichen Arbeitstags, sein Anteil daran. Er erhält von der Gesellschaft einen Schein, dass er soundso viel Arbeit geliefert (nach Abzug seiner Arbeit für die gemeinschaftlichen Fonds) und zieht mit diesem Schein aus dem gesellschaftlichen Vorrat von Konsumtionsmitteln soviel heraus, als gleichviel Arbeit kostet. Dasselbe Quantum Arbeit, das er der Gesellschaft in einer Form gegeben hat, erhält er in der andern zurück.«

Det som her hos Marx kalles fradrag for »die gemeinschaftlichen Fonds«, er det vi la r inngå i størrelsene $x_1^* \ldots x_n^*$.

[1]) Diverse utgaver, her sitert etter [10] side 580.

4. Preferansefunksjonene og velferdsfunksjonen.

De enkelte individers preferanser med hensyn til de økonomiske størrelser antar vi kan uttrykkes ved et sett av preferansefunksjoner

$$U^\nu = U^\nu (x_1^\nu \ldots x_n^\nu;\ T,\ x_1^* \ldots x_n^*) \qquad (\nu = 1 \ldots N). \tag{4.1}$$

Disse funksjonene er slik at hvis U^ν antar forskjellige verdier i to situasjoner, så foretrekker individ nr. ν alltid den som gir den høyeste verdi for U^ν; og omvendt, hvis individ nr. ν foretrekker én situasjon fremfor en annen, så svarer det alltid en høyere verdi av U^ν til den første situasjonen enn til den annen. Hvis og bare hvis U^ν antar samme verdi for to situasjoner, er de to situasjonene indifferente for individ nr. ν. Vi rekner ikke med »målbar nytte«; funksjonene U^ν uttrykker bare preferansene på den måten som er forklart ovenfor. En hvilken som helst funksjon som dannes som en monotont stigende funksjon av U^ν er da ekvivalent med U^ν når det gjelder å uttrykke individets preferansestruktur.

Ved at vi rekner med forskjellige funksjonsformer $U^1 \ldots U^N$ gir vi i analysen plass for at individene har forskjellige behov, forskjellige interesser, forskjellig smak o. s. v.

Velferdsfunksjonen gir uttrykk for et vurderende organs preferanser med hensyn til hele den økonomiske situasjon. Vi antar her at den kan skrives som

$$W = W\left\{U^1 \ldots U^N;\ x_1^* \ldots x_n^*\right\} . \tag{4.2}$$

Det private konsum inngår her i W bare via de individuelle preferansefunksjoner. Det betyr at substitusjonsforholdet mellom to goder til et individ blir det samme i velferdsfunksjonen som i den individuelle preferansefunksjon. Dette gir uttrykk for at det vurderende organ gir plass for det som er kalt *konsumentsuverenitet* med hensyn til det private konsum, d.v.s. det vurderende organ retter seg i sine vurderinger av sammensetningen av det private konsum helt etter de individuelle preferanser[1]).

Når det gjelder felleskonsumet derimot, holder vi muligheten åpen for at det vurderende organ legger sine egne vurderinger til grunn ved siden av de enkelte individers vurderinger — derfor inngår $x_1^* \ldots x_n^*$ som selvstendige argumenter i W foruten at de inngår via de individuelle preferansefunksjoner.

[1]) Spørsmålet hvorvidt konsumentsuverenitet er en essensiell bestanddel av det sosialistiske system har vært gjenstand for diskusjoner, se Oskar Lange [7] side 95—98 og Abram Bergson [1] side 417. I denne forbindelse er det viktig å ha klart for seg forskjellen mellom konsumentsuverenitet i den forstand det kommer til uttrykk ved hjelp av en velferdsfunksjon som (4.2) og maksimeringen av den, og det forhold at individene kan kjøpe goder fritt i et marked. Logisk sett er det siste hverken nødvendig eller tilstrekkelig for det første.

Arbeidstiden T inngår bare via de individuelle preferanser. Dette er antagelig det rasjonelle, selv om det i visse tilfelle nok ville være realistisk å la T inngå også direkte på samme måte som $x_1^* \dots x_n^*$.

På samme måte som funksjonen U^ν bare ga uttrykk for en preferanse-*rekkefølge* i settet $(x_1^\nu \dots x_n^\nu;\ T,\ x_1^* \dots x_n^*)$, gir W bare uttrykk for en preferanse*rekkefølge* i settet $(x_1^1 \dots x_n^1; \dots ; x_1^N \dots x_n^N;\ T,\ x_1^* \dots x_n^*)$. D. v. s. at en hvilken som helst funksjon som dannes som en monotont stigende funksjon av W er ekvivalent med W når det gjelder å uttrykke den samfunnsmessige preferansestruktur.

Hvis vi, slik som forklart under diskusjonen av (4.1), tenker oss at det foretas en transformasjon av en av de individuelle preferansefunksjonene U^ν, må vi tenke oss at W som funksjon av U^ν samtidig endres på en slik måte at W som funksjon av de variable som er argumenter i U^ν blir uforandret[1]).

Altså alt i alt: vi rekner ikke med at funksjonene $U^1 \dots U^N$ og W eksisterer med noen større grad av bestemthet enn at vi »har lov til« å foreta hvilke som helst (kontinuerlige) monotont stigende transformasjoner av $U^1 \dots U^N$ med tilsvarende justeringer av W-funksjonen, og hvilken som helst monotont stigende (kontinuerlig) transformasjon av W.

Om både funksjonene $U^1 \dots U^N$ og W antar vi at de er kontinuerlige og har kontinuerlige deriverte med hensyn på alle argumenter.

5. *Nødvendige betingelser for velferdsoptimum.*

Vi har nå det nødvendige apparat til å foreta selve optimaliseringen, d. v. s. å finne de betingelser en konstellasjon av størrelsene $(x_1^1 \dots x_n^1; \dots ; x_1^N \dots x_n^N;\ T,\ x_1^* \dots x_n^*)$ må tilfredsstille forat W skal anta den største verdi som er mulig under de betingelser som teknikken og fordelingsprinsippet — som vi formulerte det i avsnitt 3 — pålegger. Matematisk vil vi her nøye oss med å stille opp nødvendige førsteordensbetingelser, idet vi antar at de funksjonsformer vi har med å gjøre er slik at disse betingelser fastlegger en løsning entydig, og at denne virkelig gir et maksimum.

På grunnlag av (2.6), (2.9) og (3.1) kan vi formulere alle tekniske betingelser på variasjonsmulighetene i de størrelser som inngår i velferdsfunksjonen i en eneste relasjon, nemlig følgende

$$(5.1) \qquad NT = \sum_{i=1}^{n} A_i \left[\sum_{\nu=1}^{N} x_i^\nu + x_i^* \right].$$

Fordelingsbetingelsene (3.3) skriver vi på følgende måte:

$$(5.2) \qquad \sum_{i=1}^{n} A_i\, x_i^\nu = \xi\, \beta_\nu T \qquad (\nu = 1 \dots N).$$

[1]) Jfr. P. A. Samuelson [15], side 228.

Maksimerer vi nå ved Lagrange-teknikk velferdsfunksjonen (4.2), hvor $U^1 \dots U^N$ er funksjoner som i (4.1), under de $N+1$ bibetingelser (5.1) og (5.2), får vi følgende sett av likninger:

$$\frac{u_1^\nu}{A_1} = \dots = \frac{u_n^\nu}{A_n} = \lambda_\nu \qquad (\nu = 1 \dots N) \tag{5.3}$$

$$\frac{\sum_{\nu=1}^{N} W^\nu u_1^{\nu *} + W_1^*}{A_1} = \dots = \frac{\sum_{\nu=1}^{N} W^\nu u_n^{\nu *} + W_n^*}{A_n} = \lambda \tag{5.4}$$

$$\sum_{\nu=1}^{N} W^\nu \lambda_\nu \beta_\nu = \lambda N = - \sum_{\nu=1}^{N} W^\nu u^{\nu T} . \tag{5.5}$$

Her er innført følgende symboler for de deriverte av de funksjoner vi har med å gjøre:

$$\begin{aligned}
W^\nu &= \frac{\partial W}{\partial U^\nu} && (\nu = 1 \dots N) \\
W_i^* &= \frac{\partial W}{\partial x_i^*} && (i = 1 \dots n) \\
u_i^\nu &= \frac{\partial U^\nu}{\partial x_i^\nu} && (\nu = 1 \dots N;\ i = 1 \dots n) \\
u_i^{\nu *} &= \frac{\partial U^\nu}{\partial x_i^*} && (\nu = 1 \dots N;\ i = 1 \dots n) \\
u^{\nu T} &= \frac{\partial U^\nu}{\partial T} && (\nu = 1 \dots N) .
\end{aligned} \tag{5.6}$$

Om alle W^ν og u_i^ν antar vi at de er positive, og om $u^{\nu T}$ at de er negative. Om W_i^* og $u_i^{\nu *}$ antar vi at de er slik at $\sum_{\nu=1}^{N} W^\nu u_i^{\nu *} + W_i^*$, d. v. s. den deriverte av W med hensyn på x_i^*, er positiv[1]).

λ_ν er innført som symbol for den felles verdi av brøkene i (5.3) for en gitt ν, og λ som symbol for den felles verdi av brøkene i (5.4).

[1]) Skulle det være slik at en størrelse x_i^ν ikke inngår i individ nr. ν's preferansefunksjon — selve arten av godene fra sektor nr. i kan jo være slik at det ikke er aktuelt å bruke dem i det private konsum — kan vi ta ut brøken $\frac{u_i^\nu}{A_i}$ fra (5.3) og erstatte den likning som derved bortfaller med $x_i^\nu = 0$. Tilsvarende hvis en størrelse x_i^* ikke inngår i W hverken direkte eller indirekte via noen U^ν.

Teller vi opp likninger og ukjente i systemet (5.1—5), ser vi at systemet er determinert etter »telleregelen«. Det er videre lett å innse at løsningen er invariant overfor slike endringer i funksjonene $U^1 \ldots U^N$ og W som vi kan tillate etter diskusjonen i avsnitt 4. *Under de forutsetninger vi har gjort er altså den grad av bestemthet som vi tilla disse funksjonene i avsnitt 4 tilstrekkelig til å fastlegge en løsning.* Vi behøver ikke forutsette hverken målbar individuell nytte eller målbar samfunnsmessig velferd; det er tilstrekkelig å operere med preferanse*rekkefølger*.

»Meningen« med relasjonene (5.3—5) kan vi uttrykke på følgende måte. (5.3) gir for hvert individ uttrykk for avbalanseringen av de forskjellige goder i det private konsum, — de private grensenytter skal for hvert individ være proporsjonale med arbeidsverdiene av godene. (5.4) gir uttrykk for avbalanseringen av de forskjellige goder i felleskonsumet — de samfunnsmessige grensenytter av de forskjellige goder i felleskonsumet skal være proporsjonale med arbeidsverdiene av godene. (5.5) gir uttrykk for den samfunnsmessige avbalansering av det private konsum og felleskonsumet mot arbeidsinnsatsen — en »liten« øking i arbeidstiden T skal gi samme tilvekst i den samfunnsmessige preferansefunksjon enten tillegget i arbeidsytelse går til produksjon av goder for det private konsum eller til produksjon av goder for felleskonsumet og denne tilveksten skal motsvares av nedgangen i den samfunnsmessige preferansefunksjon som følge av økt arbeidsulyst.

Vi stilte innledningsvis spørsmålet om innføringen av det sosialistiske fordelingsprinsippet for det private konsum »til enhver i forhold til hans ytelse« overflødiggjør en ytterligere avveining av individene i den samfunnsmessige velferdsfunksjonen. Da en endring i de »samfunnsmessige vekter« som individene gis i velferdsfunksjonen kan uttrykkes ved relative endringer i de partielle deriverte $W^1 \ldots W^N$, kan dette spørsmålet stilles slik: er løsningen (5.3—5) av velferdsoptimaliseringsproblemet uavhengig av om vi endrer $W^1 \ldots W^N$ i forhold til hverandre? Vi kan av formen på likningene i (5.3—5) trekke følgende slutning:

(5.7) Løsningen av velferdsoptimaliseringsproblemet vil generelt avhenge av de relative vekter de enkelte individer tildeles i den samfunnsmessige velferdsfunksjonen, selv om en har pålagt som betingelse det sosialistiske fordelingsprinsipp for det private konsum.

Generelt er det altså for å få entydig fastlagt et velferdsoptimalt punkt nødvendig med en *ytterligere* samfunnsmessig avveining av de enkelte individer, utover den som ligger i det sosialistiske fordelingsprinsipp.

I en viss utstrekning kan vi imidlertid likevel si at fordelingsprinsippet overflødiggjør ytterligere avveining av individene. For å belyse det, er det av interesse å se på betingelsene for maksimum av W under gitte $x_1^* \ldots x_n^*$ og T (foruten (5.1) og (5.2)). Resultatet av en slik maksimering blir (5.3) sammen med (5.1), (5.2) og betingelsene om gitte $x_1^* \ldots x_n^*$ og T. Denne løsning blir som en ser uavhengig av de deriverte $W^1 \ldots W^N$; vi har altså:

(5.8) Velferdsoptimum svarende til gitt arbeidstid T og gitt felleskonsum $x_1^* \ldots x_n^*$ er uavhengig av de vekter individene tillegges i velferdsfunksjonen, når en har pålagt som betingelse det sosialistiske fordelingsprinsipp for det private konsum.

Hvis altså først T og $x_1^* \ldots x_n^*$ er bestemt, så er under de forutsetninger vi har gjort ytterligere avveining av individene unødvendig for å få fastlagt entydig et slikt betinget velferdsoptimum. I denne forstand kan en si at *det er fastleggelsen av arbeidstiden og felleskonsumet som krever samfunnsmessig avveining av individene utover den som ligger i fordelingsprinsippet for det private konsum.*

Det er lett å innse at hvis en maksimerer W for gitte T og $x_1^* \ldots x_n^*$ (og gitt teknisk transformasjonsfunksjon (5.1)), men unnlater å pålegge fordelingsprinsippet som betingelse under maksimeringen, så vil en få en løsning som *ikke* er uavhengig av de relative vekter individene tillegges i velferdsfunksjonen.

Til slutt kan det kanskje ha sin interesse å jamføre løsningen (5.3)—(5.5) med følgende sitat fra *Friedrich Engels*[1]) angående sosialistisk økonomi:

> »Allerdings wird auch dann die Gesellschaft wissen müssen, wieviel Arbeit jeder Gebrauchsgegenstand zu seiner Herstellung bedarf. .... Die Nutzeffekte der verschiednen Gebrauchsgegenstände, abgewogen untereinander und gegenüber den zu ihrer Herstellung nötigen Arbeitsmengen, werden den Plan schliesslich bestimmen.«

6. *Velferdsoptimum belyst ved hjelp av Pareto-kriteriet.*

Et meget benyttet kriterium i velferdsteorien er det såkalte *Pareto-kriterium* for velferdsoptimum. Dette kriterium er i alminnelighet ikke nok til *entydig* å fastlegge et punkt som en så kan si er optimalt, men det antas i litteraturen vanligvis at de vurderinger som Pareto-kriteriet innebærer er så alment akseptable at Pareto-optimalitet i alle fall er en *nødvendig* betingelse for velferdsoptimum. En kan også uttrykke det slik: Det antas vanligvis at de vurderinger som ligger i Paretokriteriet må inngå som en del av eller ligge implisitt i ethvert sett av vurderinger som er tilstrekkelig til å fastlegge entydig et punkt som etter disse vurderinger er velferdsoptimalt.

[1]) »Anti-Dühring«, [3] side 386.

Den gjengse definisjon av Pareto-optimalitet er følgende: Et punkt X (d.v.s. en konstellasjon av alle relevante økonomiske variable) er Pareto-optimalt hvis det ikke finnes noe annet punkt som minst ett individ foretrekker fremfor X og som ingen individer finner dårligere enn X.

I en økonomi ligger det alltid visse begrensninger på variasjonsmulighetene for de størrelser som er relevante for velferden — det er det som gjør at en har behov for optimalitetskriterier. I mange forbindelser er det av betydning at en presiserer nøye hvilke slike begrensninger en rekner med, fordi det ikke uten videre er opplagt. For tydelighets skyld kan en da snakke om *Pareto-optimalitet under de og de betingelser*, eller Pareto-optimalitet innenfor den klasse av muligheter som de og de betingelser definerer, istedenfor om Pareto-optimalitet i sin alminnelighet, idet en anvender følgende definisjon[1]):

(6.1) Et punkt X som tilfredsstiller betingelsene C, er Pareto-optimalt under betingelsene C hvis det ikke finnes noe annet punkt som tilfredsstiller betingelsene C, og som minst ett individ foretrekker fremfor X og ingen individer finner dårligere enn X.

Det har vanligvis størst interesse å rekne med bare de begrensninger som en anser for »uomgjengelig nødvendige« — derfor er det vel i de fleste velferdsanalyser tale om *Pareto-optimalitet under de begrensninger som de tekniske betingelser pålegger.* For å belyse optimumsegenskapene ved et punkt, kan det imidlertid være av betydning å undersøke om det er Pareto-optimalt under forskjellige sett av betingelser, bl. a. fordi det kan være vanskelig å avgjøre hvilke begrensninger som er »uomgjengelige«. I praksis vil det antagelig, i hvert fall på noe kortere sikt, ligge mange flere begrensninger på variasjonsmulighetene enn de rent tekniske.

Vi vil her belyse den løsning vi kom fram til ved (5.1)—(5.5) ved å undersøke om den er Pareto-optimal under forskjellige sett av betingelser. For korthets skyld kaller vi løsningen (5.1)—(5.5) for »*W-løsningen*«.

W-løsningen kom vi fram til ved å maksimere velferdsfunksjonen (4.2) under den tekniske betingelse (5.1) og fordelingsbetingelsen (5.2), idet alle størrelsene $x_1^1 \ldots x_n^1; \ldots; x_1^N \ldots x_n^N; T, x_1^* \ldots x_n^*$ (og ξ) var variable under maksimeringen.

De betingelser det nå har størst interesse å legge på eller unnlate å legge på ved undersøkelsen av om W-løsningen er Pareto-optimal, er følgende:

1) En betingelse om at T er gitt lik den verdi den får i W-løsningen.
2) En betingelse om at $x_1^* \ldots x_n^*$ er gitt lik de verdier de får i W-løsningen.
3) Den betingelse som uttrykkes ved fordelingsprinsippet (5.2).

Den tekniske betingelse (5.1) antar vi påligger i alle tilfelle.

[1]) Jfr. Ragnar Frisch [5] hvor det er gitt en generell utredning om virkningen av de betingelser en pålegger under Pareto-optimaliseringen.

Ved hjelp av de 3 betingelser ovenfor kan vi da lage 8 forskjellige *sett* av betingelser: Vi kan la være å legge på noen av de 3 betingelsene; vi kan legge på bare nr. 1), bare nr. 2) eller bare nr. 3); vi kan legge på nr. 1) og 2), nr. 1) og 3) eller nr. 2) og 3); og endelig kan vi legge på alle 3 betingelsene (hele tiden sammen med den tekniske betingelsen). Under hvert av disse 8 sett av betingelser kan en så undersøke om W-løsningen er Pareto-optimal.

Vi skal ikke gjengi rekningen her, det blir en hel del »Lagrange-rekning« etter slike metoder som er brukt hos Lange, Haavelmo og andre[1]). Løsningene kan stilles opp på følgende måte:

Fordelingsbetingelsen pålagt.

(6.2)

	T gitt.	T ikke gitt.
$x_1^* \ldots x_n^*$ gitt.	W-løsningen Pareto-optimal.	W-løsningen Pareto-optimal.
$x_1^* \ldots x_n^*$ ikke gitt.	W-løsningen Pareto-optimal hvis $W_1^* = \ldots = W_n^* = 0$, ellers generelt ikke Pareto-optimal.	W-løsningen Pareto-optimal hvis $W_1^* = \ldots = W_n^* = 0$, ellers generelt ikke Pareto-optimal.

Fordelingsbetingelsen ikke pålagt.

(6.3)

	T gitt.	T ikke gitt.
$x_1^* \ldots x_n^*$ gitt.	W-løsningen Pareto-optimal.	W-løsningen Pareto-optimal hvis alle individer er like, ellers generelt ikke Pareto-optimal.
$x_1^* \ldots x_n^*$ ikke gitt.	W-løsningen Pareto-optimal hvis $W_1^* = \ldots = W_n^* = 0$ og alle individer er like, ellers generelt ikke Pareto-optimal.	W-løsningen Pareto-optimal hvis $W_1^* = \ldots = W_n^* = 0$ og alle individer er like, ellers generelt ikke Pareto-optimal.

At »individene er like« betyr her at de har samme preferansefunksjon og samme arbeidseffektivitet.

[1]) Se Oskar Lange [8] og Trygve Haavelmo [6].

Av de slutninger vi kan trekke, er kanskje følgende de mest interessante:

(6.4) a) Det at $W_1^* \ldots W_n^*$ er forskjellige fra null, vil kunne hindre at W-løsningen blir Pareto-optimal innenfor klasser (d. v. s. sett av betingelser) hvor felleskonsumet $x_1^* \ldots x_n^*$ kan variere (de nederste rutene i hver tabell).

b) Det at fordelingsprinsippet påligger som en betingelse under maksimeringen av W, vil kunne hindre at W-løsningen blir Pareto-optimal innenfor klasser hvor arbeidstiden T eller felleskonsumet $x_1^* \ldots x_n^*$ eller begge kan variere og hvor det ikke er pålagt noe bånd på fordelingen, så sant individene er forskjellige med hensyn til preferansestruktur eller arbeidseffektivitet (rutene i (6.3) bortsett fra den øverst til venstre).

Den første slutning her er rimelig ut fra følgende betraktning: Det at $W_1^* \ldots W_n^*$ er forskjellige fra null, betyr at felleskonsumet tillegges en vurdering i velferdsfunksjonen utover den som skjer via de individuelle preferansefunksjoner, mens Pareto-optimaliteten er defineret bare på grunnlag av de vurderinger som uttrykkes i de individuelle preferansefunksjoner.

Den andre slutningen kan illustreres ved følgende tankegang: Anta at $W_1^* = \ldots = W_n^* = 0$. Da er W-løsningen Pareto-optimal innenfor den klasse som avgrenses av fordelingsprinsippet (og den tekniske transformasjonsbetingelse), jfr. ruten nederst til høyre i (6.2). D. v. s. så lenge vi skal holde på fordelingsprinsippet er det umulig å øke preferansefunksjonen for noe individ uten at den går ned for noe annet individ. Hvis vi derimot slipper fordelingsprinsippet, altså tillater variasjoner som ikke tilfredsstiller det, så kan en slik endring tenkes *hvis individene er forskjellige*. Da kan det nemlig f. eks. tenkes at noen individer ønsker å øke arbeidstiden selv om de får en *mindre* andel av privatkonsum-produksjonen enn de skulle ha etter fordelingsprinsippet; noe av denne forskjellen kunne så brukes til å øke privatkonsumet hos de individer som bare ønsker å øke arbeidstiden hvis de får en *større* andel av privatkonsumproduksjonen enn de skulle ha etter fordelingsprinsippet, altså de individer som *ikke* ønsket å øke arbeidstiden hvis fordelingsprinsippet skulle gjelde.

Det kan i forbindelse med slutning b) i (6.4) nevnes at fordelingsprinsippet »til enhver i forhold til hans ytelse« i litteraturen fra de sosialistiske land reknes for en *objektiv nødvendighet* for en sosialistisk økonomi[1]). I så fall har resultatene i tabell (6.3) ingen interesse. Når det nevnte fordelingsprinsipp reknes som en »objektiv« betingelse, er det imidlertid neppe i den helt stramme tolkning vi har gitt det i denne drøftelsen.

[1]) Se f. eks. [20] side 421 eller [21] side 491.

7. *Realiseringen av velferdsoptimum.*

Vi fant i avsnitt 5 fram til en løsning, »W-løsningen«, som vi kaller velferdsoptimum. Spørsmålet er nå hvordan denne løsningen kan realiseres innenfor en sosialistisk økonomi.

Det er uten videre klart at den mulighet å skaffe data for de tusener eller millioner av funksjoner som inngår i systemet (5.1)—(5.5), løse systemet, og så tildele individene kvanta i henhold til det — den mulighet foreligger ikke i praksis. Det er nødvendig å finne en »*selvvirkende mekanisme*« som en kan benytte for å nå fram til den optimale løsning.

I den teoretiske diskusjon er det *Oskar Lange* som grundigst har gått inn på denne mulighet, gjennom det som senere er blitt kalt »the competitive solution«[1]). Den består i å benytte en markedsmekanisme som i formell henseende har mange trekk til felles med frikonkurransesystemet. I de sosialistiske land har også praksis gått i den retning — noe som i litteraturen derfra gjenspeiles i uttrykk som det at »verdiloven virker og blir bevisst brukt i planleggingen« i den sosialistiske økonomi[2]).

Den følgende drøftelse av hvorledes velferdsoptimum (5.1)—(5.5) kan realiseres, peker også i retning av »utnyttelse av verdiloven«.

Anta at individ nr. ν får en avlønning R_ν pr. tidsenhet i penger, og at han kan bruke denne fritt til etterspørsel etter godene nr. $1 \ldots n$ til sitt private konsum, idet det er fastsatt visse godepriser $p_1 \ldots p_n$ som det enkelte individ i markedet ikke kan påvirke. Budsjettbetingelsen for individ nr. ν blir

$$(7.1) \qquad R_\nu = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i^\nu \qquad (\nu = 1 \ldots N).$$

Under denne bibetingelse vil individet maksimere sin preferansefunksjon. Det leder til de vanlige »Gossen-betingelsene«:

$$(7.2) \qquad \frac{u_1^\nu}{p_1} = \ldots = \frac{u_n^\nu}{p_n} \qquad (\nu = 1 \ldots N).$$

Kan nå et slikt marked som her beskrevet brukes til å realisere velferdsoptimum (5.1)—(5.5)? For at det skal være mulig, må $R_1 \ldots R_N$ og $p_1 \ldots p_n$ kunne fastsettes slik at (7.1) og (7.2) blir forenelige med systemet (5.1)—(5.5). Ved å sammenlikne (7.2) med (5.3) ser vi at det er *nødvendig at prisene settes proporsjonale med godenes arbeidsverdier*, altså at

$$(7.3) \qquad \frac{p_1}{A_1} = \ldots = \frac{p_n}{A_n} = \gamma$$

---

[1]) Se [7], kapitel III og IV.

[2]) Se f. eks. [21] side 508 eller Tadeusz Dietrich [2] side 62.

hvor γ er et tall som kan velges fritt (for praktiske formål positivt). Når γ er valgt, ser vi videre at det er nødvendig at

$$R_\nu = \gamma\, \xi\, \beta_\nu\, T \qquad (\nu = 1 \ldots N), \tag{7.4}$$

forat fordelingsprinsippet (5.2) skal bli tilfredsstilt, altså at *pengeavlønningene er proporsjonale med de individuelle arbeidsinnsatser.*

Det er ut fra dette lett å se at vi har følgende resultat (idet vi for enkelhets skyld setter $\gamma = 1$):

(7.5) Hvis W-løsningen er entydig, kan den realiseres på følgende måte: Arbeidstiden T og felleskonsumet $x_1^* \ldots x_n^*$ fastsettes ved sentral avgjørelse lik de verdier de har i W-løsningen. Den dertil svarende verdi av proporsjonalitetsfaktoren ξ (som uttrykker privatkonsumets andel i det samlete konsum) reknes ut ved (3.4). Hvert individ får en pengeavlønning som er ξ ganger den arbeidsmengde det yter, og bruker den fritt i et marked hvor prisene er satt lik arbeidsverdiene av godene. Produksjonssektorene produserer de varekvanta som derved blir etterspurt.

Ved den måten ξ her er bestemt på, er en sikret overensstemmelse mellom den samlete arbeidsmengde som ytes og den samlete etterspørsel.

Den avveining som skal til for å bestemme T og $x_1^* \ldots x_n^*$ kan en ikke »overlate til noe marked«. Spesielt den avveining som er uttrykt ved (5.5) må en da anta blir svært grov[1]). Det har da sin interesse at vi ut fra det som er sagt i (5.8) og like foran kan trekke følgende slutning:

(7.6) Uansett hvorledes T og $x_1^* \ldots x_n^*$ (og dermed ξ) velges, så vil den markedsmekanisme som er beskrevet i (7.5) gi den høyeste velferd som kan oppnås med disse verdier av T og $x_1^* \ldots x_n^*$, når en har pålagt at fordelingsprinsippet for det private konsum skal gjelde. Denne slutning gjelder uavhengig av de relative vekter individene tillegges i velferdsfunksjonen.

Med hensyn til utdelingen av inntektene $R_1 \ldots R_N$, kan en tenke seg å foreta den ved hjelp av en lønnssats w pr. *normal*arbeidstime. Hvis vi har satt $\gamma = 1$ slik at vi skal ha

$$(7.7) \quad \begin{aligned} p_i &= A_i & \qquad (i &= 1 \ldots n) \\ R^\nu &= \xi\, \beta^\nu T & \qquad (\nu &= 1 \ldots N), \end{aligned}$$

og vi dessuten ikke skal ha direkte personbeskatning, må da w settes

$$w = \xi\,. \tag{7.8}$$

[1]) Dette er noe vanskelig å utdype nærmere, da en jo kan si at nettopp det som blir valgt for T og $x_1^* \ldots x_n^*$ alltid er et resultat av de vurderinger vi har ment å uttrykke ved hjelp av W-funksjonen.

Tenker vi oss at bedriftene også seg imellom og overfor »det offentlige« bruker avregningspriser lik arbeidsverdiene, vil den reknskapsmessige inntekt i sektor nr. i bli

$$\pi_i = p_i X_i - \sum_{j=1}^{n} p_j x_{ji} - w x_{0i} = X_i \left[A_i - \sum_{j=1}^{n} A_j a_{ji} - \xi a_{0i} \right]. \tag{7.9}$$

Av den måten arbeidsverdiene er definert på, jfr. (2.5) eller likningen foran, følger det at dette kan skrives som

$$\pi_i = (1-\xi)\, a_{0i} X_i = (1-w) x_{0i} . \tag{7.10}$$

Altså: Når prisene på alle goder settes lik arbeidsverdiene og arbeidet avlønnes ved en fast lønnssats pr. normalarbeidstime, blir *det reknskapsmessige overskudd i hver produksjonssektor proporsjonalt med den direkte arbeidsanvendelse i sektoren.* Om disse overskuddene inndras til sentral disponering, blir de akkurat store nok til å dekke felleskonsumet $x_1^* \ldots x_n^*$, når en også avregner dette etter arbeidsverdien.

Imidlertid er ikke hele spørsmålet om realiseringen løst i og med resultatene ovenfor. Selv om en vet at prisene skal settes lik arbeidsverdiene, gjenstår nemlig spørsmålet: kjenner vi, eller kan vi rekne ut, arbeidsverdiene? Som vi ser av (2.5) må arbeidsverdiene generelt reknes ut ved hjelp av et simultant likningssystem hvor data fra alle produksjonssektorene inngår[1]). Dette er nok en langt mer overkommelig oppgave enn å rekne ut løsningen av hele systemet (5.1)—(5.5), men også her vil antagelig en mekanisme som bygger på automatiske, desentraliserte aksjoner komme på tale, hvis noen slik kan finnes.

En nærliggende tanke er følgende: La de forskjellige produksjonssektorer sette prisene på sine produkter ned hvis stykkoverskuddet er større enn et visst planlagt stykkoverskudd, og opp hvis overskuddet er mindre. Vi kunne stilisere dette ved følgende »mekanisme«:

$$\frac{dp_i}{dt} = c_i \left[\bar{\pi}_i - \frac{\pi_i}{X_i} \right] \qquad (i = 1 \ldots n) \tag{7.11}$$

hvor $\bar{\pi}_i$ er det planlagte stykkoverskudd, π_i realisert stykkoverskudd, $c_1 \ldots c_n$ et sett av positive konstanter og t er tiden.

Ut fra (7.10) er det rimelig å definere »planlagt stykkoverskudd« som

$$\bar{\pi}_i = (1-w) a_{0i} \qquad (i = 1 \ldots n). \tag{7.12}$$

---

[1]) Problemet er formelt helt likt det bedriftsøkonomiske kalkulasjonsproblem som oppstår når en i bedriften har flere kostnadssteder som utveksler goder gjensidig. Se f. eks. E. Schneider [19] side 69—74.

Realisert overskudd reknes ut ved første uttrykk i (7.9). Setter vi dette inn i (7.11), får vi følgende sett av differensiallikninger som bare inneholder prisene som ukjente:

$$\frac{dp_i}{dt} = c_i \left[a_{0i} + \sum_{j=1}^{n} p_j a_{ji} - p_i \right] \qquad (i = 1 \ldots n). \tag{7.13}$$

Setter vi alle tilveksthastighetene av prisene i (7.13) lik null, får vi et system av likninger som har som løsning nettopp $p_i = A_i \quad (i = 1 \ldots n)$.

»Mekanismen« (7.11) gir altså som stasjonærløsning nettopp de priser vi ønsker. Dette er imidlertid ikke tilstrekkelig til at (7.11) kan sies å være en hensiktsmessig »mekanisme«; det er også nødvendig at systemet gir *konvergens*, altså at systemet fører til at prisene nærmer seg til arbeidsverdiene med tiden hvis vi starter med priser som er forskjellige fra arbeidsverdiene.

Jeg har ikke funnet noe absolutt bevis for at (7.13) gir konvergens under alle omstendigheter. Et visst lys kan vi imidlertid kaste over dette problemet ved å trekke den formelle analogien mellom systemet (7.13) og de »dynamiserte« frikonkurransemodeller hvor pristilvekstgradene antas å være stigende funksjoner av etterspørselsoverskuddet for hver vare[1]). Vi kan da ut fra det at a-ene i (7.13) er tekniske fabrikasjonskoeffisienter, trekke den slutning at (7.13) tilfredsstiller de såkalte *Hickske stabilitetsbetingelser*.

Sett

$$A_{ij} = (e_{ij} - a_{ij}) \qquad (i, j = 1 \ldots n) \tag{7.14}$$

hvor e_{ij} er som forklart i forbindelse med (2.4). Da gir (2.4)

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} A_{ij}^{-1} z_j \qquad (i = 1 \ldots n) \tag{7.15}$$

hvor A_{ij}^{-1} er elementene i den inverse til matriksen (A_{ij}).
Da det ut fra en teknisk betraktning opplagt må være slik at enhver øking i sluttleveringen av goder fra en sektor må føre til en effektivt større totalproduksjon i samme sektor, må vi ha

$$A_{ii}^{-1} > 0 \qquad (i = 1 \ldots n). \tag{7.16}$$

Det samme må vi imidlertid kunne si selv om vi ser bort fra visse av kryssleveringene; d.v.s. diagonalelementene må være effektivt positive i den inverse til en hvilken som helst n-radet matriks som dannes av fabrikasjonskoeffisientene på følgende måte:

---

[1]) Se P. A. Samuelson [16] side 109 eller appendikset hos Oskar Lange [9].

$$(7.17)\qquad \begin{pmatrix} 1 & -a_{12} & \dots & -a_{1m} & 0 & \dots & 0 \\ -a_{21} & 1 & \dots & -a_{2m} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_{m1} & -a_{m2} & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

hvor $m = 1, 2 \dots n$. (Nummereringen av sektorene er selvsagt vilkårlig).

La D_m betegne en prinsipal underdeterminant av orden m i matriksen (A_{ij}). Da følger det av det som er sagt ovenfor at

$$(7.18)\qquad \frac{D_{m-1}}{D_m} > 0 \qquad\qquad (m = 2 \dots n)$$

idet uttrykket til venstre her nettopp er lik det inverse element svarende til et diagonalelement i den øverste venstre del av (7.17). Vi ser imidlertid at $D_1 = 1 > 0$, altså får vi

$$(7.19)\qquad D_m > 0 \qquad\qquad (m = 1 \dots n).$$

Se så på koeffisientstrukturen i (7.13). Vi ser at koeffisientmatriksen her bortsett fra c-ene[1]) er $(-A'_{ij})$ hvor $A'_{ij} = A_{ji}$. Hvis vi betegner en prinsipal underdeterminant av orden m i matriksen $(-A'_{ij})$ med D'_m, følger det av (7.19) at vi har

$$(7.20)\qquad \operatorname{sign} D'_m = \operatorname{sign} (-1)^m \qquad\qquad (m = 1 \dots n).$$

Dette svarer nettopp til de Hickske stabilitetsbetingelser[2]).

Nå har imidlertid *Samuelson* vist at de Hickske stabilitetsbetingelser hverken er nødvendige eller tilstrekkelige for »true dynamic stability«, altså for at det dynamiske system (7.13) skal konvergere[3]). Om det er lov å uttrykke seg slik, må en imidlertid anta at hvis Hicks-betingelsene er oppfylt, så vil systemet »vanligvis« gi dynamisk stabilitet. Det fremgår av Samuelsons framstilling at det ikke var lett å konstruere moteksempelet mot tilstrekkeligheten av Hicks-betingelsene. Det kan også nevnes at det moteksempel han har, faller utenfor de muligheter som (7.13) innebærer, idet det vil bryte forutsetningen om ikke-negative a_{ij}. Det er derfor mulig at jeg i drøftelsen ovenfor ikke har utnyttet alle relevante egenskaper ved matriksen A_{ij}, og at en ved å gjøre det ville kunne vise generelt at (7.13) vil gi konvergens.

---

[1]) Disse spiller ingen rolle for fortegnsdrøftelsen her når de er effektivt positive, idet de bare kommer til som faktorer foran de determinanter vi har med å gjøre. Derimot betyr de selvsagt noe for hvor *rask* konvergensen eventuelt blir.

[2]) Se P. A. Samuelson [16] side 110 eller Oskar Lange [9] side 94.

[3]) Se P. A. Samuelson [17].

Det kan også oppstå problemer i forbindelse med å fastlegge størrelsene $\beta_1 \ldots \beta_N$ som er nødvendige for å foreta inntektsutdelingen. Vi skal ikke gå nærmere inn på det her, men bare nevne at i de sosialistiske land søkes akkord-systemet innført overalt hvor det lar seg praktisere.

8. Den Samuelsonske generalisering.

Vi har i hele den foregående analyse reknet med koeffisientene a_{ij} som teknisk gitte konstanter; vi har altså sett bort fra substitusjonsmuligheter i produksjonen.

Ved å bygge på et teorem som er vist av P. A. Samuelson[1]), kan imidlertid hele analysen generaliseres til tilfellet med substitusjonsmuligheter, såsant produktfunksjonen innen hver produksjonssektor er homogen av grad én, d. v. s. er en *pari-passu*produktfunksjon.

La produktfunksjonen i en sektor være

$$X_i = f_i\,(x_{0i},\, x_{1i}\, \ldots\, x_{ni}) \qquad (i = 1 \ldots n) \tag{8.1}$$

hvor f_i er homogen av grad én og forøvrig har »vanlige« kontinuitets- og krumningsegenskaper. Vi stiller opp følgende tekniske optimalitetskriterium: For gitt $x_0 = \sum\limits_{i=1}^{n} x_{0i}$ og gitte $z_1 \ldots)z_k(\ldots z_n$ skal z_k (jfr. økosirklikningene (2.1)) være så stor som mulig. Samuelsons teorem sier da at dette tekniske optimalitetskriterium er *tilstrekkelig til å fastlegge et sett av fabrikasjonskoeffisienter a_{ij} som er uavhengig av k og av hvilke verdier x_0 og $z_1 \ldots)z_k(\ldots z_n$ har under maksimeringen av z_k.*

Det er da åpenbart at hele analysen foran fram til avsnitt 7 kan generaliseres til tilfellet med tekniske substitusjonsmuligheter såsant produktfunksjonene er homogene av grad én. Vi kan bare la de koeffisienter a_{ij}, $(i = 0,1 \ldots n; j = 1 \ldots n)$ som vi har brukt være de som fastlegges ved det rent tekniske optimalitetskriterium som er forklart ovenfor.

Drøftelsen i avsnitt 7 krever en utvidelse i substitusjonstilfellet, idet prisene nå ikke bare skal fylle de funksjoner de der gjorde, men også lede bedriftene fram til de optimale fabrikasjonskoeffisienter. Det mest rimelige synes da å være å supplere (7.11) med en regel om at bedriftene til enhver tid benytter den relative faktorkombinasjon som gir de minste kostnader reknet etter de eksisterende priser. Vi skal ikke ta opp noen drøftelse av de nye problemer som da melder seg, men bare si i tråd med Oskar Langes tankegang, at hvis frikonkurranseatferd — som Samuelson hevder, men så vidt jeg ser ikke beviser — leder fram til de optimale fabrikasjonskoeffisienter, så vil en i en sosialistisk økonomi kunne realisere de optimale fabrikasjonskoeffisienter ved »the competitive solution«.

---

[1]) Se [18] side 142—146. Generaliseringen er nevnt av Nørregaard-Rasmussen [12] side 109—110.

Litteratur.

[1] *Abram Bergson*: Socialist Economics, i boka A Survey of Contemporary Economics. Edited by Howard S. Ellis. The Blakiston Company. Philadelphia, Toronto 1949.

[2] *Tadeusz Dietrich*: Some Remarks on Economic Accounting and the Law of Value, i boka International Economic Papers No. 2. Macmillan. London, New York 1952. (Oversettelse fra polsk, Ekonomista 1950).

[3] *Friedrich Engels*: Herrn Eugen Dührings Umwälzung der Wissenschaft (»Anti-Dühring«). Dietz Verlag. Berlin 1952.

[4] *Ragnar Frisch*: Reperkusjonsanalytiske problemer som kan studeres på grunnlag av vare- og tjenestetilgangen oppdelt etter tilrekningsandeler, hovedkategorier av goder og næringssektorer. Memorandum fra Universitetets Socialøkonomiske Institutt, Oslo, 6. november 1952.

[5] *Ragnar Frisch*: On Welfare Theory and Pareto Regions. Memorandum fra Universitetets Socialøkonomiske Institutt, Oslo, 17. august 1953.

[6] *Trygve Haavelmo*: Økonomisk Velferdsteori. Notater fra forelesninger, ved Arne Amundsen og Hans Jacob Kreyberg. Memorandum fra Universitetets Socialøkonomiske Institutt, Oslo, 7. august 1950.

[7] *Oskar Lange* and *Fred M. Taylor*: On the Economic Theory of Socialism. The University of Minnesota Press. Second printing 1948.

[8] *Oskar Lange*: The Foundations of Welfare Economics. Econometrica 1942.

[9] *Oskar Lange*: Price Flexibility and Employment. Cowles Commission Monograph No. 8. The Principia Press, Inc. Bloomington, Indiana 1944.

[10] *Karl Marx*: Ausgewählte Schriften. Band II. Ring-Verlag A.-G. Zürich 1934.

[11] *P. Nørregaard Rasmussen*: Om Input-Output Analysen. Nationaløkonomisk Tidsskrift. Hæfte 1—2, 1954.

[12] *P. Nørregaard Rasmussen*: Input-Output Modellens Anvendelsesmuligheter. Nationaløkonomisk Tidsskrift. Hæfte 3—4, 1954.

[13] *P. Nørregaard Rasmussen*: Nogle Udvidelser av Input-Output Modellen. Nationaløkonomisk Tidsskrift. Hæfte 5—6, 1954.

[14] *L. C. Robbins*: The Great Depression. London 1934.

[15] *P. A. Samuelson*: Foundations of Economic Analysis. Cambridge. Harvard University Press. 1948.

[16] *P. A. Samuelson*: The Stability of Equilibrium: Comparative Statics and Dynamics. Econometrica 1941.

[17] *P. A. Samuelson*: The Relation between Hicksian Stability and True Dynamic Stability. Econometrica 1944.

[18] *P. A. Samuelson*: Abstracts of a Thoerem Concerning Substitutability in Open Leontief Models, i boka Activity Analysis of Production and Allocation. Cowles Commission Monograph No. 13. New York, London 1951.

[19] *Erich Schneider*: Industrielt Regnskabsvæsen. G. E. C. Gads Forlag. København 1945.

[20] Political Economy in the Soviet Union, i boka Readings in Economics. Edited by K. W. Kapp and L. L. Kapp. Barnes & Noble, Inc., New York 1953. (Oversettelse fra russisk, Pod Znamenem Marksizma, Nos. 7—8 1943).

[21] Politische Ökonomie, Lehrbuch. Dietz Verlag. Berlin 1955. (Oversettelse fra russisk).