

## OM INPUT-OUTPUT ANALYSEN<sup>1)</sup>

AF P. NØRREGAARD RASMUSSEN

DE økonomiske analyser, som her skal omtales, kan siges at være af ganske ny dato. Først efter krigen er de overhovedet blevet almindelig kendte i Europa — ja det er vel først i løbet af de sidste par år, at disse analyser er blevet så betydningsfulde, at de kan påkalde interesse ud over de meget få specialisters kreds. Man kan måske mene, at det er en ganske uforholdsmæssig stor betydning, der tillægges disse modeller. Man kan mene, at input-output analysen er uden interesse for økonomer i almindelighed. Man kan argumentere, at det er en vej, som fører ud i vildnis, og at det er beklageligt, når økonomer bruger deres tid og kraft på disse problemer. Men det er ikke desto mindre en kendsgerning, at disse modeller optager en hurtigt voksende andel af de førende tidsskrifters sidetal, at der af offentlige, halv-offentlige og private midler ofres endog meget betydelige summer på disse analyser, og at det således synes nødvendigt for alle økonomer at have et i hvert fald nødtørftigt kendskab til problemstillingen i input-output modeller. I det følgende er forsøgt at give en sådan indføring, idet der er lagt vægt på en »ikke-teknisk« fremstillingsform, hvorfor det med de givne rammer har været nødvendigt at indskrænke omtalen af adskillige problemer, som ellers nok kunne fortjene en detaljeret gennemgang. Der må her henvises til den anførte litteratur.

### *Input-output tabellen.*

Forinden der gives en gennemgang af den nyeste litteratur synes det imidlertid på sin plads indledningsvis at give en — omend grov — skitse af input-output<sup>2)</sup> analysen.

<sup>1)</sup> Denne og et par følgende artikler vil behandle udviklingen i input-output analysen gennem den sidste halve snes år. Artiklerne er blevet til under et arbejde med en videreførelse og udnyttelse af input-output analysen, som gennemføres ved Det økonomiske Forskningsinstitut ved Handelshøjskolen. *Statens almindelige Videnskabsfond* og *Reinholdt W. York og Hustrus Fond* har ydet støtte til dette arbejde. — Stud. polit. Poul Sveistrup har gennemarbejdet manuskripterne og læst korrekturene.

<sup>2)</sup> Det synes vanskeligt at finde en passende oversættelse. I Norge bruger man betegnelsen »kryssløpsanalyse«, hvilket er en træffende sprogbrug. Der er imidlertid den vanskelighed, at man ikke klarer sig med at få oversat »input-output tabel« f. eks. ved »krydsløbstabel«, idet man stadig har brug for ordene »input« og »output« som betegnelse for henholdsvis tilførsler af råmaterialer

## OM INPUT-OUTPUT ANALYSEN<sup>1)</sup>

AF P. NØRREGAARD RASMUSSEN

DE økonomiske analyser, som her skal omtales, kan siges at være af ganske ny dato. Først efter krigen er de overhovedet blevet almindelig kendte i Europa — ja det er vel først i løbet af de sidste par år, at disse analyser er blevet så betydningsfulde, at de kan påkalde interesse ud over de meget få specialisters kreds. Man kan måske mene, at det er en ganske uforholdsmæssig stor betydning, der tillægges disse modeller. Man kan mene, at input-output analysen er uden interesse for økonomer i almindelighed. Man kan argumentere, at det er en vej, som fører ud i vildnis, og at det er beklageligt, når økonomer bruger deres tid og kraft på disse problemer. Men det er ikke desto mindre en kendsgerning, at disse modeller optager en hurtigt voksende andel af de førende tidsskrifters sidetal, at der af offentlige, halv-offentlige og private midler ofres endog meget betydelige summer på disse analyser, og at det således synes nødvendigt for alle økonomer at have et i hvert fald nødtørftigt kendskab til problemstillingen i input-output modeller. I det følgende er forsøgt at give en sådan indføring, idet der er lagt vægt på en »ikke-teknisk« fremstillingsform, hvorfor det med de givne rammer har været nødvendigt at indskrænke omtalen af adskillige problemer, som ellers nok kunne fortjene en detaljeret gennemgang. Der må her henvises til den anførte litteratur.

### *Input-output tabellen.*

Forinden der gives en gennemgang af den nyeste litteratur synes det imidlertid på sin plads indledningsvis at give en — omend grov — skitse af input-output<sup>2)</sup> analysen.

<sup>1)</sup> Denne og et par følgende artikler vil behandle udviklingen i input-output analysen gennem den sidste halve snes år. Artiklerne er blevet til under et arbejde med en videreførelse og udnyttelse af input-output analysen, som gennemføres ved Det økonomiske Forskningsinstitut ved Handelshøjskolen. *Statens almindelige Videnskabsfond* og *Reinholdt W. York og Hustrus Fond* har ydet støtte til dette arbejde. — Stud. polit. Poul Sveistrup har gennemarbejdet manuskripterne og læst korrekturene.

<sup>2)</sup> Det synes vanskeligt at finde en passende oversættelse. I Norge bruger man betegnelsen »kryssløpsanalyse«, hvilket er en træffende sprogbrug. Der er imidlertid den vanskelighed, at man ikke klarer sig med at få oversat »input-output tabel« f. eks. ved »krydsløbstabel«, idet man stadig har brug for ordene »input« og »output« som betegnelse for henholdsvis tilforsler af råmaterialer

I fremstillingen af modellen kan man efter behag begynde med at betragte de konkrete strømme af varer og tjenester, som er en del af nationalregnskabet objekt, eller man kan starte med de Walras'ske ligningssystemer. Det er formentlig lettest at begynde med de første, d. v. s. betragte tabel 1.

Tabellen refererer sig til England — valgt som en af de mest overskuelige, der er offentliggjort<sup>1)</sup>. Man har her, som det fremgår af tabellen, foretaget en opdeling i 8 sektorer: landbrug, egentlig industri, handel, etc., en opdeling, som vil kendes fra nationalregnskabet opgørelser fra produksiden.

Disse er de såkaldte »endogene« eller »ikke-autonome« sektorer. Forholdet er det, at omend input-output tabellen forsøger at *registrere* strømmene mellem alle sektorerne, så prætenderer man i reglen alene at *forklare* strømmene imellem de ikke-autonome sektorer ved givne strømme fra de ikke-autonome (de endogene) til de autonome (de exogene) sektorer. Man har således i tabel 1 udskilt en gruppe af »autonome sektorer«, betegnet som »Final Buyers« d. v. s. offentlig og privat konsum, investering samt eksport.

De strømme, der betragtes, er reale, d. v. s. varer og tjenesteydelser, mens de finansielle strømme ikke — i modsætning til nationalregnskabet — er medtaget. I tabellen er registreret hver sektors køb fra andre sektorer — i søjlerne — og hver sektors salg til andre sektorer — i rækkerne. Når der således i skæringen mellem 6. række og 3. søjle står 13, betyder det, at industrien »Food, drink and tobacco« i løbet af 1948 købte for 13 mill. £ fra industrien »Electricity, gas and water«. Man bemærker, at diagonalen i denne tabel er tom, d. v. s. man har ikke medregnet de interne transaktioner for de enkelte sektorer. Disse tal kunne for så vidt godt have været medregnet<sup>2)</sup>, hvilket ikke ville have betydet afgørende forskelle for det følgende.

Summerne af række-tallene — således som angivet i søjle nr. 14 — angiver samlet salg fra de forskellige sektorer til alle andre sektorer herunder salg til konsum, investering samt eksport. Da de fleste sektorer køber fra udlandet, er import ligeledes medregnet under de ydende industrier. Søjle nr. 14 angiver med andre ord de samlede værdier af »output« fordelt på de industrier, dette output kommer fra. Dette betyder, at — for at gøre det helt klart — sektor nr. 1 (d. v. s. landbrug, skovvæsen og fiskeri) i 1948 har haft en total produktion (et output) til en samlet værdi af 956 mill. £. Heraf er en del leveret til sektor nr. 3 (nemlig goder til en værdi af 460 mill. £), til sektor nr. 4 (nemlig 28 mill. £) og til sektor nr. 7 (nemlig 2 mill. £), mens resten

og hjælpestoffer til en sektor og sektorens leverancer til andre sektorer. Det er her vanskeligt at komme uden om kunstord, hvorfor man vel lige så godt kan anvende de engelske betegnelser. I øvrigt er jeg blevet gjort opmærksom på, at også på engelsk er »input« et kunstord — som man da også forgæves søger i de almindeligt anerkendte ordbøger. — I mangel af bedre har jeg fastholdt de engelske betegnelser.

<sup>1)</sup> Detailler om tabellen findes i den anførte kilde, p. 63.

<sup>2)</sup> I den danske tabel, som er under udarbejdelse, vil disse »intra-sektor strømme« være med i et begrænset omfang.

Table 1. *Inter-industry transactions 1948 (U. K.)*  
£ million

Purchases by	Sales by													
	Final Buyers													
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.
Agriculture, forestry and fishing	Mining and quarrying	Food, drink and tobacco	Other manufacturing	Building and contracting	Electricity, gas and water	Other production and trade <sup>1)</sup>	Other <sup>2)</sup>	Persons <sup>3)</sup>	Public authorities	Gross domestic capital formation	Fixed Stocks <sup>4)</sup>	Exports	Total output	
1. Agriculture, forestry and fishing.....	5	—	460	28	—	2	—	405	19	—	32	10	956	
2. Mining and quarrying.....	66	—	12	196	11	61	—	85	7	4	-3	35	520	
3. Food, drink and tobacco.....	84	73	125	6	—	9	—	1,339	20	—	60	90	1,590	
4. Other manufacturing.....	15	20	7	70	340	330	—	1,375	335	773	389	1,252	5,136	
5. Building and contracting.....	3	6	13	107	3	103	—	260	85	517	30	—	1,110	
6. Electricity, gas and water.....	100	20	150	490	70	45	—	195	15	36	2	5	430	
7. Other production and trade <sup>1)</sup> .....	—	—	—	—	—	55	—	2,379	205	69	—	445	3,983	
8. Other <sup>2)</sup> .....	—	—	—	—	—	—	—	449	987	—	—	—	1,436	
9. Imports.....	60	12	323	798	36	2	—	590	122	35	-20	58	2,196	
10. Adjustments <sup>5)</sup> .....	—	—	—	19	—	—	—	-30	—	-20	—	31	—	
11. Goods and services valued at factor cost.....	333	131	1,090	1,714	460	730	—	7,047	1,795	1,414	490	1,926	17,357	
12. Wages and salaries <sup>6)</sup> .....	249	348	220	2,347	527	1,724	1,116	—	—	—	—	—	6,649	
13. Profits <sup>4)</sup> , rent and depreciation.....	374	41	280	1,075	123	1,529	320	—	—	—	—	—	3,827	
14. Net indirect taxes.....	—	—	—	—	—	—	—	1,345	33	52	5	32	1,467	
15. Total input.....	956	520	1,590	5,136	1,110	430	3,983	8,392	1,828	1,466	495	1,958	29,300	

Source: *National Income and Expenditure 1946-1951*, Central Statistical Office, London, August 1952, table 13.

1) Transport and communication, distributive trades and other services (Items 6-8 of Table 9 in the source).

2) Public administration and defence, public health and educational services, ownership of dwellings, domestic services to households and services to private non-profit-making bodies (Items 10-14 of Table 9 in the source).

3) Includes private non-profit-making bodies.

4) Includes stock appreciation.

5) Sales by final buyers.

6) Includes employers' insurance contributions and (in column 8) the pay and allowances of the Armed Forces.

(ialt for 466 mill. £) er leveret til »de autonome sektorer« og her fordeler sig med et privat konsum på 405 mill. £, et offentlig konsum på 19 mill. £, en investering (ved lagerdannelse) på 32 mill. £ og endelig en eksport på 10 mill. £.

På den anden side — d. v. s. når man aflæser søjlerne — fortæller tabellen, at der er tilført landbruget goder udefra for ialt 333 mill. £, nemlig for 5 mill. £ fra sektor nr. 2, for 66 mill. £ fra sektor nr. 3 o. s.v. Værditilvæksten har således været 956 mill. £ minus 333 mill. £, altså 623 mill. £. Tabellen fortæller videre, at af disse er de 374 mill. £ profit i sektoren samt rentebetalinger og afskrivninger, mens de 249 mill. £ er sektorens samlede lønbetalinger. Søjlesummerne vil således åbenbart angive værdierne af de enkelte sektorers indkøbte varer og tjenester.

Relationen til nationalregnskabet's opgørelser af nationalproduktet fordelt på industrier er åbenbar. Det, som her er sket, er en specifikation på oprindelsesindustrier for input og en lignende specifikation på modtagerindustrier for output. I denne henseende giver tabellen altså betydelig rigere oplysninger end nationalregnskabet.—

Hvis man subtraherer række nr. 11 fra søjle nr. 14, får man som lige vist de enkelte sektorers værditilvækst, d. v. s. deres bidrag til bruttofaktoringkomsten. Landbrugets bidrag bliver herefter  $956 \div 333 = 623$ . Disse værditilvækster er i øvrigt som nævnt yderligere opdelt i tabellen ved en specifikation på lønindkomst på den ene side og bruttoprofit (d. v. s. incl. afskrivninger) på den anden side. Man kan således ved tabellen finde frem til »nationalindkomsten« ved enten at addere rækkesummerne for nr. 12 og 13, eller ved at addere forskellene mellem rækkesummerne (søjle nr. 14) og søjlesummerne (række nr. 11), d. v. s. værditilvæksterne, eller endelig ved at addere indkomstens udgiftsside (d. v. s. konsum + investering), som den fremgår af summen af søjlerne 9—13 minus række 9.

Det således bestemte tal — 10.476 mill. £ — er imidlertid ikke lig »nationalindkomsten«. For det første indeholder dette tal nettobeløbet af renter og dividender modtaget fra og betalt til udlandet — og svarer således i denne henseende til det danske »bruttofaktorindkomsten« = det engelske »gross geographical product«.

Men for det andet må dette tal korrigeres for prisændringer for lager. En væsentlig del af lagrene opgøres faktisk i det til grund liggende materiale i de historiske priser, hvorved samlet profit bliver overvurderet i prisstigningsperioder. Da man kun i nationalindkomsten vil medregne »a flow of benefits«, skal disse »windfall gains« fraregnes — for 1948 300 mill. £<sup>1)</sup>. Endelig skal det nævnes, at man på grundlag af tabellen kan finde frem til nationalindkomsten i faktorpriser eller i markedspriser, ganske som man måtte ønske, jfr. række 14.

<sup>1)</sup> Jfr. tabel 9 i *National Income and Expenditure 1946-51*.

Det fremgår at enhederne i tabellen er £. Så længe man alene ser på rækkerne, er der imidlertid sådan set intet i vejen for, at man i princippet kunne tænke sig tabellen opgjort i fysiske enheder. Man måtte da forestille sig en overordentlig detaljeret sektoropdeling, hvor hver sektor alene producerede een vare. En sådan opgørelse er teoretisk meget vel tænkelig. Tabellen ville da f. eks. angive, at en samlet produktion af så og så mange tons kul (evt. af den og den kvalitet) blev fordelt på de forskellige endogene og exogene sektorer på den og den måde; at så og så mange stk. æg blev fordelt på den og den måde o. s. v.

Omend man nok kan forestille sig et sådant monstrum af en tabel, ville det naturligvis være ganske udelukket (og også af tvivlsom interesse) at udfylde en sådan tabel. Rent praktisk er man nødt til at operere med et — i forhold til antal af varer — meget begrænset antal sektorer. For at kunne addere de forskellige varer produceret i samme sektor må man da bruge pengeenheder som generel enhed i sin tabel. Dette giver desuden den gevinst, at søjletallene får samme dimension og således kan adderes. For at tillade enhver ønsket summation er det derfor åbenbart en fordel at udtrykke strømmene i pengeenheder. Tilmed forhindrer dette ikke, at man kan betragte de anførte strømme som fysiske strømme, idet de fysiske enheder da er at opfatte som den mængde varer, man kan købe for 1 £. Herved bliver prisen på samtlige produkter netop lig 1 — hvilket direkte følger af de valgte fysiske enheder. (Bemærk, at når man vælger sine enheder på denne lidt akavede måde, kommer det, vi normalt kalder en prisstigning — nemlig at samme fysiske enhed nu skal betales med et større antal pengeenheder — til syne på den måde, at vi kan købe et mindre kvantum for 1 £; — »prisen« bliver ved at være 1, men den fysiske enhed bliver mindre). Dette »trick« kan være ganske nyttigt, idet det betyder, at man kan opfatte tabellen som en registrering af »det fysiske kredsløb«.

Her skal input-output tabellen præsenteres i relation til de teoretisk-økonomiske modeller, som er blevet opbygget i de senere år; men der kan være god grund til at understrege, at tabellen sådan set ikke har »behov for« modellen. Tabellen har en stor interesse i sig selv ved det væld af oplysninger, den faktisk er i stand til at give. En input-output tabel repræsenterer jo en konkret kortlægning af samspillet mellem sektorerne, og den kan som sådan yde såvel økonomisk analyse som praktisk administration stor hjælp, selv om man slet ikke benytter de i tilslutning til tabellen opbyggede teoretiske modeller. Det synes ganske vigtigt at fremhæve dette. Det betyder, at selv om man efter moden overvejelse skulle beslutte sig for at forkaste den teoretiske model, vil dette ikke være ensbetydende med at standse arbejdet med at opbygge de konkrete input-output tabeller. Man har da også eksempler på — som det i øvrigt vil blive omtalt nedenfor — at det empiriske arbejde med tabellen er skredet frem helt uden sideblik til mulighederne for en teoretisk-

økonomisk modelopbygning. I reglen har man da betragtet arbejdet med input-output tabellen som en integrerende bestanddel af opstillingen af et nationalregnskab (i videste forstand).

Der rejser sig naturligvis en lang række såvel principielle som praktiske problemer, når en input-output tabel skal konstrueres. Til illustration — og videre belysning af tabellen — af problemer, der må tages stilling til, skal her omtales behandlingen af import og eksport.

Hvad eksporten angår er det allerede nævnt, at denne i reglen vil optræde i den autonome sektor. Dette er en konsekvent registrering af den stund eksporten jo først og fremmest (med givne valutakurser) afhænger af forholdene i udlandet, hvorfor den i egenligste forstand er autonom i relation til enhver model, som refererer sig til indlandet.

Behandlingen af importen er straks vanskeligere. I tabel 1 blev importen registreret som en ekstra, ydende sektor, der ikke blev modsvaret af en hertil svarende modtagende sektor. Herved bliver importen en »udenforstående« sektor, som (passivt) tilpasser sig til de krav, der stilles til den fra de andre sektorer<sup>1</sup>).

En anden mulighed er at betragte importen som en del af det ikke-autonome system. I reglen vil man da lade importen indgå som et output fra den sektor, som måtte have produceret varen, hvis den faktisk ikke var importeret. I den amerikanske tabel skelner man mellem »competitive« og »non-competitive« import, idet importgoder, som teknisk set kunne have været produceret i indlandet, henregnes til den første gruppe. Man lader så de forbrugende industrier modtage dette input fra de sektorer, som (teknisk) kunne have frembragt varen, mens disse sektorer på den anden side debiteres for beløbet. Gruppen af »noncompetitive« imports fordeles direkte til de konsumerende industrier.

#### *Den åbne, statiske model.*

Der skal nu under henvisning til den konkrete input-output tabel beskrevet ovenfor gives en fremstilling af den mest almindelige model, som er blevet opbygget i relation til dette konkrete materiale.

For helt at klarlægge indholdet i denne model synes det hensigtsmæssigt at begynde fremstillingen med et yderst simpelt og abstrakt eksempel<sup>2</sup>). Vi tænker os en produktionsproces, hvis »endelige produkt« er læder, og i

<sup>1</sup>) I litteraturen betegnes da importen på linje med arbejdsydelser som »primære produktionsfaktorer«.

<sup>2</sup>) Eksemplet er med små formelle ændringer taget fra Tibor Barna, »The Interdependence of the British Economy« *Journal of the Royal Statistical Society, Series A (General)*, Vol. CXV. Part I, 1952. Barna bruger i sit eksempel produktion af maskiner ved hjælp af kul og stål, idet en del af maskinproduktionen indgår i produktionen af kul og stål. Dette er imidlertid et uheldigt eksempel, idet benyttelsen af maskinerne betegner en investering, som netop ikke indgår i denne model.

hvilken der medgår kul, træ og læder samt arbejdskraft. Når det anføres, at produktionens »endelige produkt« er læder, menes der, at produktionsprocessen alene »har til formål« at frembringe læder. Det forudsættes med andre ord, at man alene producerer kul og træ for at kunne få læder ud af det, og at tilmed en del af læderproduktionen alene har til hensigt at hjælpe til ved produktionen af det nødvendige kul og træ. Den del af det producerede læder, som ikke medgår til produktionen af kul og træ, tages ud af produktionsprocessen og kan betragtes som produktionens nettoresultat. Dette læder kan da stå til disposition for en autonom (exogen) efterspørgsel. Der er således en *autonom efterspørgsel* efter læder og en *ikke-autonom efterspørgsel* efter læder. Den sidste opstår derved, at der efterspørges læder til brug i produktionsprocessen — »inden i systemet«.

Lad os antage, at der til produktionen af een enhed læder (f. eks. så og så mange kvadratmeter) medgår een enhed arbejdskraft (det kan naturligvis godt være f. eks. 1000 arbejdstimer),  $\frac{1}{2}$  enhed (f. eks. kubikmeter) træ og  $\frac{1}{5}$  enhed (måske tons) kul. Videre antager vi, at der til produktionen af en enhed træ går 2 enheder kul, 0,3 enheder læder og 0,3 enheder arbejdskraft, samt at der til produktionen af en enhed kul medgår 0,1 enhed træ, 0,1 enhed læder og 0,5 enheder arbejdskraft. Disse produktionsbetingelser kan resumeres i følgende tabel:

Tabel 2. *Produktionskoefficienter.*  
(Fysiske enheder)

	1 enhed kul kræver:	1 enhed træ kræver:	1 enhed læder kræver:
Kul.....	—	2	0,2
Træ.....	0,1	—	0,5
Læder.....	0,1	0,3	—
Arbejdskraft.....	0,5	0,3	1

I analogi med tabel 1 har man her set bort fra strømmene inden for de enkelte sektorer, (intra-sektor strømmene), således at der alene er taget hensyn til de krav på tilførsler *udefra* (d. v. s. fra andre sektorer), som de enkelte dele af produktionsprocessen giver anledning til. Som ovenfor anført ville hensyntagen til intra-sektor strømmene ikke give anledning til egentlig nye problemer — om end det ville kunne betyde en ekstra komplikation.

Lad os nu betegne antal enheder forbrugt kul med  $c$ , antal enheder træ med  $t$  og antal enheder læder med  $l$ . Nu er det netop forudsat, at produktionsprocessen *alene* har til formål at frembringe læder. Der skal med andre ord ikke med en given netto-produktion af læder være noget »tilovers« af f. eks.

kul. Men det betyder åbenbart, jfr. tabel 2, at når man alene vil bruge kul til det givne formål, skal der produceres et antal enheder kul som følger:

$$c = 2t + 0,2l \quad (1)$$

idet der ved denne kulproduktion netop kan frembringes  $l$  enheder træ og  $l$  enheder læder. Analogt får man, jfr. tabel 2, at når man alene vil producere træ for at frembringe læder skal der produceres:

$$l = 0,1c + 0,5l, \quad (2)$$

idet der ved denne træproduktion netop kan produceres  $c$  enheder kul og  $l$  enheder læder.

Nu kan man tænke sig, at den autonome efterspørgsel netop er på 1 enhed læder. Dette betyder, at der *netto* ud af produktionsprocessen skal blive 1 enhed læder »tilovers«. Betingelsen herfor er åbenbart, jfr. tabel 2, at der produceres i alt af læder:

$$l = 0,1c + 0,3l + 1. \quad (3)$$

Ligningerne (1)—(3) udgør et determineret system, som kan løses og giver:

$$\begin{aligned} c &= 2,31 \\ l &= 1,00 \text{ og} \\ l &= 1,53. \end{aligned} \quad (4)$$

For at der kan blive præcis een enhed læder »tilovers« for den autonome efterspørgsel (og i øvrigt ikke noget til rest), skal der således produceres 2,31 enheder kul og 1 enhed træ. Denne produktion forbruges »inden i« systemet. Desuden skal der produceres 1,53 enheder læder, idet da åbenbart de 0,53 enheder forbruges »inden i« produktionsprocessen. Det er netop modellens store force, at den tillader en beregning af dette »interne« forbrug, således at man kan besvare spørgsmålet: Hvor stor en produktion er nødvendig fra de forskellige sektorer, for at der netto kan tilflyde en »autonom« efterspørger de og de mængder.

Man bemærker, at man ved at sammenholde løsningerne ovenfor med tabel 2 umiddelbart finder, at der i alt ved denne proces vil blive konsumeret  $0,5 \times 2,31 + 0,3 \times 1,00 + 1 \times 1,53 = 2,98$  enheder arbejdskraft, hvilket behov altså også kan bestemmes af dette system.

Dette lille eksempel skal nu generaliseres. For at lette fremstillingen ses der i første omgang bort fra udenrigshandelen. Man forestiller sig et samfund med  $m$  ikke-autonome sektorer, hvor hver sektor som input modtager goder fra de  $m - 1$  andre sektorer samt ved interne transaktioner fra sektoren selv, og som output leverer goder dels til de  $m$  sektorer og dels yderligere til den autonome sektor (som man meget vel kan forestille sig repræsenterer konsumet og investeringen). Idet man nu betegner salg fra sektor nr.  $i$  til sektor nr.  $j$  med  $x_{ij}$ , lader  $x_{ia}$  stå for salget fra sektor nr.  $i$  til den autonome sektor,

samt betegner sektor nr.  $i$ 's samlede produktion ved  $X_i$ , får man åbenbart for hver enkelt endogen sektor en identitet, som udsiger, at sektorens samlede produktion er lig sektorens salg til andre sektorer samt salget til den autonome sektor. Man får med andre ord:

$$\begin{aligned} X_1 &= x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1j} + \dots + x_{1m} + x_{1a} \\ X_2 &= x_{21} + x_{22} + \dots + x_{2j} + \dots + x_{2m} + x_{2a} \\ &\dots\dots\dots \\ X_i &= x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{ij} + \dots + x_{im} + x_{ia} \\ &\dots\dots\dots \\ X_m &= x_{m1} + x_{m2} + \dots + x_{mj} + \dots + x_{mm} + x_{ma} \end{aligned}$$

eller kortere skrevet:

$$X_i = \sum_{j=1}^m x_{ij} + x_{ia} \quad (i = 1, 2 \dots m) \tag{5}$$

hvilket sæt af ligninger alene er bogholderimæssige identiteter. Man bemærker, at vi her har medtaget  $x_{ij}$ , d. v. s. intra-sektor strømmene, som i tal-eksemplet var forudsat lig 0. Dette sker blot her for fuldstændigheds skyld.

De i (5) indgåede størrelser findes i input-output tabellen, jfr. tabel 1, som her åbenbart ser ud som følger:

Tabel 3. *Input-output strømme.*  
(Pengeenheder, f. eks. mill. kr.)

	1	2	....	j	....	m	a	Ialt
1	$x_{11}$	$x_{12}$		$x_{1j}$		$x_{1m}$	$x_{1a}$	$X_1$
2	$x_{21}$	$x_{22}$		$x_{2j}$		$x_{2m}$	$x_{2a}$	$X_2$
⋮								
i	$x_{i1}$	$x_{i2}$		$x_{ij}$		$x_{im}$	$x_{ia}$	$X_i$
⋮								
m	$x_{m1}$	$x_{m2}$		$x_{mj}$		$x_{mm}$	$x_{ma}$	$X_m$

Analogt til det i tilslutning til tabel 1 bemærkede kan man åbenbart bestemme faktorindkomsten i hver sektor på grundlag af tabellen. For sektor nr.  $j$  har man således, at faktorindkomsten bliver:

$$R_j = X_j - \sum_{i=1}^m x_{ij} \tag{6}$$

således at man for samfundet som helhed har, at »nationalindkomsten« bliver:

$$\sum_{j=1}^m R_j = \sum_{j=1}^m X_j - \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m x_{ij} \quad (7)$$

Hvis man ud af (5) tager relationen for sektor nr.  $j$  får man

$$X_j = \sum_{k=1}^m x_{jk} + x_{ja},$$

som indsat i (7) giver:

$$\sum_{j=1}^m R_j = \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m x_{jk} + \sum_{j=1}^m x_{ja} - \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m x_{ij}$$

eller

$$\sum_{j=1}^m R_j = \sum_{j=1}^m x_{ja}, \quad (8)$$

d. v. s. man får, at nationalindkomsten bliver lig de samlede strømme, som tilflyder den autonome sektor. Dette kan næppe forblavse!

Af helt central betydning er imidlertid det næste skridt i modellen, hvor de egentlig beskrivende relationer indføres. Det forudsættes nemlig videre i modellen, at de  $m$  ikke-autonome sektorer er forbundet ved en række produktionsfunktioner, som indebærer, at salget fra en sektor til en anden *alene* afhænger af den samlede totalproduktion i den sidste. Den bagved liggende betragtning bygger på en teknisk analyse af produktionsprocessen. Man iagttager, at stålforbruget i en given periode i automobilproduktionen afhænger af antal producerede biler, at kulforbruget i gasværkerne afhænger af den producerede gasmængde, at salget af tekstilvarer til skotøjsindustrien afhænger af skotøjsproduktionen o. s. v. Man går nu videre og udnævner sektorernes samlede produktion til at være den faktor, som er alt dominerende for sektorernes indkøb fra hinanden, således at man får salget fra sektor nr.  $i$  til sektor nr.  $j$  bestemt *alene* ved den samlede produktion i sektor nr.  $j$  d. v. s.  $x_{ij} = f_{ij}(X_j)$ . Det er åbenbart, at dette er en ganske afgørende abstraktion. Når man således *alene* lader tilførslen af flydende realkapital være bestemt af sektorens totalproduktion, udelukker man ganske substitutionen, som dog ellers normalt betragtes som en vigtig del af produktions-teorien.

Men det er ikke gjort hermed. Man forudsætter videre, at afhængigheden mellem den enkelte sektors totalproduktion og dens køb fra de andre sektorer kan udtrykkes ved en proportionalitet. Det forudsættes således, at sektor nr.  $j$ 's køb fra sektor nr.  $i$  er ligefrem proportional med sektor nr.  $j$ 's totalproduktion — og altså uafhængig af produktionens niveau. Kaldes proportionalitetsfaktoren her  $a_{ij}$  får man således — idet  $a_{ij}$  naturligvis må være en ægte brøk — at

$$x_{ij} = a_{ij} X_j.$$



se, at  $c$ ,  $l$  og  $l$ , d. v. s. den samlede produktion af de forskellige goder svarer til  $X$ 'erne, tabel 2 svarer til  $a$ 'erne, mens forudsætningen om, at man ønskede at få een enhed læder netto ud af produktionsprocessen svarer til  $x_{ia} = 1$ .

For så vidt som vi således alene opfatter  $X$ 'erne som variable, har vi de  $m$  variable og  $m$  lineære (og inhomogene, d. v. s. det konstante led<sup>1)</sup> er forskelligt fra 0) ligninger, hvorfor man i de almindelige tilfælde<sup>2)</sup> kan vente at få  $X$ 'erne bestemt, d. v. s. løse ligningssystemet. Løsningerne kan udtrykkes ved de exogene variable ( $x_{ia}$ ,  $i = 1, 2 \dots m$ ), idet kombinationer af  $a$ 'erne da vil optræde som koefficienter.

Dette sidste er ganske vigtigt og kan vel tiltrænge en simpel forklaring. — Tænker man sig, at der kun er to ikke-autonome sektorer, får man et sæt af ligninger som følger:

$$\begin{aligned} X_1 - a_{11}X_1 - a_{12}X_2 &= x_{1a} \\ X_2 - a_{21}X_1 - a_{22}X_2 &= x_{2a} \end{aligned}$$

Disse to ligninger med de to ubekendte —  $X_1$  og  $X_2$  — kan løses ved simple metoder og resultatet bliver:

$$\begin{aligned} X_1 &= \frac{1 - a_{22}}{D} x_{1a} + \frac{a_{12}}{D} x_{2a} \quad \text{og} \\ X_2 &= \frac{a_{21}}{D} x_{1a} + \frac{1 - a_{11}}{D} x_{2a}, \end{aligned}$$

hvor  $D = 1 - a_{11} - a_{22} + a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$ .

Om man nu indfører symboler for de komplicerede koefficienter til  $x_{1a}$  og  $x_{2a}$  vil løsningerne kunne skrives mere overskueligt. Hvis man således sætter:

$$\begin{aligned} A_{11} &= \frac{1 - a_{22}}{1 - a_{11} - a_{22} + a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}}, \\ A_{12} &= \frac{a_{12}}{1 - a_{11} - a_{22} + a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}}, \\ A_{21} &= \frac{a_{21}}{1 - a_{11} - a_{22} + a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}} \quad \text{og} \\ A_{22} &= \frac{1 - a_{11}}{1 - a_{11} - a_{22} + a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}}, \end{aligned}$$

kan løsningen for  $X_1$  og  $X_2$  skrives på formen:

<sup>1)</sup> Det konstante led er  $x_{ia}$ . Man bemærker, at  $x_{ia}$  ( $i = 1, 2 \dots m$ ) er at betragte som »konstanter« for ligningssystemet, idet ligningerne ikke forsøger »at forklare« bevægelserne i  $x_{ia}$ . Disse er i forhold til ligningssystemet udefra givne, men kan naturligvis godt antage en række alternative værdier, d. v. s. det er exogene variable.

<sup>2)</sup> Man kan faktisk vise, at disse modeller, hvor  $a$ 'erne er ikke-negative, ægte brøker,  $\sum_{i=1}^m a_{ij} < 1$  og  $x_{ia} > 0$ , altid vil have positive løsninger.



for den autonome efterspørgsel. Modellen muliggør på anførte måde en beregning af, hvor stor en total produktion, der skal præsteres for at den udefra givne plan kan opfyldes.

Forholdet er jo det, at det på ingen måde er et simpelt spørgsmål, man ved den angivne problemstilling ønsker at besvare. Til belysning heraf kan det være hensigtsmæssigt at gå tilbage til tabel 1. Lad os da tænke os, at man ønsker at forøge produktionen til konsum i sektorerne »landbrug, skovbrug og fiskeri« med f. eks. en halv snes procent, altså med et par og fyre mill. £ (præcist 42,4 mill. £). Nu er det ganske åbenbart, at det er ikke gjort med blot at forøge landbrugsproduktionen med det anførte beløb. Thi forholdet er jo det, at hvis man forøger landbrugsproduktionen med 42 mill. £, må man hertil bruge input fra de andre sektorer som angivet ved søjle 1 i tabel 1. Skal man imidlertid forøge input fra de andre sektorer med 10 pct. — d. v. s. 33 mill. £ — så kan dette ikke gennemføres, med mindre man forøger input i disse sektorer, herunder input fra sektor nr. 1. Hvis man således skal forøge produktionen i sektor nr. 3 med 6,6 mill. £ (for derved at kunne forøge input i sektor nr. 1 med 10 pct., d. v. s. 6,6 mill. £), så kan dette ikke gøres uden at forøge input i denne sektor (nr. 3), bl. a. må man forøge input fra sektor nr. 1 med et par mill. £<sup>1)</sup>. Men dette kan igen kun gøres ved forøget input fra de andre sektorer o. s. v.

Man finder således, at under hensyntagen til den angivne »feed-back« virkning skal totalproduktionen forøges med mere end den ønskede stigning i sektorens levering til den autonome sektor. Man kan som lige illustreret forsøge at forfølge disse virkninger — »det interne forbrug i systemet« — skridt for skridt »bagud«, men løber naturligvis let sur i et sådant forsøg på at bestemme, hvad man kunne kalde »systemets interne multiplikator«<sup>2)</sup>. Det er da netop den omtalte models styrke, at den tillader hensyntagen til dette simultane samspil — ved løsningen af det anførte simultane ligningssystem.

#### *Udsigt over forskningsaktiviteten.*

Der vil i anden forbindelse blive givet en mere indgående diskussion af modellens »fordele og ulemper«. Det her anførte skulle imidlertid række tilstrækkeligt langt til at give et første almindeligt indtryk af input-output

<sup>1)</sup> Man har nemlig, at 6,6 mill. er ca. 0,4 pct. af produktionen i sektor nr. 3. Men skal input forøges med 0,4 pct. skal herunder input fra sektor nr. 1 da også forøges med  $\frac{4}{1000} \cdot 460 = 1,8$  mill. £.

<sup>2)</sup> Cand. polit. Poul Milhøj har i en privat diskussion gjort opmærksom på, at omend et forsøg på skridt for skridt at gå »bagud« i systemet vil være en meget mere klodset metode sammenlignet med løsningen af det simultane ligningssystem, så vil denne metode dog indebære den fordel, at man undervejs vil kunne slække på forudsætningerne om de faste produktionskoefficienter ( $a$ 'erne) og således gøre svaret mere realistisk. På den anden side vil der jo let komme en betydelig vilkårlighed ind i billedet. De tekniske koefficienter vil ofte i praksis blive bestemt af, hvad man »har på fornemmelsen«.

analysens indhold. Som indledningsvist anført kan man påvise en hastigt voksende interesse jorden over for disse analyser. Man kan være entusiast eller skeptiker, men det er i dag nødvendigt i det mindste at vide, hvad analysen indeholder og prætenderer.

Når man ikke forsøger at grave ned i den dogmehistoriske baggrund kan man nøjes med at følge input-output modellen tilbage til 30'erne. Wassily Leontief er den uomstridte »opfinder« — omend teknikken uafhængigt af ham er benyttet andre steder (bl. a. her i landet).

Man kunne imidlertid også hævde, at input-output modellen er en klassisk analyse, som blot har fået et moderne antræk. Med fare for at springe væsentlige bidrag over — herunder Francois Quesnay's berømte »Tableau économique« fra 1758 — kan man i første række henvise til Léon Walras. Analysen i *Éléments d'économie politique pure* (1874 og 1877) er velkendt og skal ikke omtales her.

Det er bemærkelsesværdigt, at mens Walras arbejde fik en ganske overordentlig betydning for den abstrakte økonomiske teori, så kom der til at gå et halvt århundrede, før empirisk betonedede økonomer lod sig inspirere heraf. Walras' generelle systemer svævede i denne periode over vandene. Hans modeller blev lærebøgernes udgangspunkt, men så snart pristeorien gik i gang med empiriske undersøgelser, var disse altid partielle. Et forsøg på empirisk at udnytte Walras' generelle system blev faktisk først foretaget i 30'erne af Leontief. Det synes således ikke at være en for stor forgrovnig om arvefølgen i input-output analysen siges at være: Quesnay — Walras — Leontief.

Leontief begyndte arbejdet med disse problemer i 1931 — i hvilket år han bosatte sig i U. S. A. og (efter en kortere ansættelse ved National Bureau of Economic Research i New York) blev ansat ved Harvard University. Det første resultat af undersøgelserne blev offentliggjort i en artikel af Leontief, »Quantitative Input and Output Relations in the Economic System of the United States«, i *Review of Economic Statistics*, 1936, Vol. XVIII, No. 3, Aug. 1936. Den første afrundede fremstilling blev givet med *The Structure of the American Economy 1919—1929*, som udkom i 1941 (Oxford University Press, New York). Dette arbejde er senere udkommet i ny udgave (1951) — med fire senere artikler af Leontief<sup>1)</sup> indføjet. Der findes nu ved Harvard et særligt institut — *Harvard Economic Research Project on the Structure of the American Economy* — som under Leontief's ledelse arbejder med de herhen hørende problemer. I 1953 blev *Studies in the Structure of the American Economy* (Oxford University Press, New York) offentliggjort.

<sup>1)</sup> »Output, Employment, Consumption, and Investment«, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. LVIII, febr. 1944; »Exports, Imports, Domestic Output, and Employment« samt »Wages, Profits, and Prices«, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. LX, febr. og nov. 1946; »Recent Developments in the Study of Interindustrial Relationship«, *American Economic Review*, Vol. XXXIX, no 3, maj 1949.

I fremstillingen af input-output litteraturens historie synes man ganske at have overset, at Ragnar Frisch i 1934 offentliggjorde to afhandlinger<sup>1)</sup>, hvori problemstillingen og hele betragtningen ligger meget tæt op ad input-output skemaet. Det vil her fore for vidt at gå nærmere ind på Frisch's to artikler, men de bør nævnes — også fordi i reglen ikke medtages.

Leontief's model fik en ganske usædvanlig succes. Fra 1944 begyndte man således at anvende denne teknik i *Bureau of Labor Statistics* under *Department of Labor* i Washington til løsning af løbende konkrete problemer. Leontief havde indsamlet materiale til og udarbejdet de første input-output tabeller for U. S. A. for årene 1919 og 1929. Under krigen udarbejdede man delvis efter nye principper — under ledelse af Martin Hoffenberg fra *Bureau of Labor Statistics* — en tabel for året 1939. I et særligt kontor i *Bureau of Labor Statistics* — *Division of Interindustry Economics*, ledet af W. Duane Evans — arbejder en ganske anseelig stab videre med disse ting og har herunder udarbejdet en tabel for 1947, offentliggjort i *Review of Economics and Statistics*, Vol. XXXIV, No. 2, Maj 1952. I den offentliggjorte udgave opereres der med et halvt hundrede sektorer. Men i det til grund liggende materiale var man oppe på et arbejde med omkring 500 sektorer, i hvilket tilfælde man naturligvis har måttet opgive den almindelige, overskuelige tabelform og i stedet magasinere oplysningerne på hulkort. Dette er til dato den mest fuldstændige tabel, som er udarbejdet.

En række andre amerikanske regeringskontorer har fundet anvendelse for både tabellen og modellen. Det gælder bl. a. *Bureau of the Budget*, *Bureau of Mines*, *Department of Commerce* og *Department of Defence*. Videre har en række halv-offentlige og private institutter interesseret sig for modellen og ofret ganske betydelige summer på arbejdet med denne. Det drejer sig f. eks. om *The Rand Corporation* og en række universiteter — foruden Harvard også Chicago, Princeton, Johns Hopkins m. fl.

Som en illustration til belysning af den betydning, man tillægger disse problemer kan det endelig nævnes, at den i oktober 1952 afholdte *Conference on Research in Income and Wealth* i New York helt var helliget input-output analysen. De der fremlagte undersøgelser vil formentlig — som man normalt plejer — blive offentliggjort i serien *Studies in Income and Wealth*, som udsendes af National Bureau of Economic Research.

I Europa har interessen også været betydelig. I Italien er et helt nummer af *l'Industria* fra 1952 helliget denne analyse sammen med en gennemgang af en tabel for året 1950. Initiativet er udgået fra MSA's kontor i Rom. I Holland har man allerede gennem lang tid benyttet denne teknik i snæver tilknytning til udarbejdelsen af nationalregnskabet<sup>2)</sup>. I øvrigt blev der i Holland i 1950

<sup>1)</sup> »Circulation Planning: Proposal for a National Organisation of a Commodity and Service Exchange« og »Circulation Planning: Mathematical Appendix«, *Econometrica*, Vol. II, No. 3 og 4, juli og oktober 1934.

<sup>2)</sup> Jfr. *National Accounts Studies; Netherlands*, National Accounts Research Unit, OEEC, 1951.

afholdt en (lukket) konference om input-output analysen<sup>1)</sup>. I England har Barna, assisteret af Lorry S. Berman, udarbejdet og offentliggjort en tabel<sup>2)</sup>, som refererer sig til 1935. Som det fremgår af tabel 1 ovenfor har man også interesseret sig for input-output teknikken i *Central Bureau of Statistics*, ligesom der arbejdes med disse problemer ved *Institute of Applied Economics* (under ledelse af Richard Stone) i Cambridge.

På samme måde som i Holland har de konkrete norske undersøgelser stået i snæver forbindelse med udbygningen af nationalregnskabet og nationalbudgettet. Der er nu udarbejdet en tabel for 1948<sup>3)</sup>. Arbejdet er her gennemført (under ledelse af Odd Aukrust) i *Statistisk Centralbureau*. Et ganske betydeligt arbejde med både de konkrete og de mere teoretisk betegnede problemer har desuden været i gang under Ragnar Frisch's ledelse ved *Universitetets Socialøkonomiske Institut* i Oslo.

Her i landet har Leontief's teknik ikke givet noget chok. Forholdet er faktisk det, at man i *Statistisk Departement* allerede i 30'erne ganske uafhængig af Leontief begynder at benytte sig af denne teknik. Det skete i forbindelse med de da påbegyndte nationalindkomstopgørelser. Formuleringen er ganske vist en anden<sup>4)</sup>, men ideen næsten den samme. En ny og mere fuldstændig input-output undersøgelse er nu på trapperne.

Hensigten med den ovenfor givne oversigt — som på ingen måde prætenderer at være fuldstændig — har været dels at give nogle enkelte oplysninger om dette arbejde, som gøres med dette værktøj og dels at dokumentere den indledningsvis fremsatte påstand om, at input-output analysen i dag er nået frem til en fremskudt stilling blandt de økonomiske analyser, som har øjeblikkets interesse.

Der er imidlertid ingen grund til at lade sig overvælde heraf og under indtryk af menighedens vækst og udbredelse straks at begynde at tilbede det nye gudebillede. Der er flere særdeles tvivlsomme forudsætninger og heroiske abstraktioner indbygget i modellen. De standhaftige hedninger har da også vist sig på arenaen - f. eks. ved den foran omtalte *Conference on Research in Income and Wealth* sidste år. Imidlertid er - som allerede foran påpeget - input-output tabellens fordele og mangler eet og Leontiefs model noget andet. Den første falder ikke med den sidste.

<sup>1)</sup> Se *Input-Output Relations*, Proceedings of a conference on inter-industrial relations held at Driebergen, Holland, edited by the Netherlands Economic Institute, H. E. Stenfert Kroese, N.V., Leiden 1953.

<sup>2)</sup> Barna, op. cit.

<sup>3)</sup> Se *Nationalregnskab 1930—1939 og 1946—1951*, Norges officielle statistikk, XI, 109, Oslo 1952.

<sup>4)</sup> Jfr. »Nationalproduktet og Nationalindkomsten 1930—46«, *Statistiske Meddelelser*, 4-129-5, tabel II og »Nationalproduktet og nationalindkomsten 1946—49«, do., 4-140-2, tabel II.