

En Formel for Angivelse af Befolkningens Koncentration.

Den meget stærke Vækst af Bybefolkningen, for en væsentlig Del paa Landbefolkningens Bekostning, som i næsten alle Lande har fundet Sted i de sidste halvhundrede Aar, har ganske naturligt medført, at Statistikere og Geografer har skænket Koncentrationsspørgsmaalet i Befolkningsstatistikken særlig Opmærksomhed. Man er bl. a. blevet stillet overfor den rent tekniske Opgave at udfinde Metoder, hvorved Befolkningens mere eller mindre stærke Koncentration kan illustreres let og praktisk. Det er klart, at det ved internationale Sammenligninger, eller hvor det gælder Fremstillingen af Befolkningsforholdenes Udvikling i et enkelt Land gennem en længere Periode, vilde være af stor praktisk Betydning, om man kunde angive Befolkningskoncentrationens Grad ved et enkelt Tal paa lignende Maade som man f. Eks. angiver Befolkningstætheden ved en Brøk, hvis Tæller er Folkemængden, og hvis Nævner er Landets Areal. Koncentrationen er imidlertid et mere indviklet Fænomen, og man kan derfor ikke vente, at dens Grad eller Styrke lader sig udtrykke paa en lige saa simpel Maade som det mindre sammensatte Forhold, Befolkningstætheden. Opgaven vil naturligvis simplificeres meget, dersom det skulde vise sig, at Befolkningskoncentrationen — om end af højst forskellig Styrke — foregaar overalt efter nogenlunde ensartede Love. At dette sidste til en vis Grad er Tilfældet,

En Formel for Angivelse af Befolkningens Koncentration.

Den meget stærke Vækst af Bybefolkningen, for en væsentlig Del paa Landbefolkningens Bekostning, som i næsten alle Lande har fundet Sted i de sidste halvhundrede Aar, har ganske naturligt medført, at Statistikere og Geografer har skænket Koncentrationsspørgsmaalet i Befolkningsstatistikken særlig Opmærksomhed. Man er bl. a. blevet stillet overfor den rent tekniske Opgave at udfinde Metoder, hvorved Befolkningens mere eller mindre stærke Koncentration kan illustreres let og praktisk. Det er klart, at det ved internationale Sammenligninger, eller hvor det gælder Fremstillingen af Befolkningsforholdenes Udvikling i et enkelt Land gennem en længere Periode, vilde være af stor praktisk Betydning, om man kunde angive Befolkningskoncentrationens Grad ved et enkelt Tal paa lignende Maade som man f. Eks. angiver Befolkningstætheden ved en Brøk, hvis Tæller er Folkemængden, og hvis Nævner er Landets Areal. Koncentrationen er imidlertid et mere indviklet Fænomen, og man kan derfor ikke vente, at dens Grad eller Styrke lader sig udtrykke paa en lige saa simpel Maade som det mindre sammensatte Forhold, Befolkningstætheden. Opgaven vil naturligvis simplificeres meget, dersom det skulde vise sig, at Befolkningskoncentrationen — om end af højst forskellig Styrke — foregaar overalt efter nogenlunde ensartede Love. At dette sidste til en vis Grad er Tilfældet,

mener Professor Felix Auerbach i Jena at have paa-vist¹⁾, og selv om de Slutninger, Forfatteren kommer til, synes noget for vidtgaaende, er selve hans lagttagelser paa dette Omraade dog af ikke ringe Interesse.

Igennem Undersøgelser fra forskellige Lande har Prof. Auerbach konstateret, at naar man ordner Byerne i et Land efter deres Indbyggertal, begyndende med den største, og derefter multiplicerer hver Bys Indbyggertal med dens Nummer i Rækken, faar man stadig tilnærmelsesvis det samme Produkt. Hvis p_x er Indbyggertallet i en vilkensomhelst By, n_x dens Nummer i Rækken, bliver Produktet $n_x p_x$ konstant. For Bekvemmeligheds Skyld bortkaster Forf. de 5 sidste Ciffre i Produktet, og det derefter udkommende Tal for hver By kalder han Befolkningens »absolute Koncentration«, afkortet til A. K. For Tysklands Vedkommende illustreres Forholdet ved en Tabel, omfattende de 94 Byer i Riget, der hver har mindst 50000 Indbyggere. Bortset fra de aller største Byer, viser Størrelsen A. K. i denne Tabel en paafaldende Regelmæssighed, saaledes som det ses af omstaaende Uddrag, hvor kun hver femte By er medtaget, og hvor Indbyggertallenes 3 sidste Ciffre er udeladte. (Se øverst næste Side).

Fra Nr. 15 af svinger Værdierne for A. K. indenfor Grænserne 45 og 53, idet de grupperer sig saaledes omkring den hyppigst forekommende Værdi 51: under 48:5, 48:11, 49:11, 50:13, 51:24, 52:12 og 53:3. For over Halvdelen af de 94 Byer er Værdien af A. K. 50, 51 eller 52, for over de tre Fjerdedele ligger den mellem Grænserne 48 og 52 inkl. For de aller største Byer passer Reglen ikke: Berlin som Nummer 1 faar med sine 3,579000 Indbyggere A. K. = 36, Hamburg som Nr. 2 faar A. K. = 23 osv.; for alle de 15 største Byer er Værdierne for A. K. mindre end 47. Gennemsnitsværdien

¹⁾ »Das Gesetz der Bevölkerungskonzentration«. (Petermanns Mitteilungen, Febr. 1913).

Nr.	Indbyggertal	A. K.
5. Köln	593	30
10. Nürnberg	414	41
15. Chemnitz	306	46
20. Stettin	258	52
25. Strassburg	191	48
30. Posen	157	47
35. Braunschweig	144	50
40. Kattowitz	128	51
45. Zwickau	118	53
50. Hamborn	103	52
55. Oberhausen	90	50
60. Görlitz	86	52
65. Wilhelmshafen	78	51
70. Pforzheim	69	48
75. Harburg	67	51
80. Koblenz	65	52
85. Mors	60	51
90. Brandenburg	54	49

af A. K. for alle de 94 Byer med mindst 50000 Indbyggere bliver 47.8. Fortsætter man Rækken udover de 94 Byer, forandres Gennemsnitsværdien ikke meget; gaar man f. Eks. ned til Grænsen 20000 Indbyggere, faar man for 236 Byer Gennemsnittet 47.2, og for de 481 Byer med mindst 10000 Indbyggere bliver Middelværdien for A. K. 48.1. Professor Auerbach foretrækker imidlertid at standse ved Grænsen 50000, fordi det, man i et stort Land i vore Dage tænker paa, naar Talen er om »Koncentration«, nærmest er Befolkningens Sammenhobning i store Byer.

Tallet 47.8 er altsaa den for Befolkningskoncentrationen i det tyske Rige karakteristiske Værdi for A. K.

Hvis man nu vil sammenligne dette Tal med tilsvarende for andre Lande, maa man erindre, at A. K. selvfølgelig ikke kan have samme Størrelse i et lille Land som i et stort. Jo talrigere Indbyggerne er i et Land, des større er Muligheden for Dannelsen af store Byer, og ved Sammenligninger mellem Landene indfører Forf. derfor det nye Moment, Landets Indbyggertal, paa den

simple Maade, at han dividerer A. K. med Indbyggertallet. For Overskuelighedens Skyld regner han desuden overalt med samme Enhed, nemlig 100 Millioner Indbyggere. For Tyskland, hvis Folkemængde er 64.5 Mill., skal Landets A. K. altsaa divideres med 0.645, hvad der afrundet giver Tallet 74. Dette Tal kalder Forf. for Befolkningens specifikke Koncentration, afkortet til Sp. K.

Værdierne for Befolkningens absolute og specifikke Koncentration er for en Række Lande angivet i nedenstaaende Tabel, hvor Landene er ordnede efter aftagende Sp. K.

	A. K.	Sp. K.
Nederlandene.....	5.3	91
Storbritannien.....	39.4	87
Belgien	5.3	82
Schweiz.....	2.6	75
Tyskland	47.8	74
Forenede Stater.....	53.0	57
Italien	15.9	47
Frankrig	17.4	41
Spanien	8.8	43
Østrig-Ungarn.....	16.8	32
Europæisk Rusland.....	24.2	19
Britisk Indien.....	36.0	11

Befolkningens Koncentration er altsaa 8 Gange saa stærk i Storbritannien som i Britisk Indien, uagtet Befolkningstætheden i det førstnævnte Land kun er knap dobbelt saa stor som i det sidste; Indien er vel tæt befolket, men kun en meget lille Del af Befolkningen lever i store og middelstore Byer. Og medens Italien er noget tættere befolket end Tyskland, er Koncentrationen dog væsentlig stærkere i sidstnævnte Land end i førstnævnte. Man ser ogsaa, at uagtet Frankrig har en Tremillion-By, medens Italien end ikke har nogen Million-By, er dog Koncentrationen i Italien noget større end i Frankrig.

For 6 preussiske Provinser har Forf. beregnet følgende karakteristiske Værdier for Sp. K.: Rhinlandene 152,

Westfalen 124, Schlesien 88, Hannover 83, Østpreussen 54 og Posen 44.

For hele Europa (334 Byer med mindst 50000 Indbyggere) finder man A. K. = 169; dividerer man dette Tal med 4.32 (svarende til en Folkemængde af 432 Mill.), faar man Sp. K. = 39. Naturligvis er det den ringe Koncentration i det folkerige Rusland, som bringer Tallet for hele Europa saa langt ned.

Professor Auerbach har — som det vil ses — anvendt sin Formel paa forskelligt Materiale, men i Overensstemmelse med hans Opfattelse af Begrebet »Befolkningskoncentration« har han ikke haft Anledning til at prøve den paa et lille Land, hvor Koncentrationen foregaar i mere beskeden Stil. Det kan derfor have sin Interesse at undersøge Formlens Anvendelighed paa Befolkningskoncentrationen i Danmark, hvor man jo maa gaa ned til Byer af forholdsvis ringe Indbyggertal for at faa et tilstrækkelig stort Materiale.

For Danmarks Byer med mindst 5000 Indbyggere (efter Folketællingen 1911) faar man de i omstaaende Tabel anførte Værdier for A. K. Indbyggertallene er anførte med Udeladelse af de to sidste Ciffre.

(Se Tabellen Side 370).

Naar man bortser fra København, ligger samtlige Værdier for A. K. mellem 1.4 og 2.0 og for 22 af de 32 Byer er A. K. mindst 1.7 og højst 1.9. Gennemsnittet for samtlige 32 Byer er 1.82, som altsaa er den for Befolkningskoncentrationen i Danmark karakteristiske Værdi for A. K. Da Landets Folketal er ca. 2,760000, bliver $\text{Sp. K.} = 1.82 : 0.0276 = 65.9$. En lignende Beregning for 1906 giver A. K. = 1.67 og Sp. K. = 64.5.

Befolkningskoncentrationen i Danmark er (jfr. Tabellen Side 368) dobbelt saa stærk som i Østrig-Ungarn, halvanden Gang saa stærk som i Frankrig, en Del mindre end i Tyskland og kun lidt over to Tredjedele saa stærk som i Storbritannien.

Det er ikke vanskeligt at kritisere den af Prof. Auer-

Nr.	Indbyggertal	A. K.
1. København	4622	4.6
2. Frederiksberg	972	1.9
3. Aarhus	618	1.9
4. Odense	422	1.7
5. Aalborg	334	1.7
6. Horsens	238	1.4
7. Randers	230	1.6
8. Esbjerg	182	1.5
9. Vejle	173	1.5
10. Fredericia	142	1.4
11. Kolding	142	1.6
12. Helsingør	138	1.7
13. Svendborg	127	1.7
14. Nykøbing p. F.	110	1.5
15. Viborg	109	1.6
16. Slagelse	105	1.7
17. Roskilde	97	1.7
18. Rønne	95	1.7
19. Nakskov	95	1.8
20. Hjørring	95	1.9
21. Silkeborg	88	1.9
22. Nyborg	85	1.9
23. Næstved	83	1.9
24. Korsør	81	1.9
25. Frederikshavn	79	2.0
26. Nykøbing p. M.	69	1.8
27. Holstebro	69	1.9
28. Thisted	68	1.9
29. Holbæk	59	1.7
30. Middelfart	57	1.7
31. Hillerød	56	1.7
32. Skive	55	1.8

bach angivne Metode til Maaling af Koncentrationen. Ja, Kritikken melder sig i Grunden straks ved første Betragtning: rent umiddelbart finder man det urimeligt at bygge en Maalingsformel op paa den kuriøse Erfaring, at $n_x p_x$ viser sig at være tilnærmelsesvis konstant. Og kuriøs er denne Erfaring tilvisse. Den giver mig jo bl. a. et meget simpelt Middel til at beregne en hvilken som helst Bys Folketal, naar jeg kender Folketallet i den By, der kom-

mer den førstes nærmest i Størrelse. Hvis Byen A er den n 'te i Rækken, Byen B den nærmest mindre, p_n og p_{n+1} de to Byers Folketal og d Forskellen mellem disse to Folketal, faar man:

$$n p_n = (n + 1) p_{n+1} \text{ og: } p_n - p_{n+1} = d$$

$$\text{hvoraf: } d = \frac{p_n}{n + 1}$$

$$\text{og altsaa: } p_{n+1} = p_n - \frac{p_n}{n + 1}$$

Folketallet i B faar jeg altsaa ved fra A's Folketal at drage $\frac{1}{n + 1}$ af dette.

At Erfaringsgrundlaget er forbløffende, er imidlertid ingen alvorlig Indvending mod Metoden. Værre er det, at Formlen som Regel ikke passer for de største Byers Vedkommende. Vi fandt for Danmark A. K. = 1.82, men for København 4.6. For Tyskland, hvor Middeltallet for de 94 største Byer er 47.8, finder man for Berlin 36, Hamburg 23, Leipzig 19, München 24, Köln 30, derefter stigende Værdier, indtil A. K. bliver tilnærmelsesvis konstant fra og med den 16de By. At de store Byer afviger fra Regelen (og den Maade, hvorpaa de afviger) er jo netop et for Befolkningskoncentrationen i de forskellige Lande karakteristisk Moment, som ikke finder Udtryk i Professor Auerbachs Formel, og denne trænger derfor i hvert Fald til et Supplement.

Et saadant er foreslaaet af Professor Hans Maurer (Berlin), hvis Ræsonnement i Korthed er følgende¹⁾.

For at sammenligne Virkeligheden med den Auerbach'ske Fordelingsteori tager Maurer de tre største Byer i hvert af Landene Tyskland, Italien og Frankrig op til Undersøgelse. Hvis Fordelingsloven havde absolut Gyl-dighed, maatte Berlin have 4,810000 Indbyggere, medens det virkelige Indbyggertal er 3,579000; Procentforholdet

¹⁾ »Zum Auerbachschen Gesetz der Bevölkerungskonzentration«.
(Petermanns Mitteilungen, Maj 1913).

mellem disse to Tal, 74.4, kalder Maurer for Byens Koncentrationsfaktor (afkortet Kf.). For de nævnte 3 Gange 3 Byer finder man nu følgende Tal:

	Beregnet Indbyggertal	Virkeligt Indbyggertal	Kf.
Tyskland:			
1. Berlin	4810	3579	74.4
2. Hamburg	2405	1168	48.6
3. Leipzig	1603	622	38.8
Tilsammen...	8818	5369	60.9
Italien:			
1. Neapel	1590	723	45.5
2. Milano	795	599	75.3
3. Rom	530	539	101.6
Tilsammen...	2915	1861	63.3
Frankrig:			
1. Paris	1740	2888	166.0
2. Marseille	870	551	63.8
3. Lyon	580	524	90.3
Tilsammen...	3190	3963	124.2

Gennem Tallene i sidste Kolonne træder karakteristiske Forskelligheder frem. I Italien har den tredjestørste By (Rom) et Indbyggertal, som stemmer overens med den Auerbachske Fordelingslov; den største By (Neapel) er knap halvt saa folkerig, som den vilde være, hvis Loven havde absolut og almindelig Gyldighed, og Milano har kun tre Fjerdedele af det Indbyggertal, den skulde have efter den nævnte Forudsætning. I Tyskland har de tre største Byer alle færre Indbyggere, end de skulde have. I Frankrig dominerer Paris derimod i den Grad, at den har $1\frac{2}{3}$ Gange saa mange Indbyggere, som den skulde have efter Auerbachs Fordelingslov.

Koncentrationsfaktoren (Kf.) er altsaa et Maal for en Bys Aftvigelse fra den Størrelse, som den efter sit Nummer i Rækken skulde have, hvis Auerbachs Fordelings-

regel hevde almindelig Gyldighed. Byer med Kf. > 100 er »for store«, Byer med Kf. < 100 »for smaa«.

For nu at udnytte Størrelsen Kf. kan man give den Auerbachske Fordelingsregel en simplere Form. Det vil erindres, at den absolute Koncentration (A. K.) er Byens Folketal, multipliceret med Byens Nummer i Rækken, efter at de 5 sidste Cifre i Produktet er bortkastede. Altsaa:

$$A. K. = \frac{n p}{100000}$$

Heraf følger, at hvis Fordelingsreglen gælder absolut, er A. K. lig Antallet af Byer med over 100000 Indbyggere, eller det halve af Antallet af Byer med over 50000 Indbyggere, eller Tredjedelen af Antallet af Byer med over 33000 Indbyggere o. s. fr. Hvis vi bestemmer A. K. som en Tiendedel af Antallet af Byer med over 10000 Indbyggere, kan en Bys Indbyggertal — stadig under Forudsætning af at Auerbachs Regel gælder absolut — beregnes paa følgende Maade.

Lad Antallet af Byer med over 10000 Indbyggere være a , og lad den By, hvis Indbyggertal vi søger, være den n 'te i Rækken, naar Byerne ordnes efter aftagende Størrelse. Til Bestemmelse af det søgte Indbyggertal x har vi da:

$$A. K. = \frac{n x}{100000} \text{ og } A. K. = \frac{a}{10}$$

$$\text{hvoraf: } x = \frac{a}{n} \cdot 10000.$$

Dette er jo imidlertid et Idealtal. I hvilken Grad det stemmer overens med Virkeligheden, kan maales ved det ovenfor omtalte, af Prof. Maurer foreslaaede Udtryk, Koncentrationsfaktoren (Kf.), som angiver, hvor mange Procent det virkelige Indbyggertal udgør af det beregnede.

Hvis det virkelige Indbyggertal i den n 'te By i Rækken er 100 N , og det beregnede Indbyggertal i samme By (jfr. ovenfor) er $\frac{a}{n} \cdot 10000$, faar man til Bestemmelse af den n 'te Bys Koncentrationsfaktor (Kf_n):

$$\frac{100 N}{\frac{a}{n} \cdot 10000} = \frac{Kf_n}{100}$$

$$\text{og altsaa: } Kf_n = \frac{n \cdot N}{a}$$

Hvis Undersøgelsen kræver Bestemmelsen af Koncentrationsfaktoren — ikke for en enkelt By — men for et Komplex af Byer, en sammenhængende Række, kan Beregningen lettes paa følgende Maade.

Som vi foran har set, vil det oftest være de største Byer (de første i Rækken), der viser den daarligste Overensstemmelse med den Auerbachske Fordelingsregel, jfr. de før nævnte Eksempler fra Tyskland, Italien og Frankrig, og det kan da have Interesse at konstatere Koncentrationsfaktoren for det Komplex af Byer, der i Rækken kommer før det Punkt, fra hvilket A. K. er tilnærmelsesvis konstant. Hvis disse Byers Antal er n og Summen af deres (virkelige) Indbyggertal er $100 P$, faar man til Bestemmelse af Komplexets Koncentrationsfaktor ($Kf_{(1 \text{ til } n)}$):

$$\frac{100 P}{a \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right) \cdot 10000} = \frac{Kf_{(1 \text{ til } n)}}{100}$$

og altsaa: $Kf_{(1 \text{ til } n)} = \frac{P}{a \Sigma_n}$, hvor Σ_n er Summen af Ledene i Parentesen.

Hvis endelig det Komplex af Byer, hvis Koncentrationsfaktor man vil bestemme, ikke begynder med den største By, men med den $(x + 1)$ te og gaar til den y 'te (denne medregnet), bliver Koncentrationsfaktoren i Overensstemmelse med foranstaaende:

$$Kf_{(x+1 \text{ til } y)} = \frac{P}{a (\Sigma_y - \Sigma_x)}$$

Anvendt paa Danmarks Byer giver Beregningen efter de anførte Formler følgende Resultater.

Koncentrationsfaktoren for København er 288, d.v.s. at Byen er henved 3 Gange saa stor, som den skulde være efter den Auerbachske Fordelingsregel.

For de 4 næststørste Byer, der ligeledes alle er »for store«, finder man som samlet Koncentrationsfaktor

$$\frac{2346}{16 \times 1.283} = 114.$$

For Byerne fra Nr. 6 til 16 (begge medregnede) er Koncentrationsfaktoren $\frac{1696}{16(3.671 - 2.283)} = 97$; og for hele Komplekset af Byer med over 5000 Indbyggere med Undtagelse af de 5 største (Nr. 6 til 32) er Koncentrationsfaktoren $\frac{2927}{16(4.068 - 2.283)} = 102$. Det vil heraf ses at fra og med den sjette største By er der for Danmarks Vedkommende meget god Overensstemmelse med Auerbachs Fordelingsregel.

A. J.
