

BOGANMELDELSER.

RAGNAR FRISCH: *New Methods of Measuring Marginal Utility.*
Tübingen 1932.

Denne Bog er et Led i den Række „Beiträge zur ökonomischen Theorie“, som udgives af *Emil Lederer* og *Joseph Schumpeter*, under Medvirkning af forskellige Nationaløkonomer, deriblandt Professor *L. V. Birck*. Bogen tager sit Udgangspunkt i *Irving Fishers* Undersøgelse om Grænsenyttens og er bleven til under Samarbejde med ham.

Der er altid noget forfriskende ved at læse, hvad Professor Ragnar Frisch skriver. Han er ligesaa fuld af Initiativ og ligesaa rig paa Ideer, som Irving Fisher har været det fra sin Ungdom. Og denne Bog skuffer ikke Forventningerne.

Siden Læren om Grænsenyttens fremkom, er man ikke kommet langt med Hensyn til Spørgsmaalet om Grænsenyttens faktiske Forløb, ud over den Kendsgerning, at den aftager med Mængden. Denne Aftagen kunde udnyttes til en Række Undersøgelser angaaende Omsætningens Mekanisering, hvori f. Eks. *Cournot* var en Mester, men vilde man anvende Læren om Grænsenyttens i positive Spørgsmaal, som f. Eks. om Vurderingen af en Skatteskala, kunde man ikke naa ud over visse almindelige Betragtninger. Hvor uhyre omfattende end det pris-statistiske Materiale efterhaanden er bleven, er det dog overordentlig vanskeligt at finde virkelig brugbare Erfaringsrækker, hvoraf Grænsenyttkurverne kan udledes. Man nødes til at benytte en Mængde Forudsætninger, hvis Rigtighed man ikke paa Forhaand kan gaa ud fra. Det gælder saaledes Forudsætningen om Kurvernes ensartede Forløb for forskellige Mennesker; man er jo ikke engang vis paa Grænsenyttens Stabilitet for det enkelte Individ.

Og selv om man kan slaa sig til Ro med Benyttelsen af Gennemsnit, saa at man f. Eks. kan bygge paa Forbruget indenfor en vis Gruppe af Mennesker, saa bliver der en Mængde Forhold tilbage, som øver Indflydelse paa Efterspørgselen og

BOGANMELDELSER.

RAGNAR FRISCH: *New Methods of Measuring Marginal Utility.*
Tübingen 1932.

Denne Bog er et Led i den Række „Beiträge zur ökonomischen Theorie“, som udgives af *Emil Lederer* og *Joseph Schumpeter*, under Medvirkning af forskellige Nationaløkonomer, deriblandt Professor *L. V. Birck*. Bogen tager sit Udgangspunkt i *Irving Fishers* Undersøgelse om Grænsenyttens og er bleven til under Samarbejde med ham.

Der er altid noget forfriskende ved at læse, hvad Professor Ragnar Frisch skriver. Han er ligesaa fuld af Initiativ og ligesaa rig paa Ideer, som Irving Fisher har været det fra sin Ungdom. Og denne Bog skuffer ikke Forventningerne.

Siden Læren om Grænsenyttens fremkom, er man ikke kommet langt med Hensyn til Spørgsmaalet om Grænsenyttens faktiske Forløb, ud over den Kendsgerning, at den aftager med Mængden. Denne Aftagen kunde udnyttes til en Række Undersøgelser angaaende Omsætningens Mekanisering, hvori f. Eks. *Cournot* var en Mester, men vilde man anvende Læren om Grænsenyttens i positive Spørgsmaal, som f. Eks. om Vurderingen af en Skatteskala, kunde man ikke naa ud over visse almindelige Betragtninger. Hvor uhyre omfattende end det pris-statistiske Materiale efterhaanden er bleven, er det dog overordentlig vanskeligt at finde virkelig brugbare Erfaringsrækker, hvoraf Grænsenyttkurverne kan udledes. Man nødes til at benytte en Mængde Forudsætninger, hvis Rigtighed man ikke paa Forhaand kan gaa ud fra. Det gælder saaledes Forudsætningen om Kurvernes ensartede Forløb for forskellige Mennesker; man er jo ikke engang vis paa Grænsenyttens Stabilitet for det enkelte Individ.

Og selv om man kan slaa sig til Ro med Benyttelsen af Gennemsnit, saa at man f. Eks. kan bygge paa Forbruget indenfor en vis Gruppe af Mennesker, saa bliver der en Mængde Forhold tilbage, som øver Indflydelse paa Efterspørgselen og

derved tilslører det Billede af Grænsenyttens Forløb, man søger at danne sig. Har man fundet en Iagttagelsesrække, der viser hvad der i en vis Samfundsklasse købes af visse Varer, saa kan man ikke deraf uden videre udlede en Efterspørgselskurve. Det er ikke nok at tage Hensyn til Indtægterne og til den paagældende Vares Pris; paa samme Tid udøver ogsaa andre Varepriser en Indflydelse, og den søgte Funktion bliver derfor i Virkeligheden uhyre indviklet.

Professor Ragnar Frisch foretager nu en Række dristige Undersøgelser for at komme Sagen noget nærmere ind paa Livet, og Resultatet er blevet en Bog, som sikkert vil blive Genstand for megen Debat. Det er ingenlunde nogen let Bog at læse. Forfatteren bruger et vel gennemtænkt, praktisk Tegn-system, og med pædagogisk Sans advarer han stadig Læseren, hver Gang man kommer til en Faldgrube, men ikke desto mindre kan det være vanskeligt nok at holde Traaden fast.

Strengt taget er det en dobbelt Opgave, Forfatteren har paataget sig. Paa den ene Side ønsker han ad statistisk Vej at finde Grænsenyttelæserne, paa den anden Side kommer han ud fra Grænsenyttelæren ind paa en Række teoretiske Undersøgelser angaaende forskellige Problemer, som f. Eks. det ovennævnte Spørgsmaal om Beskatning, og her benytter han ikke i nogen nævneværdig Grad statistiske Iagttagelser.

Hvad den statistiske Del af Bogen angaar, søger han at simplificere Opgaven ved at indføre et fælles Prismaal i Stedet for at lade de enkelte Priser indgaa i Funktionen. Er man enig om at forsøge dette, kan Valget af Indeks være af ret underordnet Betydning. Forfatteren taler, uden at definere Begrebet nøjere, blot om en „price of living“ som Udtryk for Prisniveauet. Forholdet mellem dette Tal og den enkelte Varepris skal da være af saa væsentlig Betydning med Hensyn til den paagældende Vare, at man kan se bort fra alle de mange enkelte Prisforskydninger, der kan indtræde. Dette er selvfølgelig et svagt Punkt, men paa den anden Side har det sin store Interesse at undersøge, hvor langt man kan naa ved en saadan Simplifikation af Opgaven. Har man derigennem fundet en Tilnærmelse til Kurven, bliver det næste Skridt at spørge, om der kan være andre Indflydelser af Betydning.

Naar man nu gaar ud fra den foran berørte Forudsætning om Ensartethed indenfor en vis Gruppe Mennesker, saa at man tænker sig det samme Forløb af Grænsenyttens for dem alle, kan man søge efter Iagttagelsesrækker, der oplyser om Forbruget af en vis Vare, det nævnte Prisforhold, og Indtægtsforholdene

i den paagældende Samfundsgruppe, og man kan da afsætte Forbruget som Punkter paa en Flade, idet man i et Koordinat-system med tre Akser afsætter den nominelle eller reelle Indtægt ad een Akse, Forbruget af den paagældende Vare ad den anden, og det nævnte Prisforhold ad den tredie.

Det er nu klart, at der skal mange Punkter til for med nogen Sikkerhed at kunne bestemme denne „surface of consunption“, selv om de enkelte Punkter er nogenlunde nøjagtig bestemt. Ved en Kurve i en Plan, hvori der kun er to Variable, vil det være nødvendigt at kende adskillige Punkter, men naar man har tre Dimensioner, bliver Opgaven mangedoblet. Og da de paagældende lagttagelsesrækker vanskelig kan tilfredsstille en saadan Fordring, bliver Følgen let, at man ved Interpolationen og Udjævningen i høj Grad maa benytte sig af Hypoteser for at komme til et plausibelt Resultat.

Den ene af de af Forfatteren benyttede lagttagelsesrækker vedrører Sukkerforbruget i „Union des coopérateurs Parisiens“ i 31 paa hinanden følgende Maaneder. Det samlede Salg benyttes som Udtryk for den nominelle Indtægt, der omregnes til reel Indtægt ved Division med „price of living“ Forholdet mellem „price of living“ og Sukkerprisen kendes ligeledes fra Maaned til Maaned, og man faar saaledes 31 Punkter i den søgte Flade. En stor Vanskelighed ligger i, at Tallene er undergivet meget store Svingninger, saa at en Bearbejdelse af Materialet kan føre til meget forskellige Resultater. Ragnar Frisch gaar den Vej, at han tænker sig Sukkerforbruget givet og spørger, hvorledes saa Sammenhængen bliver mellem Indtægten og Prisforholdet. Men man tør næppe betegne Resultatet som vellykket. Der klæber en betydelig Usikkerhed ved de beregnede Tal, og jeg tror ikke, at jeg begaar Uret ved at sige, at den Række af Værdier vedrørende Realindtægtens relative Grænsenytte, hvori Undersøgelsen udmunder (Side 32), ikke giver os nogen væsentlig større Viden end den, man kan skaffe sig a priori ved at reflektere over Forholdene.

Man kunde iøvrigt tænke sig at gaa en simplere Vej. Man kunde udelade de første 4 Maaneder, der frembyder store Afvigelser fra den følgende Tid. For de øvrige 27 Maaneder er der et nogenlunde konstant Indtægtsniveau, saa at man til foreløbig Underretning kan nøjes med at spørge, hvorledes Sukkerforbruget vil afhænge af Prisforholdet, idet man f. Eks. deler Materialet i tre eller flere Grupper. Det viser sig der, at der er en Sammenhæng mellem Prisen og Forbruget, men paa Grund af Materialets Uregelmæssighed kan denne Korrelation kun angives meget vagt.

Heller ikke det andet store Forsøg kan siges at føre til overbevisende Resultater. Det gaar ud paa at bearbejde statistiske Oplysninger for Aarene 1918—19 i 92 nordamerikanske Byer om Størrelsen af Privatpersoners Budgetter, og den Andel Fødevarer har deri. Oplysningerne foreligger for syv forskellige Grupper af nominel Indtægt. Idet Forfatteren forudsætter Fællesegenskaber for Kurverne for de enkelte Byer, søger han ved en sindrig Forskydning at gøre dem saa vidt homogene, at han deraf kan udlede et Fællesresultat, der giver Oplysning om Pengenes Grænsenyttelighed, under Forudsætning af at alle de gjorte Hypoteser slaar til. Det er dog kun den ringeste Del af Materialet, der udnyttes hertil. Af de 92 Byer blev de allerfleste skudt ud, saa at kun 9 blev tilbage; og af de saaledes bestemte Punkter i Fladen anføres kun 17.

De vundne Resultater kan saaledes kun modtages under Forbehold, men deraf følger ikke, at man ikke ved fornyede Anstrengelser skulde kunne komme Sandheden nærmere, skønt jeg tilstaar, at jeg ser ret pessimistisk paa Udsigten dertil.

Men foruden ved disse statistiske Undersøgelser frembyder Bogen Interesse ved de teoretiske Betragtninger, der knyttes til Grænsenyttelæren. Dette gælder saaledes Studiet af Kurverne ved Hjælp af deres „flexibility“, eller — som Professor *Bowley* udtrykker det i en Anmeldelse i *Economic Journal* for Juni 1932 — deres Elasticitet. Der tænkes herved paa Forskydningen i Grænsenytteligheden i Forhold til en given lille Indtægtsforskydning, multipliceret med Forholdet mellem Indtægt og Grænsenyttelighed.

Med særlig Interesse har Professor Ragnar Frisch kastet sig over Studiet af de forskellige *Skatteteorier*. Jeg kan her dels minde om den Diskussion der førtes for en Menneskealder siden, navnlig af hollandske Nationaløkonomer, dels ogsaa henvise til min Undersøgelse om „Grundlaget for Beskatningen“, der findes trykt i Nationaløkonomisk Forenings Festskrift for 1897. Som jeg ved den Lejlighed paaviste, maa Skatten ses fra to forskellige Synspunkter, Individets og Samfundets. Dels gælder det at undersøge det Tryk, den enkelte føler ved Beskatningen, dels den Samfundsopfattelse, som i Øjeblikket gør sig gældende med Hensyn til den retfærdigste Skatteskala. I den sidstnævnte Henseende er der som bekendt sket overordentlig store Forskydninger siden Midten af forrige Aarhundrede. Medens man dengang saa paa en ensartet Skatteprocent som det retfærdige, kræver nu til dags den almene Opfattelse en mere eller mindre stærk Progression.

Ser man Skattespørgsmaalet fra det enkelte Individets Syns-

punkt, ligger det nærmest at spørge, hvilken Formindskelse i subjektiv Værdi Skatten vil frembringe. Skal to Individder med samme Nyttekurver, men med forskellig Indtægt føle det samme Tryk, maa denne Formindskelse være lige stor for dem begge. Kender man Pengenes Grænsenyttekurve, kan man da bestemme den Skala for Skatteprocenten, der opfylder denne Betingelse. Uvilkaarlig vil de fleste Mennesker i deres Overvejelser om dette Spørgsmaal paavirkes af den gældende Samfundsopfattelse, og de vil da ganske naturlig komme til at undre sig over de Resultater, man kommer til ved at gaa ud fra, hvad man ved om Grænsenyttten.

Den simpleste Form for Pengenes Grænsenytte er den af *Daniel Bernoulli* angivne Formel, for hvad *Laplace* senere kaldte „den moralske Formue“. Tager man ikke Hensyn til Eksistensminimum, bliver Resultatet en ensartet Skatteprocent for alle Indtægter. Hvis man formindsker Skatteindtægten med Eksistensminimum, fremkommer der en Progression, der navnlig gør sig gældende ved de mindre Indtægter. Efterhaanden aftager Virkningen, og for de store Indtægter er Progressionen forholdsvis lille. Følger man den Opfattelse, som vistnok er den almindelige, nemlig at Grænsenyttten for de mindre Indtægter aftager stærkere end efter *Dan. Bernoullis* Sætning, bliver Progressionen under en vis Indtægtsgrense forøget, men senere vil Virkningen fortage sig og maaske endogsaa føre til en Degression. Anstiller man en Prøve med den af Forfatteren p. 64 angivne Skala, vil man over hele det givne Stykke finde en afgjort Degression. Dette maa ikke ses som et „implausible result“, som *Ragnar Frisch* udtrykker det (1 c p. 122). Det kan meget godt stemme med de psykiske Forhold. Hvorledes vil f. Eks. Folk i forskellige Indtægtsklasser sætte sig i Skat ved en Velgørenhedsindsamling?

Men helt anderledes stiller det sig, naar Sagen ses fra Samfundets Side. Her er det naturligt, at der anlægges en anden Maalestok, og alt som Samfundsopfattelsen forskyder sig, vil denne Maalestok ogsaa forandre sig. Her maa Nationaløkonomien rette sig efter Samfundsopfattelsen; det er en praktisk Opgave det gælder; kun maa man da søge at faa System i Skatteskalaerne, saaledes at de ikke kommer til at udvise uforholdsmæssige Spring. Professor *Ragnar Frisch* sammenstiller her forskellige Forsøg paa at opstille Skatteskalaer ud fra Grænsenyttelæren, og spørger hvilket Offer der derved vil paalægges Skatteborgere i de enkelte Indtægtsklasser. En Undersøgelse af denne Art vil altid have sin Betydning, selv om den kun kan faa teoretisk Interesse, saalænge man ikke har en almindelig anerkendt Maalestok for Pengenes Grænsenytte.

Harald Westergaard.

De senere Aars Bestræbelser paa at slaa Bro mellem de i den økonomiske Teori optrædende — rent begrebsmæssigt definerede — Størrelser og Afhængigheder og de Størrelser og Afhængigheder, man direkte kan iagttage i det økonomiske Liv, har efterhaanden fremkaldt en ganske anseelig Række af Arbejder, der mere eller mindre virkningsfuldt har søgt at gøre de tidligere kun i Tankens Verden eksisterende Forestillinger mere haandgribelige. Til denne Litteraturgren hører i alt Fald 2. Bind af de i forannævnte Skriftrække tidligere udkomne, der allerede er omtalt her i Tidsskriftet (Aarg. 1931, S. 363); om det nu fra Prof. Frisch's Haand foreliggende 3. Bind gælder det samme om muligt i endnu mere udpræget Grad. Man maa dog ikke derfor tro, at Arbejdet i den Forstand er udelukkende teknisk-statistisk, at det nærmest drejer sig om Tilpasningsformler og minutøs Gennemgang i Sømmene af Overensstemmelser og Afvigelser. Tværtimod. Effektive Forsøg paa at faa Teori og lagttagelse til at gaa i Spænd sammen maa nødvendigvis gaa Teorierne til Marv og Ben, og i denne Egenskab ligger vel i det hele taget saadanne Forsøgs fornemste Betydning. I fuldt saa stort Omfang som om statistisk Verifikation drejer Frisch's Bog sig om vigtige og interessante Problemer af den videnskabelige Økonomis inderste Omraader; men herudover er Bogen skrevet med et charmerende Humør, der ikke lader sig forklare ved god Form alene, men ogsaa maa have sit Udspring i Forf.s egen Tro paa og Overbevisning om ikke blot sin Opgaves Fortræffelighed, men tillige paa Muligheden af dens Løsning. Om dette Emne, der i mange Fremstillinger synes haabløst traccaserende, mindes jeg ikke nogen Sinde at have læst en mere underholdende, paa visse Punkter faktisk spændende, og trods Temaets Vanskeligheder i bedste Forstand let læselige Bog. Den afgiver desuden et efter min Mening godt Eksempel paa, hvilken smuk Kombination der kan komme ud af den saa ofte lovpriste Træning i økonomisk Tænkning paa den ene Side og paa den anden ikke blot af Evnen til at „operere matematisk“, men af en jævnbyrdig Træning i matematisk Tænkning i det hele taget. Dette bør visselig antegnes, fordi der — desværre — findes flere Eksempler paa det modsatte, saavel hidrørende fra Økonomer, der ikke behersker Matematiken, som fra Matematikere, der ikke behersker Økonomien, ja — *horribile dictu* — fra „nogle“, der ikke behersker nogen af Delene.

Paa Grund af det foran fremhævede saavel som paa Grund af den Samvirken mellem Teori og Erfaring, Behandlingen af

den opstillede Opgave naturnødvendigt har medført, er det mit Haab, at efterfølgende Bemærkninger kan bidrage til at øge Interessen for Arbejdet. Af det Væld af Betragtninger af mange forskellige Slags, som man under Læsningen uvilkaarlig føres ind paa, vil det dog være ganske uoverkommeligt at gengive mere end et lille Udvalg, og da der for Redaktionen foreligger endnu en Anmeldelse fra anden Side, har jeg ikke ved Begrænsningen i første Række tilsigtet at finde og fremhæve muligt eksisterende strategisk vigtige Punkter, men taget mig den Frihed særlig at opholde mig ved de Enkeltheder, der laa mine egne Interesser nærmest.

I en vis Modsætning til de fleste andre Forf. paa dette Omraade (Pigou, Moore, Schultz, Staehle m. fl.) begrænser Forf. ikke sin Opgave og Mulighederne for dens Løsning ved principielt at se bort fra de Erfaringer, der kan opnaas fra Steder og Tider med væsentlig forskellig Prisniveau. I denne sin fulde almindelige Form er Opgaven at gennemføre Maaleligheden af Pengenes Nyttekurve naturligvis ikke mulig i Praksis. Idet man ved „Penge“ her forstaar Indkomst (i Virkeligheden „sædvanlig Indkomstniveau“), maa Nyttekurvens Ordinater blive Funktion ikke blot af den nominelle Indkomst q , men af Priserne paa samtlige Goder (til syvende og sidst Goder af alle Arter). Medens Irving Fisher's Erkendelse heraf i Virkeligheden bringer ham i samme Situation som alle øvrige Forskere, forsaavidt som han i Praksis maa fordre en Række af lagttagelser af Menneskenes Handlinger under samme Prissituation (samme Vare, samme Pris i alle Rækkerne), knytter der sig til Frisch's Behandling den Interesse, at han forsøger at komme over denne Vanskelighed ved ikke at betragte Ordinaterne i Pengenes Nyttekurve som afhængig af en næsten uudtømmelig Række Priser, men som Funktion blot af Indkomsten og endnu en, men ogsaa kun een eneste, kvantitativ Størrelse, om hvilken det straks kan siges, at den skal give Udtryk for Dyrheden ved at leve¹⁾. Herved opnaar Forf. ikke blot en uhyre Simplifikation, af hvilken der siden skattes til Gavns, men tillige den næsten sensationelle Fordel, at lagttagelser gjorde

¹⁾ Forf. foretrækker Udtrykket „price of living“ for det velkendte „cost of living“ for at præcisere, at her ikke er Tale om noget, der afhænger af Levelfoden, men alene om noget, der afhænger af Priserne. Naar dette erindres, kan man paa en Slags Dansk gerne kalde det Prisniveauet; men der maa ikke med dette Udtryk forbindes nogen af de Forestillinger, der knytter sig til de gængse Beregninger af Prisniveauets Højde ved Hjælp af index-numbers, Standard-Budgetter ell. lign.

under forskellige Prissituationer da er saa langt fra at være ubrugelige, at de netop er kærkomne.

Om Forsøget paa at gennemføre Betragtningen er Anstrengelserne værd, kan maaske være en Smagssag; men det er i hvert Fald dristigt, og da jeg ikke kan komme fra den Forestilling, at varierende Priser i ganske anden Grad maa kunne belære os om Individernes Opførsel overfor Penge end konstante Priser, forekommer det mig ogsaa, at der er noget vist befriende ved at se nogen ikke blot antyde Betragtningensmaaden, men ogsaa sætte et ikke ringe Arbejde ind paa at realisere den.

Til Maaling af Pengenes Grænsenytte maa der have taget sig over een eller nogle forskellige Varers Priser; ved den Maade Forf. oprindelig søgte at løse Problemet (beskrevet i en Afhandling fra 1926: „Sur un problème d'économie pure“ i Norsk Matematisk Forenings Skrifter) behøvedes hertil kun Oplysning om en enkelt Vares Priser eller Gennemsnitspriser for Varerne i en Gruppe af saadanne, hvilket saa vidt jeg ser, stod i Forbindelse med den særlige Kilde, hvorfra Oplysningerne flød (det cooperative Forbund i Paris); men i større Almindelighed kan man sige, at de Oplysninger, der kræves, er Husholdningsregnskaber for en Række Personer med forskellig Indkomst, og da en meget betydelig Del af Forf.'s Besvær hidrørte fra, at de af ham benyttede Regnskaber med Hensyn til Forbruget af forskellige Varer kun indeholdt Oplysning om Udgiften (Forbruget maalt i Penge), men ikke om de forbrugte Mængder, altsaa ingen egentlige Prisoplysninger, kan det her i Forbigaaende slaas fast, at det altsaa ogsaa paa dette Omraade er af Betydning, at Regnskabsstatistik giver begge Dele, i alt Fald for et Udvalg af Varer.

Foreligger en saadan Statistik, kan man benytte denne til at sammenligne den enkelte Vares Grænsenytte og „Generalvarens“ (Pengenes) Grænsenytte, idet Forholdet mellem disse er Varens Pris; statisk Ligevægt forudsat, er dette kun Udtryk for, at det af Regnskabsstatistiken fremgaar, hvorledes den enkelte med given Indtægt fordeler denne ved Indkøb af sit Forbrug. Herved opstaar en Relation mellem

- 1) nominel Indkomst
- 2) Prisniveau
- 3) Varens Pris
- 4) den købte Mængde

Er det muligt at tage Hensyn til Prisniveauet paa sædvanlig Maade og ved et enkelt Tal at omregne den nominelle Ind-

komst og den aktuelle Varepris til henholdsvis deflationeret Indkomst (r) og Varepris (π), faas en Relation mellem de 3 Størrelser: Indkomst (r), Varepris (π) og Varemængde (x) gennem Ligningen

$$\pi = \frac{u(x)}{w(r)},$$

hvor $u(x)$ er Grænsenyttten af x Enheder af Varen og $w(r)$ Grænsenyttten af r (deflationerede) Enheder af „Generalvaren“ (Indkomsten).

Har man nu tilstrækkeligt Regnskabsmateriale, vil man af dette kunne aflæse, hvilken Værdi af een af disse 3 Størrelser der svarer til et givet Sæt af de 2 andre, og tænkes de 3 Størrelser π , u og w afsat som Koordinater i Rummet, vil de paa denne Maade sammenhørende Værdier give Punkter af en Flade, som kan kaldes Forbrugsfladen og kan benyttes som Grundværktøjet ved Opgavens Løsning.

Muligheden heraf beror paa det meget enkle Faktum (som jeg i en anden Forbindelse før har haft Anledning til at fremhæve her i Tidsskriftet, Aarg. 1931, S. 91), at Bestemmelsen af en Kurve eller et System af Kurver ofte med Fordel kan ske ved at betragte den (det) som Snit i en Flade, der kan bygges op af andre Snit, der atter kan faas ved lagttagelse.

Dette er netop Tilfældet her. Tænker man sig Forbrugsfladen skaaret over ved Snit parallelle med de Akser, ud af hvilke Størrelserne π og x afsættes, i hvilket Plan r altsaa har samme Værdi, faas en Kurve, der viser, hvorledes den forbrugte Varemængde x varierer med Prisen π , naar Indkomsten er konstant (Efterspørgselskurve). Skæres Fladen med et Plan $\neq x$ og r Akserne, i hvilket Plan π har samme Værdi, faas en Kurve der viser hvorledes Forbruget x af Varen stiger med Realindkomsten r , naar Varens Pris er konstant; disse Kurver ses umiddelbart at staa i meget nær Forbindelse med den af Engel formulerede Forbrugs-Lov og kan derfor kaldes Engel-Kurver; gennem Regnskabsresultater ses disse at være tilgængelige for lagttagelse og brugelige til Forbrugsfladens Bestemmelse. Skæres endelig Fladen med Planer, i hvilke x er konstant, faas Kurver, der viser, hvorledes π og r afhænger af hinanden, naar den konsumerede Mængde er konstant. De kaldes derfor „Isoquanter“, og, bortset fra Problemet at bestemme de „Pristal“, der deflationerer Indkomster og Priser til samme Prisniveau, fremgaar det af den ovenfor anførte Ligevægtsligning, at disse Isoquanter paa en konstant Faktor

$[(u, x)]$ nær angiver Sammenhængen mellem den søgte Grænse-nytte af „Generalvaren“ og Indkomsten.

Den oprindelige simple Bestemmelse af Nyttekurven, der er nævnt ovenfor, og hvor Materialet forholdsvis let lod sig opstille som Tidsrækker for sammenhørende Værdier af π , r og x , kan i Henhold hertil umiddelbart gennemføres ved Interpolation i disse Tidsrækker, der omfatter en Periode med ret forskellige Priser paa Varen Sukker, der er valgt som Sammenlignings-Vare. Hvert „Øjeblik“, d. v. s. hver Prissituation, giver eet Punkt af Kurven, idet de til forskellige Værdier af x svarende Kurver paa en konstant Faktor nær er de samme.

Anderledes i det mere almindelige Tilfælde, hvor Materialet bestaar af Husholdnings-Regnskaber; hvert Regnskab kan ganske vist her antages at hidrøre fra hvert sit Sted, eventuelt fra hvert sit Tidspunkt, og dermed antages afhængig af hver sin Prissituation. Men Forskellighederne mellem disse Situationer vil sjældent være saa betydelige, at en Bestemmelse, der ligefrem bygger paa dem, er mulig, saadan som Tilfældet var i den oprindelige Metode, hvor Isoquanterne generes af den varierende Pris og dermed giver Nyttekurven. Hvis man i dette Tilfælde derimod kan regne med at have alene nogle ganske faa Regnskaber til Disposition, ud fra hvis Tal det med Rimelighed kan antages, at de deflationerede Varepriser, uanset hvordan disse ellers falder ud, blot ikke dækker hinanden helt, kan man ved Sammenligning mellem Formen af de fra forskellige Regnskaber hidrørende Engel-Kurver, altsaa nu ved Skæring med x, r Planer, bestemme Nyttekurvens Fleksibilitet (det til Efterspørgselskurvens Elasticitet analoge Begreb) for en Række Værdier af r ; i Virkeligheden giver de statistiske Data Middel-værdier af Fleksibiliteten for Indkomstintervaller; men ganske som ved Bestemmelsen af Dødelighedskurver, hvor lagttagerne ogsaa maa udnyttes ved Betragtning af endelige Intervaller, drejer det sig her kun om ved en Interpolation at bestemme Fleksibilitetens Afhængighed af Indkomsten og derefter bestemmes Nyttekurven selv ved en enkelt Integration. Forf. betegner som Modsætning til Isoquant-Metoden denne Metode som de varierende Kvantiteters Metode, idet Nyttekurven her generes ved at lade den konsumerede Mængde af Sammenligningsvaren variere.

En Forudsætning er det dog, at de Priser, hvortil disse varierende Varemængder er indkøbt, ogsaa fremgaar af Regnskaberne. Gør de ikke dette, skulde man synes, at det hele faldt. Med Henblik paa, at Regnskabsstatistik ofte kun giver

Oplysning om Udgiften til, men ikke tillige om Mængden af Varen, har Forf. imidlertid udarbejdet endnu en tredje Metode — Translationsmetoden — ved hvilken denne Mangel søges afbødet. Selv om den næsten bedøvende Snedighed, hvormed Forf. her søger at aflukke et mangelfuldt Materiale sine Hemmeligheder skulde være noget af en Lækkerbidsken i *Harald Westergaards* Fædreland, skal jeg ved denne Lejlighed afstaa fra en nærmere Karakteristik af Metoden. Uden en ogsaa empirisk Gennemprøvning af den ved Hjælp af andet Materiale, der helst tillige skulde give Mængdeoplysninger til Kontrol, er det formentlig ugørligt at sige noget afgørende om Metodens Værdi i Praxis. Men de manglende Erfaringer formindsker jo ikke Anledningen til teoretiske Betragtninger, og selv om der naturligvis heri kan ligge en Fristelse til Anstrengelser, der mere minder om Sport end om Videnskab, har man Eksempler nok paa, at man ikke bør underkende Betydningen af saadan Møje. Som Statistiker maa man imidlertid heroverfor med Rette kunne hævde Værdien af de for Formaalet passende Iagttagelser, specielt Maksimen: Hvad der skal til, skal til.

I en supplerende Række Kapitler behandler Forf. nu forskellige Problemer, der berøres af Begrebet Pengenes Grænsenytte, hovedsagelig Problemer vedrørende Arbejds-Udbudskurven, „Pristal“ og Indkomstskatteskalaen. Det første og det sidste af disse tre er jo i den Grad nær knyttet til Begrebet Pengenes Grænsenytte, at der intet mærkeligt er i at træffe saadanne Betragtninger i denne Forbindelse. Om dem begge gælder det imidlertid, at de herhen hørende Spørgsmaal i Praxis finder deres Løsning under Indvirken af saa mange andre Faktorer, at det i alt væsentlig bliver de teoretiske Betragtninger over Emnet og den specielle Anvendelse, der gøres af disse, der her faar Interesse. Jeg skal derfor overlade saavel disse som dem, hvormed Forf. redder sin Translationsmetode i Land, og som jeg efter det foran anførte ogsaa maa finde af overvejende teoretisk Interesse, til mere kompetentes Studium, og hvad Anvendelserne angaar indskrænke mig til Kapitlet om Prisindekstal.

Om dette gælder, at dets Forbindelse med Spørgsmaalet om Pengenes Grænsenytte maaske ikke ved første Øjekast er saa umiddelbart indlysende som Tilfældet er ved de to andre Kapitler. Imidlertid forholder det sig vel i den Grad omvendt, at man om de to Opgaver at bestemme 1) et Prisindekstal og 2) Pengenes Grænsenytte kan sige, at det til syvende og sidst drejer sig om samme Spørgsmaal, Generalvarens Eksistens.

Gaar man ud fra den Forestilling om Prisindekstal, som

knytter sig til en af de sædvanlige Beregningsmaader, er det jo bekendt, hvorledes Vanskelighederne og Tvivlen opstaar, naar de enkelte Varers Prisbevægelse er helt forskellig; modsat fristes man derved ogsaa til den Anskuelse, at hvis alle Priser steg 10 pCt., vilde Prisniveauet være steget fra 100 til 110, og videre til at betragte det Faktum, at to Varer procentisk er steget lige meget, som Kendetegnet paa, at de er ramt af samme Prisforhøjelse.

Alt dette funderer sig imidlertid udelukkende paa de til Raadighed staaende, men højst ufuldkomne Formler, der gør Beregningen afhængig af en arbitrært valgt Standard eller Ign. En nærmere Undersøgelse af, hvad det er, der ligger bag den ganske almindelige Forestilling om Eksistensen af et eneste Tal, der belyser Forskellen mellem Prisernes Højde paa to Tidspunkter eller paa to forskellige Steder, maa vise hen til Begrebet „en eneste Generalvare“ og dermed knytte Definitionen af, hvad der i det hele skal forstaas ved Prisniveauet, uløselig sammen med Pengenes Grænsenytte, saaledes at Bestemmelsen af begge Dele hænger i samme Traad. Man kan jo meget vel stille sig tvivlende overfor Muligheden af en empirisk Bestemmelse af Pengenes Nyttekurve; men man maa da ogsaa opgive at tale om Prisniveau, eller man kan indenfor visse Begrænsninger postulere Eksistensen af et Prisindekstal, men altsaa dermed ogsaa erkende Muligheden af indenfor samme Begrænsning at kunne bestemme Pengenes Nyttekurve. Hvorledes det i Realiteten forholder sig hermed, navnlig hvori Begrænsningerne bestaar, kan foreløbigt kun Erfaringen belære os om. Men dermed faar ogsaa ethvert Forsøg paa en empirisk-statistisk Bestemmelse af Nyttekurver Betydning for Bestemmelsen af det i Praxis langt mere brugte og misbrugte Prisindekstal. Medens Anvendelsen af Tidsrækker af saadanne for samme Forbrugerklasse er taalelige, selv paa det fra et teoretisk Synspunkt spinkle Grundlag, hvorpaa de stadig beregnes, er Sagen ganske anderledes haabløs, hvor det drejer sig om Karakterisering af lokale Prissituationer f. Eks. Prisniveauets Højde i Hovedstaden (eller i visse Kvarterer af denne) i Sammenligning med Prisniveauets Højde i Vestjyllands Landdistrikter. Og dog er der baade ved Aflønningsproblemer, ved Fastsættelse af Takster i Forsørgelseslovgivningen o. s. v. en eminent Efterspørgsel efter denne foreløbigt „umulige“ Art Pristal. Selv om Forsøg paa Klarlæggelsen af Mulighederne af en independent Prisindeksbestemmelse ikke har praktisk Betydning i Øjeblikket, ser jeg ikke rettere, end at der knytter

sig betydelige Interesser til saadanne Forsøg, der netop bryder med de gamle Veje; de er overfor denne Slags Problemer ufarbare; dette sidste synes ganske tydeligt at fremgaa af den nylig afsluttede Ford-Undersøgelse, der er anmeldt her i Tidskriftet, Aarg. 1932, S. 178, og i hvilken Anmeldelse jeg maa vedgaa ikke at være enig, ganske særlig ikke i, „at Fordkompagniet, trods alt, har faaet Svar paa sit Spørgsmaal“.

Ud fra det her anlagte specielle Synspunkt, efter hvilket Maalet snarere er en Række Prisindeks end en Nyttekurve, kan det beklages, at Forf. ikke har udført sine Metoder mere detailleret. Men baade for den teoretiske Opfattelse saavel som for den empiriske Bestemmelse af en Nyttekurve, er det Hovedsagen, at der er forsøgt angivet nye Veje, som maa kunne følges af andre, naar bedre og nyere lagttagelser foreligger.

Hans Cl. Nybølle.

WALTER ANDERSSON: *Researches into the theory of regression* (Lunds Universitets Årsskrift, N. F. Avd. 2. Bd. 28, Nr. 1). Lund 1932.

Statistiske Undersøgelser Hovedværktøj er Gennemsnitstal, og forsaavidt tilkommer der ved Korrelationsundersøgelser Regressionslinierne en særlig Interesse. Kan Fordelingsfladens Form ikke antages kendt, er det den sædvanlige Fremgangsmaade at bestemme Regressionslinierne empirisk — d. v. s. uden at tage Fordelingsfladens Form i Betragtning — idet man paa en eller anden Maade udjevner de for en Række Værdier af det ene Kendetegn beregnede Middeltal af det andet. Ganske særlig er her Udjevning efter rette Linier ved mindste Kvadraters Metode kommet i Yndest, d. v. s. ikke alene blevet meget brugt, men ogsaa meget misbrugt. Men Brugen kan iøvrigt til sin Retfærdiggørelse anføre det ikke uinteressante Faktum, at hvis man af et Materiale, der fordeler sig normalt, bestemmer Regressionslinierne (der her altsaa paa Forhaand vides at være rette Linier) ved en Udjevning efter mindste Kvadraters Metode, faar man de ved den givne normale Fordelingsflade definerede Regressionslinier.

I det foreliggende Værk undersøges det nærmere, hvad der kan opnaas ved Betragtning af krumme Regressionslinier; naar disses Ligninger udtrykkes ved Parabler af passende højere Orden end af første Grad, lader de sig lige saa vel bestemme ved Udjevning efter mindste Kvadraters Metode, som naar Linierne antages rette. Ligeledes lader de fra et begrænset Materiale hidrørende „tilfældige“ Omstændig-