

# Problempopstilling som vurdering for læring



Dorte Moeskær Larsen,  
Laboratorium for  
Sammenhængende  
Uddannelse og Læring,  
Syddansk Universitet

*Kommentar til Mette Thompson: "Skab fokus på mestring", MONA, 2017-1.*

Mette Thompson sætter i artiklen *Skab fokus på mestring* fokus på evalueringskulturen i den danske matematikundervisning, og hun giver helt konkrete praksiseksempler på hvordan hun har arbejdet med at komme tættere på vurdering af modelleringskompetencen og problembehandlingskompetencen. Hun argumenterer for at der skal ske en udvikling af den evalueringspraksis der foregår i klasserummene, således at den stemmer bedre overens med den undervisningspraksis vi gerne vil have der her skal foregå. Mette Thompson sætter derved fokus på et vigtigt område i matematikdidaktikken da de typer af skriftlige vurderingsmetoder der anvendes i matematikundervisningen i dag, desværre ofte er fattige, ensidige og oftest kun vurderer udførelsen af matematiske færdigheder.

I artiklen beskrives nogle interessante praksiseksempler som illustrerer hvordan man kan anvende problemstillinger til at vurdere matematiske kompetencer som et mål, således at kompetencerne ikke kun vurderes som et middel til at opnå matematikfærdigheder. Generelt er det vigtigt, når elevers matematiske kompetencer skal vurderes som mål, at der anvendes et bredt repertoire af tilgange; ingen enkelt form for vurdering kan stå alene da de fleste vurderingsmetoder både har nogle fordele, men også udfordringer, især i forhold til validitet og reliabilitet. Jeg vil med denne kommentar støtte det fokus Mette Thompson sætter på vurdering, men samtidig udvide repertoire af tilgange til at vurdere de matematiske kompetencer, således at tilgangen ikke altid er at løse opstillede matematiske problemstillinger, men at man også kan vurdere på elevernes matematiske kompetencer ved at lade eleverne selv opstille matematiske problemstillinger.

At opstille matematiske problemstillinger (Problem Posing) har fortrinsvis været diskuteret i instruktions- og undervisningsøjemed i mange år og er også en del af Fælles Mål, men i denne sammenhæng vil jeg argumentere for mulighederne for også at anvende problempopstilling i en vurderingssammenhæng.

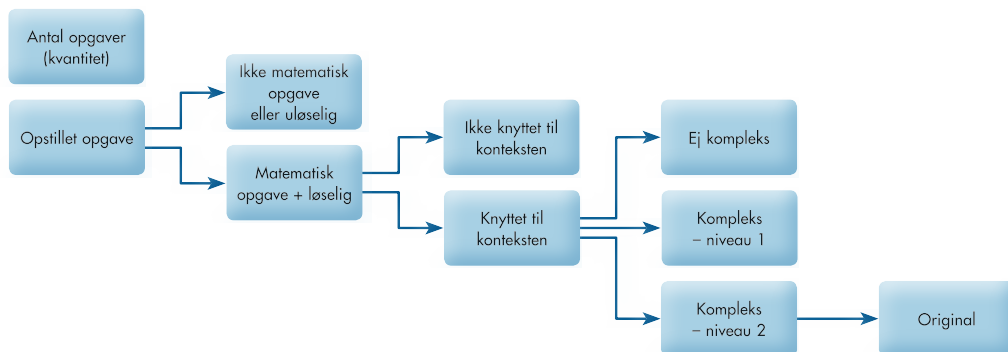
At opstille problemer kan defineres som den proces hvormed eleven på baggrund af sine matematiske erfaringer konstruerer personlige tolkninger af konkrete situationer og ud fra disse formulerer meningsfulde matematiske problemer (Stoyanova & Ellerton, 1996). Elevoplægget som skal få eleverne til at lave en eller flere problemopstillinger, kan udformes på mange måder; oplægget kan være *åbent*, med angivelse af en kort sætning eller et emne, det kan være *semistruktureret*, her med angivelse af en slags kontekst (tabel eller en figur), eller opgaveoplægget kan være *struktureret*, hvor eleverne i så fald skal opstille problemer ud fra andre veludbyggede problemer eller svar (Arikan & Unal, 2014).

Det er her vigtigt at der skelnes mellem vurdering *med* problemopstilling og vurdering *af* problemopstilling. Ved vurdering *med* problemopstilling er målet at vurdere andre matematikområder ved hjælp af problemopstilling, eksempelvis om eleverne har forståelse for at forskellige divisionsresultater afhænger af konteksten. I en sådan undersøgelse kunne eleverne få oplægget: *Opstil så mange forskellige problemer som muligt som alle kan løses med samme division:  $540/40 = ?$ . To problemer anses for forskellige hvis de har forskellige svar*. Her kunne en elev svare: *Hvis du har 540 cd'er, og de skal placeres i kasser med plads til 40 cd'er, hvor mange kasser kan du fylde?* Her vil svaret være 13; hvis du derimod spørger til *Hvad er det mindste antal kasser der er behov for*, vil svaret være 14. Et svar kunne også være 20 hvis problemet derimod handler om hvor mange cd'er der er tilovers. Ser vi derimod på vurdering *af* det at opstille problemer, kan det give nogle interessante vinkler på de matematiske kompetencer (Silver & Cai, 2005). Hvis man fx lader elever opstille en opgave ud fra en allerede givet problemstilling, vil det tvinge eleverne til at stille sig selv spørgsmålet *Hvad nu, hvis ikke ...?*, hvilket betyder at man kan få eleverne til at se anderledes på den givne problemstilling. Brown og Walter (2005) skriver at det desværre ofte er sådan at når elever løser problemløsningsopgaver, så forstår de ikke fuldt ud betydningen af hvad de har gjort, medmindre de skal generere og forsøge at analysere nogle nye problemstillinger. Ved problemopstilling bliver eleverne nødt til at interagere på en konkret måde med den præsenterede situation idet de bliver nødt til at overveje kontekstens natur og mulige veje til løsninger, og igennem disse overvejelser giver det store muligheder for at vise en divergerende og fleksibel tænkning, herunder fx kreativ tænkning (Arikan & Unal, 2014). Ved problemopstilling bliver eleverne samtidig nødt til også at overveje og være bevidste om løsningen til problemet, især hvis det er et krav at de selv skal svare på deres problemstilling. Dette indikerer endvidere relationen mellem problemløsning og problemopstilling. Der er påvist en korrelation mellem elevers kompetencer til at problemløse og elevers kompetencer til at opstille problemer (Silver & Cai, 1996), og der er også fundet en korrelation mellem kompetencen til at opstille problemer og generel matematisk kompetence (Nicolaou & Philippou, 2004). Van Den Brink (1987)

beskriver endda at problemopstilling kan anses som et spejl der reflekterer naturen og aspekter af elevers matematiske erfaringer.

Mette Thompson beskriver i artiklen positivt den deskriptive evaluering. Problemopstilling kan også ses som en deskriptiv evaluering. Det bliver i vurderingen af elevernes opstillede opgaver ikke kun et spørgsmål om at mestre eller ikke at mestre, men mere et spørgsmål om *i hvor høj grad* eleverne mestrer. Silver og Cai (2005) foreslår at anvende 3 kriterier i vurderingen: kvantitet, originalitet og kompleksitet. Kvantiteten kan beskrives ved hjælp af det tidligere nævnte divisionsoplæg (540/40 =), hvor kriteriet i så fald netop handler om at opstille så mange forskellige korrekte opgaver som muligt. Originaliteten kan være svær at afgøre for den enkelte matematiklærer da den foreslås vurderet ved begreber som “at være atypisk” og “one-of-a-kind”, men er man interesseret i at vurdere på kreativitet, er det ikke desto mindre et meget interessant vurderingskriterie. Det tredje kriterie handler om kompleksiteten i de opstillede opgaver. Dette kriterie afhænger meget af hvilket perspektiv der skal vurderes, og kan være problematisk at vurdere. Det kan dreje sig om hvordan de opstillede problemstillinger hænger sammen med konteksten, det kan dreje sig om lingvistiske strukturer, herunder tilstedeværelsen af relationelle og betingede udsagn, eller det kan dreje sig om sværhedsgraden af matematikindholdet. Problemer der involverer division, kan eksempelvis anses som havende højere niveau end addition. Mette Thompson foreslår at anvende Solo-taksonomien (Biggs & Collis, 1989) til vurdering af problemløsnings-svar. Dette er også en mulighed inden for problemopstilling.

I et igangværende forsknings og udviklingsarbejde omkring undersøgende matematik (Kvalitet i Dansk og Matematik – KiDM<sup>2</sup>) anvendes semistruktureret problemopstilling som en del af elevvurderingen i en før- og eftertest. I KiDM bliver problemopstillingerne vurderet med inspiration fra Silver & Cai (2005) ud fra dette udviklede vurderingsskema:



**Figur 1.** Vurderingsmodel til problemopstillingsopgaver i KiDM.

2 Cf. fx <http://laeremiddel.dk/projekter/igangvaerende-projekter/kidm-bedre-kvalitet-i-dansk-og-matematik/>.

Kvantitetskriteriet fra Silver og Cai (2005) anvendes her som et selvstændigt kriterie. Komplexitetskriteriet bliver opdelt i både en vurdering af det pålagte krav om kontekstrelatering og en vurdering af udregningskompleksiteten (eksempelvis: kan svaret findes direkte fra de givne informationer (ej kompleks), eller skal der laves en eller flere udregninger før svaret findes?) samt af sværhedsgraden i det matematiske indhold. Originaliteten anvendes når elevens opgave er en kontekstknyttet, kompleks, atypisk og relevant opstillet opgave.

Alan Schoenfeld (2015) beskriver at USA står ved en skillevej angående matematikens didaktik hvor vurdering og evaluering kommer til at spille en stor rolle som katalysator for forandring. Skal der således ske en ændring af den undervisningspraksis der foregår i klasseværelserne, er det fokus Mette Thompson sætter på mestring af matematik i sin artikel, et vigtigt indspark, således at vi i Danmark også får sat et fokus på forskellige muligheder for at evaluere, vurdere og teste elevernes matematiske kompetencer. Det er vigtigt at vi sammen orienterer systemet i den rigtige retning, og jeg er enig når Tom Lowries (1999) beskriver at problempopstilling også kan være et stærkt vurderingsredskab i vurdering af komplekse matematiske kompetencer.

## Referencer

- Arikan, E.E. & Unal, H. (2014). Development of the Structured Problem Posing Skills and Using Metaphoric Perceptions. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 2(3), s. 155-166.
- Brown, S.I. & Walter, M.I. (2005). *The art of problem posing*. Psychology Press.
- Lowrie, T. (1999). Free Problem Posing: Year 3/4 students constructing problems for friends to solve. I: J. Truran & K. Truran (red.), *Making a difference* (Proceedings of the 22nd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Adelaide, s. 328-335). Sydney: MERGA.
- Nicolaou, A.A., & Philippou, G.N. (2004). Efficacy beliefs, ability in problem posing, and mathematics achievement. In *Proceedings of the 3rd International Biennial Self Research Conference Berlin, Self-concept, motivation and identity: Where to from here?*
- Schoenfeld, A.H. (2015). Summative and Formative Assessments in Mathematics Supporting the Goals of the Common Core Standards. *Theory Into Practice*, 54(3), s. 183-194.
- Silver, E.A. & Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for research in Mathematics Education*, s. 521-539.
- Silver, E.A. & Cai, J. (2005). Assessing Students' Mathematical Problem Posing. *Teaching Children Mathematics*, 12(3), s. 129.
- Stoyanova, E. & Ellerton, N.F. (1996). A framework for research into students' problem posing in school mathematics. *Technology in mathematics education*, s. 518-525.
- Van Den Brink, J. (1987). Children as arithmetic book authors. *For the learning of mathematics*, 7(2), s. 44-47.