

Lommeregneren – elevens ven eller lærerens?

Mette Andresen, NAVIMAT, Professionshøjskolen, København

Kommentar til artiklen "En lommeregnerstøttet tilgang til grænseværdier og uendelighed i gymnasiets matematikundervisning" i MONA, 2007(4)

Det var med stor interesse jeg læste Martin Sonnenborgs (MS) grundige og spændende artikel om anvendelse af lommeregner¹. Derfor vil jeg gerne i det følgende supplere og uddybe artiklens betragtninger med nogle erfaringer fra min egen forskning inden for området.

Lommeregneren som genvej – eller?

MS refererer i starten af afsnittet om lommeregnerens didaktiske potentiale til at Luc Trouche identificerer en tilsyneladende interesse modsætning mellem eleverne og læreren. Modsætningen består i at eleverne gerne vil bruge lommeregneren til at spare tid og besvær mens lærerne finder dette problematisk fordi de ikke mener at eleverne i så tilfælde selv behøver at tænke. Med afsæt i denne modsætning introducerer MS en skelnen mellem *brug* og *misbrug* af lommeregneren. Hovedsagen er at *brug* finder sted i situationer hvor lommeregneren benyttes til at udføre udregninger eller lignende som eleven ville være i stand til at udføre selv, mens *misbrug* finder sted hvis eleven bruger lommeregneren til at finde svar som vedkommende ikke forstår til bunds og ikke ville være i stand til at nå frem til uden lommeregneren.

Jeg er ikke enig med MS i disse definitioner. Efter min mening dømmes en lang række relevante anvendelser af de nye, avancerede redskaber "ikke stuerene" hvis man stempler alt hvad eleven ikke ville kunne udføre uden hjælpemidlet, som misbrug – MS' egne to eksempler senere i artiklen inklusive!

Sammenfatningerne af de omfattende erfaringer fra projektet "Matematik og Naturfag i Verdensklasse" 2000-2006 og fra det igangværende projekt "Danske Science

1 I det følgende benyttes betegnelsen "lommeregner" om hvad man ofte benævner CAS-værktøj, dvs. om såvel avancerede symbolske lommeregnerne som avancerede symbolmanipulerende matematikprogrammer til computere.

Gymnasier” giver en nuanceret beskrivelse af elevernes modstand hhv. begejstring. Projektets lærere optræder naturligt nok som fortalere for brug af lommeregneren som elevens redskab til læring og forståelse. Det fremgår for eksempel af evalueringen af MatNat Verdensklasse II-delprojektet.

Nogle lærere talte om at prøve at få eleverne til at bruge det, for eksempel ved at lade dem regne samme eksamensopgave først uden, så med CAS så de kunne se, at de kunne komme længere med CAS. Et andet eksempel var en lærer der til næste år ville gøre mere ud af at overbevise sine elever om, at det er ‘endnu finere’ at kunne vælge det mest hensigtsmæssige værktøj til opgaven, end det er altid at gøre alt “i hånden”.

Andre lærere havde oplevet at eleverne spontant og vedvarende var glade for at have CAS værktøjet.

Alle lærerne havde selv været glade for at have CAS værktøjet. Der var tilsyneladende ingen nævneværdige tekniske og praktiske ulemper i forbindelse med brugen af CAS, bortset fra eventuelle kapacitetsproblemer i skolens computerrum/IT rum. (Andresen, 2006b, s. 11)

I evalueringsinterviewene refereres til gennemgående diskussioner i klasserne om hvorvidt det er “snyd” at bruge computer. For eksempel i den sammenfattende evaluering fra 2004:

Eleverne giver ifølge matematiklærerne sommetider udtryk for at det er snyd at bruge computeren, især tidligt i forløbene: “Jeg har oplevet, at eleverne synes at det var lidt snyd at bruge den. Når man nu godt kunne regne rigtig på gammeldags måde. Men nu har de lært at det ikke er snyd.” (4,2,7-8)

På spørgsmålet om hvordan eleverne lærte at det ikke er snyd, svarede læreren at nogen af eleverne stadig laver det meste i hånden, fordi de synes det er lidt finere, men efter at der har været talt om det nogle gange er det accepteret at bruge SOLVE. En anden lærer fremhævede at eleverne har fået en større bevidsthed om hvad de laver, der giver sig udtryk i at de lettere kan genkende standardopgaver og -problemer.” (Andresen et al., 2004, s. 42)

Besværet ved at sætte sig ind i anvendelsen af lommeregneren kan give en anden type modstand hos nogle elever, for eksempel som afspejlet i midtvejsevalueringen af DASG-delprojektet:

Under gruppeinterviewet blev der også talt om den hurdle det er for eleverne at sætte sig ind i og lære at bruge et CASværktøj. Det var en fælles erfaring, at man som lærer måtte

være insisterende og ofte kom i modvind i starten, men at eleverne alle sammen blev glade for det bag efter. For eksempel:

“(…)Man investerer, men de har svært ved at tro på det når man starter. Altså, jeg ved ikke om det er mig der griber det forkert an, men jeg synes jeg gør hvad jeg kan men jeg synes det er en enorm hurdle. Men de bliver så glade!”

– “Jeg er fuldstændig enig!”

– “Ja!” (Int,447-454)

Og

“...Og jeg er fuldstændig enig med dig i at det er en investering og man kan godt opleve næsten en form for vi-kvæler-læreren stemning” – (Int,465-466) (Andresen, 2007, s. 11)

Det har været et gennemgående ønske blandt deltagerne i projekterne at brugen af lommeregneren i undervisningen blev fulgt op af en revision af eksamen sådan at det er en reel fordel eller en nødvendig forudsætning at bruge lommeregneren til at løse opgaverne. Dette er i overensstemmelse med en af konklusionerne i (Andresen, 2006a, s. 269), nemlig at en vellykket integration af lommeregneren med udnyttelse af dens didaktiske potentialer i matematikundervisningen forudsætter at den bliver et nødvendigt redskab for eleven til at kunne leve op til de formelle krav.

Lommeregneren som elevens redskab til intellektuel autonomi

Ifølge erfaringerne fra de omtalte projekter er en af de største fordele ved at have lommeregneren til rådighed især for de svage elever at han eller hun undgår at sidde fast i teknisk prægede omskrivninger og udregninger. Eleven kan i stedet koncentrere sig om metoden eller den overordnede idé og samtidig producere et pænt eller acceptabelt resultat. Dygtige elever kan udvikle egne strategier for deres matematikaktiviteter der udnytter lommeregnerens potentialer.

Dette sidste forudsætter at begge retninger af processen for “Instrumental genesis”, som MS refererer til på side 43, tilgodeses. Den ene retning af denne dobbeltrettede proces består løst sagt i at eleven gør sig bekendt med lommeregnerens muligheder og begrænsninger, så at sige ser hvad den kan tilbyde, og for eksempel løser en tilfældig ligning bare fordi lommeregneren let giver løsningen. Den anden retning indebærer at lommeregnerens muligheder inkorporeres i elevens eget begrebsapparat og bliver taget i betragtning når eleven forfølger sine egne mål. I MS’ artikel er uendelig-tasten og den måde man kan regne med uendelig på, med til at præge elevens uendelighedsbegreb og medvirker ifølge min vurdering kraftigt til den forvirring som spredes hos eleverne ifølge MS’ livagtige beskrivelse.

Dygtige elever kan altså når de er blevet fortrolige med lommeregneren, selv opfinde måder at bruge den på som det kommer til udtryk her:

En elev fortalte om hvordan han brugte computeren til at lære matematik med: “Jeg brugte faktisk også computeren da jeg skulle gennemgå noget af det der uden hjælpemidler, jeg brugte den til at bryde opgaven op i mindre dele som jeg så kunne lave uden hjælpemidler, det kan man meget nemmere gøre end med en lommeregner, bare lige taste det ind og så se at man har lavet det rigtigt.” (1,8,20-23) (Andresen et al., 2004, s. 42-43)

En anden væsentlig fordel er det at man hurtigt kan tegne en masse grafer eller undersøge en sammenhæng ved at indsætte en række værdier i et udtryk og foretage tilhørende beregninger. Fordelen ligger især i at eleverne dermed kan lære en ny måde at angribe et problem på. Denne nye måde vil ofte være fuldstændigt baseret på brugen af lommeregner – jeg har i hvert fald aldrig mødt en elev der orienterede sig i en differentiallyigningsmodel ved at tegne skarer af løsningskurver for forskellige sæt af randbetingelser! Udviklingen af nye elevstrategier er efter min mening et af de allermest interessante aspekter ved introduktionen af lommeregnerne i gymnasiet, fordi den er et eksempel på en øget intellektuel autonomi hos eleverne.

Sammenfattende kan man sige at i disse projekter har brugen af lommeregner gået langt ud over en funktion som “appetivækker” i matematik.

De velvalgte eksempler hvor læreren præsenterer et (for eleven) uforklarligt problem eller en tilsyneladende selvmodsigelse som eleven kan udforske ved hjælp af lommeregneren som optakt til den “egentlige”, formaliserede behandling, må efter min mening nødvendigvis suppleres med tilfælde hvor lommeregneren har en reel funktion gennem hele forløbet. Ellers vil de sociale normer i klassen komme til at indebære at brugen af lommeregner får en lav status. Lommeregnerbaserede argumenter kan meget vel indgå i formaliseret matematik – i min egen forskning indgår de i det didaktiske hjælpebegreb *fleksibiliteten af elevens matematiske begreber* (se fx Andresen, 2006a, kap. 7) der beskriver en vigtig kvalitativ forudsætning for selvstændige matematikaktiviteter.

Eksperimenterende matematik

Eksperimenterende matematik som didaktisk heuristisk princip harmonerer med konstruktivistisk læringsteori. Det indebærer at undervisning som understøtter en eksperimenterende arbejdsform hos eleverne, beforder deres begrebsdannelse, refleksioner og opbygningen af en sammenhængende matematikforståelse. Eksperimenterne skal have en tilpas høj grad af autenticitet så der for eksempel er mere end ét “rigtigt” svar (som læreren ikke nødvendigvis kender!), mulighed for at følge mere end én strategi og inddrage andet matematisk stof end det der blev gennemgået i forrige lektion. Denne (konstruktivistiske) læring foregår ikke i et tomrum – meninger, forklaringer, gyldighed og anvendelser forhandles i klassen med læreren som facilitator og som repræsentant for “det etablerede matematiske samfund”. Som led

i elevens vellykkede tilegnelse af lommeregneren, altså en vellykket gennemførelse af instrumentationsprocessen, vil lommeregnerargumenter, formuleret af eleverne selv, indgå i diskussionen.

I denne konstruktivistiske læringsopfattelse er der ikke et skel mellem elevens personliggjorte matematiske viden og den institutionaliserede, i og med at eksperimenter og tolkninger, forhandlinger, justeringer og argumenter løbende præger den matematiske forståelse som eleven opbygger. Det betyder også at koblingen mellem personlig og uformaliseret og mellem institutionaliseret og formaliseret samt den strikte skelnen mellem de to par som MS beskriver i sin artikel, udviskes.

Rækkefølge snarere end tilgang

Dermed kan elevernes personlige læringsstil i høj grad respekteres og tilgodeses. For eksempel kan nogle elever bedst lide at gøre sig fortrolig med nye begreber og sammenhænge "fra grunden" med forklaringer, papir og blyant inden de kaster sig ud i mere komplekse problemstillinger. Det ville svare til at deres "personliggørelse" går via formaliserede begreber og teoretiske beskrivelser. Det gælder også i forbindelse med lommeregneren; sådanne elever vil for eksempel gerne kunne løse en ligning i hånden (eller ved hjælp af simple lommeregner-procedurer) før de gør det på lommeregneren (henholdsvis benytter mere komplekse lommeregner-procedurer), de vil gerne forstå et bevis for at en sætning gælder, før de tager resultatet i brug, osv. Omvendt er jeg stødt på en del elever som har benyttet konkrete eksempler på lommeregner-teknikker til at løse en række problemer af ensartet type og på den basis udviklet en dyb forståelse for det matematiske indhold bagved.

Derfor forfægter jeg det standpunkt at det er ønskværdigt at lade undervisningen være fleksibel og afvekslende også med hensyn til induktiv/deduktiv tilgang, med hensyn til formaliseret/uformaliseret udgangspunkt og med hensyn til valg af løsningsstrategi. Det er væsentligt at den enkelte elev udvikler en rummelig læringsstil og bliver i stand til at reflektere over og diskutere egen og andres læring.

Referencer

- Andresen, M. (2007). *Midtvejsevaluering af delprojektet 'CAS og IT i matematikundervisningen' del i projektet Danske Science Gymnasier*.
www.emu.dk/gym/tvaers/sciencegym/evaluer/cas2007.pdf, lokaliseret 16. januar 2008.
- Andresen, M. (2006a). *Taking advantage of computer use for increased flexibility of mathematical conceptions*. Danmarks Pædagogiske Universitet. (Ph.d.-afhandling).
- Andresen, M. (2006b). *Evaluering af delprojektet 'Matematik med CAS – matematik i 3.g' del i projektet Matematik og Naturfag i Verdensklasse II 2004-2006*.
www.matnatverdensklasse.dk/eval/20052006/eval-cas.pdf, lokaliseret 16. januar 2008.

Andresen, M., Pawlik, E. & Petersen, A.W. (2004). *PC'EN I BRUG: Erfaringer fra gymnasiets højniveau i matematik, fysik og kemi*. Learning Lab Denmark, København. www.lld.dk/matnat-verdensklasse, lokaliseret 16. januar 2008.