

# MONIA

Matematik- og Naturfagsdidaktik  
– tidsskrift for undervisere, forskere og formidlere



DET NATURVIDENSKABELIGE FAKULTET  
KØBENHAVNS UNIVERSITET

2007-3

# MONA

## **Matematik- og Naturfagsdidaktik – tidsskrift for undervisere, forskere og formidlere**

MONA udgives af Det Naturvidenskabelige Fakultet, Københavns Universitet, med økonomisk støtte fra Undervisningsministeriet.

### **Redaktion**

Henrik Busch, prodekan, Det Naturvidenskabelige Fakultet, Københavns Universitet  
(ansvarshavende)

Sebastian Horst, konsulent, Institut for Naturfagernes Didaktik (IND), Københavns Universitet

Ellen Berg Jensen, redaktionssekretær, IND, Københavns Universitet

Kjeld Bagger Laursen, lektor, IND og Institut for Matematiske Fag, Københavns Universitet

### **Redaktionskomité**

Jens Dolin, institutleder, Institut for Naturfagernes Didaktik, Københavns Universitet

Karsten Enggaard, centerleder, Center for Anvendt Naturfagsdidaktik

Nina Troelsgaard Jensen, lektor, Frederiksberg Seminarium

Keld Nielsen, institutleder, Steno Instituttet, Århus Universitet

Mogens Niss, professor, Institut for Natur, Systemer og Modeller, Roskilde Universitetscenter

Jan Sølberg, adjunkt, Institut for Curriculumforskning, Danmarks Pædagogiske Universitet

Rie Popp Troelsen, adjunkt, Institut for Filosofi, Pædagogik og Religionsstudier, Syddansk Universitet

Paola Valero, lektor, Institut for Uddannelse, Læring og Filosofi, Aalborg Universitet

MONA's kritikerpanel, som sammen med redaktionskomitéen varetager vurderingen af indsendte manuskripter, fremgår af [www.nat.ku.dk/mona](http://www.nat.ku.dk/mona).

### **Manuskripter**

Manuskripter indsendes elektronisk, se [www.nat.ku.dk/mona](http://www.nat.ku.dk/mona). Medmindre andet aftales med redaktionen, skal der anvendes den artikelskabelon i Word som findes på [www.nat.ku.dk/mona](http://www.nat.ku.dk/mona). Her findes også forfattervejledning. Artikler i MONA publiceres efter peer-reviewing (dobbelt blindt).

### **Abonnement**

Abonnement kan tegnes via [www.nat.ku.dk/mona](http://www.nat.ku.dk/mona). Meddelelser vedr. abonnement, flytning, mv., se denne hjemmeside.

### **Produktionsplan**

MONA 2007-4 udkommer december 2007.

Deadline for indsendelse af artikler hertil: 22. august 2007.

Deadline for kommentarer, litteraturanmeldelser og nyheder hertil: 2. oktober 2007.

MONA 2008-1 udkommer marts 2008.

Deadline for indsendelse af artikler hertil: 20. november 2007.

Deadline for kommentarer, litteraturanmeldelser og nyheder hertil: 7. januar 2008.

Grafik og layout: Lars Allan Haugaard/PitneyBowes Management Services-DPU

Tryk: narayana press

ISSN: 1604-8628

© MONA 2007. Citat kun med tydelig kildeangivelse.

# Indhold

- 4 Fra redaktionen
- 6 Artikler**
- 7 Elevers interesse i naturfag – et didaktisk perspektiv  
*Niels Bonderup Dohn*
- 25 SOS-projektet – didaktisk modellering af et sammenhængsproblem  
*Morten Blomhøj & Tomas Højgaard Jensen*
- 54 Bedømmelse af praktik i videregående uddannelser – portfolio og  
praksislæring i farmaceutuddannelsen  
*Frederik Voetmann Christiansen, Ellen Westh Sørensen, Birthe Søndergaard,  
Camilla Rump & Lotte Stig Haugbølle*
- 70 Den matematikhistoriske dimension i undervisning – generelt set  
*Uffe Thomas Jankvist*
- 91 Kommentarer**
- 92 Hvem har lyst til at være naturfagslærer?  
*Birgitte Pontoppidan*
- 96 Gymnasireform og fysik – komplementære størrelser?  
*Claus Jessen*
- 100 Formelfri fysikundervisning  
*Bjarke Skipper Petersen & Jens Højgaard Jensen*
- 104 Fra overbevis til bevis  
*H.C. Thomsen*
- 107 Litteratur**
- 108 Ny matematikbog en fornøjelse. Anmeldelse:  
*Matematik – en grundbog for lærerstuderende*  
*Arne Mogensen*
- 111 Nyheder**

# Fra redaktionen

Efter en sommer med flere vejrmæssige prøvelser går vi efteråret i møde med niende nummer af MONA som dermed fylder 2 år. På vores hjemmeside [www.nat.ku.dk/mona](http://www.nat.ku.dk/mona) kan nye læsere studere de tidligere udgivelser. Redaktionen vil gerne benytte lejligheden til at takke alle de mange personer – skribenter såvel som kritikere – som uden betaling gør at dette tidsskrift overhovedet kan eksistere.

På Københavns Universitet hvor MONA's redaktion holder til, oplever vi denne sommer det glædelige at flere unge ønsker at uddanne sig, og – hvad der er særlig glædeligt – at flere naturvidenskabelige fag er blevet mere populære i år. Der er blandt andet kommet flere ansøgninger til fag som datalogi, geografi og geologi-geoscience. Også uddannelserne til landskabsarkitekt og skov- og landskabsingeniør har tiltrukket flere ansøgere.

Det er nok svært at sige om det blot skyldes tilfældige udsving, større ungdomsårgange eller at de seneste års indsatser for at øge interessen for uddannelse inden for naturvidenskab endelig har effekt. Der er tendenser til at de unge starter tidligere på deres videregående uddannelse, og der er et voldsomt pres på universiteterne om at få flere unge hurtigere igennem uddannelserne. Hertil kommer at de studerende fra om et år kommer fra det nye gymnasium. Lige nu kan man spore en vis usikkerhed på universiteterne over for hvordan det skal gå, og derfor er der grund til at øge samarbejdet mellem ungdomsuddannelserne og de videregående uddannelser.

Dette nummers fire artikler kommer vidt omkring. Den første artikel af Niels Bonderup Dohn beskriver hvordan fænomenet "interesse" kan begrebsafklares ud fra en pædagogisk-psykologisk terminologi. Dette illustreres med en empirisk undersøgelse der beskriver hvordan elevs engagement, interesse og motivation kan komme til udtryk i en konkret undervisningssituation i biologi.

Den følgende artikel af Morten Blomhøj og Tomas Højgaard Jensen beretter om det såkaldte SOS-projekt hvor matematiklærere fra grundskolen, gymnasiet og læreruddannelsen har samarbejdet med matematikdidaktiske forskere om at undersøge og afhjælpe nogle af de udfordringer som danske elever møder i matematik ved overgangen fra grundskole til gymnasium. Projektet har eksperimenteret med didaktisk modellering som metode med henblik på at skabe sammenhæng mellem de overordnede mål- og begrundelsesdiskussioner i forhold til undervisningsforløb og mere konkrete overvejelser om gennemførelsen heraf.

I vores tredje artikel handler det om praktikophold i videregående uddannelser og bedømmelse heraf. Artiklens forfattere undersøger læringsmålene for det såkaldte studieophold på apotek på farmaceutuddannelsen og giver ud fra dette begrundelser for brugen af portfolio som lærings- og bedømmelsesredskab. Som opsamling

diskuterer bedømmelseskriterier for vurderingsportfolien, og det drøftes i hvilket omfang erfaringerne fra farmaceutuddannelsen kan overføres til andre naturfaglige fagområders praktikordninger.

Den sidste artikel som er af Uffe Jankvist, beskæftiger sig med diskussionen af hvorfor og hvordan matematikhistorie skal eller bør inddrages i matematikundervisning, samt hvorledes en sådan undervisning kan organiseres og struktureres. Artiklen foreslår at skelne mellem to forskellige formål med at inddrage matematikhistorie og tre forskellige tilgange til matematikhistorieundervisning. Hertil kommer en diskussion af hvorvidt inddragelsen af historie i matematikundervisning er motiveret af at ville bringe enten de i-matematiske, de om-matematiske eller de med-matematiske aspekter af faget matematik frem i lyset.

Sidste nummer fra juni har givet anledning til fire kommentarer til de bragte artikler. Birgitte Pontoppidan fortsætter i sin kommentar Peter Norrilds diskussion af den nye læreruddannelse og pointerer at det største problem nok ligger i rekrutteringen: Hvem vil overhovedet være naturfagslærer?

Der er indkommet to kommentarer til Jens Dolins artikel om naturvidenskab efter gymnasireformen. Claus Jessen argumenterer for at der er stort behov for efteruddannelse i fagdidaktik, men at problemet er at lærerne ikke indser deres behov herfor. Han efterlyser også at naturvidenskab i gymnasiet dyrkes som både produkt, proces og social institution for at kunne være alment dannende.

Bjarke Skipper Petersen og Jens Højgaard Jensen tager fat i diskussionen af forholdet mellem matematik og fysik og kritiserer den opfattelse at matematikindholdet i fysikundervisningen kan reduceres til regning af standardopgaver og indlæring af formler: Den anskuelsesform som anvendelse af matematik i fysikundervisningen kan give, mener de to er almindennende, idet evnen til selv at kunne analysere, formulere, løse og vurdere kvantitative problemstillinger giver eleverne en større forståelse af *at* dele af virkeligheden og *hvordan* dele af virkeligheden kan beskrives kvantitativt. Det giver eleverne en større myndighed når de oplever at kunne betjene sig af deres egen forstand og ikke forskellige autoriteter til at blive klogere på omverdenen.

Med udgangspunkt i sidste nummers artikel om universitetsmatematik tager H.C. Thomsen fat i diskussionen af hvad vi skal med matematikbeviser i gymnasiet. Han argumenterer for at elever skal se nogle (for dem) indlysende sandheder som er falske, og nogle (for dem) indlysende sandheder som endnu ikke har kunnet bevises, for at de kan se nødvendigheden af at beskæftige sig med beviser. De skal også have fået fortalt at matematikere laver fejl, gætter forkert osv.

Vi håber at vores læsere ude i de forskellige uddannelses- og forskningsmiljøer fortsat vil bidrage med indhold til tidsskriftet, hvad enten det er artikler, kommentarer eller anmeldelser – skriv blot til [mona@ind.ku.dk](mailto:mona@ind.ku.dk).



# Artikler

I denne sektion bringes artikler der er vurderet i henhold til MONAs reviewprocedure og derefter blevet accepteret til publikation.

Artiklerne ligger inden for følgende kategorier:

- Rapportering af forskningsprojekt
- Oversigt over didaktisk problemfelt
- Formidling af udviklingsarbejde
- Oversættelse af udenlandsk artikel
- Uddannelsespolitisk analyse

# Elevers interesse i naturfag – et didaktisk perspektiv

Niels Bonderup Dohn, Universe Research Lab, Alstion

*Artiklen beskriver hvordan fænomenet "interesse" kan begrebsafklares ud fra en pædagogisk-psykologisk terminologi. Dette illustreres med en empirisk undersøgelse der beskriver hvordan elevers engagement, interesse og motivation kan komme til udtryk i en konkret undervisningssituation i biologi. Analysen viser at situationel interesse kan "fanges" af hands-on- og ahaoplevelser – ikke mindst når de samtidig knytter sig til i denne sammenhæng "autentiske" objekter. Disse forhold er kendetegnet ved en direkte relation imellem individ og "interesseobjekt". Dertil kommer de indirekte forhold som oplevelsen af meningsfuldhed og oplevelsen af social samhørighed. Disse forhold har en medierende indflydelse på situationel interesse.*

## Indledning

Unge svigtende interesse for naturvidenskab og teknik er blevet drøftet med stigende hyppighed gennem de senere år, ikke blot i Danmark men i hele den vestlige verden. Problemstillingen er imidlertid slet ikke ny, hvilket kan illustreres med Deweys bemærkning i tidsskriftet *Science* i 1910: "Considering the opportunities, students have not flocked to the study of science in the numbers predicted". Også Skinner har kommenteret problematikken i *Science*:

The scientific community faces a serious problem. Science and technology are growing at an ever-increasing rate, but the number of young men and women going into science is not keeping pace. Only a fairly small percentage of high school students go to college expressing an interest in becoming scientists, and many of these eventually shift to other fields. (Skinner, 1968, s. 704)

Skinner kritiserede samtidens naturfagsundervisning for at mangle pædagogisk nytænkning: "Pedagogy is a dirty word, and courses in 'method' are discounted, if not ridiculed. This is a serious mistake".

Problemfeltet "unge svigtende interesse for naturfag" har ført til at der internatio-

nalt er blevet iværksat forskellige projekter med fokus på elevers interesse inden for de naturvidenskabelige fag og uddannelser. Blandt de mest refererede er *ROSE* (The Relevance of Science Education). *ROSE* er en international undersøgelse med omkring 40 deltagende lande der har fokus på 15-åriges holdninger til forskellige aspekter af naturvidenskab og teknik (Schreiner & Sjøberg, 2004). Dertil kommer en lang række undersøgelser og rapporter i mindre skala, som f.eks. *Die IPN-interessenstudie Physik* (Hoffmann et al., 1998). Mange undersøgelser viser at specielt naturfagene af mange unge opleves som irrelevante og uinteressante, og at det især er pigerne der tager afstand fra naturfagene (Broch & Egelund, 2001, Hoffmann et al., 1998). Baggrunden for de nævnte undersøgelser er dels problemer med at rekruttere et tilstrækkeligt antal studerende til de naturvidenskabelige og tekniske videregående uddannelser med deraf følgende mangel på kvalificeret arbejdskraft og dels en bekymring over tilstanden af unges naturvidenskabelige dannelse.

Men hvad forstår man egentligt ved *interesse*? I den offentlige debat om unges svigtende interesse for naturfag bruges termen interesse med forskellige betydninger, på grund af manglende konsensus om hvordan interesse skal defineres. Dette gør sig bl.a. også gældende i Broch & Egelunds (2001) publicerede undersøgelse. Problemet er at det er vanskeligt at definere begrebet interesse præcist i psykologisk teori fordi det dækker over et velkendt fænomen som i den grad er indlejret i vores hverdagsprog. Denne artikel har to formål: for det første at begrebsafklare fænomenet interesse i pædagogiske sammenhænge og introducere nogle af de teorier der ligger bag. For det andet har artiklen et konkret didaktisk sigte ved at vise hvordan man kan *fange* elevers interesse i naturfag, hvilket illustreres med en empirisk undersøgelse af en undervisningssituation i populationsbiologi.

Det er en kendsgerning at et vist mindstemål af interesse er en nødvendig betingelse for at kunne lære: Er man så uinteresseret at man overhovedet ikke hører efter eller koncentrerer sig om det man laver, har man ingen mulighed for at lære (Interessedoktrin, jf. Todt, 1978). Spørgsmålet er imidlertid *hvor megen* og *hvilken* indflydelse interesse har. Er det nok bare at have opmærksomheden rettet mod temaet for læring, og er resten da kognitivt bestemt? Er interesse altså kun en eksternt betingende faktor for læring, eller har den også indholdsmæssig betydning? Kunne man med andre ord forestille sig at interessen havde betydning for ikke bare *at* der blev lært noget, men også *hvad* der blev lært, dvs. erkendelsesindholdet? Både Herbart (1818) og Dewey (1913) antog at interessebaseret læring adskiller sig kvalitativt fra læringsresultater der er opnået med "mekanisk" eller "instrumentelt" motiveret læring. Set i et uddannelsesmæssigt perspektiv er interessedannelse og opretholdelsen af en interessebaseret motivation for at lære vigtige elementer i læreprocessen. Men det kan i praksis være vanskeligt at påvise en entydig sammenhæng imellem interesse og læring fordi der samtidig er så mange andre forhold i spil i en undervisningssituation – ikke mindst af social karakter.



## Interesse – en begrebsafklaring

Inden for nyere pædagogisk-psykologisk forskning er der generel enighed om at interesse er et fænomen der opstår i interaktion mellem et individ og dets omgivelser (Krapp, 2002). Interesse er således et relationelt begreb der beskriver en mere eller mindre vedholdende relation mellem individet som besidder potentiale for handling, og omgivelserne ("objekt") som en potentiel handling kan rettes mod. Den følgende begrebsafklaring er i høj grad baseret på Dewey (1913) og den tyske retning inden for interesseforskning der blev grundlagt af Hans Schiefele i München i begyndelsen af 70'erne og siden manifesteret som en "pädagogische Interessentheorie" (Prenzel et al., 1986).

Fænomenet interesse har altid et *objekt*: Man er interesseret i *noget*. Dette *noget* behøver ikke kun vedrøre konkrete ting, men kan også være ikke-materielle, abstrakte fænomener (Krapp, 2002). I den pædagogiske interesseteori fortolkes interesse som en specifik relation mellem en person og det objekt der har personens interesse. Interesse manifesteres sjældent som et enkelt, identificerbart interesseobjekt, eventuelt sammenholdt med en handling, men udviser som oftest en mere kompleks struktur (Prenzel, 1992). Man skelner generelt mellem tre strukturelle komponenter når man foretager en deskriptiv analyse af interesseobjekter: *egentlige genstande*, *interesserede aktiviteter* og *interesseområder* (Krapp & Fink, 1992). Genstande der repræsenterer interessens centrale indhold, benævnes ofte referenceobjekter.

Interesse er kendetegnet ved tre generelle karakteristika: de kognitive, de følelsesmæssige og de værdi-relaterede forhold. De kognitive forhold vedrører erkendelse, herunder relationen til tidligere erfaringer med andre interesseobjekter. Interesseobjekter kan, på samme måde som viden, deles med andre – flere personer kan være interesserede i det samme objekt, men person-objekt-relationen (dvs. interessen) kan ikke transmitteres direkte mellem individer. Person-objekt-relationen må konstrueres individuelt. Et interesseobjekt repræsenteres i individets mentale system som en subjektiv konstruktion eller fortolkning (Krapp & Fink, 1992, Prenzel et al., 1986).

Interesse er karakteriseret ved den tætte relation mellem positive følelser og værdsættelse. Værdsættelse refererer til hvilken betydning interesseobjektet har for individet. Følelsen af lyst, glæde, fornøjelse, velværd etc. er de typiske emotionelle aspekter ved interessebaserede aktiviteter. Dewey (1913) karakteriserer interesse som en udelt aktivitet hvor der ikke er modsætning mellem hvad en person skal gøre i en specifik situation, og så det personen har lyst til at gøre. Under helt særlige forhold kan *flow* eller *optimal experience* forekomme (Csikszentmihalyi, 1990).

Interessebaserede aktiviteter har en *indre kvalitet* i sig selv, hvilket får mange til at sætte lighedstegn mellem interessebaseret handling og den indefrakommende motivation. Motivation kan grundlæggende opdeles i en *indefrakommende* motivation ("intrinsic motivation"), der refererer til at gøre noget fordi det er interessant, sjovt

eller givende i sig selv, og en *udefrakommende* motivation (“extrinsic motivation”), der henviser til at gøre noget fordi det fører til et ønsket resultat i form af en “belønning” (Ryan & Deci, 2000). Interesse kan være *motiv* for den indefrakommende motivation, dvs. et individs *grund* til bestemte handlinger, men det er vigtigt at slå fast at der også kan være andre motiver end interesse i spil ved en given indefrakommende motivation.

Interesse, begrebsafklaret som en specifik relation mellem en person og det objekt der har personens interesse, frembyder flere analytiske niveauer og perspektiver. Almindeligvis skelner man mellem to analytiske niveauer der relaterer sig til hver sit forskningsparadigme og dermed også forskellige forskningsspørgsmål og metodologier (Krapp, 2002). På det første niveau beskrives interesse som en situationsspecifik interaktion mellem en person og et givent interesseobjekt, eller en *situationel interesse* – det vil sige en umiddelbar opstået interesse der er forårsaget af eksterne faktorer. Denne form for interesse er en *midlertidig følelsesmæssig tilstand* der i de fleste tilfælde er meget kortvarig (Hidi & Anderson, 1992, Schiefele, 1991). Det analytiske fokus er på beskrivelsen af og forklaringen på hvad det er der fanger personers interesse. På det andet analytiske niveau refererer interesse til en forholdsvis vedholdende, positiv holdning eller orientering mod et interesseobjekt – det som betegnes *personlig* eller *individuel interesse*. På dette analytiske niveau fortolkes interesse som en *motivationsdisposition*, dvs. som en psykisk tilstand der ikke involverer handlinger, men som kan virke som motiv for sådanne handlinger på grund af de positive følelser der knytter sig til interesseobjektet (Hidi & Anderson, 1992).

Det er som oftest elevers *individuelle* interesser og holdninger der undersøges i surveys som f.eks. ROSE – “The Relevance of Science Education” (Schreiner & Sjøberg, 2004) – eller Osborne & Collins’ (2001) kvalitative undersøgelse. Inden for biologididaktisk forskning, som jeg først og fremmest har beskæftiget mig med, er det også elevers individuelle interesse der undersøges. Elevers generelle interesse i biologiske emner – eksempelvis fysiologi eller naturbevarelse – kan betegnes som individuel interesse, som en vedholdende personlig disposition for at engagere sig i disse fagområder.

Når man ser på elevers interesse i konkrete undervisningssituationer, vil der i praksis være tale om en blanding af interesseformerne. En elevs interesse for skolens naturfagsundervisning kan ses som en kombination af individuel interesse for faget, en kortvarig, situationel interesse opstået som følge af et eller flere interesseskabende forhold i den konkrete undervisningssituation samt ikke mindst det sociale klima i klassen (Hoffmann, 2002). Den individuelle kombination af faktorer der bestemmer elevers interesse for de naturvidenskabelige skolefag, er naturligvis forskellig fra elev til elev.

## Situationel interesse i biologi – en caseillustration

### Introduktion

I det følgende præsenteres et casestudium fra mit ph.d.-projekt (Dohn, 2006) som illustration af hvad der kan fange elevens interesse i konkrete undervisningssituationer i faget biologi. I den pædagogisk-psykologiske litteratur er der kun publiceret enkelte undersøgelser om hvad der *fanger* interesse, hvilket gjorde det vanskeligt at opstille og afprøve hypoteser desangående. Jeg valgte i stedet at foretage en eksplorativ undersøgelse af fænomenet interesses nuancerighed i forskellige lærings-situationer, delvist baseret på Grounded Theory<sup>1</sup>. Formålet med den følgende casebeskrivelse er at illustrere hvordan elevens interesse kan komme til udtryk i en konkret undervisningssituation.

Casen vedrører et biologihold i 3. g på A-niveau fra det almene gymnasium (før gymnasireformen 2005) som er i gang med et undervisningsforløb i populationsbiologi. Det bør bemærkes at eleverne har *valgt* biologi på højt niveau, og at de formentlig har en større *individuel* interesse for faget end andre gymnasieelever har. Læreren initialer og elevernes navne er anonymiseret. Eksemplet strækker sig over to dobbeltlektioner fordelt på to på hinanden følgende dage. Situationsbeskrivelsen tager udgangspunkt i slutningen af de første to lektioner.

### Dag 1

Læreren JS gennemgik et par figurer som bl.a. handlede om bestandtæthed og ressourcer samt populations-tilvækst-kurver. Han afsluttede gennemgangen med en bemærkning om at det umiddelbart virker meget teoretisk, men at det faktisk er anvendeligt i mange forskellige sammenhænge:

“[...] så populationsbiologi er ikke så ... kedeligt som det måske kunne se ud til, det er meget anvendeligt, og det er meget brugt”

Dernæst spurgte han holdet:

“Hvor tror I der er flest regnorm ... ude i græsplænen ... eller ude i skoven ... eller ude på én af markerne herude?”

Han skrev SKOV, MARK og PLÆNE på tavlen og spurgte:

“Hvem er for skoven?”

1 Grounded Theory er en generel teori om metode til indsamling og analyse af kvalitative data i empirisk forskning. Med en “Grounded Theory” menes en teori som er induktivt afledt af studiet af de fænomener i en praksis som den repræsenterer. Dataindsamling og analyse er tæt forbundne processer idet analysen nødvendigvis påbegyndes så snart den første bid data er indsamlet. Alt hvad der synes relevant, inddrages i det næste interview og i den næste observation. Det er denne gentagende bevægelse frem og tilbage mellem data og analyse som gør at teoridannelsen kan betegnes *grounded* (Strauss & Corbin, 1990).

6 elever vurderede at der var flest i skoven, 2 stemte for kornmarken, og 7 elever for græsplænen – markeret ved håndoprækning. JS skrev elevernes navne op under lokalitet.

JS: "Okay ... ska' vi tjekke det? ... dette bliver en øvelse ..."

hvortil Sidsel replicerede:

"Nej, hvor fedt!"

JS spurgte holdet om hvordan man bærer sig ad med at få fat i ormene. Heidi foreslog at grave dem op.

JS: "I ku' grave ned og hente dem, okay ... men hvor langt ska' vi ned så?"

Mia foreslog 1 meter.

JS: "1 meter ... det vil sige vi skal ud og afgrænse én kvadratmeter, så skal vi grave en hel kubikmeter jord op!"

Mia foreslog derefter stikprøvemethoden:

"Altså, jeg vil gætte på den dér, hvis man tog en stikprøve som virker typisk for det område man tæller, og så gravede dem alle sammen op og talte dem og så gangede det op ... og der mener jeg så der er et eller andet med at man kan stikke et eller andet i jorden og så gi' dem ... stød, eller så'rn et eller andet, så de kommer op ..."

JS kommenterede hvordan man kan drive orme op af jorden ved hjælp af en spade og et par ledninger, om end det er forbudt, og fortsatte:

JS: "Den der stikprøvemethode du snakkede om, hvad går den ud på? ... I kan roligt begynde at lave notater, for I kommer til at lave det her ..."

Mia: "Altså ligesom for eksempel det der med biomasse, biomassen i en skov, hvor man gør det at man ta'r biomassen af ét træ, og så ganger man det op med hvor mange træer der er"

JS: "Lige nøjagtig ... så hvis du nu sku' undersøge hvor mange regnorm der er i en mark, hva' gør du så?"

Mia: "Så vil jeg finde ud af hvor stor marken var, og så vil jeg ta' en stikprøve som var én meter gange én meter, eller et eller andet, og så grave dem alle sammen op og tælle alle regnormene og så gange dem op til ..."

JS: [afbrød] "Det er i orden ... alle er med på en stikprøvemethode, hvad det går ud på?"

Der blev diskuteret forudsætninger for stikprøvemethoden, herunder krav om at populationen skulle være jævnt fordelt. Den afsluttende ordveksling i timen er en vigtig baggrund for at forstå hvorfor eleverne oplevede regnormefangsten den følgende dag som en *konkurrence*:

... så laver vi en tynd formalinopløsning, og så skal I ud, og så skal I vande en kvadratmeter, og så skal I komme hjem med ormene, og så skal vi ha' dem målt og vejet ..."

Sidsel: "Nej, hvor sødt!!, veje dem ..."

[latter]

JS: "Jo, men I har jo, I har jo tippet på hvor der er flest af dem ... så ska' vi osse ha' fundet ud af det"

Mia: "Hva' så med hvor der er mest regnorm, hvad så med dem, den gruppe der får, hvor de vejer mest tilsammen?"

JS: "Der er vi slet ikke kommet hen endnu, vel ..."

Mia: "Men det ku' da være sjovere ... ja"

JS: "Ja, det ku' da ... det er osse derfor vi prøver at få fat i dem alle sammen, og så ta'r I dem med hjem, og så måler vi ... så måler vi hvor lange de er, og vi vejer dem"

Mia: "Så vil jeg godt, hvis vores gruppe med skov ikke vinder, så vil jeg godt gætte på at vi har de største og de længste ..."

JS: [latter] "Der er et væddemål her, er der nogen der vil være bookmakere? ... Det siger vi ..."

## Dag 2

Inden holdet skulle i gang med at fange regnorme, skulle eleverne have nogle praktiske informationer. Eleverne var fordelt i 3 grupper, baseret på deres forventninger til hvor der ville være flest regnorme. JS indvendte at to i en gruppe var for lidt (markgruppen). Han opfordrede et par stykker til at skifte gruppe således at der blev 5 i hver gruppe, for som han sagde:

"Det er jo egentligt lidt lige meget med hvad I valgte engang"

Pernille, Signe og Marlene valgte så at skifte til mark. JS forklarede eleverne hvor de skulle finde lokaliteterne græs, skov og mark og redegjorde kort for proceduren. Eleverne fandt bakker frem, og hver gruppe afvejede 15 g kaliumpermanganat ( $\text{KMnO}_4$ ) og opløste det i 10 liter vand. Derpå gik elevgrupperne ud til de respektive lokaliteter som lå ganske tæt på skolen. Øvelsen foregik ved at eleverne fandt et repræsentativt område, udmålte  $1 \text{ m}^2$  og vandede det med 10 L kaliumpermanganat-opløsning. Jeg fulgte med Jens, Sidsel, Thomas, Sidsel og Line ud på græsplænen. De fandt et område som de vurderede som værende repræsentativt for hele området og opmålte  $1 \times 1$  meter. Thomas vandede det med kaliumpermanganat-opløsningen mens de andre så forventningsfuldt til.

Sidsel: "Kommer de op med det samme, eller hvad?"

De andre vidste det ikke men satte sig afventende på knæ og holdt øje med græsoverfladen.



Figur 1. Thomas vander med kaliumpermanganat-opløsning (græsgruppen).

Jens: "Hvad gør vi hvis der ikke kommer nogen?"

Thomas: "Så vinder vi i hvert fald ikke!"

5 sekunder senere råbte Line at der var én, og et minut senere var de alle travlt beskæftigede med at samle regnorme med fingrene, og smide dem op i en bakke. Eleverne var meget engagerede mens indsamlingen stod på. Elevernes udråb og latter viste at de havde det rigtigt sjovt. I løbet af små 20 minutter fik de indsamlet i alt 169 regnorme på denne kvadratmeter.



Figur 2. Markgruppen samler regnorme.

Da alle grupper var kommet tilbage til biologilokalet, blev regnormene målt og vejte. Mia spurgte JS om de ikke også skulle skylle ormene:

JS: “Det må du selv om”

Mia: “NEJ! Det skal man da gøre, ellers kan man jo snyde!”

JS: “Arhh ... det er begrænset hvor meget jord der er”



Figur 3. Skovgruppen opmåler regnorme.

De 3 grupperes resultater blev samlet i et skema på tavlen. Da den sidste gruppes resultater blev skrevet på tavlen, udbrød Mia fra skovgruppen højt:

Mia: “Ha ha!!! Vi har mest regnorm!!”

Sidsel tilføjede:

Sidsel: “YES!!! Vores var fedest!”

En elev tilføjede højt:

“Det var synd, mark!”

En af pigerne fra markgruppen protesterede over resultatpræsentationen på tavlen:

“Der skal ikke stå mindst og færrest!”

### Analyse og fortolkning

Undersøgelsens datamateriale består af 4 elevinterviews, interview med JS, uformel snak med eleverne, feltnoter, videooptagelser, spørgeskema med åbne svarmuligheder og elevernes biologirapporter. Jeg har i undersøgelsen søgt efter *hvad* eleverne fandt interessant omkring øvelsen, og deres begrundelser om *hvorfor*.

“Hands-on” refererer til de sammenhænge hvor elevernes interesse havde direkte relation til indsamling og håndtering af regnormene. Mange elever gav udtryk for at de syntes at ormene var ulækre eller “klamme”. Det kan ikke udelukkes at håndteringen blev *sjovere* af at de var “ulækre”, hvad følgende citat fra interviewet med Jens kunne tyde på:

Jens: “[...] altså, men nu er det fordi de på en måde godt kan være sådan lidt ulækre dyr, men så, så når man lige overvinder det, så kan det være meget sjovt bare, være ligeglad og så bare pille regnormene op, men mere interessante end det synes jeg heller ikke at de er, men det er da meget sjovt”.

I litteraturen hævdes det at hands-on-oplevelser kan *fange* interesse i en lærings-situation (Bergin, 1999). Hands-on-aktiviteter kan være interesseskabende fordi manipulation af objekter vedrører direkte perception og engagement (Mitchell, 1993). Ifølge Middleton (1995), Palmer (2004) og Zahoriks (1996) er der en klar sammenhæng mellem elevers hands-on-oplevelser i undervisningssammenhænge og interesse. Hands-on vedrører altid et objekt, men der er ikke nødvendigvis direkte sammenfald mellem hands-on-objekt og interesseobjekt. Man kan derfor ikke tage for givet at hands-on altid er interesseskabende.

Situationel interesse blev også fanget af ahaoplevelser. Ahaoplevelser dækker i denne sammenhæng over elevers umiddelbare fascination, overraskelse eller opdagelse i relation til et interesseobjekt. Eksempelvis blev flere elever overraskede over at regnorme har børster (regnorme hører til *Saddelbørsteormene* eller *Oligochaeta* der betyder “fåtal børster”):

Katrine: “[...] der sad vi med dem i hænderne, og de kravlede rundt og slimede, og noget som jeg aldrig har lagt mærke til på en regnorm, med de børster den har, at den kan sidde fast, det var ret sjovt ...”

Et andet eksempel på ahaoplevelse var ormenes overraskende hurtighed og styrke hvormed de trak sig ned i jorden når eleverne greb om dem. Et par elever udtrykte overraskelse over at der var *så* mange regnorme i én kvadratmeter jord. En af dem var Jens, hvis ahaoplevelse i høj grad også handlede om oplevet meningsfuldhed:

Jens: “Jeg synes det var helt vildt mange regnorme vi fandt i så lidt græs, altså næsten 200 regnorme på én kvadratmeter, og der kom jeg lige til at tænke over at det er der jo så nok på hele græsplænen, hvor mange regnorme der egentligt er, og det går man ikke og tænker over til hverdag, så på den måde, der synes jeg det var rigtigt sjovt”

Der foreligger hidtil ikke forskningsdokumentation for at ahaoplevelser kan initiere situationel interesse. Ahaoplevelser vedrører et individs erkendelse, herunder relationen til tidligere erfaringer med andre objekter. En ahaoplevelse i form af en overraskelse eller opdagelse skal således ses i lyset af personens tidligere erfaringer, baseret på forskellige objekter og aktiviteter, samt varighed af engagement (Hidi & Harackiewicz, 2000, Krapp & Fink, 1992, Prenzel, 1988, 1992).



Fælles for hands-on- og ahaoplevelser som *fangede* interesse, var at de var direkte knyttet til et interesseobjekt. Prenzel (1992) hævder at interesse sjældent manifesteres som en direkte relation til et enkelt, identificerbart interesseobjekt, men oftest udviser en mere kompleks struktur. Dette gør sig især gældende for de følgende kategorier: *meningsfuldhed* og *sociale forhold*. Hvor interesse forårsaget af hands-on- og ahaoplevelser har en direkte forbundethed med et interesseobjekt, har meningsfuldhed og sociale forhold derimod en *indirekte* betydning for situationel interesse.

For at kunne redegøre for hvordan meningsfuldhed og sociale forhold har betydning for situationel interesse, vil jeg kort omtale den motivationspsykologiske teoriretning "basic needs theory". Det antages at mennesket har et system af basale, psykiske behov – deraf navnet basic needs theory (Krapp, 2005, Ryan & Deci, 2000). Basic needs theory opererer med tre fundamentale psykologiske behov: *kompetence*, *autonomi* og *samhørighed* der er nødvendige for at opretholde et individs fulde psykologiske funktion. *Kompetence* refererer til behovet for at føle sig kompetent til en given opgave, *autonomi* refererer til behovet for at have indflydelse på egne handlinger, og *samhørighed* refererer til behovet for social samhørighed med andre mennesker. Disse tre behovsrelaterede erfaringer hævdes at være vigtige i forhold til interesse fordi de medvirker til løbende emotionel feedback på individets handling og dermed bidrager til objekt-relaterede præferencer eller aversioner (Krapp, 2005).

Meningsfuldhed er et interesseobjekts erkendelsesmæssige kvalitet som individet oplever det i situationen. I undervisningssammenhænge kan oplevet meningsfuldhed både vedrøre faglig forståelse i forhold til det læringsmæssige indhold (objektet) og til i hvor høj grad det læringsmæssige indhold er vedkommende og personligt relevant. Mening, i form af erkendelse på forskellige niveauer, er under stadig udvikling, både kognitivt og følelsesmæssigt. Den følelsesmæssige omstændighed kan forklares ved hjælp af basic needs theory. I citatet ovenfor beskrev Jens hvordan han pludselig indså *hvor* store mængder regnorme der i virkeligheden måtte være tale om på skolens samlede græsarealer, og at den erkendelse betød "at det var rigtigt sjovt". Jens' erkendelse har således haft en positiv følelsesmæssig indvirkning på hans deltagelse i aktiviteten.

Et andet element af meningsfuldhed vedrører autenticitet. Autenticitet refererer her til elevernes begrundelser om at det handlede om "ægte biologi", dvs. begrundelser omkring dét at de selv var til stede i naturen og benyttede en videnskabeligt anerkendt metode til at bestemme en populations størrelse. Autenticitet var medvirkende til at eleverne oplevede aktiviteten som faglig relevant og meningsfuld.

Sociale forhold er uden tvivl den vigtigste årsag til elevernes engagement. 12 ud af de 15 elever havde selv valgt at beskrive øvelsen som "sjov" i spørgeskemaet. I følgende interviewcitater træder de sociale forholds betydning for hvordan Mia oplevede øvelsen, tydeligt frem:

Mia: “Da vi stod og fangede regnorm, altså, det glemmer jeg jo heller aldrig nogen sinde, at vi alle sammen stod der, bukkede ned over en kvadratmeter jord, at vi havde jord over det hele og havde lilla pletter ude i skovbunden, og bladene var lilla, og det hele var trampet ned omkring det, men jeg glemmer det aldrig nogen sinde at vi stod og hev i de her regnorme for at få dem op af jorden, altså, det var simpelthen så skægt, altså, også bare rent socialt, vi stod her og grinede og råbte: Derovre er én, og så skulle vi alle sammen hive op og pegede rundt og hjalp de andre: Dér er én, og dér, og smed dem op i de her bakker og så’r, det var en helt fantastisk oplevelse, det synes jeg virkelig var skægt”

Med den morskab og det store engagement eleverne udviste ved regnormeindsamlingen, kunne det være nærliggende at antage at de fandt regnorme interessante. I spørgeskemaet som eleverne besvarede, lød et spørgsmål: “Er regnorm interessante dyr?” Analysen viste imidlertid at kun 5 elever fandt regnorme interessante mens de 10 andre ikke gjorde. I de fire elevinterviews bad jeg eleverne uddybe deres begrundelser for om de fandt regnorme interessante eller ej. Følgende ordveksling stammer fra interviewet med Pernille:

Niels: “Er de interessante dyr?”

Pernille: “Det synes jeg ikke de er”

Niels: “Så det er i virkeligheden ikke ormene der er interessante, men det ...”

Pernille: “Jeg tror mere det var, altså det var selve metoden til at få dem frem, og tælle dem og måle dem og alle de der ting som vi nu gjorde, altså, fordi en regnorm, den er jo ikke lige, så’r, så skal man nok vide et eller andet om den først, at den kan et eller andet som lige gør at man synes det er interessante dyr, så det var nok mere, også det der med at der var kommet konkurrence i det, det gjorde nok også at det blev interessant, forsøget”

Niels: “Har du fået et andet forhold til regnorme efter forsøget?”

Pernille: “Nej, det har jeg ikke, overhovedet ikke, ikke andet end at nu ved jeg at nogle af dem er rigtig rigtig store og rigtig, rigtig klamme, og andre de er rigtig, rigtig små, det er egentligt det eneste, men det var i hvert fald et sjovt forsøg, det var det”

Både Jens og Pernille gav således udtryk for at regnorme ikke var interessante i sig selv, men at øvelsen var sjov. I min fortolkning udgør den *“meningsforhandlede” konkurrence* den vigtigste grund til at øvelsen var “sjov”. I spørgeskemaet angav alle elever således konkurrenceelementet som primær årsag til deres engagement.

Men hvordan opstod konkurrencen i at finde flest regnorm? Hvad var det der gjorde at alle elever var enige om at der var tale om en konkurrence? På Jens’ spørgsmål i casebeskrivelsen “Hvad gør vi hvis der ikke kommer nogen?” svarede Thomas: “Så vinder vi i hvert fald ikke!” Eksemplet viser at konkurrencen allerede var en accepteret realitet inden ormene var drevet op af jorden. Grundlaget for konkurrencen blev lagt

dag 1 da JS spurgte holdet: “Hvor tror I der er flest regnorm ... ude i græsplænen ... eller ude i skoven ... eller ude på én af markerne herude?” Det er min vurdering at idet JS skrev elevernes navne på tavlen under de tre lokaliteter, fik deres valg større personlig betydning end hvis de kun havde markeret med håndsoprækning – de fik så at sige tydeliggjort deres “ejerskab” af valget.

Mia verbaliserede konkurrencen med sin kommentar: “Hva’ så med hvor der er mest regnorm, hvad så med dem, den gruppe der får, hvor de vejer mest tilsammen?” og efterfølgende med: “Så vil jeg godt, hvis vores gruppe med skov ikke vinder, så vil jeg godt gætte på at vi har de største og de længste ...” Ordet *vinder* bør her bemærkes. Det var ikke JS’ intension at øvelsen skulle udvikle sig til en konkurrence. Han forsøgte at holde eleverne fokuseret på øvelsens praktiske udførelse, men accepterede leende Mias konkurrence med ordene: “Der er et væddemål her, er der nogen der vil være bookmaker?”

Da jeg interviewede JS, spurgte jeg bl.a. til hvordan han mente konkurrenceelement kom ind i øvelsen:

JS: “Der er flere ting, regnorme: badr!, og når man så først har fingrene i det, så går man til den fordi nu har jeg alligevel fingrene i det, og så vil jeg fand’me også have flere regnorme end de andre, og så havde vi lavet den der estimering først ...”

Hans første bemærkning om “regnorme: badr!” understøtter hvad jeg skrev i relation til Jens’ kommentar at øvelsen måske blev *sjovere* af at de var “ulækre”. Den anden bemærkning “og så havde vi lavet den der estimering først” refererer til hans spørgsmål til holdet om hvor eleverne troede der ville være flest regnorm. Eleverne skulle tilkendegive hvor de troede der var flest regnorm, *ud fra en faglig vurdering*. I 8 af de 15 spørgeskemabesvarelser gav eleverne som begrundelse for deres engagement at de ville *have ret* i deres valg, og som én tilføjede: “Derfor ville vi jo gerne have at andre skulle se at vi havde ret!” Pernille udtrykte det således i interviewet:

Pernille: “[...] oppe på første række, der sad vi sådan lidt og funderede over det og sådan lidt: jahhh, jeg tror ... jeg tager sgu græsplænen, sagde jeg så. Ditte, hun ville være sådan lidt udenfor, så hun sagde mark, og så kom der lidt dér: Hvem er det af os der havde ret ...”

Jeg vil derfor konkludere at der også har stået lidt faglig anerkendelse på spil imellem eleverne. Imidlertid kan den faglige anerkendelse ikke have betydet alverden for Pernille fordi hun var en af de tre piger der skiftede gruppe umiddelbart inden øvelsen. For som hun videre forklarede:

Pernille: “[...] jeg havde satset på græsplænen, og så var jeg godt nok kommet på marken, men det var lige meget, vi blev stadig væk grebet af det: Vi skal fange flest ...”

### Var øvelsen interessant for eleverne?

Jeg har her beskrevet hvordan forskellige forhold har haft betydning for at eleverne oplevede øvelsen som en konkurrence. Disse forhold vil jeg samlet betegne som “meningsforhandling” imellem JS og eleverne. Med meningsforhandling menes en social proces hvor aktive, engagerede deltagere i et praksisfællesskab hele tiden er med til at “forhandle” meningen af det de gør, af de ting de gør det med, og af måderne de gør det på. Mening er således altid et produkt af en forhandlingsproces (Wenger, 1998). Det synes som om konkurrenceelementet har haft en stor betydning for elevernes engagement.

I interesselitteraturen hævdes det at social interaktion *har* en stimulerende effekt på situationel interesse (Bergin, 1999, Deci, 1998, Dewey, 1913). Sociale forhold kan imidlertid *ikke* være et interesseobjekt i sig selv, men skal betragtes fra individets perspektiv som en kvalitativ, følelsesmæssig omstændighed ved en given situation. De sociale forholds indirekte betydning for interesse kan forklares med basic needs theory. Ifølge Krapp (2005) er det et basalt psykologisk behov at have samhørighed med andre mennesker og at føle sig accepteret af dem. I den præsenterede case har *samhørighed* – de sociale og gruppedynamiske forhold – haft en overordentlig stor betydning for elevernes engagement og interesse.

Tilbage står spørgsmålet: Var øvelsen interessant for eleverne? Det umiddelbare svar er JA! Ifølge den pædagogiske interestet teori må øvelsens indhold være interessens objekt, dvs. regnorme og selve indsamlingsmetoden. Overordnet set var øvelsen interessant fordi den konkretiserede populationsbiologiens ellers meget abstrakte indhold: de matematiske og grafiske modeller som læreren havde gennemgået forinden. Den praktiske udførelse af øvelsen gjorde teorierne virkelighedsnære og autentiske for eleverne. En af eleverne formulerede det således i spørgeskemaet: “Det er rart at det man sidder og terper og hører, faktisk kan bruges i praksis. Der går lige pludselig et lys op!” En anden skrev: “Det er spændende at selv lave noget arbejde i stedet for altid kun tale om noget som andre har lavet”. Kun 5 elever svarede ja til at regnorme er interessante dyr i spørgeskemaet. Det var disse 5 elever som havde ahaoplevelser med regnormene. To af dem, Katrine og Mia, skrev i spørgeskemaet at regnorme er sjove dyr som de gerne ville arbejde mere med. For holdets andre elever var regnorme (hands-on-objekter) altså ikke direkte interesseobjekter. Dette illustrerer at interesse sjældent manifesteres ved et enkelt, identificerbart interesseobjekt, men som oftest udviser en mere kompleks struktur.

Som jeg tidligere nævnte, var hensigten med mine eksplorative undersøgelser i ph.d.-projektet at kunne beskrive fænomenet interessens nuancerigdom i forskellige

læringssituationer, hvilket også gælder for den beskrevne case. Men man kan som læser også vælge at betragte beskrivelsen med et didaktisk fokus: Hvordan kan man tilrettelægge undervisning som fanger interesse? Da jeg senere interviewede læreren, fortalte han at hensigten med øvelsen bl.a. var at eleverne skulle have det sjovt, men han havde også en skjult dagsorden:

“[...] det den her øvelse egentligt går ud på, [er] dels at have det lidt sjovt, dels at prøve de her metoder for at gøre populationsbiologi lidt sjovere, men den skjulte dagsorden i det her er egentligt at lære dem en  $\chi^2$ -test, og så når jeg sidder med et resultatark, hvad gør jeg så med det? Det er det den her rapport går ud på [...] de kan sige statistisk at det her er en god metode, eller statistisk at det her er en dårlig metode [...]”

Han var overbevist om at hvis der til skriftlig studentereksamen skulle komme noget om populationsbiologi, ville eleverne kunne huske metoden og kunne bruge  $\chi^2$ -testen fordi de havde haft nogle sjove oplevelser med regnormene. Dette fulgte jeg imidlertid ikke op på fordi det lå uden for ph.d.-projektets rammer.

## Interesse og naturfagsdidaktik

Hidi & Harackiewicz (2000) hævder at elever som er interesserede i et bestemt emne (indivuel interesse), udviser større opmærksomhed, er mere vedholdende, føler større glæde og lærer mere end elever der ikke har denne interesse. Elever der er generelt interesserede i naturfag, kan imidlertid finde den aktuelle undervisningssituation mere eller mindre kedelig (situationel interesse eller mangel på samme) afhængigt af undervisningssituationens omstændigheder. Omvendt kan elever der ikke interesserer sig særlig for naturfag, pludselig blive fanget af et eller andet i undervisningen. Det er det sidstnævnte der menes at have stor pædagogisk betydning: *Læringsmiljøets evne til at stimulere interesse hævdes at være særlig vigtig for de elever der har begrænset individuel interesse for faget* (Bergin, 1999, Hidi & Harackiewicz, 2000).

Ifølge Krapp (2002) kan en spontant opstået situationel interesse, hvis den fastholdes, føre til en mere vedholdende positiv attitude og individuel interesse. Mitchell (1993) hævder at essensen i at *fange* elevers interesse ligger i at finde måder at stimulere deres opmærksomhed på, mens essensen i at *fastholde* elevers interesse ligger i at finde måder at motivere dem på. At skabe læringsmiljøer der stimulerer den situationelle interesse, kan således være en måde at motivere elevers deltagelse og læring på (Hidi & Harackiewicz, 2000). Metodisk-didaktiske aspekter og social-emotionelle aspekter er to centrale forhold der vedrører elevers opmærksomhed, interesse og motivation, og som er påvirkelige af læreren. Både i den almen- og den fagdidaktiske litteratur finder man utallige regler for hvordan man kan stimulere elevers interesse og læringsmotivation, en række eksempler er givet af Monk & Os-

borne (2000) og Pintrich & Schunk (2002).

Den beskrevne undervisningssituation synes at bekræfte ovenstående: at læringsmiljøer der stimulerer den situationelle interesse, kan virke motiverende på elevers deltagelse. Men jeg har *ikke* undersøgt om eleverne faktisk også lærte mere. De præsenterede resultater viser at situationel interesse kan *fanges* af hands-on- og ahaoplevelser – ikke mindst når de samtidig knytter sig til autentiske objekter. Som følge heraf vil det være anbefalelsesværdigt at inddrage autentiske objekter i undervisningen. I biologiundervisning kan det således være særligt oplagt at inddrage levende dyr som repræsentationer for den autentiske natur. I forlængelse heraf bør det medtænkes at objekter der netop *ikke* indbyder til hands-on (her: "klamme" regnorme), måske vil opleves som *særligt* interesseskabende når de bringes ind i undervisningen. Resultaterne viser også at læringskontekstens sociale strukturering kan have en stor betydning i forhold til situationel interesse. Fælles aktiviteter kan virke *stimulerende* for elevers engagement og interesse, og det synes derfor oplagt at praktisere gruppe- og projektarbejde.

## Referencer

- Bergin, D.A. (1999). Influence on classroom interest. *Educational Psychologist*, 34(2), s. 87-98.
- Broch, T. & Egelund, N. (2001). *Elevers interesse for naturfag og teknik – et elevperspektiv på undervisningen*. København: Danmarks Pædagogiske Universitet.
- Csikszentmihalyi, M. (1990). *Flow*. New York: Harper Perennial.
- Deci, E.L. (1998). The relation of interest to motivation and human needs – the self-determination theory viewpoint. I: L. Hoffmann, A. Krapp, K.A. Renninger & J. Baumert (red.), *Interest and learning – Proceedings of the Seeon Conference on interest and gender*. Kiel: IPN.
- Dewey, J. (1910). Science as subject matter and as method. *Science*, 31(787), s. 121-127.
- Dewey, J. (1913). *Interest and effort in education*. Cambridge MA: The Riverside Press.
- Dohn, N.B. (2006). Gymnasieelevers situationelle interesse i forskellige læringssammenhænge i faget biologi. Ph.d.-afhandling. Syddansk Universitet. Lokaliseret 25/7 2007 på <http://www.humaniora.sdu.dk/phd/dokumenter/filer/Afhandlinger-87.pdf>
- Herbart, J.F. (1818). Pädagogisches Gutachten über Schulklassen und deren Umwandlung. I: W. Asmus (red.) (1965), *Johann Friedrich Herbart – Pädagogische Schriften* (vol. III, s. 89-128). Düsseldorf: Küpper.
- Hidi, S. & Anderson, V. (1992): Situational interest and its impact on reading and expository writing. I: K.A. Renninger, S. Hidi & A. Krapp (red.), *The role of interest in learning and development*. Hillsdale NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Hidi, S. & Harackiewicz, J.M. (2000). Motivating the academically unmotivated: a critical issue for the 21<sup>st</sup> century. *Review of Educational Research*, 70(2), s. 151-179.
- Hoffmann, L., Häussler, P. & Lehrke, M. (1998). *Die IPN Interessenstudie Physik*. Kiel: IPN.
- Hoffmann, L. (2002). Promoting girls' interest and achievement in physics classes for beginners. *Learning and Instruction*, 12, s. 447-465.

- Isaac, J.D., Sansone, C. & Smith, J.L. (1999). Other people as a source of interest in an activity. *Journal of Experimental Social Psychology*, 35, s. 239-265.
- Krapp, A. & Fink, B. (1992). The development and function of interests during the critical transition from home to preschool. I: K.A. Renninger, S. Hidi & A. Krapp (red.), *The role of interest in learning and development*. Hillsdale NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Krapp, A., Hidi, S. & Renninger, K.A. (1992). Interest, learning, and development. I: K.A. Renninger, S. Hidi & A. Krapp (red.), *The role of interest in learning and development*. Hillsdale NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Krapp, A. (2002). Structural and dynamic aspects of interest development: theoretical considerations from an ontogenetic perspective. *Learning and Instruction*, 12, s. 383-409.
- Krapp, A. (2005). Basic needs and the development of interest and intrinsic motivational orientations. *Learning and Instruction*, 15, s. 381-395.
- Middleton, J.A. (1995). A study of intrinsic motivation in the mathematics classroom: a personal constructs approach. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(3), s. 254-279.
- Mitchell, M. (1993). Situational interest: Its multifaceted structure in the secondary school mathematics classroom. *Journal of Educational Psychology*, 85(3), s. 424-436.
- Monk, M. & Osborne, J. (2000). *Good practice in science teaching: what research has to say*. Buckingham: Open University Press.
- Osborne, J. & Collins, S. (2001). Pupils' views of the role and value of the science curriculum: a focus-group study. *International Journal of Science Education*, 23(5), s. 441-467.
- Palmer, D. (2004). Situational interest and the attitudes towards science of primary teacher education students. *International Journal of Science Education*, 26(7), s. 895-908.
- Pintrich, P.R. & Schunk, D.H. (2002). *Motivation in education: theory, research, and applications*. New Jersey: Pearson Education, Inc.
- Prenzel, M., Krapp, A. & Schiefele, H. (1986). Grundzüge einer pädagogischen Interessetheorie. *Zeitschrift für Pädagogik*, 32, s. 163-173.
- Prenzel, M. (1988). *Die Wirkungsweise von Interesse*. Opladen: Westdeutscher Verlag GmbH.
- Prenzel, M. (1992). The selective persistence of interest. I: K.A. Renninger, S. Hidi & A. Krapp (red.), *The role of interest in learning and development*. Hillsdale NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Ryan, R.M. & Deci, E.L. (2000). Intrinsic and extrinsic motivations: classic definitions and new directions. *Contemporary Educational Psychology*, 25, s. 54-67.
- Schiefele, U. (1991). Interest, learning and motivation. *Educational Psychologist*, 26(3 & 4), s. 299-323.
- Schreiner, C. & Sjøberg, S. (2004). *Sowing the seeds of ROSE*. Oslo: Institut for lærerutdanning og skoleudvikling, Oslo Universitet.
- Skinner, B.F. (1968). Teaching science in high school – what is wrong? *Science*, 159(3816), s. 704-710.

- Strauss, A. & Corbin, J. (1990). *Basics of qualitative research: grounded theory procedures and techniques*. Newsbury Park CA: Sage.
- Todt, E. (1978). *Das Interesse – Empirische Untersuchungen zu einem Motivationskonzept*. Bern: Hans Huber.
- Wenger, E. (1998). *Communities of Practice*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Zahorik, J.A. (1996). Elementary and secondary teachers' report of how they make learning interesting. *The Elementary School Journal*, 96(5), s. 551-564.



# SOS-projektet – didaktisk modellering af et sammenhængsproblem

Morten Blomhøj, IMFUFA, Institut for Natur, Systemer og Modeller, RUC

Tomas Højgaard Jensen, Institut for Curriculumforskning, Danmarks Pædagogiske Universitetsskole

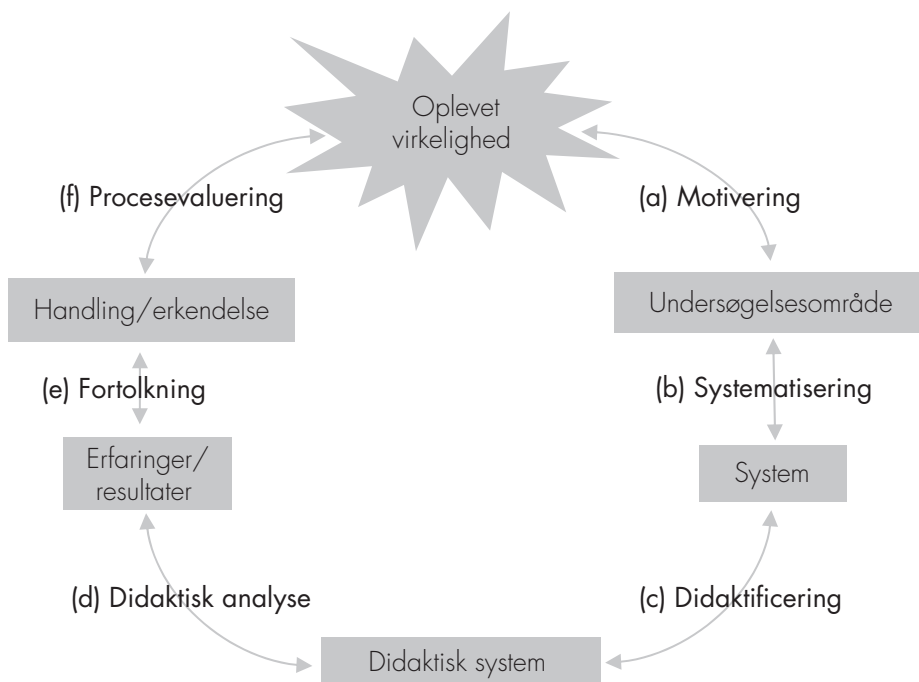
*Artiklen beretter om og analyserer det såkaldte SOS-projekt, hvor matematiklærere fra grundskolen, gymnasiet og læreruddannelsen har samarbejdet med matematikdidaktiske forskere om at undersøge og afhjælpe nogle af de udfordringer som danske elever møder i matematik ved overgangen fra grundskole til gymnasium. I projektet har vi identificeret og afgrænset matematisk symbolbehandlingskompetence som væsentlig ved denne overgang. Undersøgelsens kerne var derfor at udvikle og afprøve forløb der kunne støtte udviklingen af symbolbehandlingskompetence på 9. klassetrin. Erfaringerne viser at det er muligt at udvikle og gennemføre sådanne forløb og at gøre eleverne bevidste om kompetencen. I projektet har vi eksperimenteret med didaktisk modellering som metode med henblik på at skabe sammenhæng mellem de overordnede mål- og begrundelsesdiskussioner i forhold til konkrete undervisningsforløb og mere konkrete overvejelser om gennemførelsen heraf. I denne proces har lærernes forskellige erfaringer dannet frugtbart grundlag for formulering af fælles didaktiske ankerpositioner og for konkrete diskussioner af konstruerede undervisningsepisoder til støtte for forsøgsundervisningen. Det eksplicite fokus på symbolbehandlingskompetence har efter lærernes egne udsagn påvirket deres undervisningspraksis ud over forsøgsundervisningen.*

## Indledning

Som matematikdidaktiske forskere blev vi i foråret 2005 bedt om at indgå i et forsknings- og udviklingsprojekt. Projektet skulle handle om kompetencebaseret tilrettelæggelse og evaluering af matematikundervisning med sigte på at skabe større sammenhæng mellem grundskolens og gymnasiets matematikundervisning. Det havde base på CVU Fyn (nu Lillebælt) under ledelse af Rikke Schultz og involverede to matematiklærere fra læreruddannelsen, Erik Bilsted og John Schou (CVU Lillebælt), to lærere fra gymnasiet, Peter Allan Nielsen og Kristian Krægpøth (Odense Tekniske Gymnasium), og to grundskolelærere, Susanne Nielson (Marie Jørgensens Skole) og Jette Kliver (Tingkærskolen).

## Didaktisk modellering som metode

Foruden at være en beretning om og analyse af dette projekt er sigtet med artiklen at præsentere og diskutere en metode til forskningsbaseret udvikling af en undervisningspraksis. Metoden betegner vi didaktisk modellering, og fremstillingen i artiklen følger faserne i den didaktiske modelleringsproces som vi karakteriserer den, jf. figur 1.



Figur 1. En model af den didaktiske modelleringsproces.

Didaktisk modellering er vores betegnelse for en systematisk, forskningsbaseret og reflekteret udvikling af en undervisningspraksis. Som nogle læsere nok vil opdage, er modellen stærkt inspireret af vores model af en matematisk modelleringsproces (Blomhøj & Jensen, 2007). Med den cykliske figur og dobbelpilene mellem de seks faser i processen ønsker vi at tydeliggøre det reflektive i pædagogiske udviklingsprocesser. Figuren repræsenterer logikken i udviklingsprocessen og ikke nødvendigvis det tidsmæssige forløb.

## Den didaktiske modellering i SOS-projektet

Oftentimes focus in development projects is on developing and testing new teaching elements without the interventions being explicitly motivated in an experience of problems in an existing practice. The phases motivation (a) and systematization (b) deal precisely with establishing such a connection, and systematization implies a delimitation and focusing on a pertinent didactic problem statement. In the SOS-project these

faser til en nærmere bestemmelse af matematisk symbolbehandlingskompetence (fremover for nemheds skyld blot benævnt symbolbehandlingskompetence) og til en tese om at denne kompetence er væsentlig for sammenhængen i matematikundervisningen fra grundskolen til de gymnasiale uddannelser.

Det er ofte vanskeligt at skelne mellem de bærende matematikfaglige og didaktiske ideer og den konkrete implementering i en forsøgsundervisning, og følgelig bliver det vanskeligt at analysere undervisningen i forhold til den didaktiske problemstilling. Det er pointen med didaktificeringen (c) at gøre de mange didaktiske valg der ligger forud for en forsøgsundervisning, så klare at kritik og justering bliver mulig. Didaktisk modellering tydeliggør at det er det didaktiske system der er genstand for analyse, ikke den konkrete forsøgsundervisning. I SOS-projektet handlede didaktificeringen om at udvikle undervisningsforløb der var tænkt til at støtte elevernes udvikling af de forskellige elementer i symbolbehandlingskompetence. For at gøre projektgruppens diskussioner om forsøgsundervisningen så konkrete som muligt konstruerede vi tænkte dialoger mellem lærer og elever i tilknytning til udvalgte opgaver.

Forsøgsundervisning kan være et glimrende middel til didaktisk analyse (d), men erfaringer og resultater herfra skal fortolkes (e) i forhold til det didaktiske system. I SOS-projektet skete det primært gennem observation og analyse af elevernes arbejde med udvalgte opgaver i forbindelse med forsøgsundervisningen.

Endelig må det baseres på en samlet evaluering af processen (f) i hele det didaktiske modelleringsforløb om resultaterne skal give anledning til ændringer i en bestemt undervisningspraksis eller i fortolkningen af praksis, som så igen kan motivere nye udviklingsprojekter. SOS-projektet har ført til at de involverede lærere ifølge egne udsagn har ændret deres undervisningspraksis i retning af et mere eksplicit fokus på symbolbehandlingskompetence. Om forsøgsundervisningen eller den efterfølgende ændrede praksis har betydet at de involverede elever har klareret sig bedre eller oplevet en mere sammenhængende overgang i deres skoleforløb end det ellers ville have været tilfældet, kan projektet imidlertid ikke belyse.

## Motivering

I udgangspunktet var SOS-projektet motiveret af et generelt ønske om at skabe bedre sammenhæng mellem matematikfaget i grundskolen og gymnasiet. Matematiklærere i gymnasiet oplever ofte at elever der fik gode karakterer i folkeskolen og til afgangsprøven, ryger betydeligt ned af karakterskalaen når de starter i gymnasiet. Mange gymnasielærere udtrykker ofte frustration over at de i 1. g er nødt til at undervise på et væsentligt lavere niveau end forudsat i deres læreplaner. Sådanne erfaringer har givet anledning til betydelig “nedadsparkning” i systemet, sådan at matematiklærerne i grundskolen ofte bliver kritiseret for ikke at “levere varen”.

I ansøgningen til Undervisningsministeriets Puljemidler, der udstak rammerne for

projektets økonomi i dets treårige levetid fra 2005 til 2007, var den grundlæggende idé at man gennem kompetencebeskrivelser af matematikundervisning i grundskolen og i gymnasiet og tilhørende kompetencebaseret evaluering af elevernes læring kunne opnå større gensidig klarhed over de forskellige krav der åbenbart stilles til eleverne i de to systemer, og videre at man på dette grundlag kunne fremme elevernes kompetenceudvikling i 9. klasse med henblik på at lette overgangen til gymnasiet (Schultz, 2005).

## Systematisering

Den videre afgrænsning af problemfeltet tog afsæt i følgende arbejdshypotese som var en del af projektansøgningen (jf. Schultz, 2005, som afsnittet her rummer lettere redigerede uddrag af):

I folkeskolen er der i særlig grad fokus på udviklingen af elevernes problemløsningskompetence, mens matematiklærerne i gymnasieskolen især efterspørger elevernes tankegangs- og ræsonnementskompetence. Denne forskel kan være begrundet i lærernes forskellige forforståelse af faget matematik.

Som det første konkrete arbejde efter at projektansøgningen var imødekommet, blev opgaver fra folkeskolens afgangsprøve efter 9. klasse analyseret med henblik på at dokumentere en sådan forskel. Resultatet blev imidlertid et andet, nemlig:

- At problemløsnings- og ræsonnementskompetencen var lige efterspurgt i de to uddannelsesformer, men at opgaveformuleringerne var meget forskellige. Hvor folkeskolens opgaver var formuleret med tydelig reference til hverdagssituationer, var gymnasiets opgaver formuleret på en måde der stillede store krav til elevernes symbol- og formalismekompetence.
- At opgaveformuleringerne ikke tydeligt angav hvilke kompetencer opgavestilleren efterlyste i opgaveløsningen. Dette gjaldt for begge uddannelser.

Denne erfaring gjorde at interessen skiftede fra deskriptivt at analysere andres opgaveformuleringer til normativt selv at forsøge at udarbejde opgaver med et særligt kompetencefokus og analysere elevbesvarelser heraf. Et centralt element heri bestod i at fem elever fra hver af de to grundskolelæreres arbejdsplads, Marie Jørgensens Skole og Tingkærskolen, stillede op til en ekstra prøve efter de havde været til folkeskolens afgangsprøve i matematik i maj 2005. Alle 10 elever havde søgt optagelse på et gymnasium pr. august 2005.

Lærerne fra teknisk gymnasium analyserede opgaverne fra afgangsprøven og fandt at især symbol- og formalismekompetencen og ræsonnementskompetencen var svagt

repræsenteret, og den ekstra prøve eleverne flinkt stillede op til, bestod derfor af 17 opgaver som især udfordrede disse kompetencer. I analysen af elevernes besvarelser af denne prøve skriver de to gymnasielærere:

På den baggrund synes det relevant også at kigge på symbol- og formalismekompetencen i projektet fremover – måske er det en forudsætning at have en vis symbol- og formalismekompetence for overhovedet at udvikle ræsonnementskompetencen?

At læse og forstå lærebøgerne er imidlertid ikke de eneste problemer eleverne har ved overgangen til gymnasiet. Der er også problemer ved selve problembehandlingen. Det kan skyldes manglende symbol- og formalismekompetence. Eleverne har måske ikke de værktøjer i form af matematisk sprog og matematiske symboler, som skal til for at gøre rede for deres problembehandling. (Schultz, 2005, s. 6)

### **Matematisk symbolbehandlingskompetence som det centrale**

På det efterfølgende projektseminar sidst i maj 2005, som var vores debut i projektet, blev fokus ændret så den planlagte forsøgsundervisning med opstart et par måneder senere nu skulle have udvikling af elevernes symbolbehandlingskompetence som hovedsigte. Ved samme lejlighed blev projektet døbt SOS-projektet som akronym for "Symbolbehandlingskompetence Og Sammenhængsproblemer i matematikundervisningen".

Det nye fokus var nemt at enes om fordi de øvrige projektdeltageres ovenfor refererede erfaringer fra først i projektets levetid harmonerede med vores generelle interesse for udvikling af elevers symbolbehandlingskompetence. Desuden indeholder forskningslitteraturen mange analyser af hvor svært elever over hele verden har det med symbolerne i matematikundervisningen (se fx Sutherland, 2001).

Baggrunden og motivationen for det valgte projektfokus forsøgte vi i projektgruppen at indkredse ved at formulere denne teoretiske forståelse af projektets problemfelt:

- Aktivt at kunne forstå, manipulere og selvstændigt anvende symboler er centralt i matematikfaget både i skole og gymnasium. Det er en forudsætning for matematiklæring generelt og for udvikling af vigtige kompetencer som problemløsning og modellering.
- Folkeskolens afgangsprøve tester kun en snæver del af symbolbehandlingskompetencen og giver derfor ikke et godt grundlag for at vurdere hvordan eleverne står i forhold til de udfordringer de møder i gymnasiet.
- Kompetencen tages implicit som forudsætning i gymnasiets matematikundervisning.

- Eleverne har vanskeligt ved at overføre deres symbolbehandlingskompetence fra skole til gymnasium, og kompetencen volder mange elever problemer i gymnasiet.

I tilknytning hertil formulerede vi følgende forskningsspørgsmål:

*Hvordan kan man karakterisere, udvikle og evaluere symbolbehandlingskompetence i matematikundervisningen i grundskole, gymnasium og læreruddannelse?*

*Hvilke typer af potentialer og vanskeligheder viser sig i en konkret undervisning på 9. klassetrin der forsøger at udvikle og evaluere symbolbehandlingskompetence?*

Med det nye fokus blev første skridt i det videre arbejde at indkredse hvad vi i projektgruppen forstod ved symbolbehandlingskompetence. Med kraftig inspiration fra KOM-rapportens karakteristik af symbol- og formalismekompetence (Niss & Jensen, 2002, s. 58) nåede vi frem til denne karakteristik:

*Matematisk symbolbehandlingskompetence betegner nogens indsigtfulde parathed til både selv at gennemføre og forholde sig kritisk undersøgende til at*

- *afkode* symbol- og formelsprog
- *oversætte* frem og tilbage mellem symbolholdigt matematisk sprog og naturligt sprog
- *behandle og betjene sig af* symbolholdige udsagn og udtryk, herunder formler

Denne karakteristik viste sig at kunne fungere konstruktivt styrende for de efterfølgende faser i den didaktiske modellering hvilket nok primært skyldes to forhold. For det første er karakteristikken fri af reference til et bestemt matematisk stof og har derfor et stort "gyldighedsområde". For det andet er karakteristikken kort og "spidst" formuleret med fremhævelse af tre centrale forhold med hver deres "huskeord" tilknyttet. Det gør den brugbar som analytisk ramme, også når man ikke sidder med blyanten spidset ved skrivebordet, men står midt i en hektisk undervisnings-, observations- eller evalueringssituation.

### **Et flerdimensionelt syn på progression og evaluering**

SOS-projektet var ud over en interesse for kompetencebeskrivelser også "født" med et andet begreb i fokus: evaluering – eller mere præcist: evaluering af kompetencer. Også her blev vi kraftigt inspireret af KOM-rapporten (ibid., s. 64f). Afsættet er forståelsen af begrebet "*kompetence*", som vi bruger som betegnelse for *nogens indsigtfulde*

*parathed til at handle på en måde, der lever op til udfordringerne i en given situation* (Jensen, 2007a). Med det udgangspunkt er der mindst tre dimensioner i karakteristikken af en persons besiddelse af en kompetence:

- *Dækningsgrad*: En kompetences dækningsgrad hos en person bestemmes af i hvor høj grad de *aspekter* som karakteriserer kompetencen, er dækket hos den pågældende, dvs. hvor mange af disse aspekter personen kan aktivere i forskellige foreliggende situationer, og med hvor høj grad af autonomi aktiveringen kan ske.
- *Aktionsradius*: En kompetences aktionsradius hos en person udgøres af det spektrum af *sammenhænge og situationer* personen kan aktivere kompetencen i.
- *Teknisk niveau*: En kompetences tekniske niveau hos en person bestemmes af hvor *begrebsligt og teknisk avancerede* sagsforhold og værktøjer personen kan aktivere den pågældende kompetence over for.

Inden for denne tredimensionelle model er kompetencebesiddelse repræsenteret ved et volumen, og progression består i at gøre dette volumen større ved at udvikle kompetencebesiddelsen langs en eller flere af de tre dimensioner. Ad den vej inviterer faglige kompetencebeskrivelser som undervisningens omdrejningspunkt således til *et flerdimensionelt syn på progression og evaluering*.

## Didaktificering

De fælles diskussioner hørende til de første to faser af den didaktiske modellering har været en væsentlig forudsætning for skabelsen af et fælles udviklingsprojekt hvor alle de involverede lærere har kunnet danne egne motiver knyttet til udvikling af deres undervisningspraksis. Vi ser lærernes medejerskab af udviklingsprojektet som en nødvendig forudsætning for realisering af en hensigtsmæssig forsøgsundervisning, men ingenlunde som en tilstrækkelig betingelse. Der er stadig langt fra en afklaret fælles opfattelse af symbolbehandlingskompetence og dens betydning for sammenhængen mellem og progressionen i matematikundervisningen i grundskolen og gymnasiet og til tilrettelæggelse og gennemførelse af en hensigtsmæssig forsøgsundervisning på 9. klassetrin.

## Didaktiske ankerpositioner

Det er et centralt element i didaktisk modellering at mindske denne afstand gennem en systematisk og reflekteret didaktificering. I projektet opstillede vi som et første skridt i denne proces følgende fire didaktiske ankerpositioner (Niss & Jensen, 2002, s.127-129):

1. Symbolhandlingskompetence skal tydeliggøres for eleverne som et af de centrale mål for deres læring.
2. Elevernes begrebsforståelse skal udvikles før træning af de tilhørende færdigheder.
3. Undervisningen skal udfordre eleverne i forhold til hele kompetencens dækningsgrad som den er karakteriseret i projektet.
4. Eleverne skal evalueres i forhold til hele kompetencen, og elevernes metarefleksion skal støttes af evaluering og fremmes gennem dialog.

Positionerne har lidt forskelligt ophav og karakter. Position 1 blev formuleret dels ud fra grundskolelærernes behov for at kunne forklare forsøgsundervisningens formål for eleverne, dels ud fra en antagelse om at øget bevidsthed hos eleverne om kompetencen vil forbedre deres muligheder for at udvikle den. Et af potentialerne ved den kompetenceorienterede tilgang er at danne grundlag for elevernes metarefleksioner ved at sætte ord på de faglige mål med undervisningen på en måde der rækker ud over det emnemæssige indhold. For gymnasielærerne var det en selvstændig pointe hvis forsøgsundervisningen kunne bidrage til at eleverne fik et klarere og mere reflekteret forhold til symbolbehandlingskompetence end de sædvanligvis oplever ved starten af 1. g.

Position 2 er blandt andet baseret på en fælles oplevelse blandt matematiklærere i projektet af at en del elever ser ud til at have udviklet mentale samlinger af "huskereglere" for hvordan man skal håndtere forskellige typer af algebraisk udtryk i forskellige sammenhænge. Det udmønter sig blandt andet i at disse elever opererer med separate regler for "flytning" af led med forskelligt fortegn og for faktorer der skal ganges eller divideres med når de "flyttes" over på den anden side af lighedstegnet i en ligning. Eleverne har tilsyneladende ikke indordnet "flyttereglerne" i en forståelse af ligningsbegrebet og af tilladte operationer på ligninger. Det viser sig meget tydeligt når den algebraiske kompleksitet stiger, og når eleverne stilles over for udfordringer der er bare en anelse forskellige fra de standardeksempler de er trænet i at løse. Sådanne oplevelser tyder på at nogle af de elever der starter i gymnasiet, har udviklet en form for instrumentel læring i forhold til symbolbehandling (Mellin Olsen, 1977, s. 110, og Skemp, 1978). Det var tanken bag position 2 at en sådan uhensigtsmæssig instrumentalisme bør imødegås ved fra starten at adressere de centrale forståelsesmæssige udfordringer når nye begreber introduceres i undervisningen. Der er således her tale om at anvende kompetencetilgangen som læringsværktøj. Hvis faglig forståelse og indsigt skal udvikles *forud for* og sideløbende med og ikke *gennem* træning af færdigheder, bliver det afgørende for læreren at kunne udfordre eleverne til selv at være aktive i forhold til alle elementer i kompetencen og at kunne tale med eleverne om kompetencen i relation til deres aktiviteter. Det bør i her nævnes at vi i



projektet kunne bygge på en fælles opfattelse af læring som en personlig konstruktion af mening og forståelse baseret på egne handlinger og medieret af kommunikation og socialt samspil.

Position 3 er formuleret direkte i forlængelse af tænkningen i KOM-projektet (Niss & Jensen, 2002, kap. 9) og blev i projektet diskuteret i forhold til den valgte karakteristik af symbolbehandlingskompetence.

Position 4 skal naturligvis også ses i forhold til projektets fokus på symbolbehandlingskompetence og tænkningen i KOM-projektet. De tre dimensioner af kompetencen blev diskuteret indgående i forhold til konkrete opgaver. Positionen viser et fælles ønske i projektet om at evaluere elevernes udbytte af forsøgsundervisningen i forhold til alle tre dimensioner og ikke næsten udelukkende i forhold til det tekniske niveau, som vi har indtryk af det ofte er tilfældet i matematikundervisningen (Jensen, 2007a og 2007b). Endvidere var det et væsentligt sigte at evalueringen skulle fremme elevernes kommunikationskompetence og støtte deres metarefleksion i forhold til kompetencen.

Ankerpositionerne var tænkt som støtte for udvikling og gennemførelse af forsøgsundervisning. Det blev imidlertid klart at såvel det overordnede fokus på symbolbehandlingskompetence som de fire ankerpositioner fik mere gennemgribende indflydelse på matematikundervisningen i de to forsøgsklasser.

### Valg af fagligt indhold

Det næste vigtige skridt i didaktificeringen var valg af fagligt indhold. Fælles diskussioner i projektgruppen førte til valget af de faglige emner variable, funktioner, ligninger og matematisk modellering.

Forskellige typer af overvejelser gjorde sig gældende her. Der var pragmatiske overvejelser i forhold til indarbejdning af forsøgsundervisningen i årsplanerne for forsøgsklasserne. Emnerne funktioner, ligninger og rentesregning spiller en central rolle på 9. klassetrin, og det var derfor ønskeligt for grundskolelærerne hvis forsøgsundervisningen kunne bidrage til behandlingen af disse områder.

Desuden var lærernes erfaringer med hvor "skoen trykker" i forhold til elevernes symbolbehandlingskompetence, i høj grad knyttet til ligninger og funktioner. Erfaringsmæssigt volder disse emner vanskeligheder for mange elever i både grundskolen og gymnasiet. Det gælder både i forhold til at udføre hensigtsmæssige algebraiske manipulationer ved løsning af ligninger, i forhold til at fortolke en funktion givet ved en ligning mellem to variable i en forelagt problemsituation, funktionens egenskaber eller dens grafiske repræsentationer samt i forhold til selv at opstille ligninger og funktioner – et billede der bekræftes af forsøgselevernes besvarelse af det tidligere omtalte opgavesæt.

Fra den matematikdidaktiske forskning er der omfattende evidens for at en væ-

sentlig ingrediens i de vanskeligheder eleverne oplever i forbindelse med disse emner, er manglende forståelse af variabelbegrebet (Kieran, 2007). Ved ligningsløsning forudsætter meningsfulde algebraiske manipulationer en grundlæggende forståelse af en ligning som et bånd mellem nogle tal (og/eller parametre repræsenteret ved bogstaver) og én eller flere variable tilhørende en given grundmængde (repræsenteret ved andre bogstaver). Og forståelse og anvendelse af funktionsbegrebet forudsætter måske endnu tydeligere et veludviklet variabelbegreb der tillader at man kan operere med variable som selvstændige objekter.

I forhold til elevernes læringsproces er det imidlertid netop gennem arbejdet med ligninger og funktioner at eleverne har mulighed for at udvikle deres forståelse af variabelbegrebet. Der er således her tale om et didaktisk dilemma der kan ses som et eksempel på det som Anna Sfard (1991, s. 31) fremhæver som et generelt træk ved dannelsen af matematiske begreber, og som hun betegner "den onde cirkel".

Denne problemstilling blev grundigt diskuteret i projektgruppen. Lærerne fra alle tre uddannelsesniveauer genkendte elevens og studerendes vanskeligheder med variabelbegrebet, og selv om vurderingen var at hverken grundskolens eller gymnasiets matematikundervisning traditionelt har gjort variabelbegrebet til genstand for selvstændig behandling, blev det udpeget som et centralt emne i forsøgsundervisningen.

Arbejdet med at opstille, analysere og kritisere simple matematiske modeller blev i projektet opfattet som en måde at evaluere og videreudvikle elevernes symbolbehandlingskompetence på som handleberedskab i forhold til nye problemsituationer. Samtidig er modellering et fagligt område af selvstændig betydning ved overgangen til gymnasiet. Det blev derfor besluttet at forsøgsundervisningen skulle omfatte modelleringsforløb der kunne teste og udfordre elevernes symbolbehandlingskompetence ved slutningen af deres 9.-klasse-forløb.

Foruden de faglige emner var der også udtalt interesse blandt lærerne for at lade forsøgsundervisningen omfatte arbejde med regneark. Det er i høj grad en relevant faglig kompetence ved overgangen til en gymnasial matematikundervisning at kunne anvende regneark. Samtidig giver regnearket mulighed for eksperimenterende undervisningsaktiviteter. Regnearkets repræsentation af variable ved hjælp af celler kan endvidere – rigtigt anvendt – støtte elevernes dannelse af et matematisk begreb om variable. Regnearket giver mulighed for at sammenholde forskellige repræsentationer af funktioner og danner dermed grundlag for at forstå og fortolke algebraiske udtryk. Elever kan selv opstille og undersøge funktionsudtryk og herunder fx komme til klarhed over forskellen på variable, parametre og tal i funktionsudtryk. Omvendt er det oplagt at brug af regneark kan føre til at læreprocessen for nogle elever afspores, enten på grund af overdreven fascination af eller vanskeligheder ved den tekniske instrumentering af regnearket.

## Konstruktion af episoder

Det var imidlertid klart at grundskolelærerne havde brug for yderligere støtte til den konkrete planlægning af forsøgsundervisningen og til gennem dialog at udfordre og evaluere elevernes symbolbehandlingskompetence. Vi besluttede derfor at konstruere og diskutere fiktive undervisningsepisoder for elevernes arbejde med udvalgte opgaver. Metoden “konstruktion af episoder” er udviklet af Morten Blomhøj (2006) som en metode til analyse af læringsmæssige potentialer i en eksisterende undervisningspraksis. Den indgår endvidere i Ole Skovsmoses (2006, s. 267) karakterisering af pædagogisk udforskning. I SOS-projektet fungerede metoden mere normativt ved at konkretisere og give kød og blod til hvad vi i projektgruppen opfattede som eksemplariske undervisningssituationer i forhold til udvikling af symbolbehandlingskompetence.

I udgangspunktet gik vores ambition på at alle i projektgruppen skulle prøve at konstruere episoder inspireret af erfaringer fra egen undervisning. Generelt viste dette arbejde sig imidlertid for vanskeligt og for tidskrævende for lærerne. Kun en af dem, John Schou, udviklede episoder som ud over at fungere som SOS-inspirationsmateriale også blev brugt i hans egen undervisning på læreruddannelsen (resultaterne herfra formidles i en senere publikation). Herudover blev det vores opgave at udvikle episoder til udspænding af kompetencen i evalueringsojemed og til konkret inspiration for lærernes samspil med eleverne i undervisningen.

Diskussionen af episoderne i projektgruppen spillede efter lærernes egne udsagn en vigtig rolle i deres forberedelse og gennemførelse af forsøgsundervisningen. Det skyldtes ikke mindst at de fungerede godt som en “mur” at spille bolden op ad i forbindelse med den formative evaluering af elevernes læring.

Til illustration af hvad vi mener, giver vi her et eksempel på en konstrueret episode udviklet med henblik på at inspirere forsøgsundervisningen. I episoden diskuterer eleverne Anna og Bob med hinanden og deres lærer med udgangspunkt i følgende opgave:

### Opgave 1:

- Undersøg sammenhængen mellem antallet af trin og antallet af klodser i “pyramidetrappen”. Hvor mange klodser skal der bruges til en trappe med 10 trin?
- Prøv at lave en formel for den trinvis udvikling af følgen. Indtast formelen i jeres regneark og kontroller jeres resultater.
- Prøv om I kan opstille et funktionsudtryk der direkte angiver hvor mange klodser der skal bruges til en dobbelttrappe med  $n$  trin. Det kan være en fordel at udnytte jeres erfaringer fra en af de tidligere opgaver. Indtast formelen i jeres regneark og kontroller jeres resultater.

(Opgaven er videreudviklet fra Matematrix 8 (Gregersen et al., 2001, s. 33))

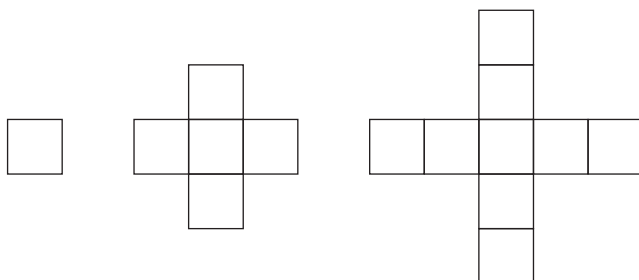
- L: Hvad laver I?  
 A: Opgave 1.  
 L: Den med trappepyramiden?  
 B: Ja, den er lidt svær.  
 L: Har I prøvet at lave en tabel over hvor mange klodser der skal bruges til en trappe med forskellige antal trin?  
 A: Nej, ikke endnu. Vi kan ikke rigtig komme i gang.  
 L: Hvad hvis der skal være nul trin på trappen?  
 B: Nul trin?  
 L: Ja, nul trin.  
 B: Så er der jo ingen trappe.  
 L: Ja, det er rigtigt. Hvor mange klodser skal der så bruges?  
 A: Nul klodser (lidt tvivlende).  
 L: Ja, nul. Det er rigtigt. Hvad så med ét trin?  
 B: Så skal der vel bruges én klods.  
 L: Ja, nemlig. Så har I to tal til jeres tabel. Prøv om I kan finde ud af hvordan det så udvikler sig.

Læreren går og kommer tilbage efter nogle minutter. Eleverne har lavet denne tabel:

Trin	0	1	2	3			
Klodser	0	1	6	15			

- L: Hvordan går det?  
 A: Der skal bruges 6 til to trin og 15 – mener vi – til tre trin.  
 L: Det skal nok passe. Kan I se systemet?  
 B: Nej, ikke rigtigt.  
 L: Så prøv at tage den med tre trin, og tegn de tre lag hver for sig som de ser ud set fra oven.

Efter nogle minutter har eleverne tegnet de tre lag:



- L: Det er fint. Hvor mange klodser er der så i hvert af de tre lag?
- B: 1, 5 og 9.
- L: Ja, og hvad så i det næste lag?
- A: Der må være 4 gange 3 plus 1. Det er 13.
- L: Det er helt rigtigt. Hvordan ser du det?
- A: Der er 4 rækker med 3 og så den i midten.
- L: Så kan I sikkert også lave en formel der viser hvor mange klodser der er i det i'te lag? I kan kalde antallet af klodser i det i'te lag for  $L_i$ .
- B: Det må være  $4 \cdot i + 1$ .
- L: Prøv om den passer for det tredje lag, altså med  $i = 3$ ?
- B:  $4 \cdot 3 + 1$ . Det er jo 13. Det passer ikke.
- L: Nej, det gør det ikke. Hvordan kan det være?
- A: Det er det næste lag. Det fjerde lag har 13 klodser.
- L: Ja, hvad er der så galt med formlen?
- B:  $L_{i+1} = 4i + 1$
- L: Ja, det er nemlig helt rigtigt. Kan I så også opstille en formel for den trinvis udvikling af hvor mange klodser der skal bruges til hele trappepyramiden? Hvis vi siger vi kender antallet af klodser i trappen med  $i$  lag og kalder det for  $a_i$  – hvor mange er der så i trappen med  $i+1$  lag? Prøv først at sige det med ord.
- A: Dem der er i forvejen, plus det nye lag.
- L: Ja, netop. Kan I også skrive det som en formel?
- B:  $a_{i+1} = a_i + 4i + 1$
- L: Prøv om den virker. Og så kan I taste den ind i jeres regneark.

Læreren kommer tilbage til eleverne efter at de har indtastet formlen i deres regneark og kopieret formlen op til  $i = 20$ . Efter at have rost eleverne udfordrer læreren dem videre i forhold til spørgsmål (c) i opgaven. Eleverne når i episoden frem til at opstille et funktionsudtryk for antallet af klodser i trappepyramiden:

$$p(n) = n^2 + \frac{2(n-1)n}{2} = 2n^2 - n$$

Under udnyttelse af et resultat fra en tidligere opgave kan de desuden genfortolke resultatet som to dobbeltrapper med hver  $n^2$  klodser minus et  $n$ -tårn.

Episoden er tænkt som illustration af højt niveau hvad angår både teknisk niveau og dækningsgrad, det sidste dog i mindre grad med hensyn til det aspekt af symbolbehandlingskompetence der handler om at "behandle" (manipulere) med symbolholdige udsagn. Aktionsradius bliver ikke illustreret i episoden da det hele vejen igennem handler om at beskrive talmønstret i udviklingen af en "trappepyramide". Konteksten varierer således ikke i episoden.

Selv om det er det "høje niveau" af symbolbehandlingskompetence der illustreres, er det alligevel et gennemgående træk i episoden at eleverne ser ud til at have brug for støtte fra dialogen med læreren i de afgørende matematiseringsskridt. Dette afspejler at der er tale om en ret avanceret udøvelse af symbolbehandlingskompetence.

I episoden er der flere eksempler på at eleverne er gode til at anvende forskellige repræsentationsformer og fortolke dem i forhold til det problem de arbejder med. Det drejer sig om tabellen, tegningen af lagene i pyramiden, udtrykket for antal klodser i det  $i$ 'te lag, udtrykket for den trinvis udvikling, funktionsudtrykket for antallet af klodser i en pyramide med  $n$  lag og regnearksrepræsentationerne af de to sidstnævnte udtryk. Eleverne udviser også ved flere lejligheder kontrol af deres resultater og fremgangsmåde – noget som er karakteristisk for avanceret problemløsning.

I to tilfælde er det læreren der foreslår en matematisk notation: betegnelsen  $L_i$  for antallet af klodser i det  $i$ 'te lag og  $p(n)$  for antallet af klodser i en pyramide med  $n$  trin. I begge tilfælde tager eleverne umiddelbart notationen til sig og bruger den selvstændigt. Specielt anvender eleverne selv udtrykket for  $L_{i+1}$  til at opstille et udtryk for den trinvis udvikling i antallet af klodser. I forhold til udtrykket for  $p(n)$  får eleverne selv opstillet udtrykket, og de er også i stand til at manipulere med udtrykket. Elever foretager således afkodning af symboludtryk og oversættelse mellem forskellige repræsentationsformer på højt niveau.

Ved et tilbageblik på lærerens rolle i dialogen kan man måske mene at læreren kunne have været mere tilbageholdende med sin støtte til eleverne – måske kunne eleverne være kommet igennem med mindre hjælp. På den anden side er en så høj grad af selvstændighed og beherskelse af symbolbehandlingskompetence nok næppe realistisk i grundskolens matematikundervisning, og derfor måske mindre relevant som udspænding af kompetencen og som forberedelse af forsøgsundervisningen.

## Didaktisk analyse

Gennem ovenstående indholdsbestemmelse og tilhørende fælles diskussioner i projektgruppen fik vi etableret et didaktisk system (jf. figur 1) i betydningen: en konkret og begrundet forestilling om undervisningsforløb på 9. klassetrin der kan forventes at bidrage til udvikling af elevernes symbolbehandlingskompetence som så i næste instans – jævnfør analyserne i de to indledende faser (a) og (b) af den didaktiske modellering – formodes at kunne bidrage til øget sammenhæng mellem grundskolens og gymnasiets matematikundervisning.

Den didaktiske analyse retter sig mod det didaktiske system. I SOS-projektet valgte vi at analysere forsøgsundervisning på 9. klassetrin der søger at realisere det didaktiske system. Vi gennemførte endvidere en opfølgende spørgeskemaundersøgelse blandt de tidligere elever i forsøgsklasserne. Resultaterne herfra formidles i en senere publikation og indgår ikke i denne didaktiske analyse.

For at få et mere kvalitativt indblik i hvordan eleverne oplevede symbolbehandlingskompetence i forsøgsundervisningen og i deres efterfølgende gymnasiale matematikundervisning, interviewede vi tre af de i alt 16 elever fra forsøgsklasserne der fortsatte på en gymnasial uddannelse.

Forsøgsundervisningen omfattede et efterårs- og et forårsforløb i hver af de to 9.-klasser. Hvert af disse fire forløb strakte sig over 8-10 moduler a 90 minutter. Af ressourcemæssige grunde blev alle forløbene ikke systematisk dokumenteret. I forhold til didaktisk modellering som metode foreligger der imidlertid samlet set et righoldigt materiale til analyse af det didaktiske system. Derimod giver projektet ikke grundlag for at bedømme effekten af forsøgsundervisningen på elevernes læring eller på deres oplevelse af overgangen til gymnasiet. Det ville kræve et helt andet projektdesign som blandt andet skulle omfatte mange flere forsøgsklasser.

### **Forløbene på Tingkærskolen**

*Det første forløb* på Tingkærskolen havde fokus på variabelbegrebet og ligninger samt på symbolbehandlingskompetence som eksplicit genstand for elevernes opmærksomhed. Der blev fortrinsvis arbejdet med kapitlerne Variable i Matematrix 7 og Ligninger i Matematrix 8 (Gregersen et al., 2001, Jensen et al., 2004). Forløbet blev afsluttet med et gruppearbejde om talfølger med udgangspunkt i et tema om pyramider fra Matematrix 8 (s. 32-33).

Forløbet blev dokumenteret med videooptagelser og referat af de første fem (ud af i alt ti) moduler. Herfra er udvalgte episoder transskriberet og analyseret ud fra elevernes brug og forståelse af variabelbegrebet og ud fra den tredelte karakteristik af symbolbehandlingskompetence: afkodning, oversættelse og manipulation. Alle disse data findes på SOS-projektets hjemmeside, der i skrivende stund ikke har fået en endelig adresse og derfor må lokaliseres via omtalen af projektet på [www.dpu.dk/om/thje](http://www.dpu.dk/om/thje).

Forløbet blev vurderet som meget vellykket af både læreren og den forsker der deltog som observatør og sparringspartner. Eleverne blev bevidste om indholdet og relevansen af symbolbehandlingskompetence, og de udviklede som helhed en ifølge læreren usædvanlig god forståelse af begreberne "variabel" og "ligning". Disse succesoplevelser giver anledning til at fremhæve tre forhold vedrørende tilrettelæggelsen af forløbet som efter vores vurdering bidrog til at gøre det vellykket, og som derfor fremadrettet er værd at være bevidst om.

*For det første* blev eleverne – som det bl.a. fremgår af videoklippene – udfordret på et relevant niveau i forhold til alle aspekter af symbolbehandlingskompetence som karakteriseret i didaktificeringen.

*For det andet* blev tyren taget ved hornene med hensyn til hvordan arbejdet med variable indplaceres i undervisningen, ved at forløbet blev indledt med at sætte spot på variabel som begreb. Det fik nogle tiører til at falde hos eleverne i en sådan grad at

læreren flere gange undervejs valgte at give eleverne mere tid til denne del af forløbet på bekostning af arbejdet med lignings- og funktionsbegrebet som omdrejningspunkt. Da klassen endelig nåede hertil, viste det sig desuden at gå meget lettere end læreren var vant til, fordi eleverne i arbejdet med ligninger og funktioner kunne trække på en god forståelse af variabelbegrebet.

For det tredje blev tilrettelæggelsen af forløbet lagt tæt op ad et lærebogsforløb baseret på de samme grundideer som undervisningsforløbet: stor vægt på symbolbehandlingskompetence og arbejde med variabelbegrebet som grundlag for en dybere forståelse af og et mere intensivt arbejde med lignings- og funktionsbegrebet. Se separat boks med eksempler på de opgaver der blev anvendt.

Ulempen ved denne tilrettelæggelsesform var at lærerens autonomi selvfølgelig fik dårligere udviklingsmuligheder end i et mere åbent setup, men det var tydeligt at det dobbelt uvante ved at fokusere på variabelbegrebet og symbolbehandlingskompetence blev håndterbart for læreren i kraft af denne præ-strukturering at støtte sig til.

### Eksempler på opgaver som i forsøgsundervisningen på Tingkærskolen blev brugt til at udfordre forskellige elementer i besiddelsen af matematisk symbolbehandlingskompetence

(Opgaverne er fra lærebøgerne Matematrix 7-9 (Gregersen et al., 2001, Jensen et al., 2002 og 2004)).

#### Dækningsgrad – afkodning

Matematrix 7, s. 18: I en judoklub for børn er der D drenge, P piger, T trænere og L ledere. Hvad betyder følgende formler?

- |                          |                              |                    |
|--------------------------|------------------------------|--------------------|
| a) $D = P$               | b) $T < L$                   | c) $D = 2P$        |
| d) $P = D + 10$          | e) $T > 0$                   | f) $D + P > T + L$ |
| g) $D + P + T + L = 110$ | h) $\frac{1}{2}(D + P) = 45$ |                    |

Matematrix 8, s. 29: Afgør om følgende påstande er sande eller falske. Du ved at  $r$  og  $s$  begge er positive tal, og at  $s$  er større end  $r$ .

- |                        |                          |                          |
|------------------------|--------------------------|--------------------------|
| a) $r - s > 0$         | b) $s + r > s$           | c) $s + r > 1$           |
| d) $\frac{r}{s} > 1$   | e) $\frac{s+r}{r+s} = 1$ | f) $\frac{s-r}{r-s} < 0$ |
| g) $\frac{s-r}{s} < 1$ | h) $\frac{s+r}{s} > 1$   |                          |



*Dækningsgrad – oversættelse*

Matematrix 7, s. 18: Opskriv formler som beskriver følgende sammenhænge:

- Der er en træner flere end der er ledere.
- Der er 10 drenge flere end der er piger.
- Der er 10 gange så mange drenge som piger.
- Der er en træner for hver 10 drenge.
- Der er en træner for hver 10 medlemmer.
- Der er dobbelt så mange medlemmer som der er voksne (trænere og ledere).

*Dækningsgrad – behandling*

Matematrix 8, s. 25: Sæt den størst mulige faktor uden for parentes. Det kan både være tal og bogstaver.

- |                      |                  |                       |
|----------------------|------------------|-----------------------|
| a) $3a + 3 \cdot 5b$ | b) $4a + 22b$    | c) $6d - 15c$         |
| d) $3b - 12bd$       | e) $4a + 18ab$   | f) $3ab + 4ac$        |
| g) $8cd - 20bc$      | h) $6abc + 15ab$ | i) $3de - 12ef + 6df$ |

*Teknisk niveau*

Matematrix 8, s. 43: Et rektangels omkreds er 90 cm. Dets ene side er tre gange så lang som den anden. Find længden af rektanglets sider.

Matematrix 9, s. 39: Angiv en formel som viser en ternings overfladeareal som funktion af:

- sidelængden
- rumfanget

*Aktionsradius*

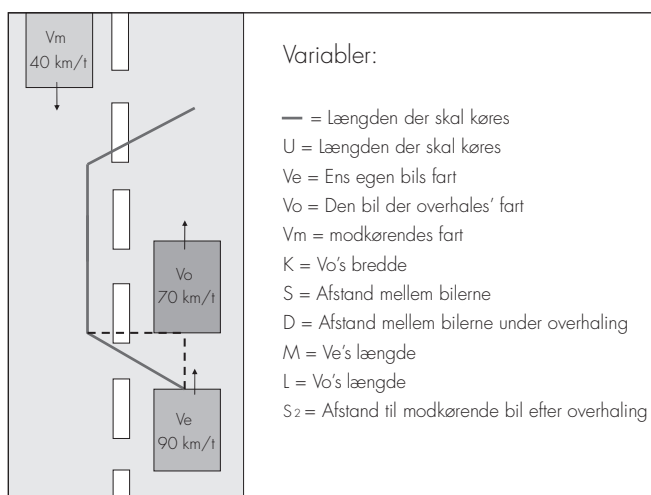
Her er det meningsløst med enkeltstående eksempler da aktionsradius netop handler om at kunne udfolde en kompetence i mange forskellige typer sammenhænge og situationer.

*Det andet forløb* på Tingkærskolen omhandlede funktioner og rentesregning (5 moduler) samt en projektdag (3 moduler) hvor eleverne arbejdede med modellering. Ved projektdagen arbejdede eleverne i mindre grupper med problemstillinger fra kapitlet "Matematisk modellering" fra Matematrix 9 (Jensen et al., 2002) og med undersøgelsesoplæggene bagest i samme bog.

Fra dette forløb foreligger der kun videooptagelser af projektdagen, og der er ikke foretaget transskriptioner. To af gruppernes arbejde med henholdsvis opgaven "Hvor

langt fremme ad vejen skal der være fri bane, før man kan overhale sikkert?” (Matematrix 9, s. 17) og en undersøgelse om skatteberegning (“Hvad er sammenhængen mellem den indkomst man har, og den skat man betaler?”, jf. Matematrix 9, s. 168-169) er imidlertid dokumenteret med regneark og for overhalingsgruppens vedkommende med en PowerPoint-præsentation gruppen lavede. Begge disse grupper må vurderes at have anvendt symbolbehandlingskompetence på højt niveau.

Figur 2 viser hvordan eleverne i arbejdet med overhalingsopgaven selv har skullet indføre en række symboler, hvilket er et element af symbolbehandlingskompetence der efter vores vurdering sjældent udfordres.



Figur 2. Viser dele af hvordan en gruppe har modelleret overhalingsproblemet. I et tilhørende regneark har gruppen opstillet en formel der kan beregne hvor langt fremme der skal være fri bane for sikker overhaling ved indtastning af værdier for alle øvrige indgående størrelser.

### Forløbene på Marie Jørgensens Skole

Det første forløb af ti moduler fokuserede på talfølger og funktionsbegrebet. Eleverne arbejdede med tre forskellige former for oplæg: først “pyramideopgaverne” fra Matematrix 8 (Gregersen et al., 2001, s. 33) i en let bearbejdet form der lagde vægt på en trinvis beskrivelse af talfølgerens udvikling, så talfølger som de selv gruppevis skulle finde på og udfordre andre grupper med, og til sidst opgaver om at bruge ligninger og funktionsudtryk som matematiske modeller, fx omhandlende vandforbrug ved brusebad.

Forløbet blev for de fleste modulers vedkommende dokumenteret ved at en af gymnasielærerne og en af forskerne fungerede som deltagende observatører. Erfa-

ringerne herfra blev diskuteret undervejs i forløbet og indgik dermed som grundlag for lærerens løbende justering heraf.

Eleverne var generelt engagerede gennem hele forløbet. Mange af dem havde imidlertid vanskeligt ved at anvende en hensigtsmæssig symbolsk notation hvilket blev tolket som en indikation på et behov hos nogle elever for en mere systematisk indføring i notationer og symbolbehandling.

*Det andet forløb* på Marie Jørgensens Skole havde karakter af et projektarbejde. Gruppevis fik eleverne mulighed for selv at vælge hvilket emne de ville arbejde med, under den forudsætning at de skulle udføre et forsøg eller på anden måde indsamle data som kunne sammenholdes med en matematisk model. De valgte emner blev: Alkoholforbrænding (to grupper), Den hoppende bold, Konditest, Kost og Ernæring.

Forløbet blev observeret og dokumenteret på samme måde som det første forløb, suppleret med videoptagelser af de to sidste moduler i forløbet. Disse optagelser giver et indtryk af gruppernes arbejde, men giver ikke grundlag for transskription til dokumentation af elevernes brug af symbolbehandlingskompetence.

Der var meget stor forskel på kvaliteten og relevansen af gruppernes arbejde. "Boldgruppen" lavede en meget avanceret forsøgsopstilling til videoptagelse med dataopsamling på computer, og det lykkedes gruppen at opstille en matematisk model i regneark som kunne reproducere målinger for bolde af forskellig størrelse. Der var her tale om brug af symbolbehandlingskompetence på højt niveau både med hensyn til teknisk niveau og dækningsgrad. "Alkoholgrupperne" fik kun indsamlet få data for udviklingen af alkoholpromillen som funktion af tiden efter indtagelse af 2 øl per forsøgsperson, og de fik brugt politiets formel til beregning af den forventede alkoholpromille. Der var imidlertid tale om meget beskedent anvendelse af symbolbehandlingskompetence. De to andre grupper fik også kun i ringe grad brugt symbolbehandling i deres projekter.

Generelt var forløbet nok for ambitiøst i forventningen til at eleverne kunne styre et mindre projektforsøg med fastholdelse af symbolbehandlingskompetence som mål, hvilket reelt var det udfordringen til dem bestod i.

### **Interview med tre af forsøgseleverne**

De opfølgende interviews med tre elever blev gennemført da de var halvvejs gennem 1. g på en gymnasial uddannelse. De omkring 45 minutter lange interviews blev optaget på video, og der blev lavet et kort referat med udvalgte citater af elevernes svar på de enkelte spørgsmål (se SOS-projektets hjemmeside, der som nævnt kan findes via [www.dpu.dk/om/thje](http://www.dpu.dk/om/thje)).

To af eleverne oplevede de nye faglige udfordringer i gymnasiet som spændende. De klarede sig godt og havde valgt matematik på A-niveau. Den tredje elev havde

oplevet matematikundervisningen i grundforløbet som meget krævende og havde nu matematik på C-niveau.

Alle tre elever oplevede at symbolbehandling spiller en central rolle i matematikundervisningen på gymnasiet, og at det er endnu vigtigere at kunne manipulere med og fortolke symboludtryk i gymnasiet end i grundskolen.

Det var gennemgående at eleverne kunne huske væsentlige elementer fra forsøgsundervisningen, og de to fagligt stærke elever udtrykker et bevidst forhold til symbolbehandlingskompetence:

Det vi lavede i 9. klasse med selv at opstille formler og bruge symboler, tror jeg har hjulpet mig i gymnasiet, men det er jo svært at vide hvordan man har lært noget.

I gymnasiet arbejder vi hele tiden med symboler. Vi løser altid ligningerne symbolsk inden vi sætter tal ind. Selvom det er forskelligt fra 9. klasse, synes jeg ikke det er specielt svært. Jeg er rimelig nem at overbevise om at man lige så godt kan regne med bogstaver som med tal.

Under interviewene blev eleverne udfordret med konkrete opgaver i forhold til alle tre aspekter af symbolbehandlingskompetence, hvilket resulterede i dokumentation af besiddelse af kompetencen på tre forskellige niveauer: ekvilibristisk, sikker og usikker. Forskellen i kompetencebesiddelse hvad angår manipulation med symboler, var meget iøjnefaldende. Den usikre elev var således ikke i stand til at isolere  $b$  af formlen:  $b \cos(A) = c$ , mens de to andre var sikre i at opstille og manipulere med udtryk som  $K_{n+1} = K_n + rK_n = (1+r)K_n$  og  $K_n = K_0(1+r)^n$  for fast forrentning af en kapital – i øvrigt et eksempel som de to elever selv gav til illustration af trinvis udvikling.

Alle tre interviewede elever kunne – den usikre med betydelig støtte – opstille både en formel for den trinvis udvikling i og et funktionsudtryk for antallet af klodser i en pyramidetrappe, og alle tre gav udtryk for at de kunne huske at have arbejdet med symboludtryk for trinvis udvikling af talfølger i 9. klasse. Den ene elev refererede selv til den “fede oplevelse” det havde været selv at udlede et funktionsudtryk for pyramidetrappen i forløbet i 9. klasse. Tilsyneladende er det selv at have lavet en formel og kontrollere at den virker, noget der sætter sig markante spor i hukommelsen.

## Fortolkning

Den didaktiske analyse har givet grundlag for konkret at vurdere mulighederne for at gennemføre undervisningsforløb med et eksplicit fokus på symbolbehandlingskompetence med støtte i den gennemførte didaktificering. Herved dannes også et grundlag for kritik og videreudvikling af didaktificeringen. Den didaktiske analyse giver også – om end i mindre grad – grundlag for at vurdere vilkårene for at formidle indholdet

og betydningen af symbolbehandlingskompetence til eleverne og fremme elevernes udvikling heraf. Det er klart at en mere omfattende opfølgende interviewundersøgelse ville have givet et betydeligt bedre grundlag for en sådan vurdering.

Det skal understreges at vi i SOS-projektgruppen i høj grad anskuede det overordnede problemfelt om sammenhæng mellem grundskolens og gymnasiets matematikundervisning som en didaktisk udfordring for begge uddannelsesstrin. Når vi valgte kun at gennemføre egentlig forsøgsundervisning og tilhørende didaktisk analyse på 9. klassetrin, var det på grund af ressourcemæssige begrænsninger. Selv om den konkrete didaktificering var rettet mod udvikling af undervisningsforløb til 9. klassetrin, var det et væsentligt element i projektet at både seminarlærerne og gymnasielærerne medvirkede i hele den didaktiske modelleringsproces, herunder forsøgsundervisningen.

For gymnasielærernes vedkommende har projektet givet anledning til øget fokus på at støtte elevernes udvikling af symbolbehandlingskompetence i deres egen undervisning. Som et vigtigt element heri fremhæver gymnasielærerne specielt analysen af hvad symbolbehandlingskompetence kan omfatte på 9. klassetrin og i gymnasiet, samt arbejdet med at udvikle undervisningsoplæg og opgaver ud fra et kompetenceperspektiv.

Seminarlærerne havde naturligt en interesse i den samlede didaktiske modelleringsproces der ligger tættest på et matematikdidaktisk forskningsperspektiv. Mere specifikt er en kompetenceorienteret tilgang til matematikundervisning i sig selv særdeles relevant som indhold i læreruddannelsen. Metodisk set er brugen af "konstruktion af episoder" et oplagt didaktisk virkemiddel til dels at støtte de lærerstudendes udvikling af en didaktisk fantasi i forhold til samspillet med eleverne, dels til at etablere et fælles udgangspunkt for diskussion af det faglige og didaktiske indhold i en konkret undervisningssituation.

Det har imidlertid ikke været sigtet med denne artikel at give en nærmere belysning af udbyttet af projektet i forhold til gymnasiet og læreruddannelsen. Som perspektiv på didaktisk modellering som metode er det imidlertid en pointe at man på grundlag af de samme indledende faser som i SOS-projektet kunne have foretaget andre former for didaktisk analyse. Det kunne fx dreje sig om tilrettelæggelse af forsøgsundervisning målrettet gymnasiets eller læreruddannelsens matematikundervisning eller om analyser som slet ikke havde forsøgsundervisning som omdrejningspunkt, men fokuserede på fortsatte teoretiske analyser ud fra forskellige positioner.

Sammenfattende giver den didaktiske modellering i SOS-projektet anledning til at fremhæve følgende forhold:

- Arbejde med både afkodning, oversættelse og symbolbehandling som elementer i symbolbehandlingskompetence kan kvalificere både lærere og elevers beskæfti-

gelse med symboler i matematikundervisningen, ikke mindst ved at udgøre et for alle parter meningsfuldt perspektiv på dette arbejde.

- Et sådant “bredspektret” kompetenceperspektiv kan støttes gennem opmærksomhed på dækningsgrad som en af flere dimensioner i besiddelsen af en kompetence.
- De kvalificeringsmæssige potentialer ved at arbejde med alle aspekter af symbolbehandlingskompetence drejer sig både om tilrettelæggelse, gennemførelse og formativ evaluering af undervisningen.
- Den summative evaluering af elevernes læring er derimod ikke blevet kvalificeret af det brede og flerdimensionelle kompetenceperspektiv på matematikundervisningen, snarere tværtimod. Ved at arbejde indgående med den formative evaluering er den summative evalueringens begrænsninger blevet tydeliggjort uden at det har ligget inden for dette projekts rammer at arbejde med dette skisma.
- Der er et stort potentiale i at gøre forståelsen af variabelbegrebet til omdrejningspunkt for udvikling af symbolbehandlingskompetence i matematikundervisningen.
- Eksplicit opmærksomhed på udvikling af symbolbehandlingskompetence med variabelbegrebet som omdrejningspunkt kan virke både motiverende og udfordrende på lærere i grundskolen og gymnasiet. Motiverende fordi det italesætter og konkretiserer nogle allerede eksisterende ambitioner hos matematiklæreren, udfordrende fordi man bliver forpligtet på disse ambitioner når først de er italesat, og – ikke mindst – fordi det er uvant.
- Konstruktion af episoder i matematikundervisningen kan i den forbindelse af lærere opleves som et refleksionsværktøj det er vanskeligt at deltage i udviklingen af, men som er nyttigt at bruge, ikke mindst hvis konstruktionerne foretaget af andre ledsages af diskussioner om deres relevans og anvendelse.

Overordnet bestyrker erfaringerne fra SOS-projektet tesen om at kravene til elevernes symbolbehandlingskompetence er kvalitativt forskellige i grundskole og gymnasium, og at denne forskellighed er væsentlig for hvordan eleverne oplever overgangen. Projektet har bevirket at lærerne i både grundskolen og gymnasiet efter egne udsagn fokuserer meget mere eksplicit på symbolbehandlingskompetence i deres undervisning end tidligere, fordi deres oplevelse er at en sådan fokusering giver god mening i forhold til elevernes vanskeligheder. Inden for projektets rammer er det imidlertid ikke muligt at vurdere om forsøgsundervisningen har bevirket at de berørte elever klarer sig bedre og/eller oplever bedre sammenhæng i matematikundervisningen ved overgangen fra grundskole til gymnasium.

## Procesevaluering

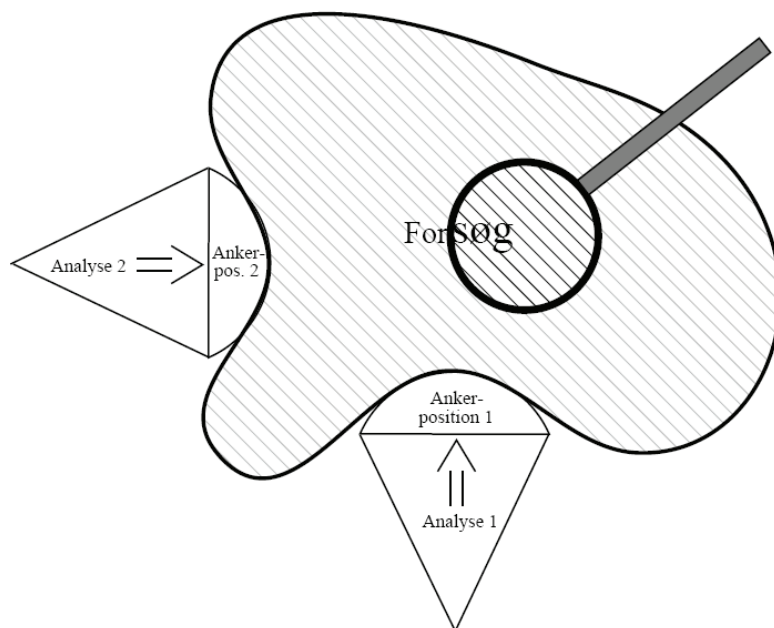
Da vi besluttede at gå ind i SOS-projektet, var det med en eksplicit udtrykt ambition: Vi ville eksperimentere med hvordan vi kunne bidrage til at gøre det både forsknings-

og udviklingsmæssigt relevant og vedkommende.

Denne ambition har haft stor betydning for vores bidrag til og oplevelse af projektet, og i det følgende vil vi se tilbage på processen som helhed i lyset af vores dobbelte sigte hermed. Det vil vi gøre ved at kombinere nogle forskningsmetodiske refleksioner og fordringer (jf. Jensen, 2007a, kap. 8 og 11, som afsnittet her rummer lettere redigerede uddrag af) med vores evaluering af SOS-projektet i dette metodiske perspektiv.

### Determinismefælden og dens “omvendte”

Forsøgsbaserede undersøgelser har en cyklus som i første omgang kan deles op i faserne etablering, gennemførelse og efterbearbejdning – uanset om genstandsfeltet for forsøget er undervisning, fysik, medicin eller noget helt andet. Etableringen handler om at skabe en ramme om forsøget, herunder at beslutte sig for hvilke karakteristika – hvilke “deformeringer” af rammen – man anser som særligt vigtige i forhold til målet med forsøget. Under og efter forsøgets gennemførelse kan man så “sætte lup” på udvalgte aspekter, herunder en eventuel forbindelse tilbage til de deformeringer man omhyggeligt påførte forsøgsrammen, jf. visualiseringen af denne beskrivelse i figur 3.



Figur 3. En visuel model af forsøgsundervisning som didaktisk virkemiddel (Jensen, 2007a, s. 177).

Etablerings- og efterbearbejdningsfaserne inviterer til det man med reference til forsøgets gennemførelse kan kalde henholdsvis præ- og post-analyse. Metodisk set spiller

de en vidt forskellig rolle: Præ-analysen *danner grundlag* for etableringen af forsøgsrammerne mens post-analysen handler om *konsekvenserne af* disse rammer.

Denne forskellighed gør at man skal passe på ikke at falde i *determinismefælden*, som vi bruger som betegnelse for det at arbejde ud fra en hypotese om at der analytisk set kan sættes implikationstegn fra teoretiske studier af undervisning til det læringsmæssige udbytte af at deltage heri. I forhold til det at gennemføre forsøg svarer det til en forestilling om at man kan "diktere" bestemte (ønskede) forsøgsresultater ved at være tilstrækkeligt omhyggelig med præ-analysen. Det er nok en rimelig ambition af have inden for visse dele af eksperimentel fysik og medicin, men med fokus rettet mod en så "uregerlig" og indeterministisk størrelse som undervisning er det en naiv og fordømmende tilgang til både videnskab og mere konkret udviklingsarbejde.

Den "*omvendte*" *determinismefælde* handler om at overse de metodiske begrænsninger ved post-analysen af forsøgsresultaterne. Fokus er her rettet mod dels at forstå de resultater som forsøget har genereret, dels at identificere på hvilken måde og i hvilken grad disse resultater er et resultat af forsøgsrammens karakteristika. Motivationen for at det er netop disse karakteristika forsøget er underlagt, er derimod ikke en del af post-analysen. En forståelse heraf udgør en selvstændig og epistemologisk set uafhængig del af præ-analysen, hvilket er vigtigt at være opmærksom på for at undgå analytiske "kortslutninger". Hvis man – jf. figur 3 – med "luppen" i hånden er på udgik efter konsekvenserne af nogle påførte deformationer af en forsøgsramme, kan man ikke i samme ombæring dissekere de "vaffelis" som har afstedkommet disse deformationer.

I *SOS-projektet* har en del af vores bidrag bestået i at tage disse to varianter af determinismefælden i ed. I dette perspektiv har brugen af didaktisk modellering som metode af flere grunde været en ubetinget succes.

For det første har faseopdelingen af et forsknings- og udviklingsarbejde, som vores model af en didaktisk modelleringsproces jo er udtryk for, været en måde at *eksplisitere* på at der både er og bør være en præ- og en post-analyse i et sådant forløb. Og eksplicitering af og dermed bevidstgørelse om dette grundvilkår er i sig selv et godt udgangspunkt for at undgå at falde i determinismefældens forskellige varianter.

For det andet har det analytisk set været nyttigt at *detaljere* faserne i processen rundt omkring forsøgsundervisningen i forhold til den simple præ- og post-tilgang. Visualiseringen i figur 3 er god når man skal forklare dynamikken i denne proces, netop fordi sagen er simpelt stillet op, men da vi mere konkret skulle tilrettelægge en sådan proces var faseopdelingen i figur 1 et nyttigt struktureringsværktøj. Den – faseopdelingen – gjorde det muligt for os både at fastholde en ambition om at projektet i sidste ende skulle udgøre et sammenhængende hele, og at dele det op i mindre bidder når der skulle analyseres, konkluderes og rapporteres, jf. struktureringen af denne artikel og forrige afsnits fasespecifikke (og ikke-deterministiske) konklusioner.



For det tredje har arbejdet med didaktisk modellering synliggjort et behov for at kunne *kommunikere og diskutere* internt i SOS-projektgruppen om forholdet mellem præ-analysen og selve gennemførelsen af forsøgsundervisningen. Specielt arbejdet med didaktificering som en del af præ-analysen viste sig nyttigt i den forbindelse, med udarbejdelsen af ankerpositioner og episodekonstruktioner som det mest synlige resultat.

### **Arbejdet med ankerpositioner og episodekonstruktioner**

En positivt fremadrettet effekt af at være opmærksom på determinismefælden er at det bliver tydeligt hvor uundværlig læreren er som “brobygger” mellem præ-analysen af et undervisningsforløb og elevernes udbytte heraf, når man nu ikke kan forlade sig på et deterministisk forhold mellem de to. Brobygger-udfordringen gør at en god lærer bl.a. er karakteriseret ved konstant at stille to former for kritiske spørgsmål til sin egen tilrettelæggelse af undervisningen (jf. omtalen af “den gode matematiklærer” i Niss & Jensen, 2002, s. 158ff): Er den – tilrettelæggelsen – i overensstemmelse med og inspireret af forskellige mere overordnede (teoretiske) perspektiver på undervisningen af lærings- og begrundelsesmæssig karakter? Giver den observerede respons på undervisningens gennemførelse anledning til at revidere tilrettelæggelsen heraf?

Dette perspektiv på den gode lærer har været med til at forme vores arbejde i SOS-projektet. Det hænger sammen med at et af vores bagvedliggende motiver for at deltage i projektet som tidligere nævnt var at blive klogere på hvordan forskningsbaseret viden om og praksis inden for matematikundervisning kan virke gensidigt inspirerende. Den stramme fokusering på symbolbehandlingskompetence har været en væsentlig forudsætning for det forskningsmæssige udbytte af projektet.

Ville vores bidrag til projektet mon så være inspirerende for de andre i projektgruppen, der som nævnt i indledningen alle var lærere på forskellige uddannelsesstrin? Ville vores perspektiver på sagen være interessante at følge og høre om – fx i artikler som denne – for lærerkolleger og andre personer involverede i matematikundervisningens organisering og tilrettelæggelse? Positive svar på disse spørgsmål troede og tror vi er betinget af at didaktificeringen dels knytter an til den eksisterende undervisningspraksis som disse personer oplever den, dels ikke forsøger at fastlægge tilrettelæggelsen ned til mindste detalje og derved gøre det svært for den enkelte at forestille sig personligt tilpassede varianter.

Med andre ord: Selv om vi havde troet på en entydig sammenhæng mellem bestemte teoretiske studier og en nøje fastlagt måde at tilrettelægge undervisningen på, ville en sådan analyse ikke være et konstruktivt bidrag til et forsknings-udviklings-samarbejde fordi det ikke stimulerer de former for refleksion som vi netop mener er med til at karakterisere den gode lærer.

Opmærksomheden på determinismefælden og ønsket om at stimulere andre del-

tagere i projektets tilrettelæggelsesmæssige refleksioner pegede i samme retning: Didaktificeringen skulle munde ud i nogle overordnede principper for undervisningens tilrettelæggelse som dels skulle være så konkrete at de kunne bidrage til at sikre at resultaterne af systematiseringen blev respekteret, dels så åbne at de ikke sendte det signal at der nu forelå en "opskrift" på hvordan der skulle undervises, som overflødiggjorde lærerens personliggørelse af didaktificeringen og yderligere selvstændige tilrettelæggelsesovervejelser.

Denne fordring blev delvist realiseret med "ankerpositionerne" i relation til undervisningens tilrettelæggelse, som hele projektgruppen var med til at formulere og bakke op om. Efter diskussioner i projektgruppen blev det imidlertid tydeligt at grundskolelærerne følte sig usikre på hvad ankerpositionerne mere konkret indebar. Hvordan kunne de bruge dem konstruktivt i deres arbejde med at tilrettelægge forsøgsundervisningen? Det var i dette perspektiv at de konstruerede episoder blev til, og det var i relation til denne usikkerhed at episoderne som tidligere nævnt virkede inspirerende på lærerne. De fungerer som en udfoldning af de fagdidaktiske ambitioner "på klasserumsniveau" der skaber en ikke-deterministisk forbindelse mellem præ-analysen og tilrettelæggelsen af forsøgsundervisning.

### **Tidsperspektivet i forsøgsundervisningen**

Det forsknings- og udviklingsmæssige sigte med SOS-projektet trak umiddelbart i hver sin retning med hensyn til forsøgsundervisningens tilrettelæggelse og omfang. Forskningsmæssigt bliver forsøgsundervisning metodisk set mest "håndterbart" hvis der er tale om så kort et forløb at man indholdsmæssigt kan fastholde et valgt fokus hele vejen igennem og ressourcemæssigt kan overkomme at analysere alle de fremkomne data i detaljer. Samtidig er disse karakteristika med til at gøre kortvarig forsøgsundervisning urealistisk snævert i et udviklingsperspektiv. Med udviklingspotentiale for øje vil det alt andet lige være hensigtsmæssigt at tilrettelægge forsøget med respekt for den kompleksitet og tidsmæssige udstrækthed som karakteriserer al undervisning, men det bevirker altså samtidig et træk i retning af forskningsmæssig "uhåndterbarhed".

Dette skisma er vi overbeviste om er en af de væsentlige årsager (de forskningsmæssige ressourcer er en anden) til at forsøgsundervisning med et langt tidsperspektiv forskningsmæssigt er underbelyst inden for matematikkens didaktik (Niss, 2001). Denne underbelysning rummer efter vores vurdering en betydelig forklaringskraft i forhold til at forstå og arbejde med det vel nok største problem inden for matematikkens didaktik: afstanden mellem den forskningsmæssige viden og den undervisningsmæssige praksis. Der er således efter vores mening gode grunde til at vælge et langt tidsperspektiv når man skal tilrettelægge forsøgsundervisning som indgår i en forskningsproces.

I SOS-projektet fandt vi et kompromis mellem de forskellige hensyn. På den ene side

var rammen om forsøgsundervisningen helårlige tidsmæssigt autentiske gennemførelser af 9. klassetrin. På den anden side havde vi i projektgruppen ikke ressourcer til at være massivt til stede gennem et helt år, hvilket er baggrunden for modellen med et mere afgrænset efterårs- og forårsforløb på hver skole, som alle blev fulgt og dokumenteret så tæt som der i situationen og i forhold til SOS-projektets samlede timebudget var ressourcer til.

### **Samarbejdet mellem forskere og praktikere**

En af fordelene ved i udgangspunktet at medindtænkte undervisningen som helhed i et forsøg er at det imødekommer lærerens dagsorden. Ud over sin pædagogiske interesse for helheden i skoleforløbet er han/hun jo både moralsk og juridisk forpligtet på at tage hånd om det samlede undervisningsforløb lige fra opstart til den summative evaluering ved udgangen, ikke kun de enkeltelementer som man ud fra en forskningsinteresse kunne være interesseret i at kigge isoleret på og koncentrere kræfterne om.

Ved på denne vis at skabe et interessefællesskab og generelt vise imødekommenhed over for læreren som samarbejdspartner bliver det muligt at etablere den form for samarbejde mellem forsker og praktiker som Wagner (1997, s. 15) med reference til uddannelsesforskning generelt kalder et *klinisk partnerskab* og karakteriserer ved følgende forhold (ibid., s. 17, vores oversættelse):

*Fokalt forskningsspørgsmål:* Hvordan kan praktikere og forskere arbejde sammen for at forbedre viden om skolegang og praksis i skolerne?

*Forskningsproces:* Systematisk undersøgelse tilrettelagt og rapporteret af forsker og praktiker i fællesskab.

*Kontekst og ståsted:* Forskeren står uden for skolesystemet og er involveret i refleksion; praktikeren er inden for skolesystemet og er involveret i handling og refleksion.

*Model til at stimulere forandring:* Forskere og praktikere gennemfører i samarbejde forskning vedrørende problemer i tilknytning til praksis for at hjælpe praktikere med at forbedre deres egen effektivitet.

*Ekspertroller:* Forskeren er forsker og samarbejdspartner; praktikeren er praktiker og samarbejdspartner.

De valg som således ifølge Wagner karakteriserer et klinisk partnerskab – som vi vil foreslå på dansk får den mindre afskrækkende betegnelse “rollebevidst partnerskab” – svarer rigtig godt til den form for samarbejde som vi i udgangspunktet gerne ville etablere, og som efter vores vurdering også lykkedes for os i projektgruppen.

At det lykkedes, var på helt afgørende måde med til samlet set at gøre SOS-projektet til en succes. Når vi tillægger det stor betydning, skyldes det dels vores almindelige

tilfredsstillelse ved godt samarbejde, dels en oplevelse af at forskning inden for matematikkens didaktik først og fremmest medvirker til forbedringer af undervisningens praksis gennem udviklingsprocesser der involverer aktiv deltagelse af lærere og administratorer.

## Referencer

- Blomhøj, M. (2006b). Konstruktion af episoder som forskningsmetode – læringsmuligheder i IT-støttet matematikundervisning. I: O. Skovsmose & M. Blomhøj (red.), *Kunne det tænkes? – om matematiklæring* (s. 228-254). København: Malling Beck.
- Blomhøj, M. & Jensen, T.H. (2007). What's all the fuss about competence? Experiences with using a competence perspective on mathematics education to develop the teaching of mathematical modelling. I: W. Blum et al. (red.), *Modelling and applications in mathematics education – The 14<sup>th</sup> ICMI-study* (s. 45-56). New York: Springer.
- Gregersen, P., Jensen, K., Jensen, T.H. & Pedersen, B.B. (2001). *Matematrix 8*. København: Alinea.
- Jensen, T.H. (2007a). Udvikling af matematisk modelleringskompetence som matematikundervisningens omdrejningspunkt – hvorfor ikke? *IMFUFA-tekst*, (458). Roskilde: Roskilde Universitetscenter. Ph.d.-afhandling. Kan rekvireres ved henvendelse til imfufa@ruc.dk.
- Jensen, T.H. (2007b). Assessing mathematical modelling competency. I: C. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (red.), *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics* (s. 141-148). Chichester, UK: Horwood.
- Jensen, T.H., Larsen, L.H., Pedersen, B.B. & Sonne, H. (2002). *Matematrix 9*. København: Alinea.
- Jensen, T.H., Larsen, L.H., Pedersen, B.B. & Sonne, H. (2004). *Matematrix 7*. København: Alinea.
- Kieran, C. (2007). Research on the learning and teaching of school algebra at the middle, secondary and college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. I: F.K. Lester Jr., *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 707-762). USA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Mellin-Olsen, S. (1997). *Indlæring som social proces – fra Piaget til Marx*. Oslo: Gyldendal.
- Niss, M. (2001). Issues and problems of research on the teaching and learning of applications and modelling. I: J.F. Matos, W. Blum, K. Houston & S.P. Carreira (red.), *Modelling and mathematics education (ICTMA 9): Applications in science and technology* (s. 72-88). Chichester, UK: Horwood.
- Niss, M. & Jensen, T.H. (red.) (2002). Kompetencer og matematiklæring: Idéer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark. *Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie, 2002(18)*. København: Undervisningsministeriet.
- Schultz, R. (red.). (2005). *Matematiske kernekompetencer i folkeskolen, i de gymnasiale uddannelser og i læreruddannelsen – 1. delrapport*. Odense: CVU Fyn.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflection on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, (22), s. 1-36.

- Skemp, R. (1978). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Arithmetic Teacher*, 26(3), s. 9-15.
- Skovsmose, O. (2006). Kritisk forskning – pædagogisk udforskning. I: O. Skovsmose & M. Blomhøj (red.), *Kunne det tænkes?* (s. 255-272). København: Malling Beck.
- Sutherland, R. et al. (red.). (2001). *Perspectives on school algebra*. Dordrecht, Holland: Kluwer.
- Wagner, J. (1997). The Unavoidable Intervention of Educational Research: A Framework for Reconsidering Researcher-Practitioner Cooperation. *Educational Researcher*, 26(7), s. 13-22.

# Bedømmelse af praktik i videregående uddannelser

## – portfolio og praksislæring i farmaceutuddannelsen

*Frederik Voetmann Christiansen, Institut for Medicinalkemi, Københavns Universitet*

*Ellen Westh Sørensen & Birthe Søndergaard, Institut for Farmakologi*

*og Farmakoterapi, Københavns Universitet*

*Camilla Rump, Institut for Naturfagenes Didaktik, Københavns Universitet*

*Lotte Stig Haugbølle, Pharmakon A/S*

*Hvad er de didaktiske begrundelser for praktikophold i videregående uddannelser? Og hvordan kan udbyttet bedømmes? Artiklen analyserer hvad det er de studerende skal lære i studieopholdet i farmaceutuddannelsen, og giver på denne baggrund begrundelser for brugen af portfolio som lærings- og bedømmelsesredskab. Studieopholdet på apotek indebærer et markant skift i læringskontekst for de studerende, og det har betydning for de studerendes tilgange til læring, deres fagopfattelse, de tilgængelige kilder til læring, hvordan problemer skal angribes, og hvordan de studerende skal organisere deres viden. Der gives eksempler fra pilotprojekter med portfolio og fra det øvrige udviklingsarbejde. Som opsamling diskuteres bedømmelseskriterier for vurderingsporteføljen, og det drøftes i hvilket omfang erfaringerne fra farmaceutuddannelsen kan overføres til andre naturfaglige fagområders praktikordninger.*

## Introduktion

Mange videregående naturfaglige uddannelser indeholder et eller flere praktikelementer. Mens mange af de traditionelle akademiske fag indeholder praktik som et valgfrit element, indgår praktik som en obligatorisk del af uddannelsen i de fleste professionsuddannelser hvad enten der er tale om mellemlange eller lange videregående uddannelser (fx uddannelse til lærer, diplomingeniør, sygeplejerske, farmaceut, læge mv.). Men hvilke didaktiske begrundelser kan der gives for praktikopholdene, og hvordan kan de bedømmes på en måde der understøtter læringen i forløbet? I forhold til professionsbacheloruddannelserne har Evalueringscenteret igennem længere tid fokuseret på praktikken og blandt andet efterlyst klarere målsætninger for praktikopholdene og en sammenhæng mellem sådanne målsætninger og evalueringskriterierne (se fx EVA, 2005, s. 38). I en kortlægning af praktikordningen i diplomingeniørud-

dannelserne beskrives ligeledes hvordan studerende, virksomheder og institutioner alle er glade for praktikken, men at målene med praktikken for alle parter er “meget løst formuleret” (Fahlén & Dahl, s. 13). Dette er formodentlig et billede der rækker ud over diplomingeniøruddannelserne – de studerende, aftagerne og institutionerne er glade for praktikken, men målsætningerne for læringen i praktikken er ofte uklare, og dermed bliver relationen mellem praktikopholdet og den øvrige uddannelse også vanskelig at håndtere. I denne artikel vil vi analysere hvad vi mener de studerende skal lære i praktikopholdet i farmaceutuddannelsen, og hvorfor vi mener brug af læringsportfolio (jf. tekstboks 1) er et velegnet instrument til at hjælpe de studerende til at lære det tilsigtede og bedømme opholdet som helhed.

#### **Tekstboks 1: Hvad er en læringsportfolio?**

En læringsportfolio er en systematisk samling af elev- eller studenterarbejder indsamlet gennem et læringsforløb. Arbejderne kan have meget forskellig karakter. Ideen om portfolier stammer fra de kunstneriske fag, hvor man når man fx søger et job, fremviser en portfolio med tidligere udførte arbejder. I læringsportfolier fremvises på samme måde konkrete selv-producerede produkter der uddybes med refleksioner over egen læring og udvikling. Fokuset i læringsportfolien er således på studentens egen læring og læringsproces, og det er denne der gøres til genstand for bedømmelse. Praktisk foregår bedømmelsen ved at studenten udvælger centrale arbejder fra portfolien til bedømmelse efter givne kriterier. Derfor skelnes der som regel mellem procesportfolio, som udgør hele den studerendes “samling”, og vurderingsportfolien, som er de centrale arbejder der er udvalgt til bedømmelse. Den summative evaluering er således knyttet alene til vurderingsporteføljen og er dermed skarpt adskilt fra den formative evaluering der finder sted i forbindelse med udarbejdelsen af de enkelte bidrag i procesporteføljen. For yderligere information om læringsportfolier henvises til Taasen et al. (2004).

I farmaceutuddannelsen er der placeret et halvt års praktikophold på 8. semester. Det er et afgørende element i farmaceutuddannelsen – både fordi deltagelse i studieophold på apotek er et formelt krav for at opnå autorisation til at arbejde som farmaceut på apotek og sygehusapotek, og fordi studieopholdet på afgørende måde bidrager til den faglige udvikling hos de studerende. Hidtil har studieopholdet været bedømt på baggrund af et projekt normeret til 4 ugers arbejde (ud af 26) og en attest fra apoteket der fungerede som indstillingsgrundlag for bedømmelsen, men fra foråret 2007 bedømmes de studerende på baggrund af udfærdigede læringsportfolier. De studerende skal i løbet af deres studieophold udfærdige en procesportfolio, og ud fra denne vælger den studerende relevante arbejder til vurdering ved studieopholdets afslutning.<sup>1</sup> Vi vil i det følgende redegøre for nogle af de begrundelser der ligger bag

1 For yderligere information om portfoliomethoden som læringsredskab kan henvises til (Taasen et al., 2004).

valget af portfoliemetoden til bedømmelse af studieopholdet, og vi vil give eksempler til illustration fra det udviklingsarbejde der har stået på i 2 år op til metoden bliver implementeret i stor skala (med op mod 200 studerende årligt).

Studieophold på apotek har længe været en velfungerende studieenhed i farmaceutuddannelsen. Det ses bl.a. afspejlet i de meget grundige evalueringer der har været lavet (Sørensen & Klinke, 2003, Sørensen et al., 2004, Sørensen & Petersen, 2005, Sørensen et al., 2006). Der har også generelt været tilfredshed med projektarbejdet der typisk blev lavet i grupper af 2 og udgjorde den centrale del af grundlaget for bedømmelsen. Når det ikke desto mindre blev besluttet at lave om i tilrettelæggelsen af studieopholdet og bedømmelsen af det, skyldtes det to forskellige forhold af hhv. strukturel og didaktisk karakter. Det er de didaktiske overvejelser der især optager os i denne sammenhæng, men de strukturelle krav kan kort opsummeres således:

- Farmaceutuddannelsens overgang til bachelor-kandidat-strukturen (3+2) sammen med eksamensbekendtgørelsens krav om at højst en tredjedel af uddannelsen må bedømmes med bestået/ikke bestået. Ved 3+2-opdelingen fik man et problem med overholdelsen af eksamensbekendtgørelsens krav om andelen af kurser bedømt med bestået/ikke-bestået på kandidatniveau. Der skulle således indføres karakterskala-bedømmelse på studieopholdet.
- I forbindelse med etableringen af fagets videnskabsteori skulle der oprettes et kursus i etik hvilket betød at studieopholdet skulle inkludere det tidligere særskilte kursus i lægemiddelekspedition og kundekommunikation, og bedømmelsen skulle også afspejle det nye indhold.

Den nedsatte arbejdsgruppe fandt at der var grund til at overveje om en projekteksamen var den rigtige måde at evaluere studieopholdet på, og om projektet i tilstrækkelig grad bidrog til indfrielsen af studieopholdets målsætninger. De kursusansvarlige havde fået flere tilkendegivelser fra vejlederne fra apotekerne om at det langt fra var altid at apoteket havde nogen nytte af projekterne. Endvidere var det opfattelsen at projektet ikke i tilstrækkelig grad afspejlede de studerendes samlede ophold og de mange opgaver der mere naturligt var indeholdt i studieopholdet.

Dette afspejlede sig også i studenterevalueringerne af projektarbejdet. Groft sagt kunne man inddele tilbagemeldingerne fra de studerende i to kategorier, alt efter om de studerende fandt at projektet understøttede deres funktion på apoteket, eller om det fjernede opmærksomheden fra den. En del studerende oplevede at have valgt projekter der af apoteket blev oplevet som bidragende og interessante, fx de følgende to:



“Det har været udbytterigt at lave projektet. Vi skulle tage kontakt til mange forskellige mennesker, som alle var involveret i vores projekt og planlægge og koordinere deres tid og møder med dem. Vi har lært at ‘sælge’ vores projekt og fået lavet noget, vi ved kan bruges. Det er meget tilfredsstillende.” (Sørensen et al., 2006)

“Det var motiverende at udføre et projekt, som apoteket kan anvende i den videre udarbejdelse af relevante valideringsrutiner for aseptisk lægemiddelproduktion”. (Sørensen et al., 2003)

Andre studerende oplevede projektet som et – velkomment eller uvelkomment – afbræk fra den arbejdspraksis de var kommet til at indgå i:

“Det er da røvsygt at lave projekt. Hvad er det lige vi skal bevise med det? Det har været en stressfaktor under hele forløbet fordi jeg kom bagud, og jeg har brugt oceaner af min valgfri tid på det fordi jeg er alene om det. Kan ikke se at jeg eller apoteket får udbytte af projektet svarende til det arbejde der ligger bag. Jeg ville hellere have stået 4 uger mere i skranken eller noget ... – det er efter min mening det man lærer noget af. Alternativt kunne man måske lave det om til nogen flere små opgaver.” (Sørensen et al., 2006)

“Emnet var ikke så interessant som ventet. Ser ikke helt formålet med at udføre sådan et projekt, som skal skræres ned på 10 sider. Positivt var det dog at opfriske projektskrivningsteknik.” (Sørensen et al., 2003)

De studerendes kommentarer omkring funktionen af projektarbejdet peger på noget af det der er vigtigst at lære i apoteksopholdet. De studerende skal først og fremmest *lære en ny og for mange studerende fremmed og uvant måde at lære på* hvor læreprocessen i vid udstrækning er underordnet og skal understøtte en arbejdspraksis. Studieopholdet repræsenterer et dramatisk skift i *læringskontekst* for de studerende. I det følgende vil vi diskutere konsekvenserne af dette skift i læringskontekst for de studerende. Samtidig vil vi drøfte de didaktiske begrundelser for valg af portefolieeksamen der kan understøtte de studerendes læring i studieopholdet.

## Skift i læringskontekst

Skiftet i læringskontekst betyder at der i forbindelse med studieopholdet stilles helt nye og anderledes krav til de studerendes faglige handlen end dem de kender fra universitetet. De studerende skal til at tænke på læring, fag, fænomener og problemer på uvante måder. I tabel 1 findes en skematisk oversigt over de for os at se væsentligste forhold som skiftet i læringskontekst fra universitet til praktik indebærer.

Betydning af skift i læringskontekst	Universitet	Praktik
Opfattelse af og tilgang til læring Opfattelse af fag	Individuel tilegnelse	Kollektiv tilegnelse
Kilder til læring	Primært formelle	Primært uformelle
Læringsobjekter	Teoretiske læringsobjekter Fagligt afgrænsede Enkeltfagligt perspektiv	“Reelle” læringsobjekter Tværfaglige Flerfagligt perspektiv
Krav til organisering af viden	Fra teori til fænomen Teoretisk (deklarativ) viden	Fra fænomen til teori Procedural viden Episodisk viden Tommelfingerregler osv.

*Tabel 1: Oversigt over betydning af skift i læringskontekst fra universitet til praktik.*

I det følgende vil vi gennemgå tabellens elementer og beskrive hvad vi mener med de enkelte punkter. Under hvert punkt vil vi drøfte hvorfor portfoliemetoden er velegnet til at adressere de enkelte elementer.

### **Opfattelser af læring, tilgange til læring og fagforståelse**

På universitetet er fokus for læringen i vid udstrækning lagt på individets tilegnelse af et specifikt fagligt og overvejende teoretisk afgrænset stof. Dette er institutionaliseret i opdelingen af fagelementerne, i eksamensbekendtgørelsen osv. I den professionelle praksis på apoteket er fokus i mindre grad på den individuelle tilegnelse og i langt højere grad på den kollektive tilegnelse – tilegnelsen af viden på apoteket skal også komme apoteket og kunderne til gode. Den forskel som de studerendes udsagn illustrerer med hensyn til opfattelsen af projektarbejdet, handler om hvorvidt projektet blev inddraget som et format der bidrog til udviklingen af apoteket, eller som et mere akademisk indslag der skulle tilfredsstille bedømmerne på universitetet. På trods af at apotekerne generelt har haft stor indflydelse på de studerendes valg af problemstilling (i ca. 3 ud af 4 tilfælde), var det typisk kun ca. halvdelen af de studerende der mente at apoteket ville bruge projektets resultater.

I litteraturen om praksislæring peges ofte på relationen mellem den lærende og læringskonteksten som en af de betydende faktorer for de studerendes opfattelser af og tilgange til læring (fx Handal & Lycke, 2004, Eraut et al., 2004). I den almene læringsteori har teorier om situeret læring og praksisfællesskaber i stigende grad vundet indpas (Lave & Wenger, 1991, Wenger, 1999) på bekostning af mere kognitive opfattelser der i højere grad beskriver læring som individuel tilegnelse af et dekontekstualiseret stof gennem etablering af kognitive skemaer – og uden synderligt fokus

på de sociale relationer i læringskonteksten (se fx Etaläpelto & Collin, 2004).

På en måde afspejler apoteket og universitetet disse forskellige opfattelser af læring, med universitetets fokus på den individuelle tilegnelse og apotekets fokus på den kollektive tilegnelse. Det er et vigtigt mål med studieopholdet at de studerende faktisk ændrer deres opfattelse af og tilgang til læring, at de oplever at deres læring ikke kun tjener deres individuelle behov, men også indgår i og kan bidrage til et større fælles projekt. I et omfattende britisk studie af nyansattes læring<sup>2</sup> beskrives dette skift af nyansatte som lidt af en ahaoplevelse, fx i denne sigende beskrivelse fra en nyansat revisor:

“Jeg så en kollega gøre noget færdigt, og så kiggede han sagsmappen igennem, for når du kigger sagen igennem, kan man se hvad der er blevet lavet – og så sagde han: ‘Jeg blev færdig med dette her i sidste uge, så skal jeg tage hen og tale med kunden nu?’ Jeg tænkte: det kan jeg også gøre – jeg kan sige: ‘Jeg blev færdig med den sidste opgave – skal jeg så gøre dét?’. Det er bare så meget bedre end at sige ‘Jeg har ikke noget at lave’. Jeg tror det var der det ændrede sig, fordi jeg begyndte at tænke jeg kan gøre ting selv, og jeg er ikke bare en ansat ... jeg er en del af et hold, og det var det han gjorde. Før følte jeg at jeg var en der fulgte i halen på de andre. De var holdet, og jeg var en der fulgte efter. Siden da har jeg bestræbt mig på at blive en del af det snarere end en outsider der prøver at lære.”  
(Eraut et al., 2004, vores oversættelse)

Netop fordi praktikopholdet på apotek indebærer et skift i læringskontekst for de studerende og stiller nye krav til de studerendes opfattelse af og tilgange til læring, er det væsentligt at der gøres brug af en undervisnings- og evalueringsmetode der tilskynder de studerende til løbende at reflektere over deres egen læreproces, og hvor processen betones såvel som de produkter der laves undervejs. Portfoliemetoden betoner kraftigt de studerendes refleksion over egen læring og selvsvurdering og passer derfor på dette punkt godt til vurderingen af praksislæringen. Ofte vil ændringer i opfattelsen af læring være noget der sker gradvist, efterhånden som indsocialiseringen på arbejdspladsen finder sted, og procesportfolien kan være med til at klargøre og fastholde den faglige udvikling der finder sted for den studerende.

Et forhold der er nært relateret til de studerendes opfattelse af og tilgange til læring,

---

2 Der er selvfølgelig forskel på situationen for en studerende i praktik og en nyansat, men dog også mange fællestræk. Den studerende i praktik tager del i fællesskabet som “legitimate peripheral participation” (Lave & Wenger, 1991) – dvs. som en der er en del af praksisfællesskabet, men placeret i en perifer position – mens den nyansatte i videre uddannelse indgår centralt i fællesskabet og fx overlades større opgaver (Handal & Lycke, 2004). Samtidig kan den studerende have en funktion som “broker” mellem praksisfællesskaberne på universitetet og apoteket. Denne unikke position søges udnyttet i de såkaldte universitet-apotek-projekter, hvor de studerende og uddannelsesapoteket tager del i et af universitetet defineret aktionsforskningsprojekt. For yderligere information om dette henvises til (Sørensen et al., 2005).

er de studerendes opfattelse af *farmaceutfaget*, og hvad det vil sige at fungere i en professionel praksis. Den studerendes opfattelse af faget er selvfølgelig nært relateret til det billede af faget den studerende er blevet præsenteret for i det øvrige studium. Ulriksen (2006) betegner med begrebet “den implicitte studerende” den fiktive studerende som studiet implicit er tilrettelagt med henblik på. Den implicitte studerende beskriver den strategi, den tilgang til læring og de opfattelser af faget der implicit ligger i studie- og læreplaner, undervisning og eksamen. Den implicitte studerende er således en slags spejling af den opfattelse af læring og faglighed der kommunikerer gennem undervisningens tilrettelæggelse. Fx vil den implicitte studerende på universitetet typisk have en opfattelse af læring som en overvejende individuel affære, som beskrevet ovenfor.

Ulriksen peger på at der kan være forskellige antagelser omkring den implicitte studerende i forskellige dele af en uddannelse, og at dette er noget som virkelighedens studerende må forholde sig til. Dette er i høj grad tilfældet i forbindelse med praktikforløbet i farmaceutuddannelsen, i forhold til størstedelen af den uddannelse der går forud for opholdet. Det billede af faget som de studerende er blevet præsenteret for inden Studieophold på Apotek, er overvejende et billede af faget hvor naturvidenskabelige begreber, kendsgerninger og metoder giver relativt entydige løsninger på de faglige problemstillinger der mødes i studiet. På apoteket er denne fagopfattelse ikke tilstrækkelig – her er der behov for et langt mere alsidigt syn på faglighed der også indbefatter en lang række kompetencer der rækker ud over de snævert naturfaglige – fx af social, etisk og organisatorisk karakter.<sup>3</sup>

Portfoliemetoden giver de studerende mulighed for at beskrive deres opfattelser af fag og faglighed i relation til konkrete opgaver – og eventuelt eksplicit drøfte udviklingen i deres egen fagforståelse. Samtidig kan de studerende få lejlighed til at overveje hvordan den faktiske anvendelse af deres naturvidenskabelige viden finder sted – og vejlederne kan undervejs i forløbet drøfte opfattelsen af fag og faglighed med de studerende.

Som eksempel på denne ændrede opfattelse af faget kan gives beskrivelser af hvad “den vanskelige samtale” omfatter i relation til apotekspraksis. I en mindre undersøgelse af kommunikationsundervisningen blev der i 2005 udført to fokusgruppeinterviews med studerende der hhv. havde og ikke havde været på studieophold. De studerende blev spurgt til deres opfattelse af “den vanskelige samtale” – et centralt element i det daværende kursus i kundekommunikation (Klinke et al., 2005). I “før-gruppen” blev der udtrykt den holdning at vanskelige samtaler nok typisk vedrørte situationer

3 Der er mange årsager til at uddannelsen før studieopholdet kun i mindre grad giver sådanne kompetencer – fx at uddannelsen skal tilgodeses et bredere spektrum af jobfunktioner end ansættelse i sundhedssektoren. De fleste kandidater kommer til at arbejde i medicinalindustrien.

hvor man fx skulle påtale en kollegas adfærd eller tage et forhold op med arbejdsgiveren. Situationer i skranken blev derimod ikke opfattet som vanskelige fordi man dér agerer som professionel – “man tager en maske på”, som en deltager udtrykte det. I “efter-gruppen” opfattedes skrankesituationerne i høj grad som vanskelige, og det blev fremhævet at man jo ikke blot stod i skranken som fagperson, men også som en person med et bestemt køn, alder mv. Det var ofte netop relationen mellem kundens alder, køn og lidelse og ens eget køn og alder der afgjorde om en samtale var vanskelig eller ej. Fx beskrev en ung kvindelig farmaceutstuderende en vanskelig samtale hvor hun skulle informere en ung mand om den korrekte brug af en creme til behandling af hæmoroïder. På denne måde har studieopholdet bidraget til at nuancere og ændre de studerendes syn på faget, fagligheden og den professionelle praksis.

### Kilder til læring

Forskellen i tilgangen til læring er selvfølgelig tæt knyttet til de tilgængelige *kilder* til læring, i eksemplet med revisoren ovenfor i observationen af kollegaens adfærd. Også med hensyn til de gængse “kilder til læring” er der en stor forskel mellem situationen på universitetet og på apoteket. På universitetet er undervisningen udtrykkeligt tilrettelagt i forhold til den studerendes læring (i hvert fald i princippet), og kilderne til læring er eksplicite og formelle: undervisningssituationer og -materialer, curriculumplaner osv. Læringen på arbejdspladsen, i dette tilfælde apoteket, sker typisk i uformelle miljøer hvor læringen så at sige bliver en “sidegevinst” (Eraut, 2005) – fx ved at se hvordan en kollega håndterer en vanskelig samtale, i dialogen med kunder osv. Selvfølgelig er der i praktikopholdet også en række formelle læringssituationer i form af vejledermøder, særlige opgaver der skal udføres osv., men det er formodentlig de uformelle læringskilder der er de dominerende og for mange studerende de vigtigste kilder til læring i et studieophold (jf. tabel 2).

Uformelle læringsmiljøer	Formelle læringsmiljøer
Deltagelse i gruppeprocesser Arbejde “ved siden af andre” Problemløsning Situationer i skranken Situationer “bag skranken” Samtale med kolleger Opståede problemer Tilrettelæggelse af opgaver Tekniske vanskeligheder osv.	Studiebesøg Særlige opgaver Vejledermøder Udstationering (fx i lægepraksis) Referatskrivning E-læring osv.

Tabel 2: Uformelle og formelle kilder til læring på apoteket.

Udfordringen i at de uformelle læringsmiljøer spiller en så central rolle, er selvfølgelig at de også bliver opfattet som potentialer for læring af de studerende – et forhold der i høj grad er betinget af de studerendes opfattelse af og tilgang til læring. Læring i uformelle miljøer resulterer ofte i vidensstrukturer og tilhørende handlemønstre der er uudtalte eller tavse, og som er forankret i den studerendes procedurale eller episodiske hukommelse snarere end i den deklarative/semantiske. Som følge heraf har de lærende ofte svært ved at opfatte denne viden som et resultat af læring (Eraut, 2005). En procesportfolio kan være et godt instrument til at adressere og reflektere over uformelle læringsituationer, fx refleksion over hvordan faktisk udførte skrankeekspeditioner er forløbet, og hvordan ens handlen i situationen er eller måske ikke er betinget af faglige forståelser af situationen.

Et eksempel på dette fra de studerendes pilot-portfolier er en studerende der beskriver en situation i skranken hvor en voksen mand kommer ind for at købe en astma-inhalator på recept. Den studerende opdager ved behandling af recepten at medicinen ikke er til personen selv, men til en 14-årig dreng. Midt i forklaringen om hvordan medicinen skal bruges, kommer drengen ind på apoteket med en kammerat. Den studerende forsøger at vise drengen hvordan medicinen skal tages, men drengen er uopmærksom på grund af kammeratens tilstedeværelse. Denne situation får den studerende til at reflektere over hvordan viden formidles, og betingelserne for at denne viden tilegnes hos kunden – og hvad der havde været den mest hensigtsmæssige måde at handle på i situationen. På den måde bliver en mere eller mindre tilfældig situation til et afsæt for refleksion over det at fungere som fagperson i forhold til kunder der ikke altid er indstillet på at tilegne sig den relevante viden om medicinen, og egen handlingspraksis.

Portfoliobedømmelsen af studieopholdet kan dermed, sammen med understøttende målsætninger (jf. tekstboks 2), have en vigtig funktion at spille i forhold til at gøre de studerende opmærksom på hvad de skal lære (se fx Biggs, 2003), og tilskynde dem til at reflektere over deres læring i de uformelle læringsmiljøer som apoteksopholdet er så rigt på.

### **Tekstboks 2: Formålsbeskrivelse for det nye Studieophold på Apotek**

Formålet med studieopholdet 2007:

- at lære de studerende at tilegne sig viden og at reflektere over den tilegnede viden i en praksissituation
- at give de studerende træning og færdigheder i ekspedition af lægemidler og kommunikation med patienter og fagpersoner
- at give de studerende kendskab til klinisk farmaceutiske, lægemiddelfaglige og sundhedsfremmende aktiviteter på apoteket
- at bringe de studerende i kontakt med patienter og brugere af sundhedsvæsenet
- at give de studerende mulighed for at indleve sig i farmaceutens rolle, herunder arbejds- og ansvarsområder, på apoteket, i den primære og sekundære sundhedssektor og i det tværfaglige samarbejde i det lokale sundhedsvæsen
- at give de studerende mulighed for integration og afprøvning i praksis af den teoretiske viden fra fagene farmakoterapi, almen og organrelateret farmakologi, samfundsfarmaci, lægemiddelfremstilling og -formulering samt lægemiddeløkonomi, toksikologi, farmakognosi og statistik som er erhvervet under den obligatoriske del af uddannelsen

### **Læringsobjekterne på apoteket og universitetet**

I universitetskonteksten er de behandlede objekter i de fleste sammenhænge givet inden for rammerne af et bestemt fagligt perspektiv, og de behandlede objekter foreligger typisk i en abstrakt og idealiseret form<sup>4</sup> (Jakobsen og Pedersen, 2003, Harré, 1970) hvor et enkelt eller nogle få faglige perspektiver kan indfange det centrale i situationen. Endvidere er det af naturlige grunde farmaceut-perspektivet der først og fremmest vægtes i undervisningen, og de studerende får kun begrænset erfaring med samarbejde med andet sundhedspersonale gennem uddannelsen.

Situationen på apoteket er en helt anden. Her er der tale om behandlingen af mennesker der fremtræder i deres totalitet, og hvis problemer og behandling kræver en koordinering af mange væsensforskellige vidensformer, og ofte også involveres mange forskellige typer af sundhedspersonale med forskellige kompetencer i forhold til den enkeltes behandling (læger, farmaceuter, sygeplejersker osv.).

Det stiller en række uvante krav til de studerende som de skal forholde sig til og lære af.

I projektarbejds-pædagogikken fremhæves det problemorienterede arbejde ofte som et columbusæg i relation til struktureringen af tværfagligt arbejde fordi det er problemet der definerer hvad der er relevant, og hvad der ikke er det, og "problemer respekterer ingen faggrænser" (Berthelsen et al., 1985, s. 45-46). I praksissammenhæng

4 Med abstrakt menes at der ses bort fra visse egenskaber. Med idealiseret menes at visse egenskaber fremhæves.

er der meget rigtigt i dette, og det er nok også en del af forklaringen på populariteten af projektarbejdet i forbindelse med praktikophold generelt. Som beskrevet af Knud Illeris er der i problemorienteringen et kritisk potentiale i forhold til overvindelse af faggrænserne (se fx Illeris, 1981, s. 101) – en overvindelse der fx mellem læger og farmaceuter er al mulig grund til at søge indfriet.

Der er ingen grund til at antage at portfoliemetoden ikke har det samme potentiale.<sup>5</sup> Man har af samme grund valgt at gøre udstationering i fx en lægepraksis, en sygehusafdeling eller et plejehjem obligatorisk, og de studerende kan vælge at lægge aktiviteter herfra i portfolien.

### Omstrukturering og udbygning af viden

De studerende har når de starter på studieopholdet, læst i 7 semestre og har på dette tidspunkt i deres studium en meget stor viden om farmakologi, lægemiddelformulering, samfundsfarmaci m.m. Netop derfor er de kvalificerede til at kunne indgå i farmaceutiske funktioner på apoteket. Men det er også klart at den måde deres viden er organiseret på, nok ikke er den mest effektive i forhold til at kunne håndtere situationerne på apoteket. De studerende ved fx rigtig meget om forskellige sygdomme, om aktivstoffer i lægemidler og deres farmakologiske effekter og hvilke symptomer sygdom og evt. behandlingen kan give anledning til. Men det er en ganske anden sag at stå over for en virkelig patient/kunde og afgøre om de symptomer kunden beskriver, kan være relaterede til en bestemt sygdom eller måske skyldes et lægemiddelrelateret problem.

De studerende er vant til fra universitetet at ræsonnere “fra teori til fænomen”, men praksissituationen stiller krav til at de studerende kan ræsonnere “fra fænomen til teori”. Der er, så vidt vides, ikke lavet egentlige undersøgelser af organiseringen af studerendes og professionelles viden inden for farmaceutområdet, men en lang række studier inden beslægtede fagområder (især medicin og ingeniørfag) peger på at der sker en markant omstrukturering af viden som følge af mødet med arbejdspraksis (se fx Patel et al., 1989, Boshuizen & Schmidt, 1992, Boshuizen et al., 1995, Christiansen & Rump, under udgivelse). Det er klart at denne omstrukturering er en længerevarende proces som de studerende næppe når at færdiggøre i løbet af et relativt kort studieophold – men de når i hvert fald at få taget hul på denne proces. Ud over at der sker en omstrukturering af viden, sker der også en vigtig tilegnelse af ny viden. De studerende kender fx navnene på aktivstofferne i lægemidlerne fra universitetet, men ved ikke hvordan disse aktivstoffer optræder i de specifikke præparater der er

5 I forhold til at tilskynde til samarbejde på tværs af faggrænser kan det nævnes at en længere periode er blevet gjort obligatorisk i det nye studieophold. Tidligere var det valgfrit. Af andre tiltag kan nævnes det i note 2 nævnte aktionsforskningsprojekt om farmaceutisk omsorg (Sørensen et al., 2005).



på markedet. Endvidere er mange håndkøbspræparater, receptekspeditionsregler, tilskudsordninger osv. ukendte for de studerende.

Fra pilot-portfolierne findes gode eksempler på denne omstrukturering og tilegnelse af supplerende viden. Et af dem er et portefoliebidrag der beskriver hvordan den studerende i starten af studieforløbet udarbejdede oversigter over præparater og "huskekort" til sig selv i forhold til normalt forekommende lidelser (astma, hoste, halsbrand og lign.). Disse huskekort blev brugt i vejledningen af kunderne i skranken. I tekstboks 3 ses den studerendes huskekort for hoste.

### Tekstboks 3: Eksempel fra portfolio

#### Hoste

- Drik godt med varme drikke hvis du hoster slim op. Det gør slimet mindre sejt og lettere at hoste op.
- Slimløsnende medicin fås i håndkøb, men virkningen er meget beskednen.
- Ved generende og langvarig tør iritationshoste kan du evt. bruge en hostedæmpende medicin, som fås i håndkøb.
- Lad være med at ryge og hold dig fra røgfyldte lokaler.

#### Kontakt lægen

- Hvis ophostet slim er blodigt eller gulgrønt.
- Hvis du har feber og stikkende smerter når du trækker vejret.
- Hvis det piber når du trækker vejret.
- Hvis hosten varer mere end et par uger, især hos rygere.
- Hvis hosten er ledsaget af feber i mere end 2-3 dage.

Denne viden er ikke er noget den studerende har lært på universitetet, men det er ikke desto mindre fuldstændig afgørende for at kunne vejlede kunderne ordentligt at man kan vurdere hvornår man skal henvise til lægen, og hvornår man kan klare sig med almindelige tommelfingerregler. Den studerende angiver at have søgt på nettet, i lægemiddelkataloget og kigget på produktresuméer i udarbejdelsen af oversigterne og huskekortene. Som afslutning på portefoliebidraget skriver hun at hun ikke længere gør brug af oversigts- og huskekortene.

## Opsummering

I det foregående har vi diskuteret hvad skiftet i læringskontekst fra universitet til apotek indebærer for de studerende. Skiftet betyder at de studerendes opfattelser af og tilgange til læring og fag udfordres, at de skal lære fra nye typer af situationer, at de skal arbejde med problemer på nye måder, og at de skal organisere deres faglige viden på nye måder der er mere anvendelige i praksis – som sammenfattet i tabel 1. Disse elementer af den faglige udvikling er også afspejlet i formålet med studieopholdet

(tekstboks 2). Vi har argumenteret for at udarbejdelse af læringsportfolier er en god metode til at sikre at de studerende fokuserer på de relevante aspekter i studieopholdet – ved at de løbende og eksplicit reflekterer over deres læringsudbytte i såvel de formelle som de uformelle læringssituationer der karakteriserer studieopholdet.

## Bedømmelsen af vurderingsportfolien

Vi har nu tegnet et billede af begrundelserne for brug af portfoliemetoden til bedømmelse af læringen i studieopholdet på apotek. Men efter hvilke kriterier bedømmes de studerende så konkret i forbindelse med studieopholdet, og hvordan er sammenhængen mellem begrundelserne og det der lægges til grund for bedømmelsen af de studerendes arbejde?

Ved studieopholdets afslutning udvælger de studerende 5-6 arbejder til bedømmelse. Der gives forslag til hvilke typer aktiviteter der kan lægges til grund for udvælgelsen (fx en aktivitet hvor “teori anvendes i praksis”), men det er de studerende der foretager udvalget. De kriterier der er lagt til grund for bedømmelsen, er de samme punkter der findes i målbeskrivelsen, men er også udspecificeret på en form der knytter sig direkte til vurderingen af portfolien. Konkret er bedømmelseskriterierne opdelt i tre overordnede kriterier: hhv. evne til refleksion, evne til socialisering og færdigheder og viden (en opdeling inspireret af Holland & Nimmo, 1999). Bedømmelseskriterierne findes i tekstboks 4. Som det ses, afspejler disse kriterier de væsentlige faglige udfordringer som vi i artiklen har beskrevet at skiftet i læringskontekst indebærer for de studerende.

## Perspektivering

I denne artikel har vi kigget på de didaktiske begrundelser for valg af portfoliemetoden til bedømmelse af praksislæringen i farmaceutuddannelsen. Inden vi afslutter, vil det dog være relevant at overveje i hvilken udstrækning den her fremførte argumentation for brug af portfolio til vurdering af praktikophold også gælder for andre områder end det farmaceutiske.

Arbejdssituationen på et apotek er i vid udstrækning præget af mange forskelligartede men typisk ret korte problemløsningsituationer (fx skrankeekspeditioner, receptgennemgang, undervisning mv.). Bedømmelsesformatet bør selvfølgelig afspejle denne situation med mange mindre problemer, og portfolieformatet synes velegnet til dette. I mange andre domæner, fx i mange ingeniørfag, arbejdes der med større problemer over længere tid og ofte på en måde der ligner projektorganiseret arbejde. I læreruddannelse er der også “mange små” problemer, men samtidig mulighed for at adressere problemer der strækker sig over et længere forløb, da man underviser de samme elever. Valg af evalueringsform til et praktikophold må således afhænge af den konkrete arbejdspraksis der findes i det pågældende domæne. Vi kan således

**Tekstboks 4: Bedømmelseskriterier for studieophold på apotek**

## Evnen til refleksion

- Processen, **beskrivelse** af dine forventninger og i hvilket omfang de er blevet indfriet
- Din faglige udvikling via den konkrete opgave
- Dine overvejelser vedrørende farmaceutens rolle
- Hvad gik godt/skidt, og hvorfor?

## Evnen til socialisering

- Din evne til at indgå i samarbejdet på apoteket og med øvrige samarbejdspartnere
- Brugbarheden af det du laver for apoteket
- Din planlægning af supervision med din vejleder på apoteket

## Færdigheder og viden

- Din viden og kompetence i forhold til lægemiddelekspedition og distribution
- Din viden og kompetence i forhold til kundekommunikation og faglig rådgivning
- Din viden og kompetence i forhold til klinisk farmaceutiske, lægemiddelfaglige og sundhedsfremmende funktioner og aktiviteter
- Din viden og kompetence i forhold til rationel farmakoterapi, lægemiddelrelaterede problemer, selvmedicinering/egenomsorg og patientsikkerhed
- Din viden og kompetence i forhold til tværfagligt samarbejde i sundhedsvæsenet
- Din viden og kompetence i forhold til organisatoriske, ledelsesmæssige og økonomiske forhold i en virksomhed og i et lokalområdes sundhedsvæsen
- Din viden og kompetence med undervisning og formidling

## Ved bedømmelsen lægger vi desuden vægt på

- Hvilke initiativer du har taget
- Din kreativitet og nytænkning
- Din selvstændighed
- Bredden i porteføljen

ikke konkludere at portefoliefORMATET generelt er velegnet til bedømmelse af praktikophold uanset i hvilket fag/erhverv det foregår. Men det bør understreges at projekt- og portefoliebedømmelse ikke bør ses som to disjunkte metoder. PortefoliefORMATET kan udmærket forenes med større projektarbejder der indgår som en del af det samlede vurderingsgrundlag sammen med andre mindre opgaver/beskrivelser.

Hvis praktikordningerne skal spille den rolle i uddannelserne de fortjener, er der under alle omstændigheder god grund til at gennemføre analyser som den nærværende i forhold til at afgøre hvad det er de studerende skal lære, og hvordan det skal bedømmes.

## Referencer

- Berthelsen, J., Poulsen, S.C. & Illeris, K. (1985). *Grundbog i projektarbejde*. København: Unge pædagoger.
- Biggs, J. (2003). *Teaching for Quality Learning at University* (2. udgave). Open University Press.
- Boshuizen, H.A. & Schmidt, H.G. (1992). On the Role of Biomedical Knowledge in Clinical Reasoning by Experts, Intermediates & Novices. *Cognitive Science*, (16), s. 153-184.
- Boshuizen, H.A., Schmidt, H.G., Custers, E.J. & van de Wiel, M.W. (1995). Knowledge Development and Restructuring in the Domain of Medicine: The Role of Theory and Practice. *Learning and Instruction*, (5), s. 269-289.
- Christiansen, F.V. & Rump, C. (under udgivelse). Getting it right: Conceptual Development from Student to Experienced Engineer. *European Journal for Engineering Education*.
- Dohn, N.B. (2005). Karaktergivning – intuitiv ekspertise eller 'viden i praksis'. *Dansk Universitetspædagogisk Tidsskrift*, (1).
- Eraut, M. (2005). *Informal Learning in the Workplace*. Paper fra EARLI konference 2005, Nicosia. <http://www.sussex.ac.uk/usie/linea/publications.html> (lokaliseret 16. februar 2006).
- Eraut, M. & Steadman, S. (2005). *What is Learned in the Workplace and How? Typologies and results from a cross-professional longitudinal study*. Paper til EARLI Konference, Cypern, 24. august 2005.
- Eraut, M., Steadman, S., Furner, J., Maillardet, F. Miller, C., Ali, A., & Blackman, C. (2004). *Learning in the Professional Workplace: Relationship between Learning Factors and Contextual Factors*. Paper fra AERA konference 2004, San Diego. <http://www.sussex.ac.uk/usie/linea/publications.html> (lokaliseret 16. februar 2006).
- Eteläpelto, A. & Collin, K. (2004). From Individual Cognition to Communities of Practice. I: H.P.A. Boshuizen et al., *Professional Learning: Gaps and Transitions on the Way from Novice to Expert* (s. 230-250). Innovation and Change in Professional Learning, Kluwer Academic Publishers.
- EVA. (2005). *Praktik – i professionsbacheloruddannelser*. Danmarks Evalueringsinstitut. København: Vester Kopi.
- Handal, G. & Lycke, K.H. (2004). *From Higher Education to Professional Practice: Learning among students and professionals*. Paper fra PROLEARN konference, Institute of Educational Research, University of Oslo, 25.-27. november.
- Holland, R.W. & Nimmo, C.M. (1999). Transitions in pharmacy practice, part 3: Effecting change – the three-ring circus. *Am J Health-Syst Pharm*, (56), s. 2235-2241.
- Illeris, K. (1981). *Modkvalificeringens pædagogik*. København: Unge Pædagoger.
- Harré, R. (1970). *The Principles of Scientific Thinking*. London: MacMillan.
- Jakobsen, A. & Pedersen, S.A. (2003). *Engineering Science and the Reality*, Preprints and reprints (8), Section for Philosophy and Science Studies, Roskilde University.
- Klinke, B., Christiansen, F.V., Nielsen, M.W., Vestergaard, H.T. & Hansen, T.B. (2006). Kommunikationsundervisningen under lup. *Plexus*, (5), oktober.

- Lave, J. & Wenger, E. (1991). *Situated Learning. Legitimate peripheral participation*, Cambridge: University of Cambridge Press.
- Patel, V.L., Evans, D.A. & Groen, G.J. (1989). Biomedical knowledge and clinical reasoning. I: D.A. Evans & V.L. Patel (red.), *Cognitive science in medicine: Biomedical modelling* (s. 49-108). Cambridge: The MIT Press.
- Sørensen, E.W. & Klinke, B.O. (2003). *Evaluering af de studerende – Studieophold på Apotek*. Danmarks Farmaceutiske Universitet, Institut for Samfundsfarmaci.
- Sørensen, E.W., Simonsen, R. & Klinke, B.O. (2004). *Evaluering af de studerende – Studieophold på Apotek*. Danmarks Farmaceutiske Universitet, Institut for Samfundsfarmaci.
- Sørensen, E.W. & Petersen, L.H. (2005). *Evaluering af de studerende – Studieophold på Apotek*. Danmarks Farmaceutiske Universitet, Institut for Farmakologi og Farmakoterapi, Afdeling for Samfundsfarmaci.
- Sørensen, E.W., Axelsen, S. & Petersen, L.H. (2006). *De studerendes evaluering af Studieophold på Apotek 2006*. Danmarks Farmaceutiske Universitet, Institut for Farmakologi og Farmakoterapi, Afdeling for Samfundsfarmaci.
- Sørensen, E.W., Haugbølle, L.S., Herborg, H. & Thomsen, D.V. (2005). Improving situated learning in pharmacy internship, *Pharmacy Education*, 5(3/4), s. 223-233.
- Taasen, I., Havnes, A. & Lauvås, P. (2004). *Mappevurdering – av og for læring – med eksempler fra helse- og sosialfag*. Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Ulriksen, L. (2006). Når studerende ikke passer til rollen – og omvendt. *Open Source*, (3), CVU Jelling. <http://www.cvujelling.dk/lib/files.asp?ID=646> (lokaliseret 21. februar 2006).
- Wenger, E. (1999). *Communities of Practice. Learning, meaning and identity*, Cambridge: Cambridge University Press.

# Den matematikhistoriske dimension i undervisning – generelt set

Uffe Thomas Jankvist, IMFUFA, Institut for Natur, Systemer og Modeller, Roskilde Universitetscenter

*Denne artikel tilbyder en strukturel ramme for diskussionen af hvorfor og hvordan matematikhistorie skal eller bør inddrages i undervisningen, samt hvorledes en sådan undervisning kan organiseres og struktureres. Artiklen foreslår to sæt af kategorier i hvilke henholdsvis argumenterne for at inddrage historie og tilgangene til inddragelsen kan kategoriseres. Argumenterne inddeles i to kategorier af formål som en inddragelse af historie kan tjene: matematikhistorie som værktøj og matematikhistorie som mål. Tilgangene inddeles i tre kategorier: illustrationstilgange, modultilgange og historie-baserede tilgange. Hertil kommer en diskussion af hvorvidt inddragelsen af historie i matematikundervisningen er motiveret af at ville bringe enten de i-matematiske, de om-matematiske eller eventuelt de med-matematiske aspekter af faget matematik frem i lyset.*

## Introduktion

De senere år har der været en bevægelse i retning af inddragelsen af forskellige mere "humanistiske" elementer i matematikundervisningen. Dette har gjort sig gældende såvel herhjemme, specielt i forbindelse med stx<sup>1</sup>, som internationalt. De forskellige elementer omfatter blandt andet kulturelle, sociologiske, anvendelsesorienterede og historiske perspektiver på det internt faglige i undervisningsfaget matematik. I denne artikel skal jeg beskæftige mig med de historiske elementer.

Inddragelsen af matematikhistorie i matematikundervisningen er et område der har tiltrukket sig en stigende grad af opmærksomhed i form af et øget antal publikationer herom foruden nyhedsbreve og konferencer. Eksempelvis udgiver *The International Study Group on the relations between the History and Pedagogy of Mathematics*<sup>2</sup> (HPM)

1 En fuldstændig behandling af den historiske dimension i matematikundervisningen i det danske gymnasium vil forrykke nærværende artikels generalitet. Specialtilfældet for stx tænkes derfor behandlet i en senere artikel i MONA – en artikel som i høj grad påregnes at bygge på det i denne artikel tilvejebragte strukturelle framework (eller analyseredskab).

2 Lokaliseret 9. juli 2007 på <http://www.clab.edc.uoc.gr/hpm/INDEX.HTM>.

tre gange om året et nyhedsbrev, og hvert fjerde år afholder gruppen en konference. Ligeledes afholdes der fra tid til anden et *European Summer University*<sup>3</sup> (ESU), og ved ICME-konferencen<sup>4</sup> i København i 2004 var der nedsat en selvstændig Topic Study Group (TSG 17) der behandlede “the role of the history of mathematics in mathematics education”. Litteraturen på området omfatter blandt andet Fauvel (1990, 1991), Swetz et al. (1995), Jahnke et al. (1996), Calinger (1996), Katz (2000) og ikke mindst ICMI-studiet fra år 2000 (Fauvel & van Maanen, 2000). For en oversigt over den danske litteratur på området henvises til den omfattende oprensning af Torkil Heiede (Fauvel & van Maanen, 2000, s. 383-386).

Denne litteratur såvel som proceedings fra konferencerne byder på diverse argumenter for *hvorfor* matematikhistorie skal eller bør inddrages i undervisningen, og *hvordan* inddragelsen kan finde sted. Der præsenteres et hav af ideer til hvilke dele af matematikkens historie som kan inddrages på de forskellige niveauer, samt diverse konkrete eksempler på dette. Mange af disse forslag hidrører fra underviseres egne praksisser. En gennemlæsning af denne eksisterende litteratur synes imidlertid at afsløre en vis mangel på klarhed. Undertiden synes diskussionen ligefrem at give anledning til øget forvirring og begrebsmæssig uorden i stedet for at råde bod på dette. Eksempelvis er flere af fremstillingerne ikke helt skarpe i forhold til deres overordnede formål med og/eller deres bagvedliggende motiver for inddragelsen af matematikkens historie i undervisningen. Ej heller er det altid klart ud fra disse hvilke forskellige tilgange man kan have til inddragelsen af matematikkens historie. Med andre ord lader det altså til at diskussionen kunne drage nytte af et systematisk forsøg på at “rydde op” i de involverede begreber og temaer for på den måde at skabe et “framework” inden for hvilket diskussionen kunne tage sit udgangspunkt. Skabelsen af et sådant framework synes for mig at være en nødvendig betingelse for en videre analytisk diskussion af de relaterede praktikaliteter.

Det er derfor min overbevisning at hvis man interesserer sig for inddragelsen af matematikkens historie i matematikundervisningen, dens fordele, ulemper, potentielle muligheder, begrænsninger, ideer og så videre, så må man nødvendigvis basere denne interesse på et systematisk og organiseret grundlag i termer af:

- Hvilke *formål* tjener en inddragelse af matematikhistorie i matematikundervisningen generelt set?
- Hvilke *tilgange* er der generelt set til at inddrage matematikhistorie i matematikundervisningen?

3 ESU har på nuværende tidspunkt hjemme på <http://userweb.pedf.cuni.cz/kmdm/esu5/> (lokaliseret 9. juli 2007).

4 Lokaliseret 9. juli 2007 på <http://www.icme10.dk/>.

Med “generelt set” forstås inddragelsen af matematikhistorie på alle undervisningsniveauer i matematik, i lærebøger såvel som i selve undervisningen. Fokus for nærværende artikel er en behandling af de svar der i litteraturen gives på disse to spørgsmål.

Hovedideen i artiklen centrerer sig omkring observationen af at de mange og forskellige argumenter for og tilgange til inddragelsen af historie i matematikundervisningen i virkeligheden ikke er så mange og så forskellige som de ved første øjekast kan tage sig ud. Det viser sig nemlig at argumenterne såvel som tilgangene kan inddeles i forskellige kategorier. Nærmere bestemt skal jeg i det følgende foreslå to sådanne kategorier for de forskellige formål som inddragelsen af matematikhistorie kan tjene, samt tre kategorier for tilgangene til en sådan inddragelse. Disse to sæt af kategorier uddybes og nuanceres efterfølgende med begreberne i-, om- og med-matematik. Dernæst følger en kort diskussion af anlagte historiesyn og mulige faldgruber i forbindelse med inddragelse af matematikhistorie i undervisningen samt argumenter *imod* en sådan inddragelse. Afslutningsvis berøres i konklusionen hvad jeg skal kalde *entydigheden* af argumenterne for at inddrage historie.

## To slags formål

*Hvorfor* skal eller bør matematikkens historie involveres i matematikundervisningen? Overordnet betragtet, og uafhængig af undervisningsniveau, kan historie i matematikundervisningen tjene to formål som kort kan koges ned til diskussionen om mål eller middel. Historien kan enten tjene som et *værktøj* (middel) til at øge indlæringen af matematik hos de studerende. Med dette forstås at de studerende gennem historien vil opnå en større fortrolighed med, og eventuelt forståelse af, matematisk notation, matematiske begreber, formler, teoremer og beviser – og måske matematisk praksis i det hele taget. Eller historien kan tjene som et *mål* i sig selv til at belyse forskellige sider af faget matematik, dets indretning og dets plads i verden.

## Matematikhistorie som værktøj

Matematikhistorie som et værktøj har altså til formål at styrke læringen af matematik. Nogle af de argumenter der ofte bliver fremført i dette øjemed, går på motivation. Et argument siger at matematikhistorie i sig selv kan virke motiverende på de studerende (Fauvel, 1991, s. 4). Et andet fremhæver at historie kan bringe et humanistisk islæt ind i matematikundervisningen og derved vise at matematik ikke er en, som Russ et al. (1991, s. 7) formulerer det, “uigennemtrængelig og frygtindgydende videnskab”<sup>5</sup>. Et tredje siger at det kan være motiverende for de studerende at se at matematiske

5 Alle citater, på nær danske og norske, i denne artikel er oversat af forfatteren fra enten engelsk, tysk eller fransk.



begreber som volder, eller har voldt, dem selv besvær, måske også har voldt tidligere tiders store matematiske genier kvaler (Fauvel, 1991, s. 4), eller at matematikerne selv, ligesom de studerende måske, undertiden har draget fejlagtige konklusioner (Fauvel, 1991, s. 4). En didaktisk pointe i denne sammenhæng er tilmed at de problemer som matematikken er løbet ind i rent udviklingsmæssigt, undertiden også vil være til stede i en læringsituation (Tzanakis & Arcavi, 2000, s. 206), eller som formuleret af Siu & Siu (1979):

[...] vanskeligheder mødt af vores forfædre er ofte de samme som begyndere møder. Hvis det har taget vores forfædre 2000 år at få styr på et bestemt emne, så vil en begynder sandsynligvis (et meget sikkert "sandsynligvis") ikke kunne gøre dette på et øjeblik. (Siu & Siu, 1979, s. 562)

De negative tal, som gerne volder skoleelever visse problemer, er et eksempel på et matematisk begreb som var længe undervejs i sin udvikling førend det forelå i sin endelige form og opnåede fuld accept i det matematiske miljø.

En radikal udgave af ovenstående didaktiske pointe er den der siger at "ontogenese rekapitulerer fylogenese", hvilket betyder at en arts udvikling kan genfindes i det enkelte individs udvikling. Dette kendes også som den biogenetiske lov som i sin tid blev formuleret af naturfilosoffen Ernst Haeckel (1906, s. 2-3). Den biogenetiske lov har sit sidestykke i psykologien, den psykogenetiske lov, der siger at individets sind må gennemgå den samme udvikling som arten har været igennem. For matematiks vedkommende vil dette helt firkantet kunne oversættes til at *for virkelig at forstå og mestre matematik må ens sind gennemgå de samme stadier som matematikken har gennemgået i løbet af sin udvikling*. En nøje gennemgang af matematikkens udvikling i en undervisningssituation er selvfølgelig helt umulig at realisere i praksis, eller som Siu & Siu (1979, s. 562) formulerer det: "Har nogen nogensinde set en 4.000 år gammel studerende?" Men med udgangspunkt i den psykogenetiske ide var eksempelvis Henri Poincaré allerede i sin tid inde på at man i stedet kan lade historien være en guide til hvordan der kan undervises i matematik:

Zoologerne fastholder, at i en kort periode af udviklingen af et dyrs foster vil dette rekapitulere dets forfædres historie gennem alle geologiske epoker. Det synes som om det samme gør sig gældende i udviklingen af sindet. Opgaven for underviseren er at få et barns sind til at gennemgå, hvad hans fædre har erfaret, at gennemgå visse stadier hurtigt, men ikke at udelade nogen. For dette formål bør videnskabens historie være vores guide. (Poincaré, 1899, s. 159)

Også den tyske matematiker Otto Toeplitz var af denne opfattelse. I forbindelse med udviklingen af infinitesimalregningen stillede han følgende spørgsmål:

Jeg siger [...] til mig selv: Alle disse emner i infinitesimalregningen, som vi i dag lærer som kanoniserede rekvisitter, for eksempel middelværdisætningen, Taylor-rækker, konvergenzbegrebet, det bestemte integral, og differentialkvotienten selv, men spørgsmålet stilles aldrig: Hvorfor således? Eller: Hvordan kommer man frem til disse? Alle disse rekvisitter må engang have været objekter for en spændende søgen, en ophidsende handling, nemlig dengang de blev til. Når man går tilbage til rødderne af disse begreber vil de miste tidens støv, skrammerne fra lang tids slid, og de vil atter opstå for os som levende væsner. (Toeplitz, 1927, s. 92-93)

Hvor den nøje gennemgang af matematikkens udvikling i et ontogenetisk/fylogenetisk øjemed, i højere grad end blot et værktøj, ville være en nødvendig betingelse for at lære matematik,<sup>6</sup> formulerede Toeplitz med udgangspunkt i ovenstående betragtninger en undervisningsmetode guidet af den historiske udvikling – et værktøj til læring af matematik som han kaldte den *genetiske metode*. Den skal jeg komme tilbage til senere; først skal vi se på det andet formål som matematikhistorie kan tjene i en undervisningssammenhæng.

### Matematikhistorie som mål

Matematikhistorie som et mål i sig selv har ikke primært fokus på at styrke indlæringen af matematik, men derimod på historie eller andre aspekter af faget matematik som ellers ikke bliver behandlet i undervisningen. Eksempler på sådanne aspekter beskrives fragmenteret i flere af de opremsede kilder i introduktionen. Men da nærværende artikel er på dansk, har jeg valgt at hente mine eksempler fra det indledende kapitel i bogen *Matematikken og Verden* hvor det hedder:

Hvordan udvikler matematikken sig over tid? Hvilke drivkræfter og mekanismer kan være på færde i udviklingen? Spiller samfundsmæssige og kulturelle forhold ind i denne udvikling? Hvis ja, hvordan? Og bliver matematik så afhængig af kultur og samfund, tid og sted? Er gammel matematik også forældet matematik? (Niss, 2001a, s. 10)

Nogle af målene kan derfor bestå i at vise at matematik er en menneskelig aktivitet der eksisterer i rum og tid, at matematik er en videnskab der stadig udvikler sig, at ny

6 Jeg skal ikke her gå yderligere i dybden med diskussion om ontogenese/fylogenese og de eventuelle didaktiske overvejelser i forbindelse hermed da dette i sig selv er et omfattende studie. For en dybere behandling heraf henvises til Furinghetti & Radford (2002) som blandt andet relaterer diskussionen til både Piaget og Vygotsky.

matematik stadig kreeres, at matematik anvendes flittigt inden for andre fagområder, at andre fagområder præsenterer problemstillinger som med tiden giver, eller har givet, anledning til ny matematik, og så videre. I tillæg til disse kommer de kulturelle forhold som Niss (2001a) også omtaler. Eksempler på sådanne kunne bestå i at se på forskellige begrebers udvikling i forskellige geografiske regioner. Eksempelvis Pythagoras' sætning og dennes rødder hos henholdsvis kineserne, egypterne, grækerne og babylonerne.<sup>7</sup> En anden case kunne omhandle binær repræsentation, binære tal og binær aritmetik der ligeledes forekommer, om end i varierende omfang, hos henholdsvis kineserne, egypterne og inderne og endeligt bliver opstillet i den i vore dage kendte form af Leibniz i 1600-tallet. Dette eksempel kunne fortsættes med anvendelsen af binær aritmetik i moderne computere og de hertil knyttede samfundsmæssige aspekter for på den måde at belyse sådanne forhold også. Eksemplet kunne tilmed tjene et yderligere formål, nemlig at vise at til trods for at anvendelsen af matematik er allestedsnærværende, så er den ofte skjult for os. Eller som Philip J. Davis, medforfatter af *The Mathematical Experience*, (Davis & Hersh, 1981), formulerede det i foråret 2005:

Det er et vidunderligt fag matematik, selvfølgelig, og det interessante er, at det bliver en større og større del af vores liv. Tiden er den matematiske tid. Det meste matematik er skjult. Det er usynligt for folk fordi det er i programmer, det er i chips, det er i love ... Så man ser det ikke. Og hvis man ikke ser det, tror man ikke det er der. (Davis, 2005)

Det er klart at pointen med synliggørelse af den skjulte matematik også kan finde sted i andre kontekster end i den historiske, og det kan også mange af de andre forhold som Niss (2001a) beskriver – anvendelsen af matematik kunne eksempelvis lige så vel anskueliggøres gennem inddragelse af matematisk modellering.<sup>8</sup> Så historien er måske ikke en entydig kandidat i dén forstand, men meget ofte er den en velvalgt og helt oplagt kandidat til illustration af forholdene.

Diskussionen af matematikhistorie som et selvstændigt mål i matematikundervisningen berører også en anden debat, nemlig den om almindelse. Blomhøj (2001) definerer i overensstemmelse med den engelske uddannelsesfilosof Peters (1980, s. 154-179) almindelse som almen uddannelse der er relevant for et *liv levet under almindelige betingelser*. Med udgangspunkt i dette opstiller Blomhøj fem principper som matematikundervisningen må tilgodesee for at kunne bidrage til almindelsen. Af disse er specielt de to relevante for diskussionen af inddragelse af matematikhistorie:

7 For en beskrivelse af et sådant (empirisk) forsøg se (Lit et al., 2001).

8 For en uddybende diskussion af matematikkens skjulthed/usynlighed se (Niss, 1994). Et konkret eksempel på den skjulte matematik i rumindustrien diskuteres af Jankvist & Toldbod (2007).

- Behandlingen af de enkelte fagområder skal have en karakter og dybde, der muliggør, at den enkelte elev kan skabe sammenhænge på tværs af fagene og får mulighed for at se fagene i en samfundsmæssig sammenhæng. [...]
- Undervisningen skal støtte det enkelte menneskes personlige udvikling og medinddrage de følelsesmæssige sider af læreprocessen. (Blomhøj, 2001, s. 232-233)

Matematikhistorie er ofte en oplagt kandidat til at bringe tværfaglige kombinationer i spil, som tidligere nævnt, eksempelvis ved at se på de fag inden for hvilke matematik finder sin anvendelse, eller ved at se på problemer inden for andre fagdiscipliner som har givet anledning til udvikling af ny matematik. Siu berører også princippet om almindannelse som personlig udvikling:

Studiet af matematikkens historie, selv om det ikke gør mig til en bedre matematiker, gør mig til en lykkeligere mand, der er parat til at værdsætte den multi-dimensionale herlighed af disciplinen og dens relation til andre kulturelle bestræbelser. (Siu, 2000, s. 8)

Jeg skal ikke her gå yderligere i dybden med de almindannende aspekter af historiens involvering i matematikundervisningen, men blot påpege at det forekommer mig at hvis de aspekter som Siu her berører, er noget som inddragelsen af matematikhistorie så at sig kan give i tilgift, så er det da værd at tage med i sine overvejelser.

## Tre slags tilgange

Hvordan kan matematikhistorien så inddrages i matematikundervisningen? Lige så vel som formålene for at inddrage historie i matematikundervisningen kan splittes op i to forskellige kategorier, kan også tilgangene til inddragelse (eller involvering) af historie i matematikundervisningen kategoriseres. Der er tale om tre fundamentalt forskellige typer af tilgange som jeg skal kalde *illustrationstilgange*, *modultilgange* og *de historiebaserede tilgange*. Inden for hver af disse tilgange kan involveringen af historie skaleres.

### Illustrationstilgange

I illustrationstilgangene er undervisningen i matematik, hvad enten det er i klasserummet eller i lærebøger, suppleret med historisk information. Som indikeret ovenfor kan sådanne supplementer variere både i størrelse og omfang. De mindste af disse er hvad Tzanakis & Arcavi (2000, s. 208, 214) refererer til som "isoleret faktuel information" eller "historiske stumper", hvilket dækker navne, datoer, berømte arbejder

og begivenheder, tidslinjer, biografier, berømte problemer og spørgsmål,<sup>9</sup> hvem der tilskrives opdagelsen/opfindelsen af hvad, portrætter, faksimiler og så videre. Også fortællingen af anekdoter og historier tilhører denne kategori.<sup>10</sup> En måde at tænke på disse mindre supplementter i illustrationstilgangene på er som “krydderier” i undervisningen.

I den anden ende af skalaen inden for illustrationstilgangene finder vi hvad der måske kan refereres til som “historiske epiloger”. Denne betegnelse stammer i nogen grad fra Lindstrøm (1995) som i slutningen af hvert kapitel i sin bog “Kalkulus” har en historisk epilog.<sup>11</sup> Disse epiloger er uafhængige delkapitler hvor elementer af den historiske udvikling bag den i kapitlet beskrevne matematik præsenteres i forbindelse med navne, datoer, motiverende problemer, referencer til originale værker, anekdoter og diskussioner af hvem der tilskrives hvilke sætninger og ideer, men alt i alt beskrevet på en forholdsvis detaljeret og sammenhængende vis. Eksempler på titler på Lindstrøms historiske epiloger er: “Fremveksten av de reelle tallene”, “Komplekse tall og ligningenes historie”, “Funksjonsbegrepets utvikling”, “Grenser og infinitesimaler” og “Fra arealberegning til integrasjon”.

Et problem ved illustrationstilgangene er at matematikhistorien ofte forekommer som en form for påklistring til teksten eller undervisningen, for eksempel i form af portrætter med tilhørende små biografier eller historiske kommentarer og epiloger, og at disse derfor “springes over” af de studerende (eller af underviserne selv).

## Modultilgange

Modultilgange er undervisningsenheder helliget historie og er ofte baseret på studier af konkrete cases. Betegnelsen “moduler” er hentet fra Katz & Michalowiczss (2004) *Historical Modules*. Ligesom illustrationstilgangene kan modultilgangene også variere i størrelse og omfang. De mindste af disse er hvad Tzanakis & Arcavi omtaler som “historiske pakker”, hvilke beskrives som:

[...] en samling af materialer snævert fokuseret på et lille emne med stærke bånd til pensum, egnet til to eller tre lektioner, klar til brug for lærerne i deres klasseværelse. (Tzanakis & Arcavi, 2000, s. 217)

I midten af skalaen finder vi moduler af længder i omegnen ti til tyve lektioner. Sådanne moduler behøver ikke at være forankret i det øvrige pensum. Rent faktisk er det her muligt at introducere ny matematik for på den måde at gøde jorden for en diskus-

9 Se Swetz (1995 og 2000) for en diskussion af matematiske opgaver hentet fra matematikkens historie.

10 For en dybere redegørelse for brugen af anekdoter og historier i undervisningen se Siu (2000).

11 Rent faktisk kalder Lindstrøm (1995) dem for historiske epistler, men eftersom de findes i slutningerne af kapitlerne, og ikke er breve, vil jeg kalde dem epiloger.

sion af relaterede historiske eller samfundsmæssige aspekter. Da sådanne moduler ikke behøver relatere sig direkte til pensum, er der her mulighed for at studere grene af matematikken som ikke normalt præsenteres på det givne uddannelsesniveau, og på den måde åbne op for en større variation i de historiske og samfundsmæssige perspektiver der kan studeres.

Måderne hvorpå både de historiske pakker og større moduler kan implementeres, er adskillige. De kan introduceres gennem såvel lærebøger som studenterprojekter og diverse af underviseren tilrettelagte forløb. Tzanakis & Arcavi (2000, s. 214-232) nævner blandt andet historiske skuespil, internettet, historiske opgaver og mekaniske instrumenter.

I den højere ende af skalaen finder vi de egentlige kurser i matematikkens historie. Disse kan eksempelvis inkludere en redegørelse for historiske data, en historie om begrebsudvikling eller andet (Tzanakis & Arcavi, 2000, s. 208). Sådanne kurser kan basere sig på primære eller sekundære kilder (eller begge) afhængig af det ønskede niveau af historiske studier. Jahnke beskriver studiet af primær- eller originalkilder som

[...] den mest ambitiøse af måder hvorpå historien kan integreres i matematikundervisningen, men også en af de mest berigende for studerende i skolen såvel som på læreruddannelsesinstitutioner. (Jahnke, 2000, s. 291)

Selvfølger kan disse tilgange også implementeres på mange andre måder end lige gennem egentlige kurser og bøger. Et eksempel kan være de ofte omfattende studenterprojekter som man kender dem fra RUCs basis- og overbygningsuddannelser. I toppen af skalaen finder vi hele matematikuddannelser helliget studiet af matematikhistorie, eksempelvis et ph.d.-studium heri.

En anden måde at tænke på skaleringen af modultilgangene på kan være i termer af geografiske områder (Blum & Niss, 1991, s. 60-61). Vi kan tænke på de historiske pakker som "holme" der krydser kursen i den pensumbaserede matematikundervisning. I denne terminologi bliver modulerne af længder i omegnen ti til tyve lektioner til "øer", de egentlige kurser til "lande" og et ph.d.-studium til et helt "kontinent".

### **Historiebaserede tilgange**

Den sidste type af tilgange dækker dem der er inspireret af eller baseret på matematikkens udvikling og historie. I modsætning til modultilgangene anvender de historiebaserede tilgange ikke historien direkte, men snarere på en indirekte vis. Direkte diskussion af den historiske udvikling er ikke nødvendigvis en del af undervisningen (eller lærebogsmaterialet). Til gengæld er det ofte den historiske udvikling der sætter dagsordenen for den rækkefølge hvori de matematiske emner præsenteres. På denne

vis bliver historien en fuldt integreret del af tilgangene selv – man kan måske ligefrem tænke på dem som “historiske tilgange”. Det vigtigste anliggende i de historiebaserede tilgange er læring af matematik, hvorfor historien også kun fungerer som værktøj i denne sammenhæng.

Et ofte nævnt og debatteret eksempel på en sådan tilgang er den såkaldte *genetiske* tilgang. Ordet genetisk kommer fra det græske ord *genesis* som kan oversættes til noget i retning af tilblivelse eller udvikling. Den genetiske tilgang kan spores helt tilbage til Francis Bacon (1561-1626) og er igennem de seneste århundreder blevet taget op af så prominente matematikere som Felix Klein (1849-1925) og, som tidligere nævnt, Otto Toeplitz (1881-1940), hvis *genetiske metode*<sup>12</sup> jeg om lidt vil præsentere kort.<sup>13</sup> Også Hans Freudenthals *guided reinvention* er et eksempel på en historiebaseret tilgang (se eventuelt Freudenthal (1991)). Herhjemme kender vi specielt det genetiske princip fra Poul la Cours *Historisk matematik* (la Cour, 1881) og efterfølgende hans *Historisk Fysik* (la Cour & Appel, 1897). Ifølge Hansen (1985, s. 120-121) beskriver la Cour sit pædagogiske princip således: “At lade Eleverne følge den samme Udviklingsvej i store Træk, som Menneskeslægten historisk (dvs. verdens- og personalhistorisk) selv har vandret.” Poul la Cours arbejde inden for dette felt var internationalt anerkendt, hvorfor han i 1906 også blev bedt om at skrive opslaget om det historisk-genetiske princip i *Encyklopædische Handbuch der Pädagogik* (Hansen, 1985, s. 128-129).

Jævnfør det tidligere citat af Toeplitz forklarer (eller fortolker) Burn (1999) formålet med Toeplitz’ genetiske metode således:

Spørgsmålet som Toeplitz adresserede var spørgsmålet om, hvordan man forbliver stringent i sin matematiske forklaring og undervisningsstruktur, mens man samtidig udfolder en deduktiv præsentation langt nok til at lade en studerende møde ideerne i udviklingens rækkefølge og ikke kun i en logisk rækkefølge. (Burn, 1999, s. 8)

Tzanakis (2000, s. 112) beskriver Toeplitz’ genetiske metode som en tilgang hvor der ikke er nogen entydigt specificeret måde at præsentere et givet emne på, hvorfor metoden ikke må forveksles med en algoritme, men snarere skal forstås som en generel holdning til måden hvorpå videnskabelige fagområder skal præsenteres. I en sådan præsentation skal motivationen bag introduktionen af nye begreber, teorier og bevis-ideer baseres på den historiske udvikling af emnet. Problemer og spørgsmål som var

12 Toeplitz skelnede i sin fremstilling af den genetiske metode imellem en *direkte* og en *indirekte* variant af denne. For en gennemgang af dette se eventuelt Tzanakis & Arcavi (2000, s. 209-210).

13 En historisk gennemgang af den genetiske tilgang kan findes i Schubring (1978) eller Mosvold (2002a). Yderligere behandling af tilgangen kan også findes i Wagenschein (1968).

stimulerende for den historiske udvikling, skal rekonstrueres i en moderne kontekst og notation således at de bliver tilgængelige for de studerende.

Matematikhistorikere vil måske betragte den genetiske metode som en “voldtægt af historien” da metoden kan præsentere historiske fakta fra et forkert synspunkt. Dette skyldes at det ifølge metoden kun er de mest frugtbare og succesfulde ideer som tages i betragtning. Ideer som førte til blindgyder, og spørgsmål som aldrig blev tilfredsstillende besvaret, ignoreres (Edwards, 1977, s. vi).

## I-, om- og med-matematik

De to ovenfor præsenterede kategoriseringer af formål og tilgange kan nuanceres ved at indføre en ekstra “dimension”, nemlig den af i-, om- og med-matematik.<sup>14</sup>

Med *i-matematik* forstås aspekter relateret til matematiske resultater såsom begreber, teorier, discipliner og metoder. Kort sagt den interne matematik.<sup>15</sup>

Med *om-matematik* forstås aspekter som involverer betragtninger af matematikken på et meta-perspektiverende niveau (meta er det græske ord for *efter*), det vil sige betragtninger af matematikken der så at sige ligger uden for matematikken selv. Spørgsmålene i citatet fra Niss ovenfor er eksempler på sådanne meta-spørgsmål. Andre eksempler på om-matematiske aspekter kan omfatte refleksioner over det som Niss (2001a, s. 12-15)<sup>16</sup> kalder matematikkens femfoldige natur: (1) matematikken som en grundvidenskab (eller “ren” videnskab), (2) matematikken som en anvendt videnskab, (3) matematikken som et system af redskaber for praksis, (4) matematikken som et undervisningsfag og (5) matematikken som et rum for en særlig slags æstetiske oplevelser. Niss (2001a, s. 15) påpeger at matematikken visselig ikke er “ene om at være en grundvidenskab eller en anvendt videnskab, et system af redskaber til praksis, et undervisningsfag eller leverandør af æstetiske oplevelser”, men at der derimod næppe er “ret mange fag der i samme grad er alt dette på én gang.”

I tillæg til i- og om-matematik kan man også tale om *med-matematik*. “Med” henviser her til anvendelsen af matematik, eksempelvis i matematisk modellering eller lignende. Med-matematik ses så godt som aldrig som argument for at anvende historie i matematikundervisningen, hvilket nok skyldes at der er mere oplagte midler end netop historie til dette – eksempelvis matematisk modellering selv. Dermed dog ikke sagt at historie ikke også kan illustrere dette aspekt af matematikken; historie er blot ikke et entydigt valg. At historie er et helt oplagt valg, kan der dog sagtens være tale

14 Begreberne i-, om- og med-matematik er hentet fra matematik- og fysikmiljøet (IMFUFA) ved RUC, hvor disse har dannet basis for tænkningen i snart tre årtier.

15 Davis & Hersh (1981) taler om *inner issues* og *outer issues* af matematik. Niss (2001b, s. 163) taler om “knowledge of mathematics from the *inside*” og “knowledge of mathematics from the *outside*”. Inden for fysikdidaktik anvender Petersen (2007) begreberne *fagfaglig* og *metafaglig*.

16 Niss diskuterer også dette i en international kilde (Niss, 1994, s. 367-368), men for at kunne citere ordret har jeg valgt at støtte mig til den stort set identiske fremlæggelse i den danske kilde (Niss, 2001a).



om – i visse sammenhænge vil den historiske udvikling af matematiske discipliner for eksempel være svær at holde adskilt fra de praktiske anvendelser og problemer som gav anledning til studier inden for disse discipliner til at begynde med.

Lad mig give et eksempel til illustration af henholdsvis i-, om- og med-matematik. Tager vi udgangspunkt i den særlige konstruktion inden for algebra der kendes som endelige legemer, så vil et studie af disse, og sætninger i talteorien der relaterer sig til disse, være et studie i i-matematik. Anvendelsen af endelige legemer og relevante sætninger fra talteorien i fejlrettende koder er derimod et studie i med-matematik (kodningsteori er tilmed et eksempel på et sted hvor det er svært adskille de praktiske anvendelser fra den historiske udvikling af disciplinen). Netop endelige legemer og talteori – der af eksempelvis G.H. Hardy (1877-1947) blev betragtet som tilhørende den harmløse og uskyldige *rene* matematik i modsætning til den *anvendte* matematik der ofte finder sin anvendelse i krig (Hardy, 1940, s. 120-121,139-143) – skulle komme til at spille en central rolle i udviklingen af fejlrettende koder, og det faktum er derimod et studie i om-matematik. Tilmed er det et studie der historisk set fortæller noget om forholdet mellem ren og anvendt matematik, eksempelvis at Hardy tog fejl idet fejlrettende koder jo har fundet sin anvendelse i krig såvel som så mange andre steder i samfundet (Levinson, 1970, s. 249).

I forhold til inddragelsen af matematikhistorie i undervisningen relaterer i-, om- og med-matematik-dimensionen sig altså til motivationen for en sådan inddragelse. Så hvor de tidligere præsenterede kategorier for formål og tilgange omhandlede hvorfor og hvordan, kan man sige at denne dimension nærmere omhandler en form for *hvad* man er ude efter. Men lad os se hvordan man kan uddybe og nuancere de tidligere præsenterede kategorier ved hjælp af i-, om- og med-matematik.

Når man taler om “matematikhistorie som værktøj”, er det de i-matematiske aspekter man i virkeligheden er ude efter. Brugen af historie skal styrke indlæringen af i-matematik hos de studerende. Om-matematik er kun relevant for “matematikhistorie som værktøj” i det tilfælde hvor det forventes at motivere de studerende til at opnå større intern faglig indsigt. Hovedpointen i “matematikhistorie som mål” er derimod netop de metafaglige aspekter selv, det vil sige om-matematikken. Under antagelse af at en diskussion af de om-matematiske aspekter kan højnes gennem en forankring i i-matematikken, kan man påpege at i-matematikken i dette tilfælde kan tjene som et middel for om-matematikken, altså den omvendte situation. En anden måde at sige det på er at hvor om-matematikken beskæftiger sig med de metafaglige aspekter af matematikken, beskæftiger i-matematikken sig med de internt faglige. Med-matematiks rolle i forbindelse med de to formål er som tidligere nævnt ikke lige så klart givet som de af i- og om-matematik. Med-matematik kan dog være en særdeles velvalgt indgangsvinkel til at diskutere såvel i- som om-matematiske aspekter af matematikhistorien. I relation til eksemplet med de fejlrettende koder kunne man

således tage udgangspunkt i disses anvendelser i de studerendes hverdag, såsom computer-hardware, mobiltelefoner, cd-afspillere, strekkoder (fejldetekterende koder) etc., og således benytte dette som indfaldsvinkel til studiet af endelige legemer og talteori (i-matematikken) og en videre diskussion af rollerne af henholdsvis den rene og den anvendte matematik (om-matematikken). Med hensyn til den tidligere omtalte skjulte matematik, så er netop diskussionen af med-matematik i særdeleshed velegnet til "afsløringen" af denne.

I forbindelse med tilgangene vil der uanset hvor på skalaen vi befinder os i forhold til illustrationstilgangene, være tale om at de fleste af supplementerne omhandler om-matematiske, og undertiden med-matematiske, aspekter. Kun sjældent bliver i-matematiske aspekter berørt i forbindelse med for eksempel biografier og anekdoter. Mindre i-matematiske tiltag kan dog forekomme i forbindelse med "historiske epiloger". I modultilgangene sætter de "historiske pakker" med udgangspunkt i den pensumbundne i-matematik den relaterede om-matematik på dagsordenen i en kortere tidsperiode. I de lidt længere moduler er der tilmed mulighed for at inddrage i-matematik som måske ligger uden for rammerne af det normale pensum, og således indfange nye aspekter af om-matematikken, omend stadig på en sådan måde at disse er forankret i i-matematik. Det samme gør sig selvfølgelig gældende for lange moduler såsom kurser i matematikkens historie og lignende. I samtlige modultilgange kan med-matematik gøre sig gældende, eksempelvis på lignende vis som i eksemplet ovenfor med de fejlrettende koder. I de historiebaserede tilgange, uanset skalering, er det vigtigste anliggende i-matematikken, altså læring af matematik, hvorfor historien også kun fungerer som værktøj i denne sammenhæng. Om- og med-matematiske aspekter bliver kun en del af dagsordenen her såfremt de kan assistere eller motivere læringen af den i-matematik der er på færde – eller i fald optræder de som biprodukter på den ene eller den anden vis.

## Historiesyn og faldgruber

Uafhængigt af formålet med at inddrage matematikhistorie i undervisningen vil det historiesyn der ligger til grund for inddragelsen, spille en rolle i de studerendes udbytte af undervisningen. Handler matematikhistorie eksempelvis udelukkende om at fastsætte datoer for og ophavsmænd til begreber og teorier inden for matematikken? Altså en form for bestemmelse af *hvornår* og *hvem*. Eller handler matematikhistorie i højere grad om at diskutere *hvorfor* og *hvordan* disse begreber og teorier blev tilvejebragt, og hvorfor denne tilvejebringelse foregik netop på dette eller hint tidspunkt i historien? Tager vi igen udgangspunkt i teorien om fejlrettende koder, så vil det at identificere Richard Hamming som ophavsmanden til denne og fastsætte tidspunktet til slutningen af 1940'erne være et eksempel på en hvem og hvornår-tilgang til historien – en tilgang man rent faktisk ofte støder på i litteraturen. Der

er derimod tale om en hvorfor og hvordan-tilgang hvis man påpeger at Hamming var bruger af computerne på Bell Laboratories, at det var dette arbejde der motiverede – eller irriterede – ham til at udvikle koderne, at Hamming var matematiker, og at hans koder derfor baserede sig på veletablerede matematiske teorier, samt at alt dette foregik i computerens spæde barndom og i efterkrigsårene hvor tilførslen af penge fra den amerikanske stat til private virksomheder som Bell Labs var stor, og at Bell Labs' forskningsafdeling på dette tidspunkt udgjordes af ikke mindre end 12 procent af virksomhedens tekniske personel. Den af disse to fremstillinger som en given underviser eller lærebog favoriserer, vil ganske givet være med til at forme de studerendes opfattelse af hvad matematikhistorie er, og hvad det går ud på.

Inden for matematikhistorien selv skelnes der ofte imellem to typer af indgangsvinkler til denne, og Rowe (1996, s. 3) betegner disse som matematikhistorie bedrevet af henholdsvis *kulturelle historikere* og *matematiske historikere*. Den første gruppe er dem som ser på matematik som videnskabshistorikere, betragtede såvel ideer som institutioner. Den anden gruppe omfatter dem der studerer matematikkens historie primært fra et moderne matematisk standpunkt. Rowe nævner selv Moritz Cantor (1829-1920) og Hieronymus Georg Zeuthen (1839-1920) som repræsentanter for henholdsvis den første og den anden gruppe. I matematikdidaktikken giver Grugnetti også udtryk for en kulturel historisk holdning:

[...] når vi i skolen introducerer en ny matematiker, eller helt generelt, en videnskabsmand, er det fundamentalt at analysere de politiske, sociale og økonomiske rammer inden for hvilke han levede. (Grugnetti, 2000, s. 29)

Ekstreme eksempler på matematiske historikere er Bourbakisterne, specielt Jean Dieudonné og André Weil. I en diskussion om hvorfor og hvordan matematikhistorie bør bedrives, hævder Weil eksempelvis:

[...] det er umuligt for os at analysere indholdet af Euklids Bog V og Bog VII ordentligt uden gruppebegrebet og endda uden begrebet om grupper med operatører, da forholdene af størrelsesordnerne behandles som multiplikative grupper opererende på den additive gruppe af størrelsesordnerne selv. (Weil, 1978, s. 232)

En helt klar forskel på de to holdninger er således den at hvor Grugnetti holder mest på de om-matematiske aspekter af matematikkens historie, så er Weils historiske studier langt mere forankret i i-matematikken. Pointen her er at der fra et undervisningsmæssigt synspunkt er fordele såvel som ulemper ved begge indgangsvinkler. Helt oplagt vil en studerende der kun bliver udsat for Weils synspunkter på matematikkens historie, ganske givet intet lære om de kulturelle aspekter, og i værste tilfælde vil den

studerende få en næsten anakronistisk opfattelse af matematikkens historie. Faren ved den kultur-historiske indgang er at den kan ende i for meget "julefortælling" hvor de kulturelle aspekter er fuldstændig løsrevet fra de matematiske, eller med andre ord hvor om-matematikken på ingen måde er forankret i i-matematikken.

Et nærliggende spørgsmål som man i forbindelse med inddragelse af matematikhistorie i undervisningen kan stille sig, er hvilke faldgruber der forekommer. I en kommentar i det norske tidsskrift *Tangenten* nævner Burn:

Enda mer enn i matematikken er eleven i matematikkens historie avhengig av lærerens framstilling. Eleven er prisgitt læreren. Gjør læreren feil i matematikken, kan det oppdages og korrigeres ved en nøyaktig gjennomtenkning. En lærers feil i historie derimot er ikke lett tilgjengelig for korreksjon. (Burn, 1998, s. 11-12)

Burns kommentar her drejer sig hovedsageligt om konkrete fejl i fakta. For eksempel det faktum at såvel eksperter som nybegyndere i matematikkens historie i en undervisningssituation kan lade sig overmande af fristelsen til at ændre et "kjanske" til et "det var slik", samt at de kan glemme at problematisere en given historisk fremstilling (Burn, 1998, s. 12). En sådan problematisering kan selvfølgelig gå på de eventuelle fejl der måtte indgå i en fremstilling, men som set ovenfor kunne den lige så vel gå på det historiesyn der ligger til grund for fremstillingen.

Ud over at Burns kommentar kan tjene som en påmindelse om at være på vagt i forbindelse med inddragelsen af historie, så kan den selvfølgelig også fungere som et direkte modargument til inddragelsen af historie i matematikundervisningen.

## Modargumenter

Siu (2004) diskuterer 16 forskellige argumenter *imod* inddragelsen af historie i matematikundervisningen,<sup>17</sup> hvoraf en del af disse stammer fra undervisere selv. Ud over de mere pragmatiske modargumenter såsom at der ikke er tid nok, at der ikke findes noget velegnet materiale, og at underviserne ikke har tilstrækkelig træning i at undervise i matematikkens historie, lyder nogle af modargumenterne som følger:

5. "Studerende kan ikke lide det!"
6. "Studerende synes det er historie, og de hader historieundervisning!"
7. "Studerende synes det er lige så kedeligt som faget matematik selv!"
8. "Studerende har ikke nok almen viden om kultur til at værdsætte det!" [...]

17 Hovedparten af disse opremses også af Tzanakis & Arcavi (2000, s. 203).

15. “Er det tilbøjeligt til at afføde kulturel chauvinisme og snæversynet nationalisme?”
16. “Er der nogen som helst empirisk evidens for at studerende lærer bedre når historie bringes i anvendelse i klasseværelset?” (Siu, 2000, s. 268-269)

Modargumenterne 5, 6 og 7 er på sin vis de modsatte af motivationsargumentet som beskrevet i afsnittet om matematikhistorie som værktøj. En svaghed ved netop dette argument for inddragelse af historie (eller diverse andre aspekter af faget matematik) er at det kun kan anvendes i en subjektiv og personlig sammenhæng idet det forudsætter at historien rent faktisk interesserer en given studerende. Ifølge Schubring (1988) bliver det da en forudsætning at historiske spørgsmål rent faktisk har en værdi i en nutidig kulturel sammenhæng. Spørgsmålet er måske i virkeligheden om dette er tilfældet for nutidens studerende på samme vis som det var for tidligere tiders studerende (Schubring, 1988, s. 138), (Mosvold, 2002b, s. 6). Modargumenterne 8 og 15 går til angreb på de kulturelle aspekter af matematikhistorie som mål. Hvor nr. 8 siger at de studerende simpelthen ikke besidder nok kulturhistorisk indsigt til at værdsætte de kulturelle aspekter af matematikhistorien, spørger nr. 15 om hvorvidt indsigt i forskellige kulturers udvikling af matematik til et givet tidspunkt ikke kan give anledning til chauvinisme (herunder racisme) og snæversynet nationalisme. Modargument 16 sætter i al sin enkelthed spørgsmålstejn ved selve brugen af matematikhistorie som et værktøj til at øge indlæringen af matematik. Dette er rent faktisk ikke et irrelevant spørgsmål idet antallet af empiriske undersøgelser af dette på nuværende tidspunkt er forholdsvis begrænset, eksempelvis nævner Siu (2004, s. 269) kun fem.<sup>18</sup> Et lignende relevant spørgsmål med hensyn til matematikhistorie som mål er i hvilket omfang studerende på et givet uddannelsesniveau overhovedet er i stand til at diskutere og reflektere over meta-perspektiver af faget matematik, og hvis de er, så på hvilke præmisser en sådan diskussion foregår, og hvis de ikke er, så hvad der skal til for gøre dem i stand til det. Antallet af empiriske undersøgelser af sådanne spørgsmål forekommer om muligt endnu mere begrænset.

## Konklusion

Overordnet set kan inddragelsen af historie i matematikundervisningen tjene to forskellige formål: “matematikhistorie som værktøj” og “matematikhistorie som mål”. Matematikhistorie som værktøj drejer sig hovedsageligt om at støtte indlæringen af matematik hos de studerende, altså de i-matematiske aspekter. Matematikhistorie

18 Yderligere en lille håndfuld afrapporteringer fra empiriske studier kan dog findes i de nyligt udkomne *Proceedings HPM2004 & ESU4*, og også i de næste numre af *Educational Studies in Mathematics* lader der til at være et par stykker på bedding.

som mål har derimod fortrinsvis som sit fokus at introducere mere meta-perspektiverende, eller om-matematiske, aspekter af faget matematik i undervisningen. Man kan altså sige at hvor matematikhistorie som et værktøj fortrinsvis fokuserer på det internt faglige i matematikundervisningen, så fokuserer matematikhistorie som et mål på det metafaglige. For begge formål gælder at med-matematik ofte kan være med til at sætte scenen for de henholdsvis i- eller om-matematiske aspekter der er på dagsordenen.

Det er vigtigt at pointere at ikke alle de argumenter der fremføres for inddragelsen af matematikhistorie i undervisningen, er *entydige*, hvilket vil sige at flere af disse lige så vel kan bruges som argumenter for inddragelsen af eksempelvis matematisk modellering eller filosofi i undervisningen. Tror man for eksempel på ideen om at ontogenese rekapitulerer fylogenese, da vil argumentet om brugen af historie være ganske entydigt bestemt: Der findes ingen anden måde at undervise i matematik på end gennem fagets historie. Tror man derimod ikke på teorien om ontogenese og fylogenese, er valget af historie ikke entydigt i ovenstående forstand, men er undertiden en så oplagt kandidat at man kan have svært ved at forestille sig andre. Tag eksempelvis argumentet om at de problemer som matematikken er løbet ind i rent udviklingsmæssigt, ofte også vil være til stede i en læringssituation. Hvis ikke historien skulle være en oplagt kandidat til at identificere sådanne steder, hvad skulle da?

Af tilgange til inddragelse af historie i undervisningen kan der generelt set identificeres tre fundamentalt forskellige typer af tilgange. Disse udgør, som forklaret i artiklen, illustrationstilgangene, modultilgangene og de historiebaserede tilgange hvor inddragelsen af historie inden for hver af tilgangene kan skaleres. I den i denne artikel præsenterede kategorisering af de forskellige tilgange der findes til involvering af matematikhistorie, har jeg bestræbt mig på ikke at blande disse sammen med formålene for at ville inddrage historie i undervisningen (bortset fra diskussionen af i-, om- og med-matematik). Generelt set er dette dog ikke en særlig nem opgave idet formål og tilgange i denne sammenhæng er tæt forbundet. Det faktum at sigtet med at involvere historie i undervisningen altid er knyttet til et bestemt formål, betyder at dette formål meget ofte vil blive reflekteret i det følgende valg af tilgang. Eller omvendt, meget ofte vil en given tilgang til at involvere historie i undervisningen reflektere det bagvedliggende formål for at involvere historie i det hele taget. For eksempel hvis der er tale om en historiebaseret tilgang, så vil det så godt som altid være i-matematikken, altså matematikhistorie som værktøj, der er i centrum.

De forskellige argumenter for og tilgange til inddragelse af matematikhistorie i matematikundervisningen er i en vis grad underlagt de samme kritikker som diskursen inden for matematikhistorisk forskning selv er. Dette skyldes at et forudindtaget historiesyn højst sandsynligt vil afspejles i selve videregivelsen af den matematikhistoriske viden, dette være sig inden for matematikhistorien selv eller i en under-

visningssituation. Hvis der således ikke reflekteres over indgangsvinklen til denne formidling, kan det være medvirkende til at begrænse en studerendes opfattelse af hvorfor det kan være relevant at studere historien, og hvad der eventuelt er at lære af denne. Ovenstående eksempel med Rowes henholdsvis kulturelle og matematiske historikere illustrerer dette.

Som vist i denne artikel er argumenterne for og tilgangene til inddragelse af historie i matematikundervisningen ikke så mange og så forskellige som de ved første øjekast kan tage sig ud. De kan som sagt kategoriseres i to forskellige formål og tre forskellige tilgange. Disse kategoriseringer af formål og tilgange, sammen med begreberne i-, om- og med-matematik, tilbyder et strukturelt "framework" (og analyseredskab) hvorigennem diskussionen om brug af matematikhistorie i matematikundervisningen kan struktureres og ordnes og derved blive mere tilgængelig og gennemskuelig.

## Taksigelser

Tak til Mogens Niss for en række signifikante input til denne artikel. Og tak til Tinne Hoff Kjeldsen for kritisk gennemlæsning af tidligere versioner af artiklen. Også tak til H.C. Hansen for at stille sin ekspertise angående Poul la Cour til rådighed.

## Referencer


- Blomhøj, M. (2001). Hvorfor matematikundervisning? – matematik og almindelse i et højteknologisk samfund. I: M. Niss (red.), *Matematikken og Verden* (s. 218-246, kapitel 10). København: Forfatterne og Forlaget A/S.
- Blum, W. & Niss, M. (1991). Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to other Subjects – State, Trends, and Issues in Mathematics Instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22, s. 37-68.
- Burn, B. (1998). Matematikkens historie – blindspor eller skattekiste? *Tangenten*, 2, s. 10-14.
- Burn, R.P. (1999). Integration, a genetic approach. *Nordisk matematikdidaktikk*, 7(1), s. 7-27.
- Calinger, R. (red.) (1996). *Vita Mathematica – Historical Research and Integration with Teaching*. Washington: The Mathematical Association of America.
- Davis, P.J. (2005). Interview med professor emeritus Philip J. Davis den 6. marts 2005. Foretaget af Uffe Thomas Jankvist og Bjørn Toldbod på Brown University, Providence.
- Davis, P.J. & Hersh, R. (1981). *The Mathematical Experience*. London: Penguin Books.
- Edwards, H.M. (1977). *Fermat's Last Theorem – A Genetic Introduction to Algebraic Number Theory*. New York: Springer-Verlag.
- Fauvel, J. (red.) (1990). *History in the Mathematics Classroom*, The IREM Papers. Leicester: The Mathematical Association.
- Fauvel, J. (red.) (1991). *Special Issue on History in Mathematics Education*, Vol. 11(2) of *for the learning of mathematics – An International Journal of Mathematics Education*. White Rock, B.C., Canada: FLM Publishing Association.

- Fauvel, J. & van Maanen, J. (red.) (2000). *History in Mathematics Education – The ICMI Study*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education – China Lectures*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Furinghetti, F. & Radford, L. (2002). Historical Conceptual Development and The Teaching of Mathematics: From Phylogenesis and Ontogenesis Theory to Classroom Practice. I: L. English (red.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (kapitel 25). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Grugnetti, L. (2000). The History of Mathematics and its Influence on Pedagogical Problems. I: V. Katz (red.), *Using History to Teach Mathematics – An International Perspective* (s. 29-35), No. 51 in MAA Notes. Washington: The Mathematical Association of America.
- Haeckel, E. (1906). *The Evolution of Man – A Popular Scientific Study*. London: Watts & Co.
- Hansen, H.C. (1985). *Poul la Cour: grundtvigianer, opfinder og folkeoplyser*. Vejlen: Askov Højskoles Forlag. Doktordisputats, Aarhus Universitet, 1985.
- Hardy, G.H. (1940). *A Mathematician's Apology*. Cambridge University Press.
- Jahnke, H.N. (2000). The use of original sources in the mathematics classroom. I: J. Fauvel & J. van Maanen (red.), *History in Mathematics Education* (s. 291-328. kapitel 9), An ICMI Study. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Jahnke, H.N., Knoche, N. & Otte, M. (red.) (1996). *History of Mathematica and Education: Ideas and Experiences*, No. 11 in Studien zur Wissenschafts-, Sozial- und Bildungsgeschichte der Mathematik. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.
- Jankvist, U.T. & Toldbod, B. (2007). The Hidden Mathematics of the Mars Exploration Rover Mission. *The Mathematical Intelligencer*, 29(1), s. 8-15.
- Katz, V. (red.) (2000). *Using History to Teach Mathematics – An International Perspective*, No. 51 in MAA Notes. Washington: The Mathematical Association of America.
- Katz, V.J. & Michalowicz, K.D. (red.) (2004). *Historical Modules for the Teaching and Learning of Mathematics*. Mathematical Association of America.
- la Cour, P. (1881). *Historisk matematik*. Kolding: Konrad Jørgensens Bogtrykkeri.
- la Cour, P. & Appel, J. (1896-1897). *Historisk fysik*. København: Gyldendal.
- Levinson, N. (1970). Coding Theory: A Counterexample to G. H. Hardy's Conception of Applied Mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 77(3), s. 249-258.
- Lindstrøm, T. (1995). *Kalkulus Bind I*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Lit, C.-K., Siu, M.-K. & Wong, N.-Y. (2001). The Use of History in the Teaching of Mathematics: Theory, Practice, and Evaluation of Effectiveness. *Educational Journal*, 29(1), s. 17-31.
- Mosvold, R. (2002a). Genesis principles in mathematics education. I: O. Bekken & R. Mosvold (red.), *Study the Masters* (s. 85-96). Göteborgs Universitet: Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM. Proceedings from the Abel-Fauvel Conference in Kristiansand.
- Mosvold, R. (2002b). "Genetisk" – Begrepsforvirring eller begrepsavklaring? *Telemarksforskning Notodden*, 02(10), s. 1-16.



- Niss, M. (1994). Mathematics in Society. I: R. Biehler, R.W. Scholz, R. Sträßler & B. Winkelmann (red.), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (s. 367-378). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Niss, M. (2001a). Indledning. I: M. Niss (red.), *Matematikken og Verden*, Fremads debatbøger – Videnskab til debat. København: Forfatterne og Forlaget A/S.
- Niss, M. (2001b). University Mathematics Based on Problem-Oriented Student Projects: 25 Years of Experience with the Roskilde Model. I: D. Holton (red.), *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level* (s. 153-165), An ICMI Study. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Peters, R.S. (1980). *Uddannelsens filosofi – Udvalgte artikler*. København: Nyt Nordisk Forlag Arnold Busck.
- Petersen, B.S. (2007). *Fysiks bidrag til almindelse – Metafaglighed over for faglighed*. Ph.d.-afhandling i fysikkens didaktik ved IMFUFA, NSM, Roskilde Universitetscenter.
- Poincaré, H. (1899). La Logique et L'Intuition. *Dans la Science Mathématique et dans L'Enseignement*, 1, s. 157-162.
- Rowe, D.E. (1996). New Trends and Old Images in the History of Mathematics. I: R. Calinger (red.), *Vita Mathematica – Historical Research and Integration with Teaching* (s. 3-16), No. 40 in MAA Notes. Washington: The Mathematical Association of America.
- Russ, S., Ransom, P., Perkins, P., Barbin, E., Arcavi, A., Brown, G. & Fowler, D. (1991). The experience of history in mathematics education. *for the learning of mathematics – An International Journal of Mathematics Education*, 11(2), s. 7-16.
- Schubring, G. (1978). *Das genetische Prinzip in der Mathematik-Didaktik*. Stuttgart: Klett-Cotta.
- Schubring, G. (1988). Historische Begriffsentwicklung und Lernprozeß aus der Sicht neuerer mathematikdidaktischer Konzeptionen (Fehler, "Obstacles", Transpositionen). *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 20(4), s. 138-148.
- Siu, F.-K. & Siu, M.-K. (1979). History of mathematics and its relation to mathematical education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 10(4), s. 561-567.
- Siu, M.-K. (2000). The ABCD of Using History of Mathematics in the (Undergraduate) Classroom. I: V. Katz (red.), *Using History to Teach Mathematics – An International Perspective* (s. 3-9), No. 51 in MAA Notes. Washington: The Mathematical Association of America.
- Siu, M.-K. (2004). No, I don't use history of mathematics in my class. Why? I: F. Furinghetti, S. Kaijser & C. Tzanakis (red.), *Proceedings HPM2004 & ESU4* (s. 268-277). Uppsala Universitet, revised edition.
- Swetz, F. (1995). Using Problems from the History of Mathematics in Classroom Instruction. I: F. Swetz, J. Fauvel, O. Bekken, B. Johansson & V. Katz (red.), *Learn From The Masters* (s. 25-38). The Mathematical Association of America.

- Swetz, F. (2000). Problem Solving from the History of Mathematics. I: V. Katz (red.), *Using History to Teach Mathematics – An International Perspective* (s. 59-65), No. 51 in MAA Notes. Washington: The Mathematical Association of America.
- Swetz, F., Fauvel, J., Bekken, O., Johansson, B. & Katz, V. (red.) (1995). *Learn from the Masters*. Washington: The Mathematical Association of America.
- Toeplitz, O. (1927). Das Problem der Universitätsvorlesungen über Infinitesimalrechnung und ihrer Abgrenzung gegenüber der Infinitesimalrechnung an den höheren Schulen. *Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung, XXXVI*, s. 88-100.
- Tzanakis, C. (2000). Presenting the Relation between Mathematics and Physics on the Basis of their History: a Genetic Approach. I: V. Katz (red.), *Using History to Teach Mathematics – An International Perspective* (s. 111-120), No. 51 in MAA Notes. Washington: The Mathematical Association of America.
- Tzanakis, C. & Arcavi, A. (2000). Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey. I: J. Fauvel & J. van Maanen (red.), *History in Mathematics Education* (s. 201-240, kapitel 7), An ICMI Study. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Wagenschein, M. (1968). *Verstehen Lehren: Zum Problem des Genetischen Lehrens*. Weinheim und Basel: Beltz Verlag.
- Weil, A. (1978). History of Mathematics: Why and How. I: O. Lehto (red.), *Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Helsinki, 15.-23. august 1978* (s. 227-236). Hungary: Academia Scientiarum Fennica.



I denne sektion bringes kommentarer til tidligere bragte artikler. Kommentarerne skal være saglige, samt fagligt og analytisk funderede. Kontakt gerne redaktionen forinden indsendelse af kommentar. Indsendte kommentarer vurderes af redaktionen og er ikke genstand for peer-review.

# Kommentarer

# Hvem har lyst til at være naturfagslærere?

*Birgitte Pontoppidan, Århus Lærerseminarium, JCVU*

*Kommentar til artiklen "Naturfagene i den nye læreruddannelse" i MONA, 2007(2)*

Peter Norrild (PN) gør i artiklen rede for de tanker der ligger til grund for naturfagene i den nye læreruddannelse, og påpeger mange af de problemer der højst sandsynligt vil ramme naturfagene med indførelsen af den nye læreruddannelse. PN har fat i det paradoksale problem at den styrkelse det fra politisk hold har været meningen at give naturfagene i den nye læreruddannelse, i virkeligheden kan vise sig at være en katastrofal fejltagelse – med negative konsekvenser for læreruddannelsen og for naturfagsundervisningen i folkeskolen til følge.

Med denne kommentar vil jeg forsøge at uddybe disse konsekvenser og argumentere for at det største problem nok ligger i rekrutteringen til læreruddannelsen: Det er vigtigt at vi finder de unge mennesker der har lyst til at arbejde med de udfordringer som ligger i fremtidens naturfag i skolen, såsom:

- **Dannelsesaspektet**

Fremtidens naturfagsundervisning står over for mange alvorlige og påtrængende udfordringer der skal løses hvis samfundet skal kunne trække på borgere der kan deltage i beslutningsprocesser om ny teknologi, videnskab og miljø, og hvis erhvervslivet skal have tilstrækkeligt grundlag for at skabe viden, innovation og vækst. For det enkelte individ er naturfaglige kompetencer af stor betydning for at kunne afklare personlige risici og handlemuligheder og forstå den kultur man er en del af. Endelig er kendskab til og forståelse af naturens fænomener en stor kilde til livskvalitet for mange mennesker<sup>1</sup>.

- **Interesse for naturen er bærende**

Det er store udfordringer at skulle løfte for uddannelsessystemet, generelt og for læreruddannelsen, specielt. Det er således ikke tilstrækkeligt hvis vi i fremtiden kan

---

1 "Fremtidens Naturfag i Folkeskolen" (FNIF). Undervisningsministeriet, 2006 ([www.uvm.dk/06/documents/nat.pdf](http://www.uvm.dk/06/documents/nat.pdf))

måle (diagnostiske test m.m.) at de danske elever er blevet dygtigere (scorer højere) i naturfagene. Den undervisning som eleverne modtager, skal være så interessant og vedkommende at eleverne synes det er værd at involvere sig i de samfundsmæssige og værdimæssige problemstillinger som de naturvidenskabelige landvindinger fører med sig af miljømæssig og etisk karakter: *demokratiudfordringen/individudfordringen – rekrutteringsudfordringen*.<sup>2</sup>

- **Skolernes naturfaglige kultur skal styrkes**

Det er betydningsfuldt for en skole at have stærke faglige kulturer som forum for aktiv faglig og fagdidaktisk dialog og et engageret samarbejde mellem naturfagslærerne. Ansvar for at udvikle lokale naturfaglige kulturer ligger primært hos skoleledelsen, men en utvetydig og forpligtende kommunal opbakning må være en forudsætning. Desværre forholder det sig sådan at den naturfaglige kultur er næsten ikke-eksisterende,<sup>3</sup> og mange faglokaler i geografi og biologi er nedlagte, og lokalerne anvendes til andre formål.

## Professionsrettet faglighed i den nye læreruddannelse

Der er med den nye læreruddannelse beskrevet et nyt linjefag som er væsentligt større af omfang end tidligere, med en stærk professionsrettet faglighed og med et øget krav til optagelse. Men hvad er så den "faglige" forudsætning for at være en god lærer?

Keld Nielsen, institutleder for Stenoinstitutet, Aarhus Universitet, udtrykte det således ved et foredrag<sup>4</sup>: "Det som skolen har brug for, er ikke eksperter i et fag. Det er eksperter i *undervisningen* i et fag. Det er en stor forskel." Han citerede også professor ved DPU Jens Rasmussen for følgende: "Forskningen viser at lærerens faglige viden selvfølgelig tæller. Men den tæller først når den bringes i kombination med undervisningskompetence".

Seminarieerne har muligheden for at løfte denne udfordring. Lærerstaben er sammensat så der fagligt, fagdidaktisk og almenfagligt kan tilbydes de studerende en professionsrettet undervisning i samarbejde med et etableret net af praktikskoler.

I den nye læreruddannelse opbygges de store obligatoriske linjefag med et øget fokus på samarbejdet mellem de pædagogiske fag og linjefagene faglighed. Praktikken knyttes til linjefagene og giver mulighed for samarbejde mellem praktikskolernes naturfaglige lærerstab gennem hele linjefagsforløbet – alt i alt en professionsretning som giver mulighed for at de studerende på et tidligere tidspunkt i læreruddannelsen opfatter hvad lærerfaglighed går ud på.

1 "Fremtidens Naturfaglige Uddannelser: Vision og oplæg til strategi" (FNU). Undervisningsministeriet, 2003 (<http://pub.uvm.dk/2003/naturfag/>)

2 Fremtidens Naturfag i Folkeskolen (FNIF), Undervisningsministeriet, 2006 ([www.uvm.dk/06/documents/nat.pdf](http://www.uvm.dk/06/documents/nat.pdf))

3 Foredrag på Århus Dag- og Aftenseminarium d. 7. december 2005

Fællesdelen omhandler dels naturfagernes begrundelse og rolle i samfundet og skolen, fagernes indbyrdes sammenhæng og samspil gennem skoleforløbet, dels samspillet med andre af skolens fag. Det omfatter bl.a. eksemplariske erkendelses- og arbejdsformer i naturfagene samt undervisningsformer der skal fremme progression i elevernes faglige læring og udvikle deres praktiske færdigheder, kreativitet og lyst til at stille spørgsmål og lave undersøgelser. Fællesforløbets stofområder er natur, teknik, livsbetingelser og levevilkår samt videnskabsteoretiske og historiske tilgange. Der indgår almene læringspsykologiske og didaktiske elementer i fællesforløbet som forudsætning for planlægning, tilrettelæggelse og gennemførelse af den konkrete undervisning med henblik på at afdække forskellige perspektiver på børns naturfaglige læring på forskellige alders- og udviklingstrin, herunder andetsprogsperspektivet.<sup>5</sup>

Alt sammen velmente tiltag som på langt de fleste områder lever op til de tanker der ligger bag strategiplaner (FNU, FNIF), forskningsprojekter (ROSE), internationale programmer (PISA), undersøgelser og erfaringer fra skolepraksis og meget andet. Fællesdelen rummer mange af de aspekter som var efterlyst: det almindelige naturfaglige indhold og øget fokus på hvordan naturfagene kan gøres mere interessante for eleverne i folkeskolen. Endvidere rummer fællesdelen grundlæggende faglige og fagdidaktiske områder som vil være relevante for alle naturfagene.

Men det store "aber dabei" er – som PN også påpeger i sin artikel – at linjefagene ikke blev ligestillede, og det med den konsekvens til følge at de studerende som vælger linjefag i biologi og geografi, ikke får del i denne viden og samarbejdet med de pædagogiske fag på 0,2 årsværk.

En af de nye tanker bag den nye læreruddannelse er at den studerende får mulighed for at fordybe sig i naturfagsområdet og vælge både natur/teknik, fysik/kemi (dobbeltspecialisering) og endnu et af naturfagene biologi eller geografi.<sup>6</sup> En læreruddannelse hvor den studerende har valgt at fordybe sig i 2,4 årsværk inden for naturfagene, må siges at være en betragtelig styrkelse af lærerens naturfaglige kompetencer rent kvalitativt.

## Studerende til naturfag søges ...

Naturfaget i den nye læreruddannelse er på mange måder gennemtænkt og visionært sammensat. Men landet over meldes der om meget faldende tilgang til læreruddannelsens naturfaglige område – de naturfagligt interesserede og engagerede lærerstuderende udebliver. Det store problem er ikke længere et spørgsmål om hvilken faglighed der vil være bedst for læreruddannelsens linjefag, men derimod et rekrutteringsproblem.

4 Fagbeskrivelsen for fællesdelen

5 Fra bemærkninger til lovforslaget L22f 5.april 2006.

Vi der har fornøjelsen af at arbejde med lærerstuderende, ved at vi har at gøre med nogle utroligt alsidige, spændende, socialt engagerede, reflekterede, humanistisk indstillede og modne unge mennesker som ønsker det bedste for børn og skole. Men som PN viser i sin artikel, er det er ikke fordybelsen i naturfagene der generelt kommer i første række ved linjefagsvalgene. Naturfagene har i stor udstrækning været de studerendes valg nr. 3 og 4 i den læreruddannelse vi forlader nu, og natur/teknik-linjefaget var faktisk et populært valg i læreruddannelsen af 1997.

### **Fatale konsekvenser?**

Men skolen har brug for – og eleverne har krav på – engagerede, interesserede naturfagslærere der kan bidrage til opbygning af den naturfaglige kultur på skolerne og være med til at vende den negative udvikling fagområdet har været inde i i alt for mange år. For at dette kan ske, vil skolen have brug for et vist "volumen" af lærere uddannet inden for dette fagområde. Det er derfor et stort problem for skolen at dette kvalitative løft i læreruddannelsen resulterer i en kvantitativ tilbagegang.

På grund af den svigtende tilgang af studerende drejer den onde cirkel videre ind i læreruddannelsen. Seminariernes i forvejen små faglige miljøer affolkes, seminarielærerne tilbydes ringere arbejdsvilkår og søger andre steder hen. Meget af den fagdidaktiske ekspertise som er opbygget inden for naturfagsområdet gennem længere tid, går i stå eller tabes, og det vil tage lang tid at genopbygge et fagdidaktisk miljø i læreruddannelsen inden for dette felt igen. Eftersom det sædvanligvis også er seminariets lærere som varetager lærernes efteruddannelse i naturfagene, kommer det til at ramme skolerne på to fronter: både i manglen på nyuddannede naturfagslærere og i en forringet mulighed for en kvalificeret efteruddannelse af lærerne inden for skolens naturfag.

Så på trods af mange gode intentioner, strategiplaner og internationale undersøgelser er det således stadigvæk et spørgsmål hvorvidt naturfagene faktisk styrkes væsentligt gennem den nye læreruddannelse.

Det er som bekendt lysten der driver værket – også i valg af linjefag, og sådan bør det selvfølgelig også være. Det store spørgsmål er derfor: *Hvem* er det der har lyst og evne til det spændende job det er at undervise i og formidle naturfagene i folkeskolen? – Måske skulle vi kigge ud over landets grænser til de lande vi ynder at sammenligne os med inden for samme dannelsesstradition, f.eks. de andre nordiske lande, og se hvordan de rekrutterer den "fødte" naturfagslærer.

# Gymnasiereform og fysik – komplementære størrelser?

*Claus Jessen, Frederiksberg Gymnasium*

*Kommentar til artiklen "Naturvidenskab efter gymnasiereformen – intentioner og resultater" i MONA, 2007(1)*

"Fagligheden i frit fald!", "Gymnasiereformen er et administrativt monster", "Vi bruger uendelig tid til unødvendige møder i lærerteam", "Undervisningen afbrydes uafledeligt af AT-forløb og andre ufaglige aktiviteter". Sådan hører man ofte kolleger udtale sig om gymnasiereformen. Ironisk nok er netop de forhold som mange kolleger kritiserer ved reformen, faktisk nødvendige hvis naturfagsundervisningen skal være optimal – også set ud fra naturfagernes egen synsvinkel. Derfor er det en meget velplaceret og relevant analyse som Jens Dolin giver i sidste nummer af MONA.

## **Ikke forsker – men lærer!**

Lærere i gymnasiet har fået en dybtgående faglig uddannelse i deres fag på et meget højt niveau. De har alle været tæt på forskningen og i deres speciale selv bidraget hertil – de har fået en forskeruddannelse. Dette har sikret at lærerne har et solidt fagligt fundament. Men som ansat i gymnasiet er forskningen væk. Næsten ingen har tid til både at undervise og dyrke faglig forskning. Som ansat i gymnasiet er man lærer. Spørgsmålet er så om man kan betegnes som en professionel lærer. Og hvad er egentlig en professionel lærer? Det har Erling Lars Dale (Dale, 1999) et bud på. Han opstiller tre kompetenceniveauer for den professionelle lærergerning:

- $K_1$ : at kunne gennemføre undervisning
- $K_2$ : at kunne planlægge undervisning gennem udarbejdelse af lokale læreplaner
- $K_3$ : at kunne udvikle didaktisk teori og forholde sig kritisk til læreplaner

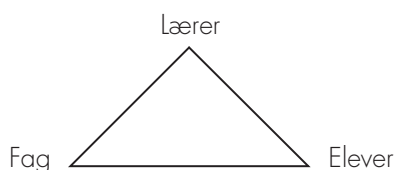
Det er klart at alle lærere kan planlægge og gennemføre undervisning. Men at udarbejde lokale læreplaner er uvant. Kompetenceniveauet  $K_3$  er noget de færreste i den danske gymnasieskole behersker. Faktisk er fagdidaktik er fremmedord for alt for



mange lærere i de naturvidenskabelige fag. Mange kolleger udtrykker foragt for fagdidaktik og andre pædagogiske begreber uden egentligt at vide hvad disse begreber dækker over.

## Hvorfor fagdidaktik?

At undervise er en kompliceret proces. Den didaktiske trekant viser hovedingredienserne i undervisningssituationen:



Men det er en forsimplet model, og der er et hav af andre faktorer. Lærerens fagopfattelse, forældrenes forventninger, Undervisningsministeriets læreplaner, aftagerinstitutionernes forventninger, elevernes motivation, skolens værdigrundlag osv., osv. Alle disse faktorer indgår i en kompleks sammenhæng med mange feedback-løkker. Og undervisningens succes afhænger af dem alle! For at forstå undervisning må man have et begrebsapparat til rådighed. Mærkeligt at mange lærere i gymnasiet ikke ser dette.

Sammenlign fx med et blad der løsner sig fra grenen og falder: Frit fald kan beskrives vha. Galileis faldlov:  $s = \frac{1}{2}gt^2$ . Her skal man kende begreberne hastighed og acceleration. Men bladet falder som bekendt ikke som faldloven forudsiger. Luftmodstand og turbulens virker kraftigt ind, og bladets vej mod jorden bliver meget kompliceret. Luftmodstand kan analyseres – her spiller hastighed og formfaktor ind. Turbulens og samspil mellem lufttryk og en flade i bevægelse giver mulighed for at forstå hvorfor flyvning er mulig. Noget så hverdagsagtigt som et faldende blad giver anledning til mange centrale fysiske begreber, og selv om vi ikke kan beskrive det konkrete blads vej mod jorden, så kan vi forstå mange mekanismer i processen.

På samme måde giver noget så hverdagsagtigt (og lige så uforudsigeligt som et faldende blad) som undervisning anledning til mange begreber der er nødvendige hvis man vil forstå og tale om fænomenet. Derfor har vi brug for fagdidaktiske begreber. Mange lærere ved af erfaring rigtigt meget om undervisningsprocesser og håndterer undervisningen rigtigt godt, men så længe man ikke har behov for at tale med kolleger om det, har man ikke brug for begrebsapparatet. Og uden de relevante begreber er det vanskeligt bevidst at udvikle sin egen undervisningspraksis. For at leve op til det væsentlige kompetenceniveau  $K_3$  er begrebsapparatet en vigtig forudsætning. Som Jens Dolin konkluderer, er der stort behov for efteruddannelse i fagdidaktik, men problemet er at få lærerne til at indse at de faktisk har det behov.

En af konklusionerne i rapporten "Fremtidens naturfaglige uddannelser" (Uddannelsesstyrelsen, 2003) er at "*Skolelederne skal sikre fora og ressourcer til naturfagdidaktisk debat og samarbejde samt give støtte til fagdidaktisk udviklingsarbejde med fokus på læring, evaluering og kompetencetækning.*" Her har vi en central nøgle til løsning af problemet. Faglige lærerteam er vigtige for at forstå nødvendigheden af de fagdidaktiske begreber. Det er skolernes ledelse der må organisere disse, for de opstår ikke af sig selv. Men det er ikke nok blot at danne lærerteam. De må struktureres og gives en ramme som kan muliggøre og give deres arbejde indhold. Her er et vigtigt udviklingsarbejde som er lige så nødvendigt som udvikling af fagdidaktikken. Lærerteam og administrative tiltag er nødvendige!

## Naturvidenskab og almindelse

Alle lærere i naturvidenskab er vel enige om at naturvidenskab er meget vigtigt, men hvorfor er det egentlig det? Som lærer har man brug for argumenter for sit fags relevans. Svein Sjøberg (Sjøberg, 2005) giver et bud herpå. Han opstiller fire argumenter for at naturvidenskab kan være en del af almindelsen:

- *Økonomiargumentet*: Naturvidenskabelig uddannelse giver gode job.
- *Nytteargumentet*: Naturvidenskab er nyttigt i dagligdagen.
- *Demokratiargumentet*: Naturvidenskabelig indsigt er nødvendig for at forstå og deltage i samfundsdebatten.
- *Kulturargumentet*: Naturvidenskabelig tænkning er en integreret del af vores kultur.

De to første afvises som relevante argumenter. Fx har lærere i naturvidenskabelige fag høj naturvidenskabelig uddannelse, men er ikke særligt vellønnede. Når kaffemaskinen ikke virker, er fysik selv på A-niveau ikke til meget nytte. De to sidste argumenter er derimod grunden til at naturvidenskab skal indgå i almindelsen. Men den gymnasiale undervisning i naturfagene lægger desværre ikke op til dette. Det skyldes dels faglig tradition, dels at de problemer der optræder i samfundsdebatten, både har naturvidenskabelige, samfundsmæssige og humanistiske sider som ikke kan behandles i de naturvidenskabelige fag. Der er brug for et samspil mellem flere fag hvis eleverne skal være i stand til at deltage i samfundsdebatten. Det er netop kernen i almen studieforbereelse. Her har vi mulighed for at dyrke *sagligheden* på baggrund af *fagligheden*. I stedet for at opfatte AT som unødvendige afbrydelser bør vi se AT som der hvor vi sikrer vores fags relevans.

Naturvidenskab kan beskrives ved tre elementer som alle er nødvendige (Sjøberg, 2005):

1. *Produkt*: Den måde den opnåede viden i faget er organiseret på.
2. *Proces*: Den måde ny viden frembringes på. Forskningsprocessen i fagene og baggrunden for de forskellige paradigmer/grundlæggende teorier (både internt og eksternt).
3. *Social institution*: Forskningsinstitutionernes samfundsmæssige rolle.

I undervisningen er vi rigtig gode til at dyrke punkt 1 hvorimod de to andre punkter traditionelt ikke tillægges så meget vægt. I punkt 1 ses faget "indefra", hvorimod faget mere betragtes "udefra" i punkt 2 og 3. Hvis alle tre punkter skal vægtes i undervisningen, er der behov for efteruddannelse af lærerne – ikke i selve faget, men i fagets metaaspekter. Ved at inddrage alle tre elementer i naturfagsundervisningen bliver det faglige niveau mere nuanceret og højere. Men disse punkter kan behandles på mange forskellige måder hvorfor noget af det traditionelle kernestof må vige. Fagligheden er ikke i frit fald hvis man tager de tre punkter alvorligt.

## Referencer

- Dale, L.E. (1999). Pædagogik og professionalitet. Klim.
- Sjøberg, S. (2005). Naturfag som almindannelse – en kritisk fagdidaktik. Klim.
- Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie nr. 7 (2003): Fremtidens naturfaglige uddannelser. Undervisningsministeriet.

# Formelfri fysikundervisning

*Bjarke Skipper Petersen & Jens Højgaard Jensen, IMFUFA, Institut for Natur, Systemer og Modeller, RUC*

*Kommentar til artiklen "Naturvidenskab efter gymnasireformen – intentioner og resultater" i MONA, 2007(2)*

I forrige nummer af MONA (2007(2)) gør Jens Dolin (JD) i artiklen "Naturvidenskab efter gymnasireformen – intentioner og resultater" status over naturfagernes og især fysiks nye identitet under den nye gymnasieordning. Vi deler JD's vurdering af reformen som ikke blot et modefænomen, men også en nødvendig tilpasning (selvom det jo som RUC'ere falder os lidt for brystet at JD daterer indførelsen af projektarbejde og tværfaglighed i uddannelsessystemet til begyndelsen af 1980'erne, altså 10 år efter indførelsen af det på RUC). Vi kan også følge mange af JD's overvejelser over didaktiske udfordringer i reformens kølvand. Derimod finder vi JD's tilsyneladende traditionelt instrumentalistiske opfattelse af sammenhængen mellem matematik og fysik i fysikundervisningen overfladisk og bekymrende. Og det er emnet for kommentaren.

## Matematik i anvendelse

De specielle adgangskrav fra gymnasiet til både naturvidenskabelige, tekniske og sundhedsvidenskabelige videregående uddannelser er fremover typisk matematik på A-niveau, fysik på B-niveau og kemi på B-niveau. Altså krav til indholdet af eksakte fag i gymnasieuddannelsen. Kerneindholdet i de specielle adgangskrav er efter vores vurdering hovedsageligt krav til omfanget af forudgående træning i at løse problemer ved hjælp af matematik. Både på de naturvidenskabelige, de tekniske og de sundhedsvidenskabelige videregående uddannelser skal de studerende kunne bringe matematik i anvendelse. Det samme gælder på de videregående økonomiske uddannelser. Og JD's forestilling om at fraværet af denne forudsatte kompetence opbygget gennem hele det forudgående skoleforløb "kan de pågældende studier heldigvis selv gøre noget ved" (s. 27), holder desværre ikke. Forestillingen svarer fx til at forveksle musikalitet (som udvikles gennem mange års træning) med fx at kunne læse noder (som kan læres på et turbokursus). Kompetencen at kunne forstå og bringe matematik i anvendelse oparbejdes på samme måde som musikalitet igennem år.

Og det vil svække en meget stor del af de videregående uddannelser hvis gymnasiet efter reformen ikke leverer varen.

Nu drejer JD's artikel sig i øvrigt først og fremmest om det naturvidenskabelige grundforløb og Fysik C, altså om de dele af fysikundervisningen der skal være alment dannende for alle, og ikke de dele der skal være decideret studieforberedende. Men for os adskiller det alment dannende for alle og det studieforberedende for færre sig ikke kvalitativt.

JD vurderer som vi (jf. dog Hansen, 2005) at fysikfagets identitet med den nye gymnasieordning har ændret sig således at meta-fagligheden styrkes og matematik-indholdet i fysikfaget nedjusteres:

Der skal meget kortfattet udtrykt ske en bevægelse fra regning af standardopgaver, indlæring af formler og udførelse af standardøvelser til opstilling af nye problemstillinger og brug af viden på ukendte områder og i kontekstrige, autentiske situationer. (s. 23)

I dette citat reduceres matematikindholdet i fysikundervisningen til regning af standardopgaver og indlæring af formler hvilket er en mangel på nuancering der er gennemgående for måden JD omtaler matematikindholdet i fysikundervisningen på. Et andet eksempel:

Inden for fagets egne rammer har vi opbygget en forestilling om forståelse baseret på evnen til at kunne gennemføre fagets vigtigste processer (regne opgaver, udføre øvelser, kende formler etc.). Men i en hverdagskontekst er kompetence snarere evnen til at kunne argumentere og handle med brug af fagets viden i komplekse situationer – at kunne tilpasse faget en hverdagslogik. (s. 24)

Vi kan ud fra også et alment dannelsessynspunkt kun være enige i det ønskelige i en forskydning bort fra formelterperi imod kontekstrige, komplekse og autentiske situationer. Men er det fair at fremstille fysikkens formelle og matematiske sider som "regneteknik"? Findes der ikke fysiklærere der er i stand til at give deres elever autentiske oplevelser af selv at tænke skarpt om verdens indretning når fysikundervisningen fungerer som øvelsesterræn for matematik i anvendelse? Og er det rigtigt at faget skal tilpasses en hverdagslogik? Er det karakteristiske som fysik kan levere, ikke netop en tydelig demonstration af at hverdagen kan anskues ud fra andre logikker end netop hverdagens? Svarene på disse spørgsmål er knyttet til hvorvidt matematikindholdet i fysikundervisningen primært opfattes traditionelt instrumentalistisk eller primært som optræning af en anskuelserform.

## Ohms lov

Det er svært at vurdere fornuften i at matematikindholdet i fysikundervisningen nedtones, hvis man ikke udfolder det til mere end blot "opgaveregning". Matematikindholdet i "opgaveregning" og dermed dette indholds bidrag til almindelse og studieforbereelse kan jo have vidt forskellig karakter.

Eksempelvis kan matematikken knyttet til opgaveregning med Ohms lov have meget forskellig karakter. Advarselstrekanten i figur 1 fungerer i folkeskolen som hjælpemiddel til at løse opgaver hvor enten strømstyrke, spænding eller modstand kan findes ved at holde hånden over den ukendte størrelse og således se hvorvidt de to kendte størrelser enten skal multipliceres eller divideres for at finde den ukendte.



Fig. 34. En ny og nyttig form for Ohms lov!

Læg mærke til skiltet til højre.

$$V = \Omega \cdot A$$

$$V = k\Omega \cdot mA$$

Figur 1: Figuren er hentet fra Andersen og Norbøll, 1979, side 20-1.

Rækkevidden af indtænkningen af en sådan manual er begrænset til konkrete håndværksmæssige situationer. Anderledes ville det være hvis emnet Ohms lov blev benyttet som afsæt for at ræsonnere over direkte og omvendt proportionalitet, og over hvordan noget sådant kan beskrives formelt algebraisk. Så ville undervisningen også kunne have betydning for elevernes omgang med fx

$$\text{klassestørrelse} \cdot \text{antal klasser} = \text{antal elever}$$

og tilsvarende sammenhænge i problemløsningssituationer. Men det forudsætter selvfølgelig at undervisningen netop undviger manualer som den viste.

Grunden til at vi udpensler dette med et eksempel, er at vi er bange for at JD har en tilsvarende rent redskabsorienteret opfattelse af matematikkens rolle i fysikundervisningen som den manualstrategien i eksemplet er udtryk for.

## Dannelse

Den anskuelsesform som anvendelse af matematik i fysikundervisningen giver, mener vi er almindennende idet evnen til selv at kunne analysere, formulere, løse og vurdere kvantitative problemstillinger giver eleverne en større forståelse af 1) *at* dele af virkeligheden og 2) *hvordan* dele af virkeligheden kan beskrives kvantitativt, og giver derved i Oplysningstidens ånd eleverne en større myndighed når de oplever at kunne betjene sig af deres egen forstand og ikke forskellige autoriteter til at blive kloge på dele af omverdenen (jf. fx Jensen, 2002, Jensen, 2005, Petersen, 2007, Schilling, 2002.)

I vurderingen af fysiks særlige bidrag til almindennelse kan det måske synes mere naturligt at træning i matematikanvendelse sker i matematikfaget end i fysikfaget. I princippet er der intet til hinder for at matematikfaget kan favne matematikanvendelse, og at de dele af virkeligheden matematikken anvendes på, rækker ud over fysikkens genstandsfelt. Men som det fagkulturelle landkort ser ud i øjeblikket i gymnasiet, så er det primært i fysiktimerne der leveres undervisning i matematikanvendelse.

## Referencer

- Andersen, I. & Norbøll, K.W. (1979). *Fysik og kemi for 9. klasse. Grundbog*. P. Haase & Søns Forlag, København.
- Hansen, G. (2005). Gymnasireformen – hvilken vare er bestilt? *MONA*, 2005(2), s. 104-106.
- Jensen, J.H. (2002). Tre grunde til fysikundervisning. I: G. Hansen & C. Claussen, *Hvorfor? – et spørgsmål om fysikundervisning i det almene gymnasium*. Uddannelsesstyrelsen, s. 37-40.
- Jensen, J.H. (2005). Gymnasireformen og Galileis 3 revolutioner. *MONA*, 2005(1), s. 71-81.
- Petersen, B.S. (2007). *Fysiks bidrag til almindennelse. Metafaglighed over for fagfaglighed*. RUC.
- Schilling, V. (2002). Den 'hårde' fysik – overvejelser over fysik i gymnasiet. I: G. Hansen & C. Claussen, *Hvorfor? – et spørgsmål om fysikundervisning i det almene gymnasium*. Uddannelsesstyrelsen, s. 10-14.

# Fra overbevis til bevis

H.C. Thomsen, Frederiksberg Gymnasium

*Kommentar til artiklen "Kursusundervisning og løsningsprocesser i universitetsmatematik: En kamp mellem 'stort' og 'småt'" i MONA, 2007(2)*

Stine Timmermann (ST) beskriver en form for undervisning som giver mindelser om min egen universitetsundervisning for ca. 40 år siden. I de mange år har i hvert fald gymnasie matematikundervisningen flyttet sig fra den beskrevne DSB-matematikundervisning (Definition-Sætning-Bevis).

For at studerende skal kunne forstå indholdet af beviser og indse *nødvendigheden* af beviser, skal dette trænes i den gymnasiale undervisning. Det er på det gymnasiale niveau at faget matematik udvikler sig fra at være et kundskabs- og færdighedsfag til også at være et videnskabsfag. Her udvider fagets genstandsfelt sig fra det konkrete til også at omfatte det abstrakte. Og hvor de der undervises, med stx-bekendtgørelsens ord gennemgår en "... udvikling fra elev til studerende".

## Thorsens sætning og hvad der siden fulgte

Min første årgang på gymnasiet, en mat-fys-klasse i 2. g, var lige gået i gang med infinitesimalregning (som i ST's artikel, men på det indledende niveau selvfølgelig).

Jeg underviste efter "Kristensen & Rindung", så det gik grundigt over stok og sten. Vi var nået til at skulle bevise: Lad en kontinuert reel funktion være givet på et interval. I dette interval antager funktionen både en negativ og en positiv værdi. Da må funktionen også antage værdien 0 i intervallet (min oversættelse til dansk efter hukommelsen). Da jeg havde formuleret dette og tegnet lidt på tavlen, gik en af eleverne, Kim Thorsen, i luften og udbrød: "Hvis du går i gang med at bevise det der, så melder jeg mig ud!" Knægten havde jo fat i det rigtige. Vi havde alt hvad vi skulle bruge til at *indse* at det måtte forholde sig som sætningen påstod – det var altså ikke *nødvendigt* at bevise den.

Et par sæsoner efter gik det op for mig at hvis elever skulle *forstå* (fx) Rolles sætning, så skulle de selv bevise den. Fra bogen hed det blot: Lad  $f$  være en reel funktion defineret på et interval  $(a, b)$ . Lad  $f(a) = f(b) = 0$ . Hvis  $f$  er kontinuert i det lukkede og differentiabel i det åbne interval, så har grafen en vandret tangent et sted i intervallet (min oversættelse). Det viste sig for øvrigt at eleverne – efter at have dyrket begreberne kontinuitet og differentiability – selv kunne indse at differentialregningens



middelværdisætning *måtte* gælde. På vejen frem til et bevis for denne sætning kom de selv på alle de finurligheder som blev listet op i (bogens udgave af) sætningens præmisser. Når eleverne sad og arbejdede, kunne følgende samtale høres:

Elev1: Det er da klart at den har et maksimum.

Elev2: Ja, eller minimum – eller begge dele.

Elev3 Jo, men hvad nu hvis den går op i en spids?

Elev1: Så siger vi bare den skal være differentiabel.

Osv., osv.

Oplevelser som de to nævnte har fået mig til i al matematikundervisning at operere med “Fra overbevis til bevis”.

For at elever skal indse nødvendighed af visse beviser, skal de have set nogle (for dem) indlysende sandheder som er falske, og nogle (for dem) indlysende sandheder som endnu ikke har kunnet bevises. De skal også have fået fortalt at matematikere arbejder på en helt anden måde end DSB, og at matematikere laver fejl, gætter forkert osv.

Seneste eksempel fra min praksis er fra 1.a i sidste skoleår. 1.a var den klasse som bestemt ikke havde valgt gymnasiet for at få matematik. I et alment studieforberedende forløb med fagene musik og matematik om pythagoræerne regnede og gættede eleverne sig frem til hvordan man kunne konstruere pythagoræiske talsæt – uden den store hjælp fra mig.

Pythagoræiske talsæt er tripler af naturlige tal (a,b,c), hvor tallene a, b og c opfylder  $a^2 + b^2 = c^2$ . Man kan godt gennemskue at hvis man har et talsæt f.eks. (3,4,5), så kan man lave uendeligt mange flere ved bare at gange op: (6,8,10), (9,12,15) osv. Men det der så kommer som den store overraskelse, er at selv om man derved har fundet uendeligt mange, så er der alligevel nogle man ikke har med. F.eks. vil (5,12,13) ikke blive fundet blandt de førnævnte uendeligt mange, og dette nye talsæt vil igen være ophav til uendeligt mange – som så heller ikke giver alle de mulige osv. osv.

Eleverne helmede ikke før de havde lavet en “maskine” som kunne give *alle* de pythagoræiske talsæt. Især holdt de meget af at kunne sige: “Her har vi så – igen – uendeligt mange; men er der flere?” Disse elever har fået et kig ind til det som er særegent for matematik, nemlig uendelighedsbegrebet.

## Bevisets stilling i reformgymnasiet

I stx-bekendtgørelsen står bl.a. om matematikundervisningen på de tre niveauer:


C) eksperimenterende, induktivt

B) eksperimenterende og nødvendighed af “bevis”

A) eksperimenterende og deduktive forløb

For at give lærere og elever inspiration har Undervisningsministeriet og Matematiklærerforeningen haft nedsat en arbejdsgruppe som i denne sommer har færdiggjort et kompendium med idéer til eksperimenterende forløb.

Elever der efter reformen kommer ud af gymnasiet som studerende og begynder at læse fx matematik, vil have en god chance for at overleve den i artiklen beskrevne undervisning. Men sådanne elever vil formentlig (forhåbentlig) tage skeen i egen hånd og indse hvilke beviser der er *nødvendige*, og kunne skelne mellem “stort” og “småt”.



I denne sektion bringes anmeldelser af og notitser om nye bøger, rapporter og andre væsentlige ressourcer inden for det matematik- og naturfagsdidaktiske felt. Læsere opfordres til at kontakte redaktionen med henblik på at få bragt anmeldelser og notitser. Indlæg er ikke genstand for peer-review.

# Litteratur

# Ny matematikbog en fornøjelse

Anmeldelse:

Else Møller Nielsen: *Matematik*  
– en grundbog for lærerstuderende.  
Forlaget Biofolia, 2007.

Af Arne Mogensen  
JCVU Århus Lærerseminarium

Det har været en fornøjelse at læse denne nye bog der ifølge bagsideteksten giver “en letforståelig fremstilling af centrale emner i læreruddannelsens matematikundervisning”. Bogen er omfattende – uden dog at have alt relevant med. Af indholdsfortegnelsen fremgår fire kapitler:

- Tal
- Regneprocesser
- Geometri
- Matematik i anvendelse

Her genkender man overskrifter fra folkeskolens faghæfte og noget af den inddeling der tidligere var i læreruddannelsens linjefag. Fra i år er læreruddannelsen (igen) ændret, men den matematikfaglige del af linjefaget har (selvfølgelig) fortsat sådanne overskrifter der er begrundet i skolens fagområder: tal, algebra, funktioner, geometri, sandsynlighed og statistik. Den anden fyldige del af matematiklæreruddannelsen, matematikkens didaktik, er derimod kun perifert taget op i denne nye bog.



Det er også vanskeligt at forestille sig én grundbog der både fagligt og fagdidaktisk er heldækkende i læreruddannelsen. Forfatteren har vurderet at dén vigtige kompetence at kunne udforme og begrunde læringsmål bedst sikres ved “at læse en bred vifte af den fagdidaktiske litteratur på området” (s. 12). Jeg giver hende gerne ret.

Bogen er altså koncentreret om særdeles relevante faglige begreber. Så det er derfor rigtigt som forfatteren skriver i forordet, at den kan bruges “til den første introduktion til læreruddannelsens mate-

matik, der skal ske i linjefagets fællesforløb, men har også afsnit, som det vil være naturligt at gemme til den fordybelse, der skal ske på hvert af de 2 aldersspecialiserede forløb” (s. 11).

En del af bogen er velegnet til selvstudium; den kan læses som en rigtig god beretning om matematikkens udvikling siden babylonierne og Euklid. Indholdsmæssigt er den ganske omfattende. Og selv om mange beviser er udeladt pga. pladsmangel og sværhedsgrad, er relevante sammenhænge og sætninger nævnt. Lærerstuderende og andre vil her få repeteret og udvidet mange faglige indsigter der bør være erhvervet i ungdomsuddannelser med matematik på B-niveau. Bogen sigter tydeligt mod læreruddannelsen i de mere didaktiske indlæg om fx talbegrebet, i mange aktiviteter (se nedenfor) og referencer til fx afgangsprøverne.

Enkelte ting forekommer “klassiske” (= lidt støvede) i dag, men afspejler forfatterens overbevisning og entusiasme i denne “tour de force”. Der argumenteres udmærket for at medtage fx historiske vinkler, en aksiomatisk opbygning af areallæren og de algebraiske love og definitioner i organiserede mængder  $(M, *)$  (neutralt og inverst element). Forkortningsreglen i grupper kom dog ikke med!

Det er godt at der også er (ganske vist korte) omtaler af nyere, relevante begreber som numeralitet (s. 16), læringsstile (s. 88) egne og andres algoritmer (s. 97). Men her må også anden litteratur med i linjefagsstudiet. Ligeledes er der pas-

sende referencer til it-værktøjer som Excel, GeoMeter og deskriptiv statistik.

Oversigten herunder indeholder eksempler på hvordan forfatteren har søgt at nå langt omkring uden at trætte læseren (unødigt) med beviser for hver eneste sammenhæng. Det er gjort på en god måde, synes jeg:

#### Sammenhænge med bevis:

- Sum af fibonaccital-kvadrater (s. 66)
- Determinant-metoden ved løsning af små ligningssystemer (s. 159)
- Periferivinkler og andre vinkler ved cirklen (s. 226)
- Konstruktion af regulær pentagon (s. 252)
- Sinus- og cosinusrelationen (s. 266)
- Parablers brændpunkt og ledelinje (s. 330)
- Påvisning af eksponentiel vækst (s. 357)
- Annuitetsformlen (s. 361)
- Middelværdi og varians for stokastisk variabel (s. 411)

#### Sammenhænge uden bevis:

- Aritmetikkens fundamentalsætning (s. 53)
- Euklids algoritme (s. 55)
- Pythagoræiske tripler (s. 60)
- Algoritmer for kvadratrodsuddragning (s. 147)
- Eulerlinjen og nipunktscirklen (s. 235)


Bogen udmærker sig ved mange afsnit med oplæg til undersøgende arbejde, såkaldte "aktiviteter". De er særdeles velegnede til brug i læreruddannelsen, evt. ved selvstudium (i grupper). Og listen her giver en fornemmelse af omfanget:

- Aktiviteter og leg med tal (s. 74)
- Aktiviteter med tal (s. 165)
- Aktiviteter omkring eksperimenter i geometri (s. 182)
- Aktiviteter omkring plane figurer, deres areal og form (s. 204)
- Aktiviteter omkring Pythagoras' sætning (s. 213)
- Aktiviteter omkring cirklen og vinkler ved cirklen (s. 228)
- Aktiviteter til linjer i trekanten (s. 237)
- Aktiviteter omkring de rumlige figurer (s. 247)
- Aktiviteter omkring symmetri, klip og foldning (s. 253)

- Aktiviteter omkring trigonometri og landmåling (s. 268)
- Aktiviteter omkring funktioner og den rette linje (s. 329)
- Aktiviteter omkring modellering (s. 349)
- Aktiviteter omkring beregninger af sandsynligheder (s. 420)

Bogen indeholder både mange traditionelle og mange kreative matematikopgaver. Den er let at læse, men tæt trykt. Der står meget på de 447 sider, så stikordsregistret er godt for overblikket.

Desværre mangler en samlet liste over den relevante litteratur der refereres til i fodnoter, men det kan ikke påvirke vurderingen af en særdeles gennemarbejdet matematikbog som jeg gerne anbefaler som indledende og supplerende læsning i læreruddannelsen.



I denne sektion bringes nyheder og annonceringer af arrangementer, konferencer mv. af ikke-kommerciel karakter. Redaktionen vurderer indsendte forslag, bl.a. ud fra deres relevans for MONAs læsere.

# Nyheder

## Klimaundervisning.dk

På hjemmesiden [www.klimaundervisning.dk](http://www.klimaundervisning.dk) finder du en linksamling til de 101 bedste gratis eller næsten gratis undervisningsmaterialer om klima for 7.-10. klasse og gymnasiet som findes på dansk. Det er muligt at melde sig som *Klimalærer* og derved blive opdateret om det nyeste inden for klimaundervisning via det elektroniske nyhedsbrev der udkommer hver måned. Desuden tilbydes der som supplement til undervisningen konkurrencer og debatarrangementer for eleverne.

Klimaundervisning.dk er en del af klimakampagnen *1 ton mindre* som Miljøministeriet og Transport- og Energiministeriet lancerede umiddelbart før påske. Se mere på [www.1tonmindre.dk](http://www.1tonmindre.dk).



## Evalueringsaf den naturvidenskabelige faggruppe på hf

Den nuværende eksamensform i den naturvidenskabelige faggruppe på hf egner sig ikke til at vurdere om hf-kursisterne

når de nye faglige og fællesfaglige mål i kemi, geografi og biologi. Sådan lyder en af konklusionerne i en rapport som Danmarks Evalueringsinstitut (EVA) har offentliggjort den 8. juni 2007. Rapporten anbefaler at eksamensformen revideres.

EVA har undersøgt hvordan 20 hf-kurser har omsat to dele af gymnasireformen, nemlig læreplanen for den nye naturvidenskabelige faggruppe der består af fagene kemi, geografi og biologi, og kvalitetsbekendtgørelsen der stiller krav om retningslinjer og mål for kvalitetsarbejdet på de gymnasiale uddannelser. Hf-kurserne er, som de andre gymnasiale uddannelser, godt i gang med at implementere gymnasireformen, og arbejdet med at udmønte den naturvidenskabelige læreplan er en af de store udfordringer i reformarbejdet.

Når evalueringen anbefaler at Undervisningsministeriet reviderer eksamensformen, er det bl.a. fordi eksamen er skruet sammen så kursisten får én samlet karakter ud fra en helhedsvurdering. Det kan resultere i at kursisterne på papiret opnår C-niveau i alle tre fag selvom de i et af fagene, typisk kemi, reelt har præsteret til ikke-bestået. Eksamenstiden er samtidig for kort til at kursisten kan nå at vise både enkeltfaglig dybde og fællesfaglig bredde. Den korte tid gør det også svært for kursisten at nå at inddrage eksperimenter og vise hvordan fagene kan anvendes i praksis, hvilket netop er en del af hf-kursernes profil.

Evalueringsen viser at kemi-, biologis- og geografilærerne på nogle hf-kurser



har været engagerede i det fællesfaglige samspil i faggruppen, andre steder har lærerne været tøvende, og en mindre gruppe lærere har været decideret skeptiske. Lærernes tilgang til en fælles udmøntning af den naturvidenskabelige læreplan har i høj grad været afhængig af hvordan ledelserne har prioriteret samarbejdet i faggruppen. Og evalueringen understreger at ledelsens opbakning til lærernes planlægning af undervisningsforløbene er afgørende.

Evalueringen peger også på at der er behov for at lærerne i faggruppen i højere grad går konstruktivt ind i det faglige samarbejde og diskuterer pædagogiske og fagdidaktiske muligheder. Den naturvidenskabelige faggruppe er en faglig og pædagogisk nyskabelse, og derfor er det samtidig vigtigt at hf-kurserne prioriterer at lærerne efteruddannes i pædagogik, fagdidaktik og indsigt i de fag den enkelte lærer ikke har baggrund i. Så får de bedre forudsætninger for at planlægge og gennemføre undervisningen i faggruppen.

Evalueringen bygger på selvevalueringer fra og besøg på 20 hf-kurser. For yderligere oplysninger om rapporten henvises til [www.eva.dk](http://www.eva.dk).

### **Konference: Udvikling af naturfaglig kultur i læreruddannelsen**

Konferencen *Udvikling af naturfaglig kultur i læreruddannelsen* den 12.-13. november 2007 arrangeres og tilrettelægges i et samarbejde mellem Center for Anvendt Naturfagsdidaktik (CAND) og de faglige

foreninger for lærerseminarierne for fagene biologi, natur/teknik, fysik/kemi og geografi.

Der vil blive sat fokus på udvikling af den naturfaglige kultur i læreruddannelsen, på projekter og udviklingsarbejder i CAND rettet mod læreruddannelsen og på problemstillinger for naturfagene i forbindelse med den nye læreruddannelse.

Blandt oplæggene kan nævnes "Naturfagsdidaktik i samspil med almen didaktik – muligheder og udfordringer" ved lektor Lars Brian Krogh (Aarhus Universitet), "Samarbejde mellem universiteterne og CVU'erne – muligheder og udfordringer" ved institutleder Keld Nielsen (Aarhus Universitet), "CAND og den nye læreruddannelse" ved Bjørn Laigaard, CAND, og "Udvikling af naturfaglig kultur i folkeskolen" ved Jan Sølberg (Danmarks Pædagogiske Universitetsskole).

Konferencen bliver afholdt på kursus- og conferencecenter Comwell Kolding, og tilmelding skal ske hurtigst muligt via CAND's hjemmeside [www.cand.nu](http://www.cand.nu).

### **Nordisk forskersymposium i naturfagsdidaktik**

Den 11.-15. juni 2008 afholdes det niende Nordiske forskersymposium i naturfagsdidaktik i Reykjavik. Temaet for symposiet er *Planning science instruction: From insight to learning to pedagogical practices*. Program og yderligere oplysninger kan i løbet efteråret forefindes på <http://symposium9.khi.is>.

## Evaluering af den norske “Realfagsstrategien”

Delrapport 3 fra evalueringen af den norske strategiplan til styrkelse af naturfagene – “Realfagsstrategien” – er tilgængelig hos det norske Utdanningsdirektoratet på [http://www.utdanningsdirektoratet.no/templates/udir/TM\\_Artikkel.aspx?id=2424](http://www.utdanningsdirektoratet.no/templates/udir/TM_Artikkel.aspx?id=2424).

Rapporten omhandler centrale fund fra evalueringens breddeundersøgelse som blev gennemført i foråret 2006, og den identificerer nogle centrale udfordringer for at strategiplanen skal nå sine målsætninger.

Målsætninger og tiltag må forankres på skolelederniveau, skoleledere må erkende langtidsperspektivet for strategiplanens tiltag, et stærkere fokus på både faglig og didaktisk kompetenceudvikling er nødvendigt, tilbuddet om kompetenceudvikling til lærerne må styrkes, og det er nødvendigt med en forventningsafklaring mellem grundskolens og ungdomsuddannelsernes lærere med hensyn til kompetencekrav til eleverne for at kunne følge undervisningen.

Evalueringen af “Realfag, naturligvis” har som hovedmål at vurdere hvordan strategien og tiltagene i planen virker i forhold til opstillede mål, og har tre fokusområder: kompetence, rekruttering og holdninger hos elever og lærere. Tiltagene under planen vurderes i forhold til relaterede udfordringer og til tiltagenes effekt, implementering, hensigtsmæssighed, nytte og bæredygtighed.

## Rocard-rapporten om *science education*

En ekspertgruppe nedsat af EU’s kommissær for forskning og med Michel Rocard som formand har afsluttet sit arbejde om *science education*. Rapporten er tilgængelig som pdf via <http://ec.europa.eu/research/science-society/index.cfm?fuseaction=public.topic&id=1100>.

Rapporten giver en række anbefalinger, herunder at der er behov for kollektiv handling, idéer til hvordan forbedring af naturfagsundervisning kan ske, og hvad der kan ske på forskellige niveauer: lokalt, nationalt og på europæisk plan. Hovedbudskabet er at vi må fortage en radikal omtænkning af måden hvorpå der undervises i naturfag i skolen. Rapporten efterlyser tilgange til naturfagsundervisning som bryder radikalt med traditionelle pædagogiske metoder.

Udgangspunktet for arbejdet var en generel bekymring for at en faldende interesse for naturvidenskabelige uddannelser blandt unge vil stå i vejen for udviklingen af et vidensbaseret samfund i Europa. Dette handler både om at Europa har brug for flere forskere, og at man skal sikre at alle unge udvikler tilstrækkelige kompetencer i skolen til at forberede dem på fremtiden – uanset hvad de måtte ønske at beskæftige sig med.



