

Opgavediskursen i matematikundervisningen

Mogens Niss, IMFUFA, Institut for Natur, Systemer og Modeller, RUC

Artiklen¹ tager sit udgangspunkt i Stieg Mellin-Olsens undersøgelse (1990) af opgavediskursen i matematikundervisningen. På den baggrund søger vi svar på spørgsmålet "Hvorfor indtager problemdiskursen så fremtrædende en rolle i såvel matematikundervisning som i matematikdidaktisk forskning?" Derefter ses der nærmere på væsentlige begrænsninger i opgavediskursen, og der peges på andre diskurser som burde spille en central rolle i undervisning og forskning.

Indledning

I Anders Folke Larsens, Mikkel Heins og Tine Wedeges artikel *Undersøgende læringsmiljø i matematik. Kritisk refleksion efter skoleperioden* i det foregående nummer af MONA indgår en omtale af den nu afdøde norske matematikdidaktiker Stieg Mellin-Olsens betragtninger (1990) over hvad han kalder opgavediskursen i matematikundervisningen. Mellin-Olsens betragtninger fortjener at blive mere kendt end tilfældet er, og at blive suppleret med overvejelser over grundlaget for og begrænsningerne ved denne diskurs. Det er hensigten med denne artikel at fremsætte sådanne overvejelser på baggrund af en lidt mere indgående introduktion til (dele af) Mellin-Olsens undersøgelse.

Introduktion til Mellin-Olsens betragtninger

I juni 1990 holdt det daværende humanistiske forskningsråds såkaldte *Initiativet vedrørende matematikundervisning* én blandt flere konferencer i Gilleleje. Ved denne konference gav Stieg Mellin-Olsen et interessant og tankevækkende oplæg om *opgavediskursen* som findes i den ret uformelle rapport fra konferencen. Jeg lægger ud med en introduktion af de centrale betragtninger i oplægget.

Først en terminologisk forbemærkning. På dansk (og norsk) har ordet "opgave" jo en bred og mangesidet betydning. I sammenhæng med matematikundervisning er det

1 Dette er en oversat (ved forfatteren) og let bearbejdet udgave af artiklen "The problem discourse in mathematics education" i Häggblom, L., Burman, L. & Røj-Lindberg, A.-S. (red.) (2006). *Perspektiv på Kunskapens och lärandets villkor*. Festskrift tillägnad professor Ole Björkqvist. Vasa: Åbo Akademi, Pedagogiska fakulteten. s. 57-64.

dog sjældent at hele betydningsspektret er på færde når ordet bruges. Ordet bruges her i hovedsagen til at angive rene eller blandede former af på den ene side “øvelser” og på den anden side “problemer”. En *øvelse* er et i princippet standardiseret hverv med det formål at indøve rutiner eller at efterprøve og anvende basale begreber eller regler, mens et *problem* er et hverv der på en eller anden vis udfordrer problemløseren hinsides hans eller hendes rutinebestemte kundskaber og færdigheder (Schoenfeld, 1985). Det følger heraf at hverken “øvelse” eller “problem” er absolutte begreber, knyttet alene til det hverv der er tale om, men relative begreber der inddrager baggrund, viden og erfaringer hos den person (elev eller studerende) der forsøger at løse opgaven.

Matematikundervisning omfatter i vid udstrækning elevers og studerendes arbejde med matematikopgaver. Med Mellin-Olsens ord (s. 47) er matematikundervisningen stærkt præget af opgavediskursen, hvilket videre præger læreres, elevers og studerendes forestillingsverden. Vi har at gøre med en *diskurs* fordi sprog, kommunikationspraksis og aktiviteter danner en sammenhæng, og fordi dennes elementer hører hjemme i og skal forstås i forhold til givne historiske og institutionelle rammer og traditioner. Ved at være en bestemmende faktor for arbejdet i klasserummet, og for karakteriseringen af det, er opgavediskursen ifølge Mellin-Olsen så central i matematikundervisningen at enhver forandring eller udvikling af denne må forholde sig til, og måske ligefrem gå til angreb på, denne diskurs (s. 48).

Mellin-Olsen karakteriserer matematikopgaver ved at fokusere på en række særlige træk ved dem. En matematikopgave er en lukket enhed der, når den er løst, leder frem imod den næste opgave eller det næste emne i lærebogen. Hver opgave – eller delopgave – har en begyndelse og en slutning som oftest markeres ved at man er nået frem til et definitivt svar på et stillet spørgsmål. Opgaver er ofte ordnet i en rækkefølge, gerne ved at være nummereret, så lærere og elever/studerende altid ved hvor man befinder sig i opgavelisten. Opgaverne er sædvanligvis ikke formuleret på måder der inviterer eleverne til selv at formulere spørgsmål. Ikke sjældent evalueres elever og studerende efter hvor langt de er nået i en tilfredsstillende besvarelse af rækken af opgaver. Ved afslutningen af et undervisningsforløb er det ikke ualmindeligt at der stilles en række opgaver til skriftlig besvarelse i en test eller ved en eksamen.

Ved at interviewe tyve matematiklærere opdagede Mellin-Olsen at de i udstrakt grad gjorde brug af forskellige rejsemetaforer når de engagerede sig i opgavediskursen (s. 48-53). De “kører” deres undervisning ved hjælp af opgaver. Skønt Mellin-Olsen ikke udtrykkeligt bruger dette ord, udgør opgaver “transportmidlet” på rejsen mens lærebogen udgør “rejseplanen” som beskriver de steder rejsen skal føre igennem, med læreren som “guide”. Visse begivenheder kan få klassen eller nogle af dens medlemmer til at “køre af sporet”, men undervisningen kan blive bragt “tilbage på sporet” ved lærerens eller elevernes vellykkede manøvrering – eller ved rent held. Rejsen har

en "fart" og kan gå "for stærkt" eller "for langsomt". Ofte går nogle elever "hurtigere frem" end andre – de kan "komme foran" deres kammerater – mens andre ikke kan "følge med". Nu og da følges "vejen" omhyggeligt af de rejsende som tager "den lige vej" – især hvis opgaverne er "lige ud ad landevejen". Men det kan hænde at der tages en tilsigtet eller blot tilfældig "omvej", måske for at komme "uden om" en forhindring, som det dog også kan være man skal "springe over" så man kan "komme videre" og "nå frem" til "målet" for rejsen til det fastsatte tidspunkt. Målet kan danne startpunktet for en ny rejse, som fx kan være et nyt skoleår, et nyt semester eller kursus, en ny slags uddannelsesinstitution osv. Det hænder gerne at der på en rejse gøres "holdt" så læreren kan gå nærmere ind på hvor man nu er nået til, måske i forbindelse med et "panorama-vue" over hvordan man er kommet så langt, og et andet over hvor man nu skal hen. På rejsen medbringer hver elev eller studerende noget "bagage", som sædvanligvis forøges "undervejs" så man kan besøge "mindre tilgængelige" steder som det kræver "særligt udstyr" at nå. Imidlertid kan ingen elev tage mere bagage "om bord" end hans eller hendes kapacitet tillader. Det fremgår at rejsemetaforene lægger op til et ikke uvæsentligt islæt af konkurrence mellem deltagerne.

I mange klasser er forskellene mellem eleverne så store at de ikke alle, med tilstrækkeligt udbytte, kan deltage i den samme rejse. De kan så deltage i forskellige rejser som indebærer forskellige transportmidler (opgaver) der svarer til forudsætningerne hos de respektive grupper af deltagere. Det kan tænkes at rejseruten er den samme, men at de forskellige grupper gennemfører den med forskellig fart, eventuelt med forskellige afstigningssteder. Det er også muligt at rejseruterne er forskellige, men bestemmelsesstedet det samme. Endelig kan både rute og mål variere. (Det er alt dette der – uden for verdenen af rejsemetaforer – samles under betegnelsen undervisningsdifferentiering).

De opgaver elever og studerende kan løse, anvendes nu og da til at bestemme hvilken rejse de skal deltage i næste gang. Desuden spiller deres succes med opgaveløsningen sædvanligvis en væsentlig rolle for de karakterer de opnår, enten undervejs eller ved rejsens afslutning.

Mellin-Olsen går derefter over til at se på virkninger af opgavediskursen. Han hæfter sig navnlig ved de negative virkninger og leder efter måder hvorpå disse kan undgås eller mindskes. For Mellin-Olsen er den mest negative virkning den af konkurrence forårsagede inddeling af elever og studerende i forskellige "dygtighedsgrupper", hvorved der etableres en "klassestruktur" (i sociologisk forstand) i (undervisnings)klassen.

Dermed er skitsen af nogle centrale betragtninger i Mellin-Olsens artikel fuldført. Hans bidrag danner grundlag for at antage at opgavediskursen spiller en central, for ikke at sige dominerende, rolle i matematikundervisningen, og at denne diskurs er dybt forankret i praksis og traditioner som udgør rammerne for denne undervisning. Nu er Mellin-Olsens betragtninger jo dels halvandet årti gamle, dels ganske generelle

i deres sigte i forhold til undervisningstrin og -sted og dels fremstillet på basis af norske erfaringer. De har med andre ord en stor flyvehøjde. Har de så relevans i dag i en dansk sammenhæng og på alle undervisningstrin?

Efter min vurdering er svaret "ja!". Naturligvis kan man med rette hævde at der på den ene side i tillæg til et fokus på opgavevirksomhed også ses fokus på andre aktiviteter, og at der i Danmark i dag på den anden side er tale om et langt mindre rigtigt og stereotypt opgavebegreb end det der antydes i Mellin-Olsens oplæg. Ikke desto mindre flourer et omfattende arbejde med opgaver i bedste velgående i dagligdagen i al dansk matematikundervisning, ligesom skriftlige test og eksaminer spiller en nøglerolle i de anvendte evalueringssystemer. Desværre foregår der i Danmark næsten ingen systematisk kortlægning af hvad tiden bruges til i matematikundervisningen (jf. rapporten "Fremtidens matematik i folkeskolen" afgivet af "Udvalget til forberedelse af en handlingsplan for matematik i folkeskolen", januar 2006), så en omfattende, facts-baseret dokumentation af opgavediskursens plads og omfang i matematikundervisningen er ikke til rådighed for de videre overvejelser. Derfor må læserne betjene sig af deres egne erfaringer når de forholder sig til de overvejelser som fremlægges i denne artikel.

Hvor Mellin-Olsens oplæg lagde vægt på selve påpegningen af opgavediskursens tilstedeværelse og rolle og på omtalen af nogle af dens (for Mellin-Olsen uønskede) virkninger, er fokus i denne artikel især et forsøg på at identificere og karakterisere de årsager der ligger bag opgavediskursens dominans både i matematikundervisning og i matematikdidaktisk forskning, først og fremmest i empirisk forskning. Det skal forlods understreges at Mellin-Olsens betragtninger ikke drejer sig om matematikdidaktisk forskning.

Vi skal nærmere bestemt beskæftige os med to spørgsmål: "Hvordan kan det være at opgavediskursen indtager en så fremtrædende plads i matematikundervisningen?" og "Hvilken rolle spiller opgavediskursen i matematikdidaktisk forskning, og hvorfor?" Spørgsmålene vil, bl.a. af pladshensyn, blive behandlet ved hjælp af analytiske overvejelser snarere end ved empiriske undersøgelser, ligesom en egentlig litteraturgennemgang på feltet ville føre alt for vidt.

Hvordan kan det være at opgavediskursen indtager en så fremtrædende plads i matematikundervisningen?

Lad os tage udgangspunkt i den antagelse – som altså ikke vil blive efterprøvet i denne artikel – at Stieg Mellin-Olsen har ret i at opgavediskursen (også i dag) faktisk spiller en fremtrædende rolle i al matematikundervisning. Hvordan kan dette forklares?

Inden jeg forsøger at svare på det, vil det være rimeligt at overveje hvad alternativerne er/kunne være. Det vil sige hvilke andre aktiviteter end opgaveløsning kunne stå i centrum for matematikundervisning og -læring? Traditionel matematikunder-

visning omfatter elevaktiviteter som for eksempel: læsning af lærebogen, mundtlig præsentation af et stykke fagligt stof for klassekammeraterne og læreren, fremstilling – typisk henvendt til læreren – af fagligt stof i skriftlig form, fremlæggelse og forklaring af beviser eller udregninger for klassen samt besvarelse af quiz-spørgsmål stillet af læreren med vægt på facts og fremgangsmåder. I mindre traditionsbunden matematikundervisning finder man yderligere aktiviteter såsom: forskellige typer af projektarbejde, arbejde med modeller(ing) af ekstra-matematiske situationer, konstruktion af opgaver til løsning af kammerater, udarbejdelse af essays om matematiske emner, fremstilling af begrebskort, fremstilling af posters, videosekvenser, teaterstykker eller lignende som præsenterer aspekter af matematik for andre, gennemførelse af matematiske undersøgelser, fx af det eksplicite eller implicite matematikindhold i aviser eller andre medier eller i forskellige erhverv, fremstilling af konkrete fysisk-matematiske objekter af papir, træ, metal, plastic osv. eller computerrepræsenterede objekter, analyse eller opfindelse af matematikorienterede spil etc.

Påstanden om at opgavediskursen indtager en dominerende plads i matematikundervisningen, er selvsagt ikke en påstand om at denne *kun* har opgaveløsning på programmet. Påstanden går i stedet ud på at væsentlige dele af matematikundervisningen centrerer om opgavediskursen, og at denne i høj grad sætter rammerne for de øvrige aktiviteter som sættes på dagsordenen. Den ovenfor nævnte liste af aktiviteter tjener til at vise at løsning af matematikopgaver ikke just er den eneste mulige kerneaktivitet i matematikundervisningen. Opgavediskursens dominans giver derfor ikke sig selv. Den kræver en forklaring.

Der er i hovedsagen to slags argumenter for at tildele opgaveløsning en nøglerolle i matematikundervisningen. I den første slags argumenter betragtes matematisk opgavehåndtering som et mål i sig selv. I den anden slags argumenter ses opgavehåndtering som et nødvendigt eller i det mindste nyttigt middel til opnåelsen af noget andet. Lad os se nærmere på argumenterne.

Beskæftigelsen med matematiske problemer er essensen af matematisk virksomhed

Historisk set har formuleringen og løsningen af rene og anvendte matematikproblemer og brugen af deres løsninger altid været hjørnestene i matematisk virksomhed, hvad enten vi taler om matematik som en ren videnskab, en anvendt videnskab, et system af redskaber for samfundsmæssig praksis eller en disciplin for æstetisk udfoldelse (Niss, 2001).

Dette går helt tilbage til oldtidens matematik i Mesopotamien, Egypten og Grækenland såvel som i Kina og Indien, men var også karakteristisk for matematikken som den blev udøvet i de første århundreder af den videnskabelige revolution når fx italienske, britiske, franske og tyske matematikere konkurrerede om opstillingen

og løsningen af matematiske problemer (se fx Katz, 1998). Også i nyere tid er matematikkens videnskabelige udvikling i betydelig grad blevet drevet af beskæftigelsen med matematiske problemer, hvilket fortsat er tilfældet. Man kan her blot tænke på de tre klassiske græske problemer, cirkelns kvadratur, terningens fordobling og vinklens tredeling, som alle først fandt deres afgørelse i det 19. århundrede (derved at det blev bevist at ingen af de tre opgaver har en løsning med de midler som er accepteret på feltet). Eller man kan tænke på fire-farve-hypotesen, Fermats sidste sætning, kontinuumshypotesen og Poincaré-formodningen som, ud over at være blevet afgjort (sådan da – det er blevet afgjort at kontinuumshypotesen er uafgørlig!) i det 20. og 21. århundrede, har givet anledning til en voldsom udvikling af matematikkens teoridannelser. Det samme er tilfældet med den endnu uafgjorte Riemann-hypotese. Den såkaldte *Clay Foundation* har udskrevet prisopgaver af betragtelig størrelse til personer der løser ét fra en liste af syv berømte matematiske problemer (www.clay-math.org/millennium), heriblandt Poincaré-formodningen.

Hvad angår anvendelsen af matematik inden for andre videnskabs- eller praksisområder, er en af matematikkens centrale roller at bidrage til at svare på spørgsmål inden for det pågældende område, netop ved at opstille, præcisere og løse matematiske problemer i tilknytning til de givne spørgsmål. For eksempel har man ad matematisk vej bevist umuligheden af at indrette valg- og afstemningssystemer som på én gang opfylder en række nærliggende og ønskværdige betingelser. Ligeledes har man ad matematisk vej angivet præcise metoder og betingelser for indretningen af selvkorrigerende kodningssystemer som bruges i datatransmission, herunder i cd-brænding og afspejling.

Samlet set er løsningen af matematiske problemer – eller lidt anderledes sagt, besvarelsen af matematiske spørgsmål – at betragte som selve essensen af matematisk virksomhed (se fx Halmos, 1980). Dette gælder både i forhold til matematikken som videnskabsområde og i forhold til udnyttelsen af matematik til ekstra-matematiske formål. Hvis vi ønsker at matematikundervisningen skal indfange denne matematikkens essens, i det mindste i en rimelig grad, følger det mere eller mindre umiddelbart at matematisk problemløsning må indtage en prominent position i matematikundervisningen. Dette afspejles også i det faktum at matematikundervisningsmaterialer i historiens løb altid har haft problemer og opgaver i bredere forstand som en central ingrediens. Der har ligefrem været fremstillet et stort antal "læreboøger" som i realiteten har været rene opgaveboøger.

Nu er det netop anførte argument knyttet til matematiske *problemer*, i den tidligere definerede forstand, mens opgavediskursen jo ikke udelukkende er en *problemdiskurs*, idet størstedelen, om ikke ligefrem alle, de opgaver der indgår i opgavediskursen, i højere grad er øvelsesopgaver, altså færdigheds-, begrebsindøvelses- og rutineopgaver, end problemopgaver. Men det skitserede essensargument går jo netop ikke på den

slags opgaver. Man kan med andre ord sige at essensargumentet for en problemdiskurs på indirekte og glidende vis omdannes – ved hjælp af inklusionen: “problem” er blot et specielt tilfælde af “opgave” – til en opgavediskurs som altså derved henter sin legitimitet i essensargumentet.

I en radikal variant af essensargumentet (i problemdiskursudgaven) er systematisk matematisk teori kommet til veje med henblik på at skabe et sammenhængende netværk af begreber og udsagn (matematiske sætninger) hvorved problemer kan stilles, angribes og løses. Det står i kontrast til et syn der ser frembringelsen og udviklingen af matematisk teori som det egentlige mål for matematisk virksomhed. Antagelig er de fleste matematikere og matematikdidaktikere tilbøjelige til at anskue forholdet mellem teoriopbygning og problembehandling som et komplementært og dialektisk forhold. På den ene side har vi brug for teori for at løse problemer/svare på spørgsmål. På den anden side kan en mængde problemer kun formuleres – for slet ikke at tale om løses – inden for en teoretisk ramme som de er indlejret i. I denne forståelse er det meningsløst at opstille et modsætningsforhold mellem teoriopbygning og problembehandling.

Selv hvis det forholdt sig sådan at matematikundervisningens formål i sidste instans var at udvikle elever og studerendes kompetence i at behandle rene eller anvendte matematiske problemer, var det i princippet muligt at denne kompetence ville opstå mere eller mindre direkte af et solidt kendskab til matematiske begreber, teorier, resultater og metoder, erhvervet ved studiet af velorganiserede lærebogsfremstillinger og demonstration af opgaver/problemer løst af andre. Imidlertid viser erfaring og forskning til al overflod at sådan forholder det sig meget langt fra (se fx Schoenfeld, 1985, Silver, 1985, Ikeda & Stephens, 1998). Hvis vi ønsker at elever og studerende skal blive i stand til at behandle matematiske problemer, er de nødt til at lære det, og vi er nødt til at undervise dem i det.

Løsningen af matematikopgaver er et middel til at opnå noget andet, først og fremmest begribelse af matematiske begreber, teorier og resultater

Antag at matematikundervisningens endemål var at udstyre dens modtagere med viden om og indsigt i matematikkens teoretiske konstruktioner og bygningsværker og disses resultater. Skønt man måske kunne tro at dette kunne opnås ved at studere fremstillinger af disse konstruktioner og bygningsværker og deres resultater, viser erfaring og forskning igen massivt at dette ikke er tilfældet (se fx Schoenfeld, 1985, Silver, 1985, Dossey et al., 1988, Lithner, 2001). Der er da heller ikke megen matematikundervisning i verden der er tilrettelagt som et rent teoristudium, uden ledsagende opgaveløsning. Skal elever og studerende nå frem til at begribe begreber, teorier og resultater, herunder deres rækkevidde og begrænsninger, må de afprøve og undersøge dem med “egne hænder” (og hoveder). Løsningen af forskellige slags opgaver er en

velprøvet og nyttig platform for sådanne egne afprøvninger og undersøgelser. Dertil kommer at matematikkens vigtigste metode til at opnå sine resultater hviler på logiske slutninger (hvortil jeg regner regelbaserede beregninger) som kombinerer det givne med relevante definitioner og tidligere opnåede resultater. Løsningen af opgaver på måder der kræver begrundelse af de påstande der fremsættes, er et fortrinligt middel til at erhverve indsigt i de logisk-systematiske træk ved matematikkens teoretiske bygningsværker.

Det forhold at arbejdet med matematikopgaver er et fortræffeligt middel til at udvikle forståelse af og indsigt i matematiske begreber, teorier og resultater, indebærer at en elevs evne til at løse opgaver kan benyttes som en sonde ind i hans eller hendes forståelse af matematik. En del matematiklærere og matematikdidaktikere vil gå så langt som til at sige at en elevs matematikforståelse simpelthen konstitueres af den pågældendes opgaveløsningsevne. På tilsvarende måde udgør løsningen af anvendelsesopgaver kernen i evnen til at bringe matematikken i spil i ekstra-matematiske sammenhænge, selv om også andre aspekter er involveret heri.

På denne baggrund er det lidet overraskende at opgaveløsning er hovedinstrumentet for bedømmelsen af elevers og studerendes matematikbeherskelse, hvilket på sin side forklarer at opgaveløsning indtager en nøglerolle i test og eksaminer overalt i verden.

Summa summarum er det nærliggende at søge forklaringen på opgavediskursens dominans i matematikundervisningen i de to ovenfor omtalte typer af argumenter, som hver findes i mange varianter.

Hvilken rolle spiller opgavediskursen i matematikdidaktisk forskning, og hvorfor?

I første tilnærmelse kan svaret på dette spørgsmål ses som en konsekvens af svarene på det foregående spørgsmål. Lad os nemlig forudsætte at matematikundervisere og -didaktikere i stor udstrækning er enige om at problemer, og dermed opgaver, har karakter af en matematisk kernevirkosomhed, og om at arbejdet med opgaver er et fortrinligt middel til begribelse af matematikkens teoretiske aspekter, samt om at opgavebehandling følgelig udgør en fortrinlig sonde ind i elevers og studerendes matematikforståelse og -beherskelse. Så giver det næsten sig selv at en væsentlig del af empirisk matematikdidaktisk forskning enten har de matematiklærendes opgaveløsning som udtrykkeligt forskningsfokus eller benytter opgaveløsning som et middel til at søge svar på andre spørgsmål vedrørende fx begrebsdannelse, bevisforståelse og bevisførelse, klasserumskommunikation, effekten af en given undervisningstiltællægelse mv. Behandlingen af opgaver benyttes ligeledes i forskningen til at undersøge lærerstuderendes og praktiserende matematiklæreres matematikopfattelse og -kompetencer. Desuden er også store internationale, komparative projekter

som PISA (OECD, 2004) og TIMSS (Beaton et al., 1996) baseret på elevers løsning af matematikopgaver af forskellig art.

Selv om det naturligvis ville være forkert at hævde at al empirisk matematikdidaktisk forskning involverer beskæftigelsen med matematikopgaver i en eller anden form, indtager opgaveløsning ikke desto mindre en central rolle i forskningen. Ved siden af de grunde til det som følger af diskussionen ovenfor, er der endnu en vigtig grund at tage i betragtning. Det at basere empirisk forskning på elevers, studerendes eller læreres omgang med matematikopgaver gør det relativt let at opnå objektive resultater i positivistisk forstand og at beskrive, specificere og dokumentere en undersøgelse og at stå til regnskab for dens resultater, hvilket alt sammen gør opgaveløsningsbaseret empirisk forskning til en tiltrækkende mulighed. Overforenklet sagt tilbyder opgaveløsningsbaserede studier en mulighed for at komme til at ligne studier af effekten af medicinpræparater eller behandlingstiltag i farmakologi og medicin.

Som det vil fremgå af det næste og sidste afsnit, indebærer den fremtrædende plads som opgaveløsningsbaseret empirisk forskning indtager, også væsentlige problemer, ved at dette paradigme afstedkommer en potentiel begrænsning af de typer af matematiske kompetencer og matematisk indsigt som tages i betragtning i forskningen.

Afslutning

I størstedelen af denne artikel har vi betjent os af et bredt begreb om opgaveløsning, rækkende fra – i den ene ende af spektret – de enkleste rutineopgaver fokuseret på genkendelse eller indøvelse af enkeltstående velkendte begreber eller procedurer i en forelagt ramme, øvelsesopgaver som næppe stiller krav om den studerendes begrundelse af fremgangsmåde eller resultat, til – i den anden ende af spektret – avancerede, komplekse, udfordrende problemer som kræver nye, eller opfindsomme kombinationer af etablerede, metoder af den elev eller studerende for hvem problemet ikke er bekendt, og som tillige stiller store krav til ræsonnement og retfærdiggørelse i tilknytning til løsningen. Hvis vi – som det også er strejft i det foregående – skelner mellem forskellige slags opgaver, bliver diskussionen om opgavediskursen mangesidet og kompliceret. Empiriske studier af virkelighedens opgavediskurser peger på at i store dele af matematikundervisningen er diskursen koncentreret i “øvelses-enden” af spektret (Dossey et al., 1988) snarere end i den ende hvor de udfordrende problemer befinder sig. Hvor det er tilfældet bidrager opgavediskursen til en trivialisering af matematikundervisningens praksis, og potentielt også af matematikdidaktisk forskning. I sidste instans stiller det spørgsmålstejn ved værdien og relevansen af begge dele. Med andre ord, der findes udgaver af opgavediskursen som får matematikundervisning og matematikdidaktisk forskning til at visne snarere end at trives.

Men selv hvis vi diskuterede inden for rammerne af en “optimal” opgavediskurs der tog hensyn til en nøje afvejning af forskellige typer af øvelse og udfor-

drende problemer og alle mulige relevante mellemformer med henblik på at forfølge forskellige slags formål, herunder at erhverve forståelse af matematisk teori, og selv hvis ikke kun opgavebesvarelse men også opgavestilling indgik i diskursen, ville der stadig være væsentlige aspekter af matematikbeherskelse som ville blive ladet ude af betragtning i undervisning eller forskning domineret af opgavediskursen.

Der er ikke plads til at gå i detaljer med en diskussion af dette spørgsmål her, men det såkaldte "KOM-projekt" (Niss & Jensen, 2002) er et forsøg på at tilbyde en indgående og sammenfattende karakterisering af matematisk kompetence, dvs. matematikbeherskelse. Ved matematisk kompetence forstås evnen til på basis af indsigt at handle hensigtsmæssigt i *situationer* der aktuelt eller potentielt rummer matematiske udfordringer. Karakteriseringen sker ved udpegningen af otte matematiske kompetencer som tilsammen udspænder matematikkompetence. Det drejer sig om *tankegangskompetence*, *problembehandlingskompetence* (omfattende både formulering og løsning af problemer), *modelleringskompetence*, *ræsonnementskompetence*, *repræsentationskompetence*, *symbol- og formalismekompetence*, *kommunikationskompetence* samt *hjælpemiddelkompetence*. I tilgift til disse kompetencer rummer tilegnelsen af matematik tre former for *overblik og dømmekraft* vedrørende *matematik som fag*, nemlig *matematikens faktiske anvendelse* i andre fag- og praksisområder, *matematikens historiske udvikling* anskuet fra såvel interne som sociokulturelle synsvinkler samt *matematikens karakter som disciplin* set i kontrast til eller i lighed med andre discipliner. I denne forståelse af matematikkens og matematikbeherskelsens essens optræder problembehandling ganske vist som en væsentlig komponent, men altså kun som én blandt (mange) flere komponenter.

Til konklusion på de fremførte betragtninger er det velbegrundet at tildele opgavediskursen en vigtig rolle i matematikundervisning og matematikdidaktisk forskning, under forudsætning af at der er tale om den "rigtige" slags rige og velafvejede opgavediskurs. Imidlertid, selv hvis denne forudsætning var opfyldt, kan opgavediskursen bestemt ikke være den eneste eller bare den fremherskende diskurs i undervisning og forskning. Den må komplementeres og afbalanceres med andre centrale diskurser af betydning for matematikbeherskelse og for udviklingen af overblik og dømmekraft vedrørende matematikkens natur og rolle i historie, samfund og kultur, sådan som fx KOM-rapporten tilbyder det.

Referencer

- Beaton, A., Mullis, I., Martin, M.O., Gonzalez, E.J., Kelly, D.L. & Smith, T.A. (1996). *Mathematics Achievement in the Middle School Years. IEA's Third International Mathematics and Science Study*. Chestnut Hill, MA: Boston College.

- Dossey, J., Mullis, I., Lindquist, M. & Chambers, D. (1988). *Mathematics Report Card. Are we measuring up? Trends and achievements based on the 1986 National Assessment*. Princeton, NJ: Educational Testing Service.
- Halmos, P. (1980). The heart of mathematics. *American Mathematical Monthly*, 87, s. 519-524.
- Ikeda, T. & Stephens, M. (1998). The influence of problem format on students' approaches to mathematical modelling. I: P. Galbraith, W. Blum, G. Booker & I.D. Huntley (red.), *Mathematical Modelling. Teaching and Assessment in a Technology-Rich World* (s. 223-232). Chichester: Ellis Horwood.
- Katz, V. (1998). *A History of Mathematics. An Introduction* (2. udgave). Addison-Wesley.
- Lithner, J. (2001). Undergraduate learning difficulties and mathematical reasoning: A literature survey and project overview. *Research reports in mathematics education*. Umeå: Umeå University, Department of Mathematics
- Mellin-Olsen, S. (1990). Opgavediskursen. I: G. Nissen & J. Bjørneboe (red.), *Matematikundervisning og Demokrati* (s. 47-64). Roskilde: IMFUFA, Roskilde Universitetscenter.
- Niss, M. (2001). Indledning. I: M. Niss (red.), *Matematikken og Verden* (s. 7-18). København: Fremad.
- Niss, M. & Jensen, T.H. (2002). *Kompetencer og matematiklæring – Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie nr. 18. København: Undervisningsministeriet.
- OECD. (2004). *Learning from Tomorrow's World. First Results from PISA 2003*. Paris: OECD.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press
- Silver, E. (red.) (1985). *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Udvalget til forberedelse af en handlingsplan for matematik i folkeskolen. (2006). *Fremtidens matematik i folkeskolen*. København: Undervisningsministeriet. Lokaliseret 28.01.2007 på www.uvm.dk/06/documents/mat.pdf.