

# Matematikdidaktikken i Island i historisk sammenhæng

## – Socioøkonomiske udfordringer og indflydelser

Kristín Bjarnadóttir<sup>1</sup>

Islands Pædagogiske Universitet

*Island var overvejende et landbrugs- og landbosamfund op til det tyvende århundrede, og indbyggerne udviklede deres egen kultur inden for det danske kongerige. Matematik var i en lang periode en ubetydelig faktor i kulturen, men blev hovedsagelig praktiseret af nyttemæssige grunde, for landmåling og handel. Tidligt i 1960'erne vandt teorier, understøttet af OEEC/OECD, indflydelse i Island, ifølge hvilke en fokusering på naturvidenskabelige og matematiske uddannelser ville øge økonomiske og sociale fremskridt, ligesom begreber fra mængdelære og logik ville lette matematikindlæring. I slutningen af 1960'erne lanceredes en større reform af matematikundervisningen som en del af en revision af det islandske skolesystem. Forudsætningerne for og konsekvenserne af disse begivenheder vil blive diskuteret i artiklen, ligesom argumenter og årsager for tilstedeværelse eller fravær af matematikundervisning og -aktiviteter til forskellige tider drøftes.*

## Indledning

Islands kolonisation skete i årtierne efter 874. Island var under Danmark fra Kalmarunionen i det 14. århundrede indtil det blev en republik i 1944. En af republikkens første handlinger var at indføre en ny undervisningslov (*Stjórnartíðindi*, 1946). Dennes hovedformål var at medvirke til stiftelsen af et nyt samfund, baseret på ligeberettigelse og teknologi. To årtier senere havde bølgen fra en international reformbevægelse for matematikundervisning nået Island. Det nye skolesystem var på det tidspunkt

<sup>1</sup> Kristín Bjarnadóttir er uddannet ved Islands Universitet, University of Oregon og Roskilde Universitets Center, hvor hun aflagde en ph.d.-afhandling ved navn: *Mathematical Education in Iceland in a Historical Context. – Socio-Economic Demands and Influences*. Afhandlingen blev skrevet under vejledning af prof. Mogens Niss. Artiklen indeholder delresultater fra afhandlingen.

inde i en dyb krise. Man havde ikke ofret tilstrækkelig tid og ressourcer på opbygning af nødvendige undervisningsfaciliteter for den hurtigt voksende befolkning, der i stigende grad flyttede til byerne og da især til Reykjavík-området i den sydvestlige del af landet. Udvikling af undervisningsmateriale og læseplaner havde ikke fået opmærksomhed, og forventningerne til den egalitære lovgivning var stort set uopfyldte.

Den internationale matematikreformbevægelse og en mere generel didaktisk diskussion rørte i løbet af 1965-1975 op i uddannelsessystemet, og det ændredes for bestandig. Hvilken indflydelse havde disse forandringer i Island sammenlignet med andre lande der mødte lignende udfordringer? Spørgsmålets kerne er: I hvilken grad har udviklingen i Island inden for matematikdidaktikken været parallel med eller forskellig fra udviklingen i andre nordeuropæiske lande, og hvilke forklaringer kan man give på det? Ved sammenligningen med andre lande vil bl.a. love, regulativer, læseplaner, læreruddannelse og resultater i internationale studier blive brugt som målestok. Undersøgelsens hovedfokus vil ligge på revisionen af matematikundervisningen i perioden 1965-1975. Men begivenhederne som udviklede sig i det nævnte årti, har deres rødder i det 18. og 19. århundrede. Udviklingen i den tid vil derfor også drøftes.

Spørgsmålet fører til et andet spørgsmål: Hvilke faktorer skaber behov for matematiske aktiviteter? M. Niss foreslår at der grundliggende kun er tale om tre typer af årsager til matematikuddannelse, set fra historiske og samtidige perspektiver:

- At bidrage til den teknologiske og socio-økonomiske udvikling af samfundet som helhed.
- At udstyre individer med værktøjer, kvalifikationer og kompetencer til at hjælpe dem med at klare livets (ud)fordringer som privatpersoner, som professionelle og som samfundsborgere.
- At bidrage til samfundets politiske, ideologiske og kulturelle vedligeholdelse og udvikling i et demokratisk perspektiv (Niss, 1996, s. 13).

Årsagerne for tilstedeværelse eller fravær af matematikundervisning og -aktiviteter i forhold til andre lande vil blive målt med denne liste over primære årsager.

Hovedstrømmene af kulturelle indflydelser der har formet de nordiske folk og deres samfund, den kristne kirke, reformationen, humanismen, oplysningsbevægelsen og voksende nationalisme, har også sat sit præg på det islandske samfund. Da Island imidlertid befinder sig på grænsen af den beboelige verden, har samfundet udviklet sig forskelligt fra andre nordeuropæiske samfund. Sammenligningen vil for perioden indtil midten af det 20. århundrede fokusere på Danmark på grund af landenes nære forhold, mens den for den senere periode også vil omfatte Norge.

Folketallet forblev gennem århundrederne meget lavt i Island, og man ser ikke no-

gen nævneværdig vækst før mod slutningen af det 19. århundrede. Bebyggelsen var stort set uden byer og næsten udelukkende landbebyggelse med selvforsyningslandbrug. Dette forårsagede at der kun var et meget begrænset behov for eller udfordring til matematiske aktiviteter i forbindelse med handel eller højere matematik som f.eks. på de europæiske universiteter indtil det 19. århundrede.

## Det 19. århundrede

### Arven fra det 18. århundrede

Folkeuddannelsen i Island har sit ophav i det 18. århundrede som hjemmeundervisning i læsning og kristendom under opsyn af sognepræsterne og oprettet under indflydelse af pietismen og oplysningsbevægelsen. Et antal islandske lærebøger i aritmetik for "den opvoksende ungdom" blev da udgivet, både spredt i håndskrifter og i alt i fire bøger på tryk. Matematikundervisningens fremgang under oplysnings-tiden kan tilskrives det formål at udstyre det enkelte individ med de nødvendige forudsætninger for at klare udfordringer inden for en voksende handelsvirksomhed da det danske handelsmonopol blev nedlagt i 1780'erne, og på den måde at bidrage til den socioøkonomiske udvikling af samfundet. Et andet mål med matematikundervisningens og småindustriens fremme hen mod slutningen af det 18. århundrede var politisk, dvs. man ville gøre den islandske befolkning i stand til at forsørge sig selv på en tidssvarende måde.

Til trods for gode lærebøger eksisterede der intet reelt behov for matematikundervisning i de to katedralskoler, der blev forenet til én i 1801. Kun én lærd skole eksisterede i landet i perioden 1801-1930. Minimumskrav, fastsat i regulativer fra 1740'erne om kundskaber i de fire operationer i hele tal og brøker, blev til tider ikke opfyldt (Helgason, 1935; Helgason, 1907-1915). I nogle år i begyndelsen af det 19. århundrede blev studenter fra den islandske lærde skole på Bessastaðir i nærheden af Reykjavík fritaget fra nye krav om kundskaber i matematik på Københavns Universitet på grund af mangel på matematiklærere.

### Björn Gunnlaugsson

I 1822 klagede to professorer ved Københavns Universitet over disse fritagelser (Islands nationalarkiv: Skjalasafn kirkjustjórnarráðsins SK/4). I samme år fik Bessastaðir Lærde Skole en matematiklærer. En af hjemmeundervisningstraditionens bedste eksempler, Björn Gunnlaugsson, havde studeret matematik som han havde fået privatundervisning i og selv lært af forhåndenværende bøger, uden nogensinde at blive optaget på Bessastaðir skole. Alligevel satte denne uddannelse ham i stand til at vinde en guldmedalje for løsning af en matematisk opgave på sit første år på Københavns Universitet i 1818. Efter fem års studier helligede Björn Gunnlaugsson sit liv opbygningen af matematikundervisning i Den Lærde Skole som før havde afvist ham. Hans anden

store opgave var geodætisk opmåling af Island, hvilket resulterede i et kort der blev brugt som basis for landkortet af Island op til det 20. århundrede. Dette værk tjente som et værktøj for søfarende og som grundlag for fremtidens veje, broer og havne, og på denne måde bidrog Björn Gunnlaugssons arbejde til den tekniske udvikling i Island. Men Björn Gunnlaugsson var isoleret fra udviklingen i matematik i Europa. De intellektuelle omgivelser og interesser førte ham til studier af filosofi, matematikdidaktik og matematikkens geodætiske anvendelsesformer.

Björn Gunnlaugsson præsenterede sine mål med matematikundervisningen i sin åbningstale i sit første år på Bessastaðir Skole hvori han lagde vægt på de praktiske aspekter af matematik. Matematik var et redskab til udforskning af naturen, sagde han, men han præsenterede også argumenter for hvordan matematikken kunne opøve folk i logisk tænkning, idet det intetsteds var så let at undersøge sandheden og skelne den fra falskheden som netop i matematikken. Han kan have fundet det klogt at lægge vægt på de praktiske aspekter over for sine landsmænd, men man kan også forstå af hans åbningstale at han satte pris på matematikkens kulturelle aspekter.

### **En sproglig-historisk linje i 1877**

Björn Gunnlaugsson fik ikke en efterfølger af hans egen kaliber ved Den Lærde Skole, der i øvrigt blev flyttet til Reykjavík i 1846, og matematikundervisningen ved skolen dalede i kvalitet efter at han blev pensioneret i 1862. Da han døde i 1876, havde nye regulativer for lærde skoler i kongeriget Danmark delt undervisningen op i en matematisk-naturvidenskabelig linje og en sproglig-historisk linje. En kommission, nedsat i 1875 for at lave forslag angående islandske skoleanliggender, foreslog en kombination af de to linjer, sammenlignelig med skolens tidligere struktur og med øget vægt på moderne sprog på bekostning af de antikke sprog. Antallet af elever var i denne periode så ringe at det ikke ansås for forsvarligt at opretholde et system med to linjer. Myndighederne valgte den sproglig-historiske linje i 1877. Korrespondancen mellem Islands landshøvding og ministeren for Island i København forklarer hvorfor den sproglig-historiske linje blev valgt i Islands tilfælde (Islands Nationalarkiv. Íslenska stjórnardeildin, Skjalasafn landshöfðingja). Den endelige beslutning skyldtes sandsynligvis lobbyisme fra skolens rektor og dennes kollegaer der foretrak den sproglig-historiske linje. Rektoren var filolog. Hovedårsagen til at vedligeholde europæiske standarder i matematikundervisningen havde fra myndighedernes side været at give studenter forudsætninger for at fortsætte deres studier på universitetsniveau. Da matematikkundskaber ikke længere var nødvendige, og den sproglig-historiske linje blev en valgmulighed, valgte man denne. Der var ingen matematikere til stede for at fremme matematikken på grundlag af personlig overbevisning om fagets nyttemæssige eller kulturelle værdier. Der findes også dokumentation for at matematikken i

1870'erne blev undervist på en sådan måde at dens formål syntes meget uklart, og dens popularitet blandt eleverne var minimal (Jónsson, 1883).

Diskussionen blev til en forlænget debat der strakte sig fra 1876 til 1882. De tre fundamentale årsager for matematikundervisningen, som formuleret af Niss, blev frembragt som argumenter i debatten. Argumenterne for mere matematik, som blev fremsat af de personer der forsvarede forslaget om en kombineret linje, var at matematikundervisningen efter regulativernes vedtagelse og deres implementering ville være utilstrækkelig. Mere matematik ville give studenterne forudsætninger for videre matematikuddannelse ved højere uddannelsesanstalter som f.eks. Den Polytekniske Lærestanstalt i København hvor de kunne uddanne sig som ingeniører og på den måde bidrage til samfundets tekniske udvikling. Det argument blev også fremsat at matematikken havde en vigtig rolle som instruktion i (logisk) tænkning – et argument der henviser til et bidrag til samfundets kulturelle vedligeholdelse og udvikling.

De personer der talte for en udelukkende sproglig-historisk linje, fremførte som argument at studenterne fra Reykjavík Lærde Skole ville søge uddannelser i professionelle fag såsom teologi, medicin, jura eller filologi. Alt der ville kræve en omfattende matematisk kunnen, var en undtagelse, og de elever der havde sådanne planer, måtte erhverve deres kundskaber andetsteds, hvilket kun kunne være København.

Denne diskussion afsluttedes i 1882, mindre end et årti før det islandske samfund stod på tærsklen af en ny epoke med tekniske fremskridt, men dog meget senere end dets nabolande. Der var stadig hverken veje, broer, havne eller motorskibe i et land der var større end Irland, og heller ikke vandforsyning eller kloakker i den voksende hovedstad, Reykjavík. Fremsynede folkeledere kunne have forudset en mangel på teknisk uddannelse – noget der ville have krævet opretholdelsen af den matematisk-naturvidenskabelige linje.

### **De islandske og danske undervisningssystemer i det 19. århundrede**

Matematikundervisningen i Reykjavík Lærde Skole var således sammenlignelig med danske lærde skoler indtil 1877. Der fandtes herefter ikke nogen højere matematisk uddannelse i Island i næsten et halvt århundrede.

Island havde ingen lov om folkeskoler i det 19. århundrede, hvorimod Danmark fik lov om folkeskole i 1814. Nogle få folkeskoler som allerede var blevet stiftet, fik officiel understøttelse efter at Island havde fået egen landskasse og Altingets lovgivende bemyndigelse i 1874. I 1880 blev det vedtaget ved lov at børn skulle lære regning og skrivning i deres hjem på husfædrenes ansvar og under sognepræsternes opsyn (*Stjórnartíðindi*, 1880). På grund af dårlige rejseforbindelser så man ingen anden mulighed for en generel indførelse af almen folkeuddannelse end igennem hjemmeundervisningen. Desuden beløb udgifterne for landets eneste lærde skole sig til næsten 30 % af landets budget omkring midten af det 19. århundrede. Der var et stort

underskud på budgettet som blev dækket af de danske myndigheder. Begge disse årsager bevirkede at udviklingen i almen folkeuddannelse i de fleste henseender stod tilbage for den i Danmark i det 19. århundrede.

Begivenhederne omkring 1880 vedrørende Den Lærde Skole og folkeuddannelsen tyder på at islændingene, da de havde fået lovgivningsret, betinget af kongens samtykke, lagde hovedvægt på folkeuddannelse, hvorimod man ikke så de muligheder som en højere matematikundervisning kunne medføre, eller anså den for at være for dyr i forhold til det forventede udbytte.

## Begyndelsen af det 20. århundrede

### Matematikundervisning og teknisk udvikling

Højere matematik- eller fysikundervisning fandtes således hverken i Reykjavík Lærde Skole, som hed Menntaskólinn í Reykjavík (Reykjavík Gymnasium) fra og med 1904, eller på Islands Universitet, der blev stiftet i 1911 og lagde hovedvægt på filologi og uddannelse af embedsmænd. Islands højeste undervisningsinstitutioner spillede derfor ikke nogen rolle i den forrygende tekniske udvikling som fandt sted i Island fra 1890'erne til 1920'erne, dvs. industrialisering i form af motorisering af fiskeriflåden, elektricitet, telefon, vand- og kloaksystemer, havne osv. Derimod dannedes der en græsrodsbevægelse for øget folkeundervisning i fortsættelse af undervisningsloven fra 1907 som foreskrev offentlige skoler for børn i 10-14-års-alderen (*Stjórnartíðindi*, 1907). Der skete et fremskridt i regneundervisningen på initiativ af de præste- og læreruddannede, og Islands Seminarium blev stiftet i 1908.

Antallet af islandske ingeniører voksede støt og roligt. Den første islandske ingeniør blev udkrevet fra den Polytekniske Lærestanstalt i København i 1891, og i 1912 havde 11 islandske ingeniører fuldført deres uddannelse (Björnsson, 1981). Sammenhængen mellem matematisk uddannelse og tekniske fremskridt blev gradvis anerkendt i elitens kredse og af myndighederne, der i voksende grad bestod af islændinge efter indførelsen af hjemmestyre i 1904 og af Islands suverænitet i 1918. Det viste sig mere fordelagtigt at uddanne islændinge som ingeniører end at ansætte udlændinge der kun opholdt sig i landet midlertidigt, krævede højere løn og havde dårligere kendskab til de lokale forhold end de hjemmeboende. Dette førte endelig til oprettelsen af en matematisk-naturvidenskabelig linje ved Reykjavík Gymnasium i 1919, næsten et halvt århundrede senere end i danske gymnasier. Behovet for en forberedelse til ingeniøruddannelsen accepteredes således i Reykjavík Gymnasium kun efter at den tekniske udvikling var kommet i fuld sving.

### Ólafur Daniélsson

Matematikeren Ólafur Daniélsson skrev sin doktorafhandling ved Københavns Universitet i 1909. Efter at have opbygget matematikundervisningen ved Seminariet fra 1908

blev han ansat som leder af den matematiske linje i Reykjavík Gymnasium. Dr. Ólafur Daniélsson forbedrede betydeligt de generelle matematikkundskaber i Island ved at uddanne lærere, fremtidige ingeniører og matematikere og ved at skrive lærebøger i regning, aritmetik, geometri og algebra for realskolen og gymnasiet. Hans bøger udgør et uvurderligt arbejde som løftede standarden på islandsk matematikundervisning.

Dr. Ólafur Daniélsson var, mens han levede, den uomstridte mester i Islands matematikundervisning. I sine lærebøger i regning og aritmetik (Daniélsson, 1906, 1914, 1920) præsenterede han enkle opgaver fra hverdagslivet for at forklare hyppigt forekommende procedurer. Dr. Ólafur Daniélssons synspunkt at formålet med matematikundervisningen var at træne logisk tænkning, var enestående blandt hans landsmænd. Et bevis skulle præsenteres om muligt. Hvis det ikke var muligt, og proceduren var nødvendig, måtte den hellere præsenteres uden forklaring end med et ræsonnement der førte til tvivl. Dette gælder for eksempel proceduren om at finde den laveste fællesnævner som fremsættes uden forklaring eller bevis. Dette blev genspejlet i en lærebogsserie i regning for 10- til 14-årige børn i folkeskolen, skrevet af hans elev på Seminariet, Elías Bjarnason (Bjarnason, 1927-1929). Elías Bjarnason fortalte i sit forord at han havde tilrettelagt sin lærebog i overensstemmelse med Dr. Ólafur Daniélssons *Aritmetik*, og i øvrigt at Dr. Ólafur Daniélsson havde gennemlæst hans bog og givet flere gode råd. Begge forfattere synes at have ment at elementær regning og aritmetik ikke havde plads for eget initiativ, men at eleverne skulle koncentrere sig om sikkerhed i behandling af algoritmer og procedurer. I slutningen af 1930'erne blev Elías Bjarnasons serie af det monopolagtige Statsforlag for lærebøger valgt som grundlæggende lærebogsserie for islandske børn og blev anvendt som sådan helt op til midten af 1970'erne.

### Reykjavík Gymnasium

I 1920'erne førte den stadig mere generelle folkeskoleuddannelse og begyndende realskoleuddannelse til et forholdsvis stort antal ansøgere i Reykjavík Gymnasium. Andre muligheder for uddannelse var begrænsede, især i Reykjavík hvor der ikke fandtes nogen realskole bortset fra Reykjavík Gymnasium. Reykjavík var i denne periode en hurtigt voksende by, og indbyggertallet steg i perioden 1900-1940 fra 6.700 til 38.200. Som en følge heraf blev adgangen til Reykjavík Gymnasium i 1928 begrænset. Skolen og den førende lærer i matematik, Dr. Ólafur Daniélsson, fik dermed en monopolagtig position. Kombineret med stiftelsen af Statsforlaget for lærebøger i 1937, som tjente folkeskolen som eneste valgmulighed, førte dette til brug af kun én serie af lærebøger i regning i folkeskolen og en anden for realskolen – forhold som bestod indtil 1950 og delvis ind i 1970'erne. Det tilsyneladende naturlige valg at indstille sig på gymnasiets krav var at bruge lærebøger som blev valgt eller skrevet af dets førende lærer i matematik, Dr. Ólafur Daniélsson. Først i 1966 oprettedes et andet gymnasium i Reykjavík mens man dog i 1930 havde stiftet Akureyri Gymnasium i Nordisland.

Målet med en ny skolelov i 1946 (*Stjórnartíðindi*, 1946) var stiftelsen af et egalitært skolesystem og ophævelsen af de to gymnasiers ret til selv at vælge deres elever. Alligevel blev lovens radikale effekt noget svækket da læseplanen for Reykjavík Gymnasiums anden klasse i 1945-1946 blev valgt som grundlag for en ny landseksamen der tjente som adgangseksamen til gymnasierne og således vedligeholdte gymnasiets dominerende position. Dette gjaldt især de gradvis forældede lærebøger i matematik skrevet af Dr. Ólafur Daniélsson og Elías Bjarnason.

### Uddannelse af matematiklærere

En del af uddannelsessystemets reform fra 1946 var oprettelsen af en grunduddannelse til ingeniør ved Islands Universitet der derefter skulle fortsættes i København. Dette system fortsatte til 1970. Lovgivningens formål, at sikre læreruddannede adgang til universitetet, lykkedes ikke (Altingets Arkiver: Dagbók 45-46. *Stjórnartíðindi*, 1947). Matematikundervisningen på Seminariet nåede ikke niveauet på gymnasiets sproglige linje. Da den nationale adgangseksamen til gymnasierne blev oprettet i 1946, var realskolerne og mellemskolerne henvist til at bruge studenter fra den matematiske linje på gymnasiet til at undervise i matematik. På grund af adgangsrestriktioner i perioden 1928-1946 var antallet af disse studenter begrænset, og de fleste af dem forbedrede sig til en professionel uddannelse. Der fandtes ingen særlig uddannelse i landet for realskole- og gymnasielærere i matematik før 1951, og derefter kun som en del af ingeniøruddannelsen ved universitetet. Sådan havde den skæbnesvangre beslutning udelukkende at satse på en sproglig linje i Reykjavík Lærde Skole i 1877 langvarige følger i form af kronisk mangel på matematiklærere i realskolerne og gymnasierne.

### Overvejelse af den første del af det 20. århundrede

Fra 1877, da man i Island bestemte sig for den sproglig-historiske linje for Den Lærde Skole i Reykjavík, og helt op til midten af 1960'erne udviklede matematikundervisningen i Island sig forskelligt fra undervisningen i Danmark, til trods for at Reykjavík Lærde Skole, senere Reykjavík Gymnasium, var del af det danske uddannelsessystem indtil 1918. Skolen var opbygget ifølge regulativer parallelle med de danske og benyttede sig af danske lærebøger men for det meste uden højere matematik. Årsagerne til stiftelsen af den matematiske linje i 1919 var først og fremmest praktiske og af hensyn til uddannelsen af ingeniører for landets tekniske udvikling. Udførelsen af matematikundervisningen blev overladt til Dr. Ólafur Daniélsson som for sin del argumenterede for matematikkens kulturelle aspekter i løbet af hans tid i mellemkrigsårene. Gradvis faldt matematikken i stagnerende baner indtil den næste generation af matematikere havde opnået den status at kunne gennemføre reformer i 1960'erne.

Perioden fra 1920'erne til 1960'erne karakteriseredes af Islands intellektuelle isolation fra andre lande og nationer. Den var delvis selvskabt, og forskning på det nye



Islands Universitet fokuserede på den for nyligt selvstændige nations litteratur og historie, mens naturvidenskaberne kun fik lidt opmærksomhed. Isolationen var også delvis skabt af mellemkrigsårenes depression, Anden Verdenskrig og økonomiske restriktioner angående udenlandsk valuta i efterkrigsårene. De islandske gymnasier mistede kontakten med deres danske model og var i matematikundervisningen stort set indstillet på normer fra før 1910, da Dr. Ólafur Danielsson studerede i Danmark. Gymnasierne var stærkt elitistiske og adskilte fra andre dele af uddannelsessystemet, selvom formålet med 1946-lovgivningen havde været netop at modvirke dette. Ud over forældede lærebøger i de fleste fag led uddannelsessystemet under mangel på skolebygninger, uddannede lærere og læseplaner og var i midten af 1960'erne blevet strakt til sine yderste grænser.

## Den “moderne” matematik i 1960'erne

### Den internationale matematikreformbevægelse

Island var medlem af OEEC-organisationen fra dens stiftelse efter Anden Verdenskrig. I slutningen af 1950'erne blev der introduceret teorier på initiativ af OEEC (senere OECD) der lagde vægt på at uddannelse, især i de matematiske fag, var en central forudsætning for sociale og økonomiske fremskridt. Indførelsen af “moderne” matematik i skolen som blev stimuleret af førnævnte organisation, var en del af efterkrigsrevisionen af den naturvidenskabelige uddannelse, som i de vestlige lande ofte bliver associeret med Sputnik.

Oprindeligt var formålene med de internationale matematikreformer grundet på ideer om ligestilling. Et ønske om uddannelse for alle indebar naturligvis matematik for alle. Erfaringen fra indmeldelser af soldater under Den Anden Verdenskrig, f.eks. i USA, havde vist at der var behov for en revidering af skolematematikken (Osborne et al., 1970, s. 231, 238). Denne observation og kravet om at udviske en social lagdeling, forbedre almenuddannelsen og forandre matematikundervisningen er 1940'ernes og 1950'ernes baggrund for reformer i 1960'erne.

I 1959 blev der på vegne af OEEC i Royaumont i Frankrig holdt et seminar for matematikere og uddannelsesspecialister om en ny tænkning i skolematematik. Resolutionerne fra dette seminar var at “moderne” matematik, med begreber fra mængdelære og logik som matematikkens forenende struktur, skulle blive grundlaget for en reform af skolematematik.

### Matematikreformens ophav i Island

Indflydelsen fra Royaumont-seminaret sivede ind i det islandske matematikersamfund gennem personlige kontakter blandt danske deltagere. Det første initiativ blev taget i 1964 af enkelte førende universitets- og gymnasielærere der under indflydelse af Royaumont-seminaret definerede deres gymnasiale undervisning på en ny måde,

forberedte introduktionen af den “moderne” matematik i realskolen og ydede rådgivning og konsultation på folkeskoleniveauet.

På dette tidspunkt var undervisningsministeren, dr. Gylfi Þ. Gíslason, også handelsminister og minister for anliggender angående OEEC/OECD. Teorierne om uddannelsens forudsætning for fremskridt blev fremsat under et møde i undervisningsministeriet i 1965. Der holdt direktøren for OECD’s uddannelsesinvestering og planlægningsprogram et foredrag for de mest prominente ledere inden for det islandske uddannelsessystem. Han forklarede at uddannelse før i tiden havde været anset for at tjene kulturelle formål, men nu var nye begreber om uddannelsens rolle blevet udviklet. Den fjøede betydeligt til samfundets økonomiske og sociale fremskridt og til dets stabilitet og var en lige så vigtig socioøkonomisk faktor i samfundet og den nationale økonomi som de traditionelle faktorer var. Et nyt syn på uddannelse var ved at integreres ind i en ny uddannelsesdiskussion i Island i 1965.

Reformforsøg med matematikundervisning på alle niveauer blev således påbegyndt i 1964-1966 under professionel og politisk indflydelse fra OECD. Proponenterne, matematikerne, var under indflydelse af pædagogiske teorier. Jean Piaget havde foreslået at de essentielle ideer der karakteriserer “moderne” matematik, stod meget nærmere strukturen af “naturlig” tænkning end de begreber som bliver brugt i traditionel matematik (Gjone, 1983, vol. II, s. 54). Matematikerne arbejdede under den overbevisning at indførelsen af de grundlæggende begreber i mængdelære og logik ville føre til en dybere forståelse af matematik, og nye begreber ville medføre en øget klarhed og nøjagtighed i tænkning og regning (Arnlaugsson, 1966, s. 1).

### **En generel skolereform**

I 1965-1966, efter oprettelsen af Islands Tekniske Højskole på initiativ fra OECD og modeleret efter danske, norske og tyske institutioner, foretog man en undersøgelse for Den Tekniske Højskole som viste at læseplaner i matematiske fag i islandske realskoler stod langt tilbage for læseplanerne i de andre nordiske lande (Björnsson, 1966). I fortsættelse af dette oprettede undervisningsministeriet i 1966, også på initiativ af OECD, en afdeling for skoleforskning der arbejdede med skoleudviklingsprogrammer, herunder også folke- og realskolematematik. Undersøgelsen, forsøgene med matematikundervisningen og arbejdet på undervisningsministeriets vegne førte til en generel reform af det islandske skolesystem, lanceret med en generøs offentlig støtte uden fortilfælde. Den nye Skoleforskningsafdelings hovedaktiviteter blev en udvikling af nye læseplaner og lærebøger, kurser og rådgivning til lærere. Med offentlig opbakning og myndighedernes store forventninger om økonomiske fremskridt trådte Island på grandios vis ind i den “moderne” matematikreformbevægelse gennem en generel reform af undervisningssystemet.

## Implementeringen af “moderne” matematik

Implementeringen af “moderne” matematik i Island blev først rettet mod eliteelever på realskole- og gymnasieniveau der forberedte sig til universitetsstudier. Den del af matematikundervisningsreformen var ganske vellykket. Folkeskoleforsøget viste sig at være mere kontroversielt. Man havde i begyndelsen kun overfladisk kendskab til andet end de første 2-3 årskurser i en lærebogserie valgt i en vis hast. Serien var skrevet af den danske lærer Agnete Bundgård som var blandt de danske deltagere i det nordiske samarbejde om den “moderne” matematik i skolen, Nordiska Kommittén for Modernisering af Matematikundervisningen, NKMM, hvori Island ikke deltog. Denne serie for folkeskolens 1.-6. klasse blev oversat til islandsk. Et uventet stort antal lærere der ville deltage, gjorde det vanskeligt for kun få personer at organisere projektet. Lærerne kendte ikke de nye begreber, og de voldte uro blandt forældrene. De forstyrrende elementer var de radikale ideer om at implementere universitetsteorier om at forene matematikkens forskellige stofområder igennem mængdelære og logik ind i skolematematikken. Indførelsen af disse ideer i folkeskolematematikken viste sig at være begyndelsen på slutningen af de mest ortodokse “moderne” matematikreformer i andre lande (Gjone, 1983, vol. 1, s. 53), og også i Island (Islands Nationalarkiv, 1989/S-56). Man har også et bevis på at man allerede inden for få år mærkede en skuffelse over reformens udvikling blandt matematikerne i Island (Islands Nationalarkiv, 1989/S-56; Arnlaugsson, 1967, s. 41).

### Guðmundur Arnlaugsson

Én person, Guðmundur Arnlaugsson, kan identificeres som leder af den “moderne” matematikreform i Island, men han fik ganske vist støtte af kollegaer, politikere og offentligt ansatte. Han blev uddannet ved Københavns Universitet og underviste ved danske gymnasier under Anden Verdenskrig. Han var matematiklærer ved Reykjavík Gymnasium, docent ved Islands Universitet, medlem af OECD’s komité for undervisningsinvesterings- og planlægningsprogrammet i Island og også godt kendt som skakmester. Han tog initiativet til gymnasiereformen sammen med en kollega, og han foreslog Agnete Bundgårds lærebogsserie til folkeskolen. Han skrev en lærebog om tal og mængder for realskolen (Arnlaugsson, 1966) og valgte en lærebog i “moderne” matematik for Seminariet. Guðmundur Arnlaugsson arbejdede også med omorganiseringen af gymnasieniveauet hvilket blev efterfulgt af en omorganisering af hele videreuddannelsen efter realskolen.

### Matematikreformen i Norge og Danmark

Nye reformprojekter blev udviklet i det nordiske samarbejde om den “moderne” matematik i skolen, NKMM. I Norge arbejdede man med forsøg og læseplaner på en systematisk måde indtil den største begejstring over den nye matematik var forbi

(Gjone, 1983). Den nye matematik blev derfor aldrig implementeret på landsbasis i Norge i samme omfang som i Island. I Danmark derimod havde man igangsat en fornyelse af den danske folkeskolematematik i "Den blå betænkning", 1958-skolelovens undervisningsvejledning, da udviklingen af forsøgsmaterialet ifølge den "moderne" matematik begyndte efter Royaumont-mødet 1959 og forstyrrede det lokale reformarbejde. Den blå betænkning var blevet udarbejdet af skolefolk, ikke professorer, som den "moderne" matematik var. Også der findes den teknisk-videnskabelige revolution i baggrunden samt et opgør med forældet stof og med lærdom der læres udenad i stedet for at forstås. Men der fandtes ikke ét ord om mængder eller formel logik ligesom i Bundgaard-materialet som havde stærk udbredelse i Island, og som Jens Høyrup mener nærmest kan karakteriseres som en hel regelret tilpasning af den professorale reformretning (Høyrup, 1979).

### Islandske lærere og den "moderne" matematik

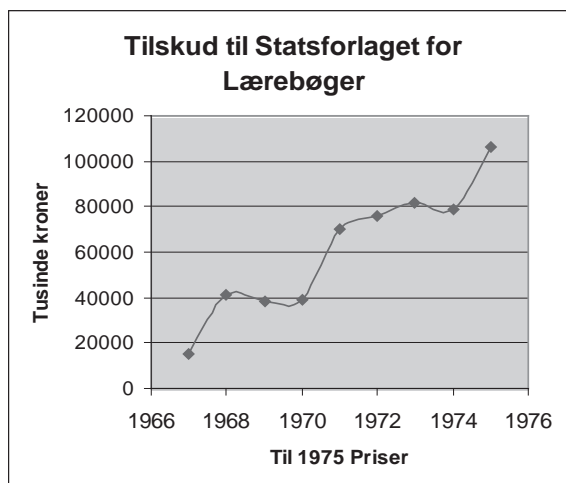
Islandske lærere var i mange henseender uforberedt på en omfattende reform af matematikundervisningen. I begyndelsen i 1964 var der kun fem matematiklærere i gymnasierne som havde den påkrævede uddannelse, cand. mag. eller tilsvarende, sædvanligvis opnået i København. I 1965 havde læreruddannelsen inden for ingeniøruddannelsen produceret ti matematiklærere for realskolen. Ifølge besvarelser af et spørgeskema i forbindelse med Royaumont-seminaret (OEEC, 1961, s. 155) og sammenlignet med nabolandene Norge og Danmark var den relative mangel på uddannede matematiklærere enestående. Men i andre henseender var situationen lignende. Matematikundervisningsreformen blev f.eks. indført af en lille gruppe universitetsuddannede matematiklærere og professorer i alle disse lande.

De fleste lærere på folkeskoleniveauet havde aldrig hørt om de nye matematiske begreber og var heller ikke bekendt med det filosofiske grundlag for en implementering af sådanne begreber i folkeskoleundervisning. Reformprojekterne viste sig derfor at være en krævende opgave for almindelige lærere men også en enestående mulighed for videreuddannelse som ellers ikke ville have været til stede. Folkeskolematematikken havde kun fået begrænset opmærksomhed siden i 1920'erne. Indførelsen af den "moderne" matematik skabte en længe tiltrængt lejlighed for initiativ og kreativitet for lærere som udviklede og prøvede nye undervisningsmaterialer efter at man bestemte at holde op med Bundgaard-materialet tidligt i 1970'erne.

### Finansiering af skolereformen

OECD-teorierne havde stærk indflydelse på politikere, og på den måde understøttede organisationen finansieringen af reformprojekterne. Selve organisationen har nok kun ydet bidrag til enkelte projekter, såsom efteruddannelseskurser for lærere som forberedte sig til at klare den "moderne" matematiks udfordringer (Nationalarkivet,

1989/S-56). Skolereformen nød massiv understøttelse fra Altinget, hvis medlemmer i 1953 havde klaget over at hver syvende krone gik til et skolesystem af omstridt kvalitet i sammenligning med den højagtede hjemmeundervisningstradition.



Figur 1. Tilskud til Statsforlaget for lærebøger.



Figur 2. Tilskud til Skoleforskningsafdelingen.

Figur 1 og 2 illustrerer tilskud fra Altinget til udviklingsprojekterne i Skoleforskningsafdelingen og til Statsforlaget for lærebøger i perioden 1967-1975, omregnet til 1975-priser (*Stjórnartíðindi*, 1966-1975. Budget). En mindre krise i 1968, forandring af parlamentarisk majoritet i 1971, oliekrisen i 1973 og et samtidigt vulkanudbrud på Vestmannaøernes eneste beboede ø, Heimaey, ændrede ikke på de stadig voksende tilskud til reformen af uddannelsessystemet.

Årsagerne til denne generøsitet var økonomiske, altså forventninger om økonomisk udbytte fra investeringer i uddannelse. Det viste sig dog at være en langtidsinvestering som først gav udbytte langt senere. Industrien krævede ikke matematikere eller fysikere i stort antal i mange årtier fremover. Mange unge mennesker af den selvstændige republiks første generation var under indflydelse af samfundets mente mangel på videnskabeligt uddannet arbejdskraft, og de søgte videnskabelig og teknisk uddannelse i udlandet. De blev hovedsagelig henvist til at undervise når og hvis de kom tilbage til Island med deres uddannelse i 1970'erne eller senere. Lidt efter lidt åbnedes der stillinger for matematikere i banker, investerings- og forsikringsfirmaer, og omkring århundredeskiftet også i genealogiske og biofarmaceutiske virksomheder.

## Opsummering og konklusioner

### Sammenligning med andre lande i tiden før 1960'erne

Set som et alenestående samfund var Island bagefter andre lande det meste af den nyere tid op til de første to tredjedele af det 20. århundrede hvad angår matematikundervisning. Selvforsyningslandbrug og den næsten totale mangel på byer forårsagede at der kun var et meget begrænset behov for regnefærdigheder blandt indbyggerne før industrialiseringen i begyndelsen af det tyvende århundrede. Følgelig var Island også længe bagefter når det gjaldt uddannelse af matematiklærere. Set som en del af det danske uddannelsessystem kan situationen beskrives på den måde at matematikundervisningen udviklede sig som i andre tyndt befolkede og afsidesliggende dele af Danmark og Norge. Men da islændingene var en særskilt kulturel enhed med eget sprog, måtte de være selvforsynende med offentligt ansatte og professionelle. Lærere kunne ikke være udlændinge. Hvad der fandtes, måtte man klare sig med, til trods for at det i mange tilfælde var under standarden i de lande som Island er blevet sammenlignet med.

### Ligheder og forskelle i reformationstiden

Der var mange ligheder i implementeringen af "moderne" matematik i Island og i andre lande. Opfordringen fra OECD's side, økonomiske forventninger, entusiasme fra nogle matematikeres side og efterfølgende skuffelser og derudover negative reaktioner fra forældre og publikum var alt sammen fælles træk. Ligheden ses også i OEEC/OECD's bidrag til matematikundervisningsreformen. Organisationen arrangerede det indflydelsesrige Royaumont-seminar og gjorde det videre samarbejde om projektet om den "moderne" matematik lettere ved at arrangere møder og seminarer gennem de følgende år. Men OECD arrangerede kun møderne og efterlod indholdet til eksperterne, didaktikere og matematikere (Høyrup, 1979). Det samme var tilfældet med den generelle skolereform i Island. Ifølge de mest fremstående deltageres erindring

havde OECD kun lidt med reformen at gøre. Uddannelseseksperterne udviklede den på deres egen måde (Edelstein, 2006).

Der var også forskelle fra land til land ved implementeringen af den “moderne” matematik. I Danmark forstyrrede den “moderne” matematik implementeringen af en anden moderniseringsplan præsenteret i Den blå betænkning og forberedt inden for skolekulturen (Høystrup, 1979). I Island fandtes der intet andet nyt udviklingsprojekt som kunne forstyrres. I Norge gennemgik implementeringen af den “moderne” matematik en lang bestemmelsesproces som til sidst drejede den nationale læseplan væk fra dens mest ortodokse form for “moderne” matematik (Gjone, 1983). I Island var beslutningsprocessen kort og underudviklet, og kun få personer var involverede i den.

### **Enkeltpersoners indslag**

Det islandske matematiske samfund var meget fåtalligt op gennem størstedelen af det tyvende århundrede, og i lange perioder bestod det kun af enkelte individer eller nogle få personer, måske to-tre kollegaer. Der findes en tråd vævet af familieforbindelser og lærer/elev-forhold mellem de mest prominente matematikere i Islands historie. Dr. Ólafur Daniélsson studerede hos Björn Gunnlaugssons barnebarn, og Dr. Ólafur Daniélsson var mentor til lederen af implementeringen af den “moderne” matematik i Island, Guðmundur Arnlaugsson. I sammenligningslandene, Danmark og Norge, ledte prominente personer den “moderne” matematikreform i samarbejde med en gruppe mennesker. Dette var også tilfældet i Island. Men på grund af det ringe befolkningstal, færre end 200.000 mennesker, var antallet af samarbejdspartnere meget lavt, og hvert individs indslag af stor vigtighed.

### **Årsager til forandringerne**

Årsagerne til at myndighederne ville støtte 1960’ernes matematikreform i særdeleshed og omorganiseringen af skolesystemet i almindelighed, var forventninger om at skubbe det islandske samfund ind i en modernisering i samme stil som flere andre vestlige lande oplevede. Myndighedernes forventninger blev understøttet af pionererne for den “moderne” matematik. Deres arbejde var baseret på den overbevisning at matematikundervisningen ville forbedres ved at introducere de forenede begreber fra mængdelære og logik. Disse forventninger blev ikke opfyldt så hurtigt og effektivt som forventet, men de mangfoldige indflydelser fra OECD i 1960’erne forandrede dog det islandske samfund for bestandigt.

Der findes ligheder i årsager, argumenter og ræsonnementer som blev frembragt under fire vigtige perioder, da forandringer fandt sted i matematikundervisningen i Island. De kan opsummeres som følger:

- I 1822 var den officielle årsag til at fremme matematikundervisningen i Bessastaðir Lærde Skole at sikre forudsætninger for adgang til Københavns Universitet. På samme tid frembragte Björn Gunnlaugsson nytttemæssige argumenter og mindede om matematiklærers kulturelle aspekter.
- I 1877 da forudsætningerne for adgang til Københavns Universitet blev ændret sådan at matematik ikke længere var påkrævet, og ingen matematiker som havde et kulturelt syn på sit fag, længere fandtes ved Den Lærde Skole, blev matematikundervisningen reduceret dér, og den sproglig-historiske linje blev den eneste valgmulighed.
- Da den matematiske linje blev etableret i Reykjavík Gymnasium i 1919, var den officielle årsag at sikre forudsætninger for ingeniørstudenter, dvs. der var nyttemæssige årsager for et samfund i hurtig teknologisk udvikling. Dr. Ólafur Daniélssons argumenter for matematikstudiet var på den anden side hovedsagelig kulturelle, idet han præsenterede matematikken som den mest perfekte eksisterende videnskab.
- I midten af 1960'erne da det islandske skolesystem blev sat under revision, var de officielle forudsætninger at uddannelse ville fremme de økonomiske og sociale fremskridt betydeligt. Planlæggerne, Guðmundur Arnlaugsson og hans kollegaer, havde ideologiske argumenter i tankerne, nemlig at de nye begreber ville forbedre forståelsen hos eleverne og medføre øget klarhed og nøjagtighed.

Man kan derfor foreslå at positive forandringer af matematikundervisningen som skal vare ved, kan finde sted når både de som skal give samtykke for og finansiere forandringerne, og planlæggerne som skal realisere dem, har deres egne visioner. De behøver ikke at være identiske, men i alle tilfælde falder de inden for de tre årsager beskrevet af Niss. Man kan især konkludere at det er vigtigt for matematikundervisningens fremgang at der på skelsættende tidspunkter findes pædagogiske ledere som er fortrolige med matematikundervisningens rolle i samfund og kultur og er i stand til at forklare den og arbejde for dens fremme på basis af egen overbevisning.

### Slutbemærkninger

Den "moderne" matematikreform var begyndelsen på en total omorganisation af det islandske skolesystem. Den markerede et brud med en langvarig tilstand karakteriseret ved stagnering. Omorganiseringen omfattede nye læseplaner og lærebøger i alle skolefag skrevet af lærere som var blevet mobiliseret og efteruddannet til at deltage i reformbevægelsen. Til slut blev det videregående skoleniveau åbnet med mangfoldige uddannelses tilbud. En af konsekvenserne var et nyt undervisningsmateriale for matematik på alle niveauer.

Siden den radikale periode 1965-1975 er situationen i Island blevet mindre turbulent.



Gradvis er situationen omkring matematikundervisningen blevet sammenlignelig med situationen hos andre nationer. Dette blev vist med forholdsvis gode resultater i det komparative studie, Programme for International Student Assessment, PISA, i 2003. PISA-studiet belyser andre problemer som kræver opmærksomhed: en tydelig mangel på præstationer hos drengene og en relativ mangel på fremragende præstationer. Dette er udfordringer for fremtidens forskning og planlægning. Et andet tegn på fremskridt er en rivende udvikling i islandsk økonomi som man muligvis kan takke en ny generation af matematikere inden for finansieringsbranchen for. En drøftelse af disse står dog uden for denne studies grænser.

## Referencer

- Altingets Arkiver. *Dagbók 45-46* nr. 615.
- Arnlaugsson, G. (1966). *Tölur og mengi*. Reykjavík: Ríkisútgáfa námsbóka.
- Arnlaugsson, G. (1967). Ný viðhorf í reikningskennslu. *Menntamál*, 40(1), s. 40-51. Reykjavík.
- Bjarnason, E. (1927-1929). *Reikningsbók*, I-II. Reykjavík: Bókaverslun Guðm. Gamalielssonar.
- Björnsson, S. (1966). Samanburður á námi í stærðfræði, eðlisfræði og efnafræði í dönskum, norskum og íslenskum unglinga- og gagnfræðaskólum. *Menntamál*, 39(2), s. 100-121. Reykjavík.
- Björnsson, S. (1981). Menntun íslenskra verkfræðinga. I: J.E. Vestdal (red.), *Verkfræðingatal*. Reykjavík: Verkfræðingafélag Íslands.
- Daniélsson, Ó. (1906, 1914, 1920). *Reikningsbók (Aritmetik)*. Reykjavík: Arinbjörn Sveinbjarnarson.
- Edelstein, W. (2006). Et interview foretaget i Berlin af artiklens forfatter den 17. januar.
- Gjone, G. (1983). "Moderne matematikk" i skolen. *Internasjonale reformbestrebelsel og nasjonalt læreplanarbeid*, I-VIII. Oslo.
- Helgason, Á. (1907-1915). Frásagnir um skólalíf á Íslandi um aldamót 18. og 19. aldar. 1. Skólahættir í Skálholti og í Reykjavíkurskóla hinum forna. I: *Safn til sögu Íslands og íslenskra bókmennta að fornu og nýju*, IV (s. 74-98). København og Reykjavík: Hið íslenska bókmenntafélag.
- Helgason, J. [biskop] (1935). *Meistari Hálfðan. Æfi- og aldarfarslýsing frá 18. öld*. Reykjavík: E.P. Briem.
- Høyrup, J. (1979). Historien om den nye matematik i Danmark – en skitse. I: P. Bollerslev (red.), *Den ny Matematik i Danmark* (s. 49-65). København: Gyldendal.
- Íslands Nationalarkiv:
- Íslenska stjórnardeildin. S. VI, 5. *Isl. Journal* 15, no. 680 *Skólamál*.
- Skjalasafn landshöfðingja, LhJ 1877, N no. 621. *Tillögur ráðgjafans um reglugjörð fyrir hinn lærða skóla*.
- Skjalasafn Fræðslumálaskrifstofunnar 1989/S-56. *Skólarannsóknir*.
- Skjalasafn kirkjustjórnarráðsins SK/4 (örk 23).

Jónsson, F. (1883). Um hinn lærða skóla á Íslandi. *Andvari*, 9, s. 97-135. Reykjavík: Þjóðvinafélagið.

Niss, M. (1996). Goals of Mathematics Teaching. I: *International Handbook of Mathematics Education*. Part I. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers.

OEEC (1961). *New Thinking in School mathematics* (2. udgave). Paris.

Osborne, A.R. & Crosswhite, F.J. (1970). Forces and Issues Related to Curriculum and Instruction. I: *A History of Mathematics Education in the United States and Canada. Thirty-second Yearbook* (s. 7-12). Washington, D.C., National Council of Teachers of Mathematics.

#### *Stjórnartíðindi / Regeringstidende*

1880 Lov om Børns Undervisning i Skrivning og Regning Nr. 2, 9. januar.

1907 Lov om Børns Undervisning nr. 59, 22. november.

1946 Lov om uddannelsessystemet nr. 22, 10. april; nr. 34, 29. april; nr. 48, 7. maj; nr. 58, 7. maj.

1947 Lov om læreruddannelse nr. 16, 12. marts.

1966-1975 Budgetter. Undervisningsministeriet.