

Udfordringer til matematikkens didaktik

Ole Skovsmose

Institut for Uddannelse, Læring og Filosofi, Aalborg Universitet

Det har været en udbredt antagelse at videnskab dels er neutral og dels fungerer som motor for samfundsmæssige fremskridt. Ved at undersøge hvordan det er muligt at handle gennem matematik, kan man imidlertid træde uden for denne antagelse. Ved hjælp af matematiske ressourcer kan man: (1) underbygge en teknologisk fantasi; (2) forme hypotetiske ræsonnementer; (3) legitimere beslutninger; (4) lade algoritmer materialisere sig i hverdagen; (5) skabe nye rutiner og herunder nye produktionsmåder; og (6) foretage en etisk filtrering. En tolkning af matematik som handling giver anledning til didaktiske udfordringer: en etisk, en global, samt en analytisk usikkerhed.

Matematik er blevet karakteriseret som videnskabens sprog. Det er der mange grunde til. Den videnskabelige revolution bygger på den idé at en forståelse af naturen forudsætter en matematisk beskrivelse. En sådan kan være med til at afsløre naturens lovmæssigheder. Nicolaus Kopernikus, René Descartes, Galileo Galilei og Isaac Newton var alle grundfæstede i deres tro på Gud; og den umiddelbare tolkning var at Gud netop havde skabt verden i overensstemmelse med en matematisk orden. For at kunne læse og forstå "Guds store bog", naturen, måtte man mestre dens grundlæggende grammatik, matematikken.

Denne opfattelse af matematik generaliseres i en opfattelse af naturvidenskab: Den er beskrivende. Og god naturvidenskab er kendetegnet ved beskrivelsens nøjagtighed. Beskrivelsesmetaforen har underbygget den opfattelse at naturvidenskaben er neutral. God naturvidenskab er gjort fri af etiske, moralske, religiøse og andre værdiladede forestillinger. En naturvidenskabs objektivitet sikres gennem en elimination af den subjektivitet der måtte være forårsaget af observatørens personlige perspektiver og værdimæssige præferencer. Matematik står uden for ethvert tilløb til værdiladning og repræsenterer indbegrebet af neutralitet. Specielt den logiske positivisme argumenterede detaljeret for naturvidenskabernes neutralitet og fortolkede matematikken som et formelt beskrivelsesredskab. (Se (Ayer, 1959) samt (Stadler, 2001) for en præsentation og analyse af den logiske positivisme).

Der optræder imidlertid samtidig en anden forestilling om naturvidenskab og matematik. Den handler om *fremskridt*. Fremskridtstanken og dens position i moder-

nitetens selvforståelse er analyseret omhyggeligt af John B. Bury (1955) og Robert A. Nisbet (1980). Den industrielle revolution følger efter den videnskabelige revolution, og dette giver anledning til forestillingen at naturvidenskabelige fremskridt sikrer samfundsmæssige fremskridt. Sammenkoblingen af videnskabelige og samfundsmæssige fremskridt udgør et definerende element i den *moderne videnskabs selvforståelse*. Denne sammenkobling reflekterer samtidig modernitetens syn på viden.

Man kan umiddelbart indvende at forestillingen om videnskabelig neutralitet ikke forekommer at være konsistent med en fremskridtstanke. Det er den sikkert heller ikke. Men den paradigmatisk referenceramme for den moderne videnskab behøver ikke at udgøre en konsistent enhed. Og den moderne videnskabs selvforståelse rummer efter min opfattelse bl.a. to, nærmest inkonsistente, antagelser: en neutralitets- og en fremskridtsantagelse.

Dette gælder også i det omfang denne selvforståelse gør sig gældende i dag. Den første antagelse kan fungere på de indre linjer: Der er ingen grund til at en undervisning i naturvidenskab og matematik omfatter politiske, etiske eller andre værdiladede emner. For sådanne emner udtrykker slet og ret en uvidenskabelighed. Faglig kvalitet må udvikles gennem en udsondring af sådanne elementer. I en ekstern argumentation kan situationen imidlertid præsenteres på en ganske anden måde. Kommer man eksempelvis tættere på bevilgende myndigheder, er det glimrende at kunne læne sig op af fremskridtsantagelsen og hævde at naturvidenskabelig og matematisk indsigt er med til at sikre udvikling og (økonomisk) fremskridt.

Den moderne didaktik

En didaktik bygger på en opfattelse af viden. Ved en *moderne didaktik* forstår jeg en didaktik der på en eller anden måde knytter an til både neutralitets- og fremskridtsantagelsen. (Ved didaktik forstår jeg både en organisering af en undervisning, eksempelvis gennem lærebøger og undervisningssystemer, samt en forskning i denne undervisning).

Den såkaldte “moderne matematik” der i begyndelsen af 1960’erne introducerede mængdelære som grundlaget for opbygning af matematiks viden, eksemplificerer den moderne didaktik. Går vi tilbage til det legendariske Royaumont-seminar i 1959 i Frankrig, ser vi begge antagelser formuleret (OEEC, 1961). I det indledende foredrag omtaler Marshall Stone matematikken som det egentlige grundlag for det samfund man står over for at skabe. Og samtidig fremhæver han at matematikundervisningen er med til at bære de videnskabelige og teknologiske “super structures” der karakteriserer dette samfund. Det er således ikke nogen beskeden rolle han tillægger matematik og matematikundervisning. Hele foredraget funkler af fremskridtsantagelsen. Der hersker ikke noget tvivl om at sådanne “super structures” repræsenterer fremskridt.

Derefter følger forskellige indlæg, og specielt foredraget af Jean Dieudonné bliver skelsættende. Han præsenterer ideen bag den moderne matematik: Matematikundervisning skal organiseres ud fra matematikkens logiske arkitektur. Og denne kan netop opfattes som værdineutral. Det betyder at matematikdidaktik helt kan koncentrere sig om disse strukturer uden at beskæftige sig med matematikkens mulige funktioner, på godt og ondt, i teknologi. Denne interne "neutralisering" af matematikken er præsenteret ganske klart i den række af lærebøger der hurtigt fulgte efter.

Både fremskridts- og neutralitetsantagelsen er således indbygget i den moderne matematik som udgør et paradigmatisk eksempel på den moderne didaktik.

Denne moderne didaktik har også været formuleret i John Deweys pædagogiske projekt. Han fremhæver klart at viden og dermed læring er koblet sammen med fremskridt. I bogen *Democracy and Education*, der blev publiceret første gang i 1916, fremhæver han at sammenfaldet mellem fremskridtstanken og troen på videnskabernes fremskridt ikke er nogen tilfældighed. Mens man tidligere måtte forestille sig at de "gyldne tider" befandt sig et sted i fortiden, kan man nu gå fremtiden i møde i den sikre overbevisning at indsigt benyttet på den rette måde kan være med til at eliminere problemer man engang anså for uundgåelige: "Videnskaben har gjort mennesket fortroligt med ideen om fremskridtet ..." (Dewey, 1966, s. 224-225). Dewey kan således notere at videnskab er en "nødvendig faktor for samfundsmæssige fremskridt" (Dewey, 1966, s. 226). Den "progressive pædagogik" der har været inspireret af Deweys arbejder, er således indlejret i fremskridtsantagelsen. (I dette tilfælde er neutralitetsantagelser imidlertid ofte stillet i baggrunden.)

Den moderne didaktik kommer også til udtryk i Jean Piagets forståelse af læring, specielt således som den blev konkretiseret i den "moderne matematik" (se Piaget i (Beth & Piaget, 1966)). Ligeledes kommer den til udtryk i Ernst von Glasersfelds (1995) radikale konstruktivisme der bygger på en særlig læsning af Piaget.

Myten om fremskridtet

At viden og fremskrift er koblet sammen i en lykkelig forening, er blevet udfordret fra mange sider. Georg Henrik von Wright har i bogen *Myten om fremskridtet* placeret en række spørgsmålstejn efter den forestilling at naturvidenskab skulle være drivkraften frem mod bedre tider. Dermed formuleres en tvivl som sætter nye rammer for diskussionen af videnskabernes funktion og indhold.

På den ene side synes det uomtvisteligt at vi ikke tidligere har været i besiddelse af så dyb og detaljeret indsigt i naturens lovmæssigheder. Denne indsigt angår universet og kosmos samt atomernes indre opbygning. Samtidig er den naturvidenskabelige indsigt indlejret i alle mulige former for teknologi, design, beslutningssystemet osv. Faktisk synes der ikke at være ende på hvilken dybde vores indsigt kan nå, og hvilke "vidundere" vi kan frembringe på grundlag af denne indsigt.

På den anden side synes vi også at opleve nye former for usikkerhed og risiko. Den dybe indsigt i atomare strukturer udgør kernen i den fredelige udnyttelse af kerneenergi, hvilket dog samtidig åbner for mulige katastrofer. Chernobyl har eksisteret. Vi har udviklet transportsystemer uden lige, og olie bliver en mangelvare. Spørgsmålet er hvilken dynamik kravet om nye energiresourcer driver komplekset af industri, teknologi og naturvidenskab ind i. Det er samtidig vanskeligt at identificere hvad en sådan dynamik måtte have af konsekvenser. Vi taler om forurening, men mere generelt handler problemet om omfanget af endnu ikke identificerede implikationer af diverse teknologiske initiativer. Ganske kort: Teknologien kan ikke blot frembringe "vidundere" men også "rædsler".

Der tegner sig et paradoks. På trods af at vores naturvidenskabelige indsigt og teknologiske formåen synes at have langt større rækkevidde end nogensinde, så præsenterer vidundere og rædsler sig i en uoverskuelig blanding. Jeg skrev "på trods af". Men måske skulle jeg have skrevet "i kraft af". Hænger blandingen af vidundere og rædsler netop sammen med rækkevidden af naturvidenskab og teknologi? Paradokset signalerer at den moderne opfattelse af videnskab er tvivlsom og dermed også de ideer der bærer den moderne didaktik. Har vi at gøre med et reelt paradoks, så må vi tage afsked med både neutralitets- og fremskridtsantagelsen.

Hvor står vi så? Der mangler ikke på begreber gennem hvilke man prøver at karakterisere det der måtte følge efter moderniteten: post-modernitet, sen-modernitet, flydende modernitet, reflektiv modernitet, risikosamfund, det hyperkomplekse samfund, Modus 2-samfund og meget mere. Jeg skal ikke prøve at finde vej gennem dette begrebsmylder, blot dvæle ved to af begreberne, nemlig risikosamfund og Modus 2-samfund.

Begrebet risikosamfund er introduceret af Ulrick Bech (1992, 1995) og indgår nu i en bred samfundsteoretisk diskussion. Den grundlæggende idé kan antydes på følgende måde: Vi producerer, og i denne produktion indgår der teknologi, økonomi, videnskab, og mange andre elementer. Denne produktion resulterer i produkter. Men produktionen kan resultere i mange andre ting end præcis det der normalt registreres som produkterne. Måske er vi langt fra opmærksomme på omfanget af denne produktion. Endvidere kan nogle af produkterne have karakter af "propensiteter", dvs. tendenser der ikke behøver at markere sig i her og nu-resultater. Måske vil det være vanskeligt at lokalisere årsagen til sådanne propensiteter. Simpelthen fordi en propensitet kan skabes gennem en kompleksitet af input, og fordi den kan manifestere sig gennem konsekvenser opstået gennem interferens med andre propensiteter. I denne forstand lever vi i et uoverskueligt virvar af selvproducerede risici. Og dette virvar rummer ikke nogen fremskridtsgaranti.

Uoverskuelighed er også et tema i diskussionen af Modus 2-samfundet. Dette begreb er bl.a. præsenteret af Michael Gibbons, Camille Limoges, Helga Nowotny, Simon

Schwartzman, Peter Scott og Martin Trow i *The New Production of Knowledge: The Dynamics of Science and Research in Contemporary Societies* fra 1994. Den principielle idé er at vidensproduktion i Modus 2-samfundet ikke kan fortolkes ud fra den moderne forståelse af videnskab. Det karakteristiske ved et Modus 2-samfund er at vidensproduktion finder sted i en lang række organisationer, institutioner og virksomheder der ikke ligner de klassiske centre for vidensproduktion. Der er samtidig langt flere kanaler for kommunikation af viden. I Modus 2-samfundet defineres der andre kvalitetskriterier for viden og vidensproduktion end de interne standarder der karakteriserer den moderne opfattelse af videnskab. Modus 2-kriterierne er i langt højere grad eksterne idet Modus 2-samfundet har mange aftagere til en vidensproduktion. Viden kommer på markedet, og vidensproduktion bliver om ikke underlagt så stærkt influeret af efterspørgslen. Og denne efterspørgsel repræsenterer ikke nogen etisk neutralitet.

Enhver fremstilling af en simpel og direkte relation mellem videnskabelig udvikling og fremskridt bliver tvivlsom (medmindre man abonnerer på den neoliberale forestilling at markeds kræfter promoverer den ultimative fremdrift og definerer relevante kvalitetskriterier, også for vidensproduktion). Neutralitets- og fremskridtsantagelser bliver illusoriske i en Modus 2-kompleksitet der samtidig omfatter et virvar af selvproducerede risici.

Matematik som handling

Hvad sker der når viden kommer på markedet? Hvilken sammenhæng kommer den til at indgå i? Åbenbart er der tale om en vildtvoksende kompleksitet af viden, teknologi, organisation, management, markeds kræfter, økonomiske prioriteringer mv. Og denne kompleksitet udgør vor tids ressource for design, konstruktion og produktion. Mange former for viden indgår i denne ressource, specielt matematik. Her tænker jeg på matematikken i dens mange former: forskningsmatematik, ingeniørmatematik, matematik i modellering (hvad enten modellerne angår økonomi, natur, markedsføring, rationalisering, input-output-analyser, beslutningssystemer osv.). Jeg tænker på matematik således som den er indlejret (og dermed også materialiseret) i program-pakker af alle mulige slags. Jeg tænker på matematik i hverdagen. Jeg tænker på matematik som en "rationalitet" der kan indgå i diskurser angående snart sagt alle (samfunds)livets aspekter.

Matematik har, som nævnt, været præsenteret som videnskabens sprog, og samtidig har man fremhævet sprogets repræsentative kraft, hvilket netop er en hovedpointe i René Descartes dualisme, i Haskell B. Currys formalisme og i Ludwig Wittgensteins billedteori, for nu at nævne nogle eksempler. Dette beskrivende sprog er struktureret efter en logisk grammatik der sikrer den optimale formulering af videnskabelige teorier. Ved hjælp af metaforen om repræsentation adskilles matematikken fra ethvert teknologisk forehavende.

Men i stedet for at se på matematik “som repræsentation” kan man se på matematik “som handling”. Man kan således lade sig inspirere af talehandlingsteori og diskurstheori der påviser hvorledes vi handler gennem sprog. Sprog er langt fra blot et repræsentationsapparat; i stedet strukturerer vi vores verden gennem sproghandlinger. Man kan studere dette handlingspotentiale i forhold til matematik. Og handlingspotentialet har en markedsværdi. I de følgende punkter vil jeg sammenfatte nogle aspekter af *matematik som handling* (se også (Skovsmose, 2005)).

Teknologisk fantasi

Gennem matematiske udtryk, ligninger og modeller kan man identificere en hypotetisk situation. Man kan udarbejde modeller for flydesign og undersøge flyets stabilitet inden noget fly er konstrueret. Man kan undersøge konsekvenser af økonomiske initiativer inden man gennemfører noget. Det gælder for internationale firmaer såvel som for husholdningsregnskabet. Gennem matematik kan man skabe en hypotetisk situation der kan undersøges i detaljer. I denne forstand kan matematik udbygge en *teknologisk fantasi*. Denne fantasi kan relateres til begrebet sociologisk fantasi således som den er beskrevet af C. Wright Mills (1959). Den sociologiske fantasi repræsenterer en kapacitet til at forestille sig at foreliggende samfundsmæssige forhold kunne være anderledes. På tilsvarende måde repræsenterer matematik en ressource for at etablere forestillinger om teknologiske alternativer.

Men samtidig, og det er en central pointe, er disse alternativer konstitueret inden for netop det diskursive univers som det matematiske sprog etablerer. Teknologisk fantasi er en præ-formateret fantasi men samtidig en potent fantasi, for den kan skabe teknologiske muligheder (på godt og ondt) som ikke er tilgængelige på anden måde end netop gennem en matematisk diskurs.

Hypotetisk ræsonnement

Når man har opbygget en hypotetisk situation, kan man analysere elementer af denne. Hvad vil der ske hvis man gennemfører en bestemt vejføring? Hvorledes vil trafikken forme sig? Hvilke former for støjforurening kan man forvente? Sådanne overvejelser kan gennemføres inden nogen reel projektering er udført. Grundlaget for at gennemføre sådanne analyser findes i matematiske modeller. Matematik former det *hypotetiske ræsonnement*. Det skaber grundlag for at analysere implikationer af endnu ikke gennemførte konstruktioner eller initiativer.

Det hypotetiske ræsonnement tager udgangspunkt i den matematisk beskrevne hypotetiske situation, dvs. ræsonnementet har udgangspunkt i en matematisk konstruktion der langt fra behøver at ligne en senere realiseret situation. Man kan blive overrasket. Det hypotetiske ræsonnement handler eksempelvis om at identificere konsekvenser af en brobygning på grundlag af en matematisk “arbejdstegning” af

broen. Mange af de risici der er med til at definere risikosamfundet, springer ud af det gab der optræder mellem de matematiske arbejdstegninger og så den efterfølgende reelle konstruktion.

Legitimation

Beslutninger, også tvivlsomme, kan *legitimeres*; og her fungerer det hypotetiske ræsonnement som leverandør i argumenter. Teknologirådet (1995) diskuterer mulige konflikter der kan opstå mellem den stadigt voksende brug af computerbaserede modeller i beslutningsprocesser og så demokratiske værdier. (Jeg tolker computerbaserede modeller som matematiske modeller). Rapporten fremhæver at sådanne modeller benyttes inden for områder som økonomi, miljø, trafik, fiskeri, forsvar og befolkningsprognoser. Modellerne er udviklede og brugt af både private og offentlige institutioner. Og der sker en fortsat eksplosiv udvikling på dette felt. Der er tale om et marked for køb af salg af viden i modelform.

Det giver anledning til en række spørgsmål angående en models status og brug. Hvem har konstrueret modellen? Hvilke antagelser og prioriteringer er indlejret i modellens struktur. Man kan eksempelvis tænke på modellen ADAM og lignende økonomiske styringsmodeller der beregner konsekvenser af forskellige forslag til politiske initiativer (se Dræby, Hansen & Jensen, 1995). Teknologirådets rapport fremhæver specielt at beslutninger der kun meget vanskeligt kan ændres når de først er realiseret, ofte bliver underbygget gennem matematiske modeller; i de fleste tilfælde kun gennem én model og ikke gennem en vurdering af alternative modelleringer. Endvidere fremhæver rapporten at modeller indgår som begrundelser for beslutninger der allerede synes at være foretaget (se også (Blomhøj, 2003)). Det ser ud til at en række beslutninger kan legitimeres gennem et komplekst argumentationsspil hvor matematiske modeller stiller sig til rådighed.

Kondenseret matematik

Rom blev ikke bygget på en dag. Det er sikkert og vist. Til gengæld er vi sikre på at Rom er bygget sten på sten på sten. Hvis vi ser på vores tids netværkssamfund, kan man spørge: Hvori består byggematerialet? Et muligt svar er hardware og software. Eller "packages" der kan købes og installeres. Disse udgør tidens byggeklodser. Men hvori består egentlig disse packages? Et godt svar er: matematiske algoritmer *kondenseret* i elektroniske konfigurationer. I den forstand er matematik indbygget i vores omgivelser. Man kan f.eks. ikke sende en e-mail uden at et voldsomt sæt af matematiske algoritmer bringes i operation. Vores hverdag er konfigureret gennem packages der indeholder en materialiseret rationalitet. Dette forhold er diskuteret og eksemplificeret i (Skovsmose & Yasukawa, 2004).

Matematikbaseret handlingsdesign

Nye rutiner bliver etableret. Vi kan handle og betale med kreditkort. Dette omfatter matematiske operationer. Alle mulige transaktioner bliver rutinerede. Rejsebranchen er således blevet matematiseret. Man reserverer en flybillet. Prisfastsættelser og kategorisering i forskellige billettyper (med diverse afbestillingsbetingelser) er etableret gennem komplekse matematiske modelleringsprocesser. Man afhenter sin billet i lufthavnen. Måske får man at vide at flyet desværre allerede er overbooket. Dette er imidlertid normalt ikke udtryk for en simpel computerfejl. Alle flyselskaber overbooker. Det er en del af den almindelige forretningspraksis baseret på et omhyggeligt modelleringsarbejde (se Hansen, Iversen & Troels-Smith, 1996). Det er således muligt at operere med en større overbooking af en tidlig (mandag)morgenafgang fra Aalborg til København end den sene eftermiddagsafgang fra København til Aalborg.

Sådanne reservations- og salgsprincipper er et eksempel på *matematikbaseret handlingsdesign*. Andre eksempler på rutiner funderet på matematik finder vi i skattesystemet, i hospitalsvæsenet, f.eks. gennem procedurer for medicinering, og i kvalitetskontrol, f.eks. gennem fastsættelse af acceptable grænser for forurening. Og alle steder kan matematikbaseret handlingsdesign føre til katastrofer, for den matematiske formalisme kan repræsentere indsigt men også forseelser (eller forglemmelser).

Etiske filtre

Matematik kan være med til at forme handlinger, og dermed kan der foregå en forskydning eller filtrering af ansvar. Det bliver uklart hvem der har ansvaret for den enkelte handling. Er det personen der betjener modellen? Er det vedkommende der har rekvireret modellen? De der har konstrueret modellen? Eller selve modellen? Man kan eksempelvis tænke på formulering af nogle af præmisserne for en virksomheds "outsourcing". En produktion kan placeres i et område med såvel billig arbejdskraft samt ikke-økonomisk belastende regler for arbejdssikkerhed. Beslutninger kan underbygges gennem cost-benefit-analyser. Men hvor ligger ansvaret for etablering af den kalkulatoriske nødvendighed som modelberegninger kan fremvise? Begrundelser skabes gennem modelberegninger der samtidig iværksætter en *etisk filtrering* (se (Bauman, 1989) for en præsentation af begrebet etiske filtre).

Sammenfatning

Disse seks aspekter af matematik som handling er med til at give matematik en markedsværdi. Nemlig ved at kunne: (1) tilbyde en teknologisk fantasi og dermed opbygge hypotetiske situationer, (2) opstille hypotetiske ræsonnementer, (3) legitimere beslutninger, (4) indgå i packages og dermed materialisere sig i hverdagen, (5) skabe nye rutiner og herunder nye produktionsmåder og (6) foretage en etisk filtrering.

Er de seks aspekter udtryk for gode eller dårlige sider af matematik som handling?

Her er det ikke muligt at give et svar. Vi kan forestille os medicinske beslutnings-systemer som redder menneskeliv. Vi kan forestille os systemer der faciliterer en udbygning. Sådanne systemer rummer ikke nogen forudbestemt kvalitet på grund af at der er matematik involveret. Der er ikke nogen "essens" i matematikken der sikrer særlige kvaliteter i brugen af matematikken. Tværtimod repræsenterer matematik som handling et ganske uoverskueligt potentiale der ikke forekommer at optræde neutralt eller at indeholde en fremskridtsgaranti, men som i stedet åbner for vidundere såvel som for rædsler.

Som tidligere nævnt er jeg tilbageholdende med at sætte betegnelse på en tolkning af matematik og naturvidenskab generelt der går ud over den moderne forståelse af videnskab. Jeg føler at hvis jeg begynder at tale om eksempelvis en post-moderne forståelse af videnskab eller om en Modus 2-forståelse af matematikken, så træder jeg ind i et uoverskueligt sæt af antagelser og forudsætninger som dårligt tjener en videre analyse. Jeg begrænser mig derfor til at fremhæve at ved at træde ud af den beskyttelse som neutralitets- og fremskridtsantagelsen har givet, møder vi en *usikkerhed*. Vi må operere med en usikkerhed angående videnskabernes mulige funktioner og specielt angående hvad matematik som handling måtte indebære. Og dermed er vi fremme ved tvivlen som en didaktisk udfordring.

Udfordringer

Den moderne didaktik har præget matematikundervisningen på mange niveauer og gør det helt bestemt stadig. I forhold til videregående uddannelser vil en moderne matematikdidaktik koncentrere sig om at identificere elementer og strukturer der gør det muligt at organisere undervisningsindholdet på den logisk set mest tilfredsstillende måde. Overvejelser over matematikkens mulige samfundsmæssige funktioner kan placeres som ikke-faglige elementer. I ingeniørstudierne støtter den moderne didaktik den prioritering at det først og fremmest handler om at den studerende tilegner sig teknologiske kompetencer, idet etiske elementer også her rubriceres som ikke-faglige. Matematik placeres som et værdineutralt redskabsfag og ikke som en rationalitetsform der kan være med til diskursivt at strukturere et felt på en sådan måde at særlige aspekter fremhæves mens andre elimineres.

Man kan opfatte interessen for identifikation, beskrivelse og måling af kompetencer som et udtryk for et Modus 2-perspektiv. Viden indgår på alle mulige måder i den samfundsmæssige produktion og organisation, og derfor er det vigtigt at man opnår indsigt i de kompetencer (og distributionen af disse på forskellige grupper af elever og studerende) som opbygges gennem uddannelsessystemet. Denne kompetencematrix må passe sammen med den matrix der beskriver tidens, og især fremtidens, kompetence-efterspørgsel. Denne diskurs repræsenterer ikke den moderne didaktik, men den kan repræsentere en *ikke-kritisk* indstilling til Modus 2-kompleksiteten

ved at definere didaktikkens opgave som at bringe viden på markedet udmålt efter de kvalitetskrav der defineres gennem efterspørgslen. En didaktik kan således blive et redskab til at imødekomme en kompetence-efterspørgsel. Dette gælder også for matematikkens didaktik.

Jeg ser det imidlertid som en didaktisk udfordring at “vidundere og rædsler” synes at ledsage hinanden i enhver Modus 2-sammenhæng. Dette gælder ikke mindst for matematikkens didaktik. Ønsker man ikke at acceptere den moderne didaktiks præmisser og heller ikke at etablere matematikundervisningen som en funktionel tilkobling til en kompetenceefterspørgsel, så møder man didaktiske udfordringer. I det følgende vil jeg begrænse mig til at nævne tre.

Den etiske udfordring

Viden indgår i komplekse handlings-sammenhænge. Man kan ikke forestille sig at handlinger er gode i sig selv – og det helt uafhængigt af om de er matematikbaserede eller ej. Alle handlinger rummer en etisk udfordring. Dette har konsekvenser for tilrettelæggelsen af indholdet i en lang række videregående tekniske uddannelser. Ole Ravn Christensen (2003, 2005) har præsenteret en mere overordnet argumentation for etablering af en etisk dimension i videregående uddannelser. Denne argumentation omfatter også matematikken.

Den etiske udfordring angår samtidig alle de mellemuddannelser der sigter på at en person kommer til at arbejde i en kontekst der på den ene eller anden måde rummer matematik som handling. Tine Wedege (2002) har eksempelvis beskrevet hvorledes lastning af et fly er baseret på brug af en matematisk model. På baggrund af indtastning af oplysninger om lastens fordeling udregner modellen en faktor som skal ligge i et bestemt interval. Den person der har ansvaret for lastningen må så vurdere om en værdi ligger for tæt på en sikkerhedsgrænse, og om en omlastning derfor kunne komme på tale. Vil det betyde en uheldig forsinkelse? Vil vejforholdene være så gode at det ikke vil være problematisk at gennemføre flyvningen selvom faktoren ligger tæt på grænsen? Dette er blot et enkelt eksempel på at formelle systemer udgør en del af en arbejdspraksis. Og i alle tilfælde bliver en kritisk refleksion over et formelt systems funktionsmåde en didaktisk opgave.

Som medborgere er vi udsat for alle mulige former for talmæssige informationer. Vi kan fungere som ukritiske modtagere men også som kritiske medborgere. Det generelle spørgsmål er: Hvilket indhold får en almindelse i en Modus 2-sammenhæng? Vores pointe i artiklen “Farlige små tal – almindelse i risikosamfundet” (Alrø m.fl., i trykken) er at indholdet i en almindelse både må analyseres i forhold til indholdsmæssige spørgsmål og i forhold til en etisk-refleksiv dimension.

Undervisningsforløbet “Farlige små tal”, der foregår i folkeskolens ældste klasser, er også analyseret i detaljer i (Alrø & Skovsmose, 2002). Eleverne arbejdede med et

projekt angående salmonella-inficerede æg hvor de skulle vurdere risici udtrykt gennem meget små tal – tal der synes at fortælle at en bestemt hændelse på det nærmeste ikke kunne indtræffe. Eleverne måtte bl.a. tage stilling til “troværdigheden” af sådanne talmæssige oplysninger. Dernæst kom de situationer hvor de måtte træffe beslutninger på grundlag af sådanne oplysninger. De skulle planlægge omfanget af en kvalitetskontrol af forskellige varepartier. På den ene side kunne denne kontrol gøres ganske omfattende for at sikre troværdigheden; men jo flere stikprøver der skulle analyseres, des dyrere blev kvalitetskontrollen. Eleverne blev således placeret i en situation hvor de kunne oplevede modstriden mellem at etablere et troværdigt talmateriale og at sikre en forretningsmæssig rentabilitet. De mødte udfordringen: Hvad vil det sige at handle “ansvarligt” i en sådan situation?

Vi opfatter “troværdighed” og “ansvarlighed” som to kategorier der angår matematik som handling. Skal matematikkens didaktik møde den etiske udfordring, kunne en mulighed være at bringe elever i situationer hvor de må vurdere oplysninger der er udtrykt i tal, og hvor de må træffe beslutninger på grundlag af sådanne oplysninger. Naturligvis er der tale om en pædagogisk tilrettelæggelse. Der er således ikke tale om at konsekvenserne af beslutningerne er reelle. Men en undervisning der ønsker at møde den etiske udfordring, må være parat til at tilrettelægge situationer hvor reflektive elementer indtager en vigtig position. Vi finder at overvejelser over troværdighed og ansvarlighed udgør et (uden tvivl beskedent) eksempel på hvad refleksioner kan betyde i matematikundervisningen.

Den globale udfordring

Moderniteten omfatter mange andre forestillinger end dem der udgør den moderne videnskabs selvforståelse. Således er forestillinger om videnskabelige nyvindinger, nye styreformer, kolonisering og racisme alle integreret i det moderne univers. Dette uforlignelige miks er nydeligt illustreret gennem John Lockes mange gøremål: Han beundrede den videnskabelige revolution og ikke mindst Newtons indsats som han fandt kunne udtrykkes gennem empirismen. Han formulerede nye tanker om liberale styreformer. Og samtidig var han finansielt involveret i salvehandel. Moderniteten repræsenterer et kompleks af tilsyneladende indbyrdes modstridende ideer og principper. Martin Bernal (1987) analyserer sider af modernitetens tankemønstre der passer dårligt med det positive billede der præsenteres som et led i den “vestlige verdens selvforståelse”.

Når vi prøver at træde ud af den moderne didaktik, møder vi udfordringer. Men et sådant skridt betyder samtidig at vi træder uden for modernitetens selvforståelse. Dette giver anledning til en global udfordring. Alan Bishop (1990) spørger om “Western mathematics” kunne være “the secret weapon of cultural imperialism”; Wenda Bauchspies (2005) relaterer læreprocesser og kolonialisering; mens Arthur Powell og Marilyn

Frankenstein (1997) præsenterer etnomatematik som en “challenge to euro-centrism in mathematics education”. Hvad betyder det eksempelvis at udfordre en euro-centrisme i matematikkens didaktik? Og hvori skulle den egentlig bestå?

Ser vi på den matematikdidaktiske litteratur i alle dens mangfoldigheder, og forestiller vi os at vi samler alle transskriptioner fra klasseværelser fra denne litteratur og studerer hvilket billede af undervisningen der hermed tegnes, så er det et ganske specielt billede. Det “prototypiske” klasseværelse er velordnet. Der er ikke beskrevet mange obstruktioner af undervisningen. Der er ikke mange sultne elever. Der er heller ikke meget vold eller f.eks. politi placeret ved indgangen til skolen. Der er ro til at fordybe sig med faglige gøremål. Og skulle det være nødvendigt med en computer for at eksperimentere med matematiske begreber, er der en sådan til rådighed. Men det prototypiske klasseværelse udgør kun en minoritet blandt alverdens klasseværelser eller “steder” hvor man lærer matematik. Lad os blot overveje følgende tal: Antallet af skolebørn i hvad der statistisk set omtales som “den udviklede verden” (Canada, USA, Vesteuropa, Japan, Australien og New Zealand), udgør 10 % af alle verdens børn. Børn der ikke går i skole, udgør 16 % af verdens børn (UNESCO, 2000). Dominansen af det prototypiske klasseværelse i den matematikdidaktiske litteratur indikerer en euro-centrisme. Den må udfordres.

Læringsteorier angår læring i al almindelighed, men de kan udtrykke en prototypisk bias ved at være udviklet på basis af et empirisk materiale der først og fremmest repræsenterer det prototypiske klasseværelse. Det gælder i højeste grad også teorier om matematiklæring. Denne læring indgår i globale inklusions- og eksklusionsprocesser. Den globale distribution af matematiske kompetencer angår muligheder for at virksomheder kan omorganisere deres “supply chains” og for “outsourcing”. Man kan omplacere dele af en produktion, og har en potentiel arbejdskraft en velbeskrevet kompetenceprofil, er det lettere for virksomheder at planlægge en “outsourcing”. Er en matematikdidaktik ikke opmærksom på sådanne muligheder, kan den komme til at optræde som led i nye former for kolonisering.

Mange matematikdidaktiske analyser er med til at påvise de læringspotentialer der ligger i informations- og kommunikationsteknologi (ICT). Sådanne analyser kan være ganske fagspecifikke. Således er det påvist at ICT betyder meget for matematiklæring i forhold til elevernes mulighed for at visualisere, eksperimentere og modellere (se fx (Borba & Villarreal, 2005)). Men samtidig er det vigtigt at analysere hvad sådanne iagttagelser betyder for den store majoritet af klodens elever der ikke har adgang til nogen computer. Er der tale om at der etableres nye former for eksklusion? Hvilke didaktiske initiativer kan denne iagttagelse invitere til? Hvad betyder denne for udviklingen af forskellige regioners muligheder for at indgå i de globale processer? Er vi vidne til nye former for ghettoisering? Er vi vidne til en ICT-støttet “kultur-imperialisme”?

Usikkerhed

Den moderne didaktik udspringer af den moderne opfattelse af videnskab. Ligesom jeg ikke ønsker at benytte navne som en post-moderne opfattelse af videnskab eller en Modus 2-forståelse af videnskab, så ønsker jeg heller ikke at sætte navn på den didaktiske tænkning der træder ud over den moderne didaktik. Det er en didaktik der møder både den etiske og den globale udfordring. Det er samtidig en didaktik der er præget af usikkerhed og tvivl. Dette udgør den tredje udfordring jeg vil fremhæve her. (Uden tvivl kan der opregnes mange andre udfordringer til en didaktik der er andet end “moderne”).

Hvis man ønsker at møde den etiske udfordring, bliver det vanskeligt at finde noget overbevisende analytisk fodfæste. Og bliver man opmærksom på at de begrebsrammer der eksempelvis er indlejret i mange analyser af matematiklæring, synes at være udsprunget af en prototype-begrænsning og kun angår en lille og ganske udsøgt del af verdens ungdom, så møder man igen usikkerheden.

For René Descartes, John Locke, logisk positivisme, Karl Popper og mange andre eksponenter for moderniteten repræsenterer viden det kritiske potentiale. Viden er med til at eliminere dogmatiske opfattelser. (Dogmatik i denne sammenhæng betyder at en indsigt i naturen eller samfund kan opnås gennem studiet af særlige og helliggjorte skrifter). Kritik kan være med til at planere grunden for opbygning af viden. Kritik bliver en hjælpedisciplin. Viden i sig selv derimod udgør det ultimative gode. Viden betyder velfærd.

Men forlader vi de antagelser der former den moderne didaktik, ændres relationen mellem kritik og viden. Viden kan ikke, heller ikke i nogen videnskabelig form, undsige sig nødvendigheden af kritik. Viden indgår i de problematiske strukturer der producerer vidundere såvel som rædsler. Viden må underkastes en kritik. Vi står over for en “rationalitetskritik” der udgør en del af en modernitetskritik. Og rationalitetskritikken angår naturvidenskaberne og dermed også didaktikken. Men hvor kan man placere sig for at gennemføre en sådan kritik? Hvor kan man finde et ståsted?

Jeg foreslår at man accepterer at det er meget vanskeligt, om ikke umuligt, at finde et udgangspunkt for en kritik. Vi mangler en position hvorfra man kan analysere og vurdere de forskellige måder hvorpå matematik som handling (og mere generelt: viden som handling) optræder i en Modus 2-sammenhæng. Denne usikkerhed bliver samtidig en ledsager i didaktiske analyser. De behøver imidlertid ikke at ende i en absolut relativisme. Selvom man ikke kan angive retning på fremskridt, selvom man ikke kan skelne mellem vidundere og rædsler, og selvom man ikke kan identificere didaktiske retningsanvisninger, så kan man alligevel bekymre sig for den etiske og den globale udfordring. Dermed bliver kritik og usikkerhed et makkerpar i didaktikken.

Referencer

- Alrø, H., Blomhøj, M., Bødtkjær, H., Skovsmose, O. & Skånstrøm, M. (i trykken). Farlige små tal – almindannelse i et risikosamfund. I: O. Skovsmose og M. Blomhøj (red.), *Kunne det tænkes? – om matematiklæring*. København: Malling Beck.
- Alrø, H. & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique*. Dordrecht: Kluwer.
- Ayer, A. (red.) (1959). *Logical Positivism*. New York: The Free Press.
- Bauman, Z. (1989). *Modernity and the Holocaust*. Cambridge: Polity Press.
- Bauchspies, W.K. (2005). Sharing Shoes and Counting Years: Mathematics, Colonialisation and Communication. I: A. Chronaki og I.M. Christiansen (red.), *Challenging Perspectives on Mathematics Classroom Communication* (s. 237-259). Greenwich: Information Age Publishing.
- Beck, U. (1992). *Risk Society: Towards a New Modernity*. London: SAGE Publications.
- Beck, U. (1999). *World Risk Society*. Cambridge: Polity Press.
- Bernal, M. (1987). *Black Athena: The Afroasiatic Roots of Classical Civilization. Volume I: The Fabrication of Ancient Greece 1785-1985*. London: Free Association Books.
- Beth, E.W. & Piaget, J. (1966). *Mathematical Epistemology and Psychology*. Dordrecht: Reidel.
- Bishop, A.J. (1990). Western Mathematics: The Secret Weapon of Cultural Imperialism. *Race and Class* 32(2), s. 51-65.
- Blomhøj, M. (2003). Modelling som undervisningsform. I: O. Skovsmose og M. Blomhøj (red.), *Kan det virkelig passe? – om matematiklæring* (s. 51-71). København: L & R Uddannelse.
- Borba, M. & Villarreal, M. (2005). *Humans-with-media and Reorganization of Mathematical Thinking: Modelling, Visualisation, Experimentation and Technologies of information and Communication*. New York: Springer.
- Bury, J.B. (1955). *The Idea of Progress: An Inquiry into its Origin and Growth*. New York: Dover Publications. (Publiceret første gang 1932)
- Christensen, O.R. (2003). *Exploring the Borderland: A Study on Reflection in University Science*. Ph.d.-afhandling. Institut for Læring. Aalborg Universitet.
- Christensen, O.R. (2005). Fagets Videnskabsteori – et større alment perspektiv. *MONA*, 2005(1), s. 44-55
- Dewey, J. (1966). *Democracy and Education: An Introduction to the Philosophy of Education*. New York, London: The Free Press. (Publiceret første gang 1916).
- Dræby, C., Hansen, M. & Jensen, T.H. (1995). *ADAM under figenbladet: Et kig på en samfundsvidenskabelig matematisk model*. Roskilde: IMFUFA, Roskilde Universitetscenter.
- Gibbons, M., Limoges, C., Nowotny, H., Schwartzman, S., Scott, P. & Trow, M. (1994). *The New Production of Knowledge: The Dynamics of Science and Research in Contemporary Societies*. London: Sage Publications.
- Glaserfeld, E. von (1995). *Radical Constructivism: A Way of Knowing and Learning*. London: Falmer.

- Hansen, N.S., Iversen, C. & Troels-Smith, K. (1996). *Modelkompetencer: Udvikling og afprøvning af et begrebsapparat*. Roskilde: IMFUFA, Roskilde Universitetscenter.
- Nisbet, R.A. (1980). *History of the Idea of Progress*. New York: Basic Books.
- OEEC (1961). *New Thinking in School Mathematics*. Paris: Organisation for European Economic Co-operation.
- Powell, A. & Frankenstein, M. (red.) (1997). *Ethnomathematics: Challenging Eurocentrism in Mathematics Education*. Albany: State University of New York Press.
- Skovsmose, O. (2005). *Travelling Through Education: Uncertainty, Mathematics, Responsibility*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Skovsmose, O & Yasukawa, K. (2004). Formatting Power of 'Mathematics in a Package': A Challenge for Social Theorising? *Philosophy of Mathematics Education Journal*. (<http://www.ex.ac.uk/~PErnest/pome18/contents.htm>).
- Stadler, F. (2001). *The Vienna Circle: Studies in the Origins, Development and Influence of Logical Empiricism*. Wien: Springer.
- Teknologirådet (1995). *Magt og modeller: Om den stigende anvendelse af edb-modeller i de politiske beslutninger*. København: Teknologirådet.
- UNESCO (2000). *Education for All: Statistical Assessment 2000*. Paris: UNESCO. (<http://unesdoc.unesco.org/images/0012/001204/120472e.pdf>).
- Wedegé, T. (2002). Numeracy as a Basic Qualification in Semi-skilled Jobs. *For the Learning of Mathematics*, 22(3), s. 23-28.
- Wright Mills, C. (1959). *The Sociological Imagination*. Oxford: Oxford University Press.
- Wright, G.H. von (1994). *Myten om fremskridtet*. København: Munksgaard, Rosinante.