Forandringer og udfordringer

Steen Grode,
Professionshøjskolen
Metropol

Kommentar til artiklen "*CAS som omstruktureringsredskab i matematikundervisningen*" i MONA, 2016-3.

CAS er alt andet end en katalysator. Det er en ingrediens som indgår i reaktioner hvis eksplosive egenskaber har vakt nysgerrighed, men samtidig har været forsøgt inddæmmet i forsigtighed.

Personligt har jeg oplevet eksplosionerne flere gange, men mest markant i min hukommelse står da jeg lå på mit stuegulv i 1996 og så en lille video fra en CD-rom med to unge mennesker som sagde: "Bang, you've got a graph."

I begyndelsen var teknologi

Det ser ud til at man, i hvert fald i den elementære matematik, betragter matematik som noget der er givet en gang for alle. Og at man godt ved hvad det er vigtigt at lære for at blive god til matematik. At matematik er et sæt af regler som man skal lære, og når man kan dem godt, så er man god til matematik. I min optik er matematik helt anderledes. Der er en meget snæver sammenhæng mellem teknologi og matematik, og i mange tilfælde forekommer det mig at den sammenhæng ikke bliver erkendt.

Hvis man tager et klassisk udgangspunkt, så kan måling af jord – også kendt som geometri – beskrives ud fra punkter og cirkler. Dette er reelt en abstraktion fra teknologien reb. Sikkert den samme teknologi – reb – som man kunne slå knuder på for at sammenligne mængders størrelse uden at tælle dem. Det vil sige at opfindelsen af noget som på samme tid er stift og bøjeligt på nogle bestemte måder, i dette tilfælde reb, giver anledning til udvikling af en matematik. En anden matematik opstår hvis man opfinder en anden teknologi som er stiv og bøjelig bare på nogle andre måder. Det kunne fx være homogent papir. Der opstår en geometri ud fra det som reelt er stærkere end euklidisk geometri (den indeholder euklidisk geometri som en ægte delmængde) – og min pointe er at den på mange måder er anderledes.

Hvis man skal undervise i den ene, vil indholdet være at tegne cirkler med en snor (eller noget mere sofistikeret), mens man i det andet tilfælde skal lære at lave foldninger med papir. Indholdet vil være anderledes. Og det er tydeligt at allerede i den elementære undervisning vil indholdet være helt forskelligt.

Virtuel teknologi

I ovenstående eksempel har jeg udskiftet en fysisk teknologi med en anden. Men CAS er ikke så meget en fysisk teknologi som den er virtuel. Og det får skiftet til at få en anden karakter. Det skjulte bliver mere synligt. Jeg kan illustrere det ved at anskue en hammer. Det er en teknologi der er designet til at slå søm i noget. Selvom hammeren er meget synlig og til at tage og føle på, så skjuler den imidlertid de fysiske modeller den virker efter. Den er i bogstaveligste forstand en meget black box. Det er de færreste almindelige mennesker som bekymrer sig meget om hvilken hammer de bruger til hvilken arbejdsopgave, eller hvordan de holder hammeren, så længe sømmet kommer i, og tommelfingeren går fri.

Med virtuel teknologi bliver det pludselig synligt at noget er skjult. Der er ikke noget nyt i det. Det bliver bare meget mere synligt.

I fysik- og kemiundervisning erkendte man i 1970'erne at det var svært at lære eleverne at de modeller man opstillede for verden, ikke var nogen man kunne se. Som et pædagogisk virkemiddel lavede man sorte bokse med strikkepinde igennem og bad eleverne om at lave udfordringer til hinanden ved at hænge skiver på forskellige positioner på strikkepindene. Eleverne trak så forsigtigt pindene ud mens de lyttede efter hvornår der faldt skiver ned. Meningen var at eleverne skulle lære at man kunne gøre sig iagttagelser uden at kunne se. Det vidste eleverne sådan set godt i forvejen, men det var en måde at forsøge at gøre det skjulte synligt. Man brugte således bevidst begrebet black box på en konstruktiv måde.

Med virtuel teknologi går man et skridt videre. Der er tale om et nyt tankeunivers som adskiller sig både fra de fysiske objekter man virtualiserer, og fra de abstrakte tanker man gør sig.

Konsekvenser af virtuelle teknologier

Som det flere steder fremgår i Nabbs artikel, så har CAS og helt generelt virtuelle teknologier en indflydelse på matematik; og det bør også have en indflydelse på undervisningen i matematik. Men jeg savner – og har gjort det i mange år – at der foretages analyser af de forandringer som må være en konsekvens af disse værktøjer.

Hvis man betragter undervisningen i multiplikation hen over de seneste 40 år i grundskolen, så burde lommeregneren have været medvirkende til at forandre indholdet. For 40 år siden skulle man lære bestemte tabeller og algoritmer, men reelt har der været en bevægelse væk fra det synspunkt, især med hensyn til algoritmerne. Indholdet har formelt bevæget sig fra at eleverne skulle lære bestemte algoritmer, til at de skal udvikle deres egne. Undersøgelser har vist at det ikke gør eleverne dårligere til at lave skriftlige beregninger ved hjælp af algoritmer (Hedrén, 2000).

Uafhængigt af det har man lavet undersøgelser som har vist at lommeregnerne ikke har bevirket at eleverne blev dårligere til at regne, og Nabb peger på undersøgelser der viser at CAS ikke svækker elevernes evner til at lave algebra (Nabb, 2010). Men man har kun i yderst begrænset omfang lavet analyser af hvilket stof lommeregneren og CAS har gjort overflødigt, og som noget endnu mere væsentligt hvilke konsekvenser det har når man fjerner det overflødige fra indholdet i undervisningen: Fx er det fuldstændig overflødigt at arbejde med at lære at regne for at kunne regne. Man skal end ikke kunne regne i forbindelse med dagligliv i Danmark. Kasseapparaterne regner for dig, og de regner med sikkerhed rigtigt. Faktisk er det mere vigtigt at man lærer at læse sin bon, hvilket er en helt særlig læsegenre, hvis man vil kontrollere om man er kommet til at betale det for sit indkøb man forventede at skulle.

Konsekvensen er bare ikke slået igennem i undervisningen. Og den er mig bekendt heller ikke analyseret eller udforsket nogen steder. Hvad vil der ske hvis man designer en matematikundervisning som ikke tager sit udgangspunkt i at regne[1]?

På lignende måde er det nemt at se at CAS gør det overflødigt at arbejde med at løse ligninger. Det er gået fra at være noget som for mange elever lignede trylleri, til at være noget en maskine klarer. Det er i dette tilfælde også nemt at se hvad der bør få langt større opmærksomhed i undervisningen når der bliver plads fordi ligningsløsningen er blevet overflødig. Opstillinger af ligninger bør spille en langt større rolle eller formuleret mere bredt: At opstille modeller vil være et nyt naturligt fokus.

Især når man tager i betragtning at CAS nemt lader eleverne teste forskellige modeller, og at CAS giver dem mulighed for at læse hvad de faktisk tester (Skånstrøm, 2005).

Faglige medlæringer

Men selvom det var nemt at se hvad der var overflødigt, og hvad som for nærværende kan være relevant at fokusere undervisningen imod i stedet, så mangler der en mere grundig analyse af et andet forhold: Hvilke medlæringer (Skott, 2003) var der i forbindelse med at lære at løse ligninger? Eller måske skal jeg udvide det til ikke kun at være medlæringer, men også medtræninger. Fx er der ingen tvivl om at elever fik øvelse i regningsarter i forbindelse med løsning af ligninger.

1 Der er nogle træk i "Ny matematik" (Lichtenberg & Christiansen, 1965) som peger på alternative begyndelser for den elementære matematikundervisning, og en del af dem findes i matematikbøger i dag sideløbende med øvelser i at skrive tal og at regne.

Der var også opgaver i forbindelse med ligninger hvor eleverne skulle tage stilling til om der var løsninger inden for givne mængder, hvilket vil sige at der var andet på spil end den rent tekniske løsning. Det er forskelligt hvordan forskellige CAS håndterer disse situationer, så der kan stadig være noget at forholde sig til for eleverne, men groft set vil eleverne i forhold til at forholde sig til de modeltest de laver, få flere erfaringer inden for dette område end tidligere. Til gengæld er jeg ret sikker på at stort set ingen elever har indset at der er nære sammenhænge mellem polynomier og tal – mine lærerstuderende bliver i hvert tilfælde meget forbavsede når jeg arbejder med det. Det kunne have været en medlæring, og den sammenhæng kunne være relevant fx i forhold til division af polynomier. På den anden side har polynomiumsdivision ikke længere den samme relevans som tidligere. Men da sammenhængen mellem tal og polynomier fortæller noget om positionssystemer og algebra, så er der stadig noget relevant som man må forsøge at dække i undervisningen.

Og så skal man være på vagt. At være på vagt er dog ikke at værne om klassiske dyder, men i stedet blive eftertænksom og overveje hvordan man på nye relevante måder kan arbejde med de ting. Langt de fleste gamle opgaver er sjældent gode, men er blevet for sure af for lang tids lagring.

CAS er meget mere end en katalysator

Undervisning i matematik trænger til mere end en omstrukturering, et "make-over" (Meyer, 2010) eller en produktudvikling. Som en af konsekvenserne af digital teknologi skal der nytænkes.

Der findes flere generelle modeller som udtrykker sig om hvordan man kan samtænke teknologi med undervisning. I Nabbs artikel er der peget på to som kan være værd at have sin opmærksomhed rettet imod. To andre er TPCK (American Association of Colleges for Teacher Education & Committee on Technology and Innovation, 2008) og SAMR (Puentedura, 2006; Reimer-Mattesen, 2012) som kan fortolkes på samme måde som jeg synes Nabb forsøger at gøre med sin model for brugen af CAS.

Man kan læse TPCK-modellen som at der "tilsættes" teknologi som en tredje mængde til det pædagogiske og det indholdsmæssige. Og når man fx "tilsætter" digital teknologi til statistik, så forandres de mulige pædagogiske tilgange, fx fordi man kan gå direkte fra rådata til billeder uden at skulle omvejen over en tabellægning af data. Der opstår også nye faglige felter, fx Machine Learning, i samspillet mellem teknologi og matematik, og endelig dukker der nogle potentielle opmærksomhedsområder op i grænselandet mellem Big Data og hacking skills (Conway, 2010; Finzer, 2013).

Målet med TPCK var at pege på at læreren må forholde sig til alle disse ting i forhold til sin undervisning. Modellen fortæller at undervisning ikke kun hviler på didaktik og indhold, men også baserer sig på teknologi. Modellen er heller ikke statisk, men skal læses som en lærers dynamiske værktøj til at udvikle undervisningen i faget. Det vil sige at hverken teknologi, didaktik eller indhold kan betragtes som konstant. Fx så er CAS ikke blot et algebrasystem, men noget som indgår i samspil med fx tekstbehandling og dynamisk geometri (Grode, 2013; Todd, 2007)

Lad mig slutte med at pege på to eksempler som kan illustrere nogle idéer til nytænkende algebraundervisning.

Det er rigeligt værd at bruge lidt tid på at opleve Scott Steketee præsentere sammensætning af funktioner for børn på http://grode.dk/skjult/film/Scott%20Steketee%20at%20NCSM%20Ignite%202012.mp4 til trods for videoens begrænsede kvalitet, og man kan i øvrigt se mere og prøve selv på http://dynamicnumber.org.

Og Dan Meyer arbejder nu med at præsentere algebraiske funktioner på en nytænkende måde. Prøv selv på https://student.desmos.com/ med koden **us9f**.

Referencer

American Association of Colleges for Teacher Education & Committee on Technology and Innovation (2008). *Handbook of technological pedagogical content knowledge (TPCK) for educators*. New York: Routledge for the American Association of Colleges for Teacher Education.

Conway, D. (2010, 30. september). *The Data Science Venn Diagram*. Hentet 18. februar 2015 fra http://drewconway.com/zia/2013/3/26/the-data-science-venn-diagram.

Finzer, W. (2013). The data science education dilemma. *Technology Innovations in Statistics Education*, *7(2)*. Hentet fra http://escholarship.org/uc/item/7gv0q9dc.

Grode, S. (2013). Mathcad – ikke et mål, men et middel. Præsenteret ved CAS Workshop, Odense: Danmarks matematiklærerforening. Hentet fra http://dkmat.dk/wp-content/uploads/2014/03/CAS-Workshop-MatchCad.pdf.

Hedrén, R. (2000). *Social konstruktivism i elementär aritmetik: kan elever i år 2-5 göra skriftliga beräkningar utan de traditionella uppställningarna?* Falun: Högskolan Dalarna.

Meyer, D. (2010). *Math class needs a makeover*. TEDxNYED. Hentet fra https://www.ted.com/talks/dan_meyer_math_curriculum_makeover.

Nabb, K.A. (2010). CAS as a restructing tool in mathematics education. I: *Proceedings of the 22nd International Conference on Technology in Collegiate Mathematics* (Bd. 39). Hentet fra http://archives.math.utk.edu/ICTCM/VOL22/R007/paper.pdf.

Puentedura, R.R. (2006). *Transformation, Technology, and Education*. Hentet 1. oktober 2016 fra http://hippasus.com/resources/tte/.

Reimer-Mattesen, T. (2012, 25. april). *SAMR – hvad bruger vi egentlig teknologien til?* Hentet 5. oktober 2016 fra http://laeringsteknologi.dk/415/samr-hvad-bruger-vi-egentlig-teknologien-til/.

Skott, C.K. (2003). *Faglige potentielle medlæringer i universiteternes matematikundervisning: Ph.D. thesis*. Aalborg: Aalborg University, Department of Mathematical Sciences.

Skånstrøm, M. (2005). "Det er ikke fordi, det er nemmere ... det er bare meget lettere at se, hvad det er man laver". *Forum for Matematikkens didaktik*, *9(1)*.

Todd, P. (2007). Geometry Expressions: A Constraint Based Interactive Symbolic Geometry System. *Lecture Notes in Computer Science*, *(4869)*, s. 189-202. Hentet fra https://www.researchgate.net/publication/221055213_Geometry_Expressions_A_Constraint_Based_Interactive_Symbolic_Geometry_System.