

Timeglas eller værksted

– Komparativ undersøgelse af to lærebogssystemer i matematik



Thomas Illum Hansen,
Nationalt videncenter for
læremidler, afdelingen
Forskning og Innovation, UC
Lillebælt



Mette Hjelmberg, lektor
cand. scient., UC Lillebælt,
læreruddannelsen på Fyn



Peter Brodersen, Læremiddel.
dk, UC Lillebælt

Abstract: Artiklen præsenterer en komparativ designanalyse af to læremidler: matematiksystemerne *Matematrix* og *Format* der bliver perspektiveret med en empirisk undersøgelse af de to læremidlers betydning for undervisningsdifferentiering. Designanalysen bygger på en semiotisk analyse af læremidlernes repræsentation og de kognitive metaforer der er med til at strukturere indhold og aktiviteter. Metaforerne giver således et system særlige didaktiske kendemærker. Timeglasmetaforen er central i *Matematrix*, mens værkstedsmetaforen er det i *Format*. Den empiriske undersøgelse bygger på læreres og elevers scoring ud fra parametre der er opstillet på baggrund af designanalysen. Hensigten er at angive tydelige tendenser og hermed skabe et kontrastbillede af to meget forskellige systemer med forskellige effekter.

Introduktion

Den komparative undersøgelse af matematiksystemerne *Matematrix* og *Format* er del af et større projekt der blev gennemført i 2012-14, fordelt på fire store skoler i Odense Kommune.

Formålet med projektet var at undersøge hvilke virkninger en øget adgang til digitale og analoge læremidler havde i kombination med en målrettet kompetenceudvikling. Der var således tale om en flerstrengt indsats der havde til hensigt at kortlægge korrelationer mellem tiltag og virkninger i en nærmere bestemt skolekontekst. Den frie adgang til læremidlerne blev stillet til rådighed af forlaget Alinea.

Kompetenceudviklingen bestod i en fagdidaktisk indsats der støttede op om lærerens planlægning af en differentieret undervisning ved hjælp af et læremiddelfokus og en række planlægningsredskaber med fokus på mestring, motivation og identifikation af tegn på læring. Indsatsen blev evalueret inden for rammerne af en teoribaseret virkningsevaluering.

Metoden var en kombination af semistrukturerede interviews af lærere, elever og skoleledere, designanalyse af læremidler, strukturerede observationer, minutobservation, casebeskrivelser samt spørgeskemaundersøgelser.¹

Det overordnede resultat var en øget overensstemmelse mellem de involverede læreres og elevers vurdering af elevernes motivation hvilket blev dokumenteret med statistisk signifikans ved sammenligning med en kontrolgruppe.²

Forskningsspørgsmål

I delundersøgelsen af de to matematiksystemer blev der sat særligt fokus på forholdet mellem læremidlernes design og den oplevede effekt. Forskningsspørgsmålene var følgende:

- Hvilken sammenhæng er der mellem to forskellige matematiksystemers didaktiske design og elevernes oplevede pædagogiske effekt?
- På hvilke måder tilbyder de to systemer kompleksitetsreduktion for lærere og for elever (dvs. på hvilke måder hjælper systemerne ved at træffe valg vedrørende mål, indhold, udtryk og metoder og hermed afgrænse antallet af handlemuligheder)?
- På hvilken måde og i hvilket omfang transformerer lærerne systemernes intenderede undervisningsmønstre til deres egen undervisning?
- Hvordan slår lærernes didaktiske rutiner igennem i brugen af de to systemer på trods af de intentioner der kommer til udtryk i lærervejledninger og forlagets præsentation af læremidlerne?

Semiotisk analysestrategi

Grundlaget for analysen af læremidlerne er en semiotisk tilgang med fokus på udtrykkets betydning for mål, indhold og metoder (Hansen, 2012, s. 165). Et prægnant eksempel er forskellen på de metaforer der er med til at strukturere indhold og aktiviteter i de to læremidler. Timeglasmetaforen tilbyder en samlende struktur i *Matematrix*,

1 Planlægningsredskaber, dataindsamlingsinstrumenter og casebeskrivelser er gjort tilgængelige på projektets hjemmeside <http://www.laeremiddel.dk/tegnpaalaering/> med henblik på at øge transparensen i forholdet mellem indsats og databehandling. Forskningstilgangen er beskrevet mere udførligt i Brodersen, P & Hansen, T. (2014). Tegn på læring. Teoribaseret evaluering som metode til forskning i læremidler og undervisning. *Læremiddel.dk*, 2014 nr. 7.

2 Resultatet af dele af den statistiske undersøgelse er præsenteret i Brodersen, P. & Hjelmberg, M. (2014). Motivation. Vi ved for lidt om de usikre elever. *Politiken*, sek. Kultur, 20 marts s. 10.

mens værkstedsmetaforen har en tilsvarende funktion i *Format*. Påstanden er at de to metaforer afspejler to forskellige didaktiske designs, det vil sige designs der udtrykker bestemte valg i forhold til mål, indhold og metode.

Matematrix er organiseret ud fra en stram lineær progression der stræber mod abstraktion og forståelse på et højt taksonomisk niveau. Som sandet rinder i et timeglas, via et glasrør fra den ene glaskolbe til den anden, skal eleverne via en matematisk gennemgang fra introduktion og forforståelse til fordybelse og forståelse. Timeglassets form modsvarer en forestilling om at eleverne gennem seks faser skal bevæge sig fra en bred introduktion med afsæt i deres forforståelse og passere en fagligt fokuseret gennemgang med efterfølgende øvelser inden perspektivet igen bredes ud med stadig mere komplekse problemstillinger der relateres til skolens omverden.

Format derimod er organiseret ud fra en mere løs rumlig forgrening der tilbyder en mere konkret forståelse på et lavere taksonomisk niveau. Som på et værksted er lærere og elever mere frit stillede i forhold til rækkefølge og valg af værktøjer.

Holdbarheden af denne påstand undersøges nærmere ved hjælp af en analyse af de to læremidlers didaktiske design med særligt fokus på repræsentationsformernes betydning for progression og differentiering i de to systemer.

Til det formål anvendes forskellige udtrykstaksonomier. Den første og mest overordnede er en taksonomi for repræsentationsformer (Hansen, 2012, s. 166 ff.). Den er udviklet med inspiration fra C.S. Peirce og E. Husserl og kan forstås som beslægtet med, men også samtidig som en nuancering i forhold til Bruners skel mellem tre repræsentationsformer, henholdsvis en udøvende, ikonisk og symbolsk (Bruner, 1966, s. 66).³

Inden præsentation af denne taksonomi bør det bemærkes at man helt overordnet kan skelne mellem to typer af repræsentation i forbindelse med læremiddelanalyse (Hansen, 2014, s. 138): På den ene side er der *repræsentation af et fagligt indhold* der er genstand for brugerens opmærksomhed. Det er typisk skrift, billeder, diagrammer

3 Husserl skelnede mellem *perceptive*, *imaginative* og *signitive* bevidsthedsakter, og denne tredeling kan relateres til Peirces skel mellem *indeksikalske*, *ikoniske* og *symbolske* tegn, dvs. tegn der bygger på henholdsvis nærhed og sammenhæng (*indeksikalske* tegn: en snegl på vejen er tegn på regn), *lighed* (*ikonisk* tegn: en animation) eller konvention og fortolkningsvane (*symbolsk* funktion: et sprogligt begreb som fx "ko"). *Indeksikalske* tegn bygger på den form for sanselig anskuelse som Husserl betegner som "*perceptive akter*" (*perception* = sanselig anskuelse). Fx er et glas vin på et bord givet direkte i anskuelsen når man perciperer det. Samtidig fungerer gentagelsen af bestemte oplevelser i bestemte situationer som *indeksikalske* tegn på sammenhænge der kan gøres til genstand for bearbejdning og erfaringsdannelse. Et glas rødvin kan bl.a. være en velkomstgestus. De *ikoniske* tegn bygger på den form for billedlig anskuelse som Husserl betegner som "*imaginative akter*" (*imagination* = billedskabende kraft). Den *imaginative* repræsentation kan både være ydre og indre – afhængigt af om man benytter et ydre medium eller ens egen krop og bevidsthed som medium. Fx et fotografi af et glas vin på et bord (ydre billedlig) eller et erindringsbillede af et glas vin på et bord (indre fantasimæssig). De *symbolske* tegn bygger på den form for symbolske og ikkeansuelige bevidsthedsakter som Husserl betegner "*signitive akter*" (*sign* = tegn). Han anså denne type som den mindst umiddelbare fordi genstande og relationer er repræsenteret ikkeansueligt i kraft af tegn der henviser med basis i symbolske regler og konventioner. Udtrykket "der står et glas vin på et bord" repræsenterer ikke med basis i sammenhæng eller lighed, men i kraft af en konventionel og regelstyret brug af substantiver, verbum og præpositionsforbindelse (Husserl 1900-01/1995, Husserl 2005, Zahavi 2004: 46 f.).

Repræsentationsform	Kropslig	Genstands-mæssig	Billedlig	Diagram-matisk	Sproglig	Symbolisk
Typer	Gestik/ mimik/ kinæstesi (kropslig fornem- melse for egen tilstand og bevæ- gelse)	Anskuel- sesmæs- sig/ ekspe- rimentel	Visuel/ auditiv, statisk/ dynamisk, animeret/ ikke-ani- meret	Statisk/ dynamisk, simu- lering/ ikke-si- mulering, todimen- sional/ tredimen- sional	Tale/skrift	Sagsspe- cifikke notations- systemer
Eksempler	Kropslig balance som re- præsen- tation af lignings- princip- pet ...	Oplevel- sen af at vippe som en repræ- sentation af lig- ningsprin- cippet, mønter, centicu- bes ...	Foto, film, maleri, tegnefilm, ikoner, lydbil- lede ...	Graf, land- kort, søjle- diagram, flowdia- gram, mo- delskitse ...	Regnehi- storier, opgave- tekst, bil- ledtekst, faktaboks, dialog ...	Talnota- tion (fx deci-mal- systemet), geometri- ske sym- boler ...
Funktion	Forankrer forståel- sen i en kropslig ople- velse og fornem- melse.	Forankrer forstå- elsen i oplevelse af og in- teraktion med gen- stande.	Skaber identifi- kation og konkret billedlig- hed ved at kombi- nere flere ligheds- træk.	Skaber præci- sion og abstrakt lighed ved at isolere enkelte ligheds- træk.	Pakker informa- tioner og danner grundlag for sam- menhæn- gende forståelse. Basis er det na- turlige hverdags- sprog.	Pakker informa- tioner og danner grundlag for re- præsen- tation af generelle lovmæs- sigheder. Basis er et kunstigt symbol- sprog.

og tale der fremviser og begrebsliggør. På den anden side er der *repræsentation af funktionalitet*. Det er typisk grafik, farver, opsætning og lydspor der angiver handlemuligheder og opmærksomhedsretninger, men også stemninger. Den første type af repræsentation har især betydning for det didaktiske design og muligheden for at interagere med et fagligt indhold i dybden. Den anden type har derimod primært

betydning for læremidlets brugergrænseflade og muligheden for at interagere på overfladen, dvs. om læremidlet er nemt, hurtigt og intuitivt at bruge, og om dets design har æstetiske kvaliteter.

Vi har den første type i fokus fordi den har betydning for den faglige repræsentation, men inddrager også den anden type som supplerende perspektiv. Det er den første type der med inspiration fra Peirce og Husserl kan inddeles i seks repræsentationsformer som aftegner en progression fra konkret til abstrakt. Sammenlignet med Bruners tredeling er den således mere finkornet. Den udøvende repræsentationsform bliver delt i henholdsvis en kropslig og en genstandsmæssig, den ikoniske repræsentationsform i en billedlig og en diagrammatisk, mens den symbolske repræsentationsform bliver delt i en sproglig og symbolsk. Sidstnævnte deling gør det muligt at skelne mellem verbalsproglig tale og skrift på den ene side og symbolske notationssystemer på den anden, fx faglige notationer i matematik.

Taksonomien for repræsentationsformer danner grundlag for en analyse af progression, differentiering og abstraktionsgrad i læremidlernes udtryk, herunder en analyse af sammenhænge mellem repræsentationsformer – også kaldet multimodalitet.

I forlængelse heraf gøres den sproglige repræsentationsform til genstand for en analyse af hvorvidt formen er berettende, instruerende, beskrivende, forklarende og/eller argumenterende (Mulvad, 2009). Særligt brugen af verber i de to læremidler er i fokus da de indikerer en kognitiv udvikling i forhold til kendte progressionstaksonomier, som man ser det hos fx Bloom og Biggs (Bloom, 1956 og Biggs & Collis, 1982).

Komparativ designanalyse af *Format* og *Matematrix*

Udgangspunkter for designanalysen er læremidlerne *Matematrix 6* (grundbog (Gregersen et al., 2008a), arbejdsbog (Gregersen et al., 2008b) og lærermappe (Gregersen et al., 2008c)) og *Format 6* (elevbog (Anesen & Winther, 2011a), evalueringshæfte (Anesen & Winther, 2011b), lærervejledning (Anesen & Winther, 2012), værkstedsmappe (Anesen & Winther, 2013)), såvel som beskrivelser af læremidlerne på forlagets hjemmeside: *Format* (Alinea Format, 2014) og *Matematrix* (Alinea, Matematrix 2014). Eksemplerne nedenfor er overvejende hentet fra de to læremidlers behandlinger af ligninger.

Forlaget beskriver henholdsvis *Matematrix* og *Format* således:

“Matematrix har fokus på matematiske begreber og kompetencer. Systemet er opbygget efter timeglasmodellen og fremmer elevernes matematiske kompetencer på alle niveauer.” (Alinea, Matematrix 0.-9. klasse, 2014)

“Format er et fleksibelt grundbogssystem med fokus på aktiv værkstedsundervisning og brug af læringsstile, der tilgodeser elevernes foretrukne måde at lære på.” (Alinea, Format 0.-9. klasse, 2014)

Allerede her kan vi se at der er tale om to meget forskellige læremidler. Hvori forskellene mere præcist består, vil vi analysere med afsæt i de to læremidlers brug af de seks typer af repræsentationsformer.

Matematrix benytter sig af flere repræsentationsformer i grundbogen, men de mest dominerende er de sproglige og symbolske repræsentationsformer. Det stemmer godt overens med de matematiske kompetencer der er i spil i afsnittet om ligninger, nemlig at kunne symbolbehandle, at kunne repræsentere (med fokus på at afkode variable i forskellige formler og opstille simple ligninger, til beskrivelse af virkeligheden) såvel som at ræsonnere (Gregersen et al., 2008c, s. 42).

Den kropslige og den genstandsmæssige repræsentationsform bliver ikke benyttet direkte i afsnittet om ligninger. De billedlige repræsentationer er altovervejende tegninger. De bruges bl.a. til at illustrere et fagligt begreb, fx ligevægt (s. 37), men mange af tegningerne er bare små “gimmicks”, fx billedet af en “ligningskontrollør” (s. 40) eller af en mand der bærer syv bøger (s. 45). Disse anvendes ikke som faglige repræsentationer, men bidrager snarere til at skabe identifikation.

Tegningerne i *Matematrix* spiller således to meget forskellige roller. Enten understøtter de direkte den analytiske forståelse af et fagligt begreb, eller også bidrager de indirekte til identifikation med matematiksituationer. På den første side i ligningskapitlet er det eneste fotografi i kapitlet. Det gengiver en vippe i ligevægt på en legeplads. Der er placeret fire nogenlunde lige store, tegnede børn på vippen, to på hver side. Den diagrammatiske repræsentationsform er kun til stede når ligninger forklares ved brug af ækvivalensprincippet eksemplificeret ved en ligningsvippe (s. 37). Den symbolske repræsentationsform er afsættet for de to angivne løsningsmetoder. “Gæt og prøv efter-metoden” understøttes af en billedlig og sproglig repræsentation i form af symbolske handlinger (s. 38). “Omformningsmetoden” understøttes af en billedlig repræsentation af ligevægten, en abstraheret kropslig repræsentation i form af handlinger ved omformning, såvel som en sproglig, faglig forklaring af omformningshandling (s. 39). I arbejdsbogen er der udelukkende fokus på den sproglige og den symbolske repræsentation (Gregersen et al., 2008b, s. 10-13).

Format benytter sig til sammenligning af flere og mere konkrete repræsentationsformer til fremstillingen af ligninger. Dette indtryk forstærkes af at også sproglige og symbolske repræsentationer får en genstandsmæssig karakter i kraft af fx et ligningspil (Anesen & Winther, 2011a, s. 43) hvor ligninger i symbolsk form skal knyttes til ligninger i sproglig form (regnehistorier). Den billedlige repræsentation bruges også til at understøtte den genstandsmæssige karakter som ligningsspillet har i form af

en visuel instruktion (s. 43). De billedlige repræsentationer i kapitlet er udelukkende tegninger. De bruges oftest til at illustrere en aktivitet, dog illustrerer skålvægten en faglig metafor på *ligevægt* i den grå tekstboks (s. 44), og et andet sted understøtter den billedlige repræsentation den sproglige repræsentation ved regnehistorierne. De tegnede børn står med guirlander, balloner og lys.

Historierne omhandler køb af balloner, guirlander og lys (s. 43). Den sproglige repræsentationsform er til stede som den ene af de to repræsentationer i ligningsspillet såvel som ved generelle regnehistorier om ligninger (s. 43), mens den symbolske repræsentation er til stede som den anden af de to repræsentationer i ligningsspillet. Ligeledes er den indirekte til stede ved omformninger af regnehistorier til ligninger i symbolsk form (s. 43). På den første halve side af afsnittet om ligninger findes fire af de seks repræsentationsformer i gensidig interaktion med hinanden. Den diagrammatiske repræsentationsform er til stede på næste side i form af et regneark med gætteforslag til den ubekendte og tjek af venstre sides og højre sides værdi for ligningen (s. 44).

Den kropslige repræsentationsform anvendes ikke i grundbogen. Omvendt i værkstedsmappen hvor den sammen med den genstandsmæssige repræsentationsform er kendetegnende: ligninger og reduktion af ligninger repræsenteres ved hjælp af kropslige bevægelser (Anesen & Winther, 2013 værkstedsmappe s. 33). Den genstandsmæssige repræsentation anvendes ved udformning af ligningsvikler (værkstedsmappe s. 35), og den understøttes af den billedlige, den sproglige og den symbolske repræsentation. Den billedlige, sproglige og den symbolske repræsentation er også til stede i værkstedet om cirkelløb hvor ligninger i symbolsk form kobles til den konkrete løsning (værkstedsmappe s. 34). Den symbolske repræsentation understøttes her af den billedlige og den sproglige repræsentation. Evalueringshæftet (Anesen & Winther, 2011b, s. 10-12) benytter sig af samtlige repræsentationsformer bortset fra den kropslige og den genstandsmæssige repræsentationsform. Brugen af alle seks repræsentationsformer i et relativt lille afsnit om ligninger afspejler ønsket om variation, og dette er et gennemgående træk ved systemet.

Lærervejledningen fremhæver at formålet med *Format* er "at præsentere eleverne for og lære dem forskellige måder at tilegne sig nyt fagligt stof på." (Anesen & Winther, 2012, s. 9). I det komparative perspektiv kan man opsummere følgende: *Matematrix* arbejder med mange af repræsentationsformerne, men tenderer mod de mere abstrakte sproglige og symbolske repræsentationsformer. *Format* arbejder med samtlige repræsentationsformer, men vægter i højere grad de konkrete billedlige, kropslige og genstandsmæssige repræsentationsformer.

Analysen af den sproglige repræsentation kan præciseres ved at skelne mellem forskellige typer af fremstillingsformer inden for den sproglige repræsentationsform. Som tidligere nævnt kan man skelne mellem fem fremstillingsformer: den berettende,

instruerende, beskrivende, forklarende og argumenterende fremstillingsform (Hansen, 2012, s. 196). Rækkefølgen angiver en typisk progression i sværhedsgrad da det ofte er lettere at forstå konkretiserende beretninger og instruktioner end fx forklaringer og argumentationer. De sidstnævnte fremstillingsformer øger typisk graden af abstraktion og kompleksitet fordi de pakker viden, bygger på teori og forsøger at generalisere.

Brugen af sproglige fremstillingsformer i *Matematrix* følger timeglasstrukturen. Det skal forstås på den måde at den forklarende og argumenterende fremstilling, som er de mest abstrakte fremstillingsformer, findes i midten af timeglasset når de faglige begreber skal udfoldes. Fx "En ligning består af ..." (Gregersen et al., 2008a, s. 38), "Lighedstegnet betyder, at de to talstørrelser ..." (s. 39), "Vi kan fjerne to ens lodder på begge sider, uden at balancen ændres" (s. 39). En mere beskrivende og instruerende fremstilling benyttes i de øvrige områder af timeglasset, såvel som informationer til løsning af opgaver og øvelser og instruktion til løsning af opgaver og øvelser. Fx "Gæt en løsning til hver ligning ..." (øvelse 11, s. 40), "Olsens kolonihavehus, der har form som et rektangel ..." (opgave 19, s. 43).

Til sammenligning er de sproglige fremstillingsformer i *Format* overvejende instruerende og beskrivende. Instruerende i forhold til aktiviteter: "Gæt på skift" (Anesen & Winther, 2011a, aktivitet 13, s. 44), og i forhold til opgaver: "Gang ind i parentes" (aktivitet 15, s. 44). Den berettende fremstillingsform er til stede i regnehistorierne: "Aske køber en pose balloner" (aktivitet 12, s. 43). I de grå tekstbokse er den forklarende fremstillingsform dominerende, fx vendingen "Ligninger kan løses ved ...", kombineret med metodiske forklaringer, "En ligning består af ..." (s. 44), "En ligning kan bruges til ..." (s. 45).

Opsummerende i et komparativt perspektiv: Timeglasstrukturen i *Matematrix* er styrende for hvilke sproglige fremstillingsformer eleverne møder. De mest abstrakte fremstillingsformer er i midten af timeglasset hvor det er meningen at læreren skal formidle de nye abstrakte faglige begreber. *Format* benytter i den løsere forgreningsstruktur sig overvejende af de instruerende, beskrivende og berettende fremstillingsformer, de mest konkrete sproglige fremstillingsformer.

Ved at benytte SOLO-taksonomien (Biggs & Collis, 1982)⁴ kan man analysere hvorvidt de benyttede verber signalerer en progression gennem de to systemers afsnit om ligninger. Taksonomien består af fire procesniveauer: unistruktur, multistruktur, relationel og udvidet abstrakt. Det unistrukturelle procesniveau omhandler reproduktion og identificering (eksempler på verber kunne være: Subtrahér, find), på det multistrukturelle procesniveau er der fokus på at beskrive og kombinere (eksempler på verber kunne være: Beskriv, gør rede for). På det relationelle niveau er der fokus

4 Kategoriseringer af verberne er oversat fra <http://www.johnbiggs.com.au/academic/solo-taxonomy/> lokaliseret oktober 2014.

på forståelse, anvendelse og analyse (eksempler på verber kunne være: Forklar, sammenlign, argumentér), og på det udvidede abstrakte niveau er fokus på det vurderende, reflekterende og skabende (eksempler på verber kunne være: Undersøg, vurder, formulér).

I *Matematrix* er der ingen verber fra det første progressionsniveau (unistruktur) hvilket sandsynligvis fortæller noget om læremidlets relativt høje forventninger til elevforudsætninger. I introaktiviteterne og i øvelserne er der fokus på at beskrive og kombinere (multistruktur) samt forstå, anvende og analysere (relationel): "Hvad vil der ske med ligevægten?" (Gregersen et al., 2008a, aktivitet 2, s. 37), "Passer lighedstegnet?" (aktivitet 7, s. 37), "Hvilke udtryk er ligninger?" (øvelse 8, s. 40), Gæt en løsning ... (øvelse 11 og 12, s. 40). Når man kommer om i kapitlet med opgaver og undersøgelser, eksemplificerer verberne det mere vurderende, reflekterende og skabende (udvidet abstrakt). Fx "Allan, Bitten og Carl taler om ligningen. Vurder, om det de siger, er rigtigt." (s. 42), "Skriv som ligning" (opgave 20, s. 43).

I *Format* er der ikke en tilsvarende taksonomisk progression i brugen af verber fra konkret til stadig mere abstrakt. En varieret brug af verber hen over et antal sider tyder snarere på ønsket om variation. Der er både verber koblet til reproduktion og identificering (unistruktur), fx "Opret et regneark som det viste" (Anesen & Winther, 2011a, aktivitet 14, s. 44), og "Løs ligninger og forbind med facit" (aktivitet 17, s. 45), verber koblet til at beskrive og kombinere (multistruktur), fx "En ligning kan bruges til at løse et hverdagsproblem" (tekstboks, s. 45), og verber koblet til at forstå, anvende og analysere (relationel), fx "Forklar, hvordan du finder x" (aktivitet 16, s. 45). Der er også verber der repræsenterer det mere skabende (udvidet abstrakt), fx "Skriv selv en historie og en ligning, der passer sammen" (aktivitet 12, s. 43).

I et opsummerende komparativt perspektiv er følgende træk ved anvendelse af verber fremherskende: Verberne i *Matematrix* antyder en tydelig progression i forhold til Biggs' SOLO-taksonomi, især i afsnittene med øvelser, opgaver og undersøgelser. Verberne i *Format* indikerer ingen taksonomisk progression, selv om der er verber fra alle de fire procesniveauer til stede, de indikerer snarere et ønske om variation.

Undervisningsmønstrene, forstået som sekvenser med forskellig vægtning af lærer- og elevhandlinger og lærer-elevpositioner, er ligeledes forskellige i *Matematrix* og *Format*.

Forløbene i *Matematrix* er konsekvent opbygget ud fra timeglasmodellen med seks overordnede forløbsfaser: itroduktionen, introaktiviteterne, matematisk gennemgang, øvelserne, opgaverne, undersøgelserne og evaluering. Alle forløb starter med en fælles samtale hvor udgangspunktet er noget kendt, herefter følger introaktiviteterne med fokus på repetition og elevernes forforståelse. Den matematiske gennemgang er den centrale del af kapitlet hvor fokus er på abstrakte begreber og metoder. Øvelserne, opgaverne og undersøgelser tjener alle det formål at forankre og udfolde de centrale

faglige begreber, men spænder over brugen af centrale færdigheder til anvendelser ud fra åbne problemstillinger fra det virkelige liv. Evalueringen omhandler både en færdighedsdel og en forståelsesdel.

Mønsteret i *Matematrix* kan sammenfattende karakteriseres som PLOF (Plenum med forforståelse, Lærerformidling, Opgaver, øvelser og undersøgelser og Forståelseskontrol/evaluering)⁵.

I *Format* er forløbene også bygget op efter faser, men her er der især fokus på koblingen mellem de faglige kurser, den løbende evaluering og de differentierede værksteder: kursus, evaluering, værksteder, evaluering, projekt. Alle forløb starter med en fælles samtale, udgangspunkt er noget kendt, herefter følger et varieret udbud af aktiviteter som tilsammen dækker kursUSDelen. Evalueringen fokuserer på elevernes færdigheder og begrebsforståelse og anviser hvilke værksteder, og på hvilket niveau man skal arbejde. Efter værkstederne følger igen en evaluering (projekterne er forløbsoverskridende, er målrettet det undersøgende arbejde og er ikke medtaget i analysen).

Mønsteret i *Format* kan kortfattet karakteriseres som PAFVF (Plenum med forforståelse, Aktiviteter/kursus, Forståelseskontrol/evaluering, Værkstedsarbejde med aktiviteter og Forståelseskontrol/evaluering). Aktiviteter kan minde om opgaveløsning, men er altså kategoriseret anderledes hvilket afspejler læremidlets vægtforskydning fra at løse en opgave til at deltage i en aktivitet. De to aktivitetstyper, kursus og værksted, repræsenterer to niveauer af fordybelse og udfordring.

Komparativ analyse af *Format* og *Matematrix* i brug

Vi har til den sammenlignende analyse udviklet 11 parametre: 1) generel tilgængelighed, om det er let eller sværere at overskue hvad opgaverne går ud på, 2) multimodalitet, om sammenhæng mellem tekster og billeder, 3) teksternes tilgængelighed, om de er lette eller sværere når man skal finde ud af hvad opgaven fordrer, 4) om matematiksystemet er sjovt at arbejde i, 5) mangfoldighed, om systemet er godt til at vise og forklare matematikken på mange forskellige måder, 6) om matematiksystemet er godt at arbejde sammen med andre om, 7) om matematiksystemet er godt at arbejde alene i, 8) sværhedsgrad, 9) omfang af øvelser og opgaver, 10) om matematikken kobler til virkeligheden, 11) om systemet viser hvordan man kan anvende matematikken derhjemme. Forskellen på spørgsmål 10 og 11 er at "virkeligheden" (10) refererer til virkelighedsnærhed generelt, og at "derhjemme" (11) refererer til elevens eget lokalmiljø.

Til hvert parameter er der seks svarmuligheder. Parametrene giver adgang til indsigt

5 Læs mere om undervisningsmønstre i Hansen & Bundsgaard, 2010, s. 18ff.

i repræsentationsformernes betydning, dels i henseende til funktionalitet og faglighed, og dels til elevernes oplevede pædagogiske effekt af de to matematiksystemer. Et tilsvarende, lidt udvidet spørgeskema, anvendes til lærerne hvor der også spørges til om de underviser eleverne i hvordan *Matematrix* er bygget op ud fra timeglasmodellen, og hvad farvekoderne på siderne betyder, om de benytter værkstederne i *Format*, som det er intenderet i lærervejledningen, og om deres bud på hvor godt systemet er til at differentiere især i forhold til de fagligt sikre/usikre elever.⁶ Spørgeskemaet til eleverne og til lærerne og svarmulighederne kan ses som bilag 1.⁷

Vi har afprøvet de to læremidler sammen med fem lærere og fem 6. klasser fordelt på tre mellemstore skoler, A, B og D i Odense. Lærere og elever har her svaret på vores spørgeskemaer om de to læremidler. Alle fem klasser er vant til at arbejde med *Matematrix*, to af klasserne har tidligere arbejdet med *Format*. 93 elever og fem lærere har udtalt sig om *Matematrix*, 28 elever og to lærere ligeledes om *Format*.

En 5. klasse på en mellemstor skole, C i Odense, har ligeledes arbejdet med begge læremidler, og de 24 elever har angivet præferencer for henholdsvis det ene eller det andet læremiddel (se bilag 2).⁸ Bemærk at vi i analysedelen kun fokuserer på matematiksystemerne fra 6. klasse, men vi antager at 5. klassesystemerne har nogenlunde samme struktur.

Ud over spørgeskemaresultater har vi adgang til deltagende læreres planlægningsdokumenter, til strukturerede observationer og til interviews med lærerne. Endelig er der, som opfølgning på observationerne, udarbejdet casebeskrivelser til to undervisningssituationer der giver nærbilleder af læremidlerne i brug.⁹

De oplevede effekter eksemplificeret ved de 11 parametre analyseres ved at betragte den gennemsnitlige score såvel som boksplo^t¹⁰ for hvert parameter for hvert matematiksystem (se bilag 3)¹¹. Der er meget små forskelle i boksplo^ts, så dem ser vi bort fra. Lad os i stedet se på hvilke parametre der scorer gennemsnitlig højest og lavest for de to matematiksystemer for at udlede nogle tendenser på de oplevede pædagogiske effekter.

Begge læremidler scorer gennemsnitlig højest ved parameteret "samarbejde": "Er *Matematrix/Format* god at arbejde sammen med klassekammerater om?". Der er en tendens til at eleverne synes at begge systemer formår at understøtte muligheden for at arbejde sammen med andre.

6 Sikre og usikre elevers oplevelser har været anvendt i andre dele af projektet og spiller kun en marginal rolle i nærværende undersøgelse. Lærerne i projektet blev bedt om at udpege henholdsvis to sikre og to usikre elev i klassen ud fra fagligt niveau, arbejdsvaner eller særlige psykologiske forhold der måtte spille ind, og det er disse to elevgrupper der refereres til her.

7 Bilag 1 kan findes på hjemmesiden <http://www.laeremiddel.dk/tegnpaalaering/>.

8 Bilag 2 kan findes på hjemmesiden <http://www.laeremiddel.dk/tegnpaalaering/>.

9 Øvrigt materiale kan findes på hjemmesiden <http://www.laeremiddel.dk/tegnpaalaering/>.

10 Et boksplo^t angiver de fem vigtige statistiske størrelser for et datasæt: mindste observation, nedre kvartil, median, øvre kvartil og største observation og giver mulighed for hurtigt at få et overblik over datasættets variation.

11 Bilag 3 kan findes på hjemmesiden <http://www.laeremiddel.dk/tegnpaalaering/>.

Format scorer gennemsnitlig lavest ved parameteret "omfang". Bemærk akserne er modsatrettet, lave tal angiver større omfang: "Hvad synes du om antallet af øvelser og opgaver i *Format*?". Der er altså en tendens til at eleverne synes at der er lidt for mange øvelser og opgaver i *Format*.

Matematrix scorer gennemsnitlig lavest ved parameteret "sværhedsgrad". Bemærk akserne er modsatrettet, lave tal angiver større sværhedsgrad: "Hvad synes du om sværhedsgraden i *Matematrix*?". Der er altså en tendens til at eleverne synes at *Matematrix* er et lidt vanskeligt system.

Ser man udelukkende på de 28 elever der har erfaringer med begge læremidler, er tendenserne: *Matematrix* scorer højest på de to parametre mere sjov at arbejde i og bedre til at samarbejde med andre om. Til gengæld anses *Matematrix* som lidt sværere end *Format*.

På skole C, hvor 24 elever har angivet deres præference for henholdsvis det ene eller det andet læremiddel, er det 4 ud af 24 elever der foretrækker *Matematrix*, de sidste 20 foretrækker *Format*. Eleverne der foretrækker *Matematrix*, synes bl.a. at bogen er udfordrende, fin at lave selv, og at der er nogle gode tekststykker. Til gengæld er den nogle gange svær at forstå, og de savner opgaver hvor man ikke bare skal sidde stille for at regne.

Eleverne der foretrækker *Format*, fokuserer på at der er meget forskelligt på siderne, bogen er nem, man forstår hvad man skal lave, og at det er en sjovere måde at lære på. Til gengæld synes de at der er for mange tegninger i den, og at det er svært at viske ud i bogen.

Lærernes svar understøtter elevernes opfattelse af de oplevede pædagogiske effekter. Lærernes svar kan ses i bilag 4.¹² En enkelt lærer påpeger at der er for meget tekst i *Matematrix*, det er en udfordring for de fagligt usikre elever, og samme lærer vurderer også at opgaverne hurtigt bliver for svære for de fagligt usikre elever. Samme lærer påpeger at træningsopgaverne i *Format* springer for hurtigt fra emne til emne.

Når vi sammenholder spørgeskemaer, observationer og casemateriale, fremgår det at de to lærere der har erfaring med begge læremidler, er mere tro mod det intenderede undervisningsmønster i *Matematrix* end i *Format*.

Lærerne markerer at de i høj grad til nogen grad underviser eleverne i hvordan *Matematrix* er bygget op ud fra timeglasmodellen, og hvad farvekoderne på siderne betyder. Til gengæld benytter den ene lærer sjældent værkstederne i *Format* som det er intenderet i lærervejledningen (dvs. ud fra evalueringen vælges relevante værksteder for den enkelte og relevant niveau for den enkelte). Den anden lærer markerer at hun næsten altid benytter værkstederne som det er intenderet, men et kvalitativt casestu-

12 Bilag 4 kan findes på hjemmesiden <http://www.laeremiddel.dk/tegnpaalaering/>.

die om brøker der fungerer som et korrektiv, viser noget andet.¹³ Her må eleverne selv vælge værksteder og niveau, bortset fra et obligatorisk Skal-værksted som lærerne har udpeget. Lærerne har altså ikke foretaget systematisk forudgående evaluering ved valg af Skal-værksted for de enkelte elever. Værkstedsarbejdet anvendes således snarere i et variationsperspektiv.

Læreren fra skole C udtaler (under forberedelsen af et forløb om brøker i *Format*) om forskellene på de to læremidler:

“Bogen [Format] er meget anderledes opbygget end den bog de er vant til at bruge [Matematrix]. Siderne kan derfor virke forvirrende, pladsen er fuldt udnyttet, opgaveformuleringer er korte og ofte i bydeform. Der er få træningsopgaver, så der skal formodentlig produceres ekstraark.”

“I Matematrix er der mange opgaver, det er sådan lidt de samme opgaver, kan man sige, bare med nye tal. Her [i Format] kan jeg mærke når vi har lavet denne her, så har de faktisk lidt brug for at vide hvordan skal de lave denne her! De kan ikke selv gennemskue hvad der skal ske.”

“Jeg har haft indtryk af at de godt kunne lide det her [Format]. Jeg tror at det måske virker som knap så massiv en mængde når de slår op på sådan en side som der nogle gange er når de slår op på en side i Matematrix, der er bare masser af regnestykker. Det kan de bedre overskue, der er knap så mange opgaver.”

I casen om sandsynlighedsregning i 5. klasse¹⁴ med udgangspunkt i *Format* med lærer L. kan man få et indtryk af hvordan læreren omdefinerer undervisningsmønsteret så det i højere grad ligner *Matematrix*' undervisningsmønster. Først er der en omfattende Plenum med forforståelse, dernæst Lærerformidling med fokus på de centrale faglige begreber, så specifikt udvalgte Opgaver/Aktiviteter i grupper. Endelig løber tiden fra dem, så de når ikke den planlagte Forståelseskontrol/evaluering.

Forskellige tilgange til differentiering og progression

Det er tydeligt at vi har med to meget forskellige didaktiske designs at gøre.

Matematrix organiserer sig efter timeglasmodellen (Gregersen et al., 2008, s. 14-15), det giver anledning til en struktureret og lineær progression. Format er derimod organiseret ud fra en mere løs rumlig forgrening med en indbygget løbende evaluering. Format er overvejende aktivitetsbaseret ud fra elevernes perceptuelle præferencer.

¹³ Case om brøker kan findes på hjemmesiden <http://www.laeremiddel.dk/tegnpaalaering/>.

¹⁴ Case om sandsynlighed kan findes på hjemmesiden <http://www.laeremiddel.dk/tegnpaalaering/>.

De to læremidler har i overensstemmelse hermed to meget forskellige tilgange til differentiering. *Format* organiserer differentiering som variation, oftest som nævnt ved fokus på elevernes perceptuelle præferencer. Den løbende evaluering spiller også en central rolle ved udpegning af relevant værkstedsarbejde såvel som niveau for den enkelte elev. Brugen af alle seks repræsentationsformer og koblingen mellem repræsentationerne vægtes ligeledes højt. De mere konkrete repræsentationsformer spiller en stor rolle.

“Aktiviteterne i elevbogen er valgt med stor variation for at give eleverne flere forskellige tilgange og dermed bedre muligheder for at forstå og opnå de ønskede faglige mål” (*Anesen & Winther, 2012, s. 14*).

“Evalueringshæftets primære formål er at følge løbende og fremadrettet op på elevens individuelle læringsforløb ved at bestemme elevens faglige niveau og give anvisninger til hvad eleven skal arbejde med i det efterfølgende værkstedsforløb. Alle værkstedsaktiviteterne er på den baggrund opdelt i to til tre niveauer.” (*Anesen & Winther, 2012, s. 9*).

Matematrix, derimod, differentierer i form af omfang og sværhedsgrad i den nederste del af timeglasset. Den øverste del af timeglasset er fælles, dog har læreren mulighed for at tilpasse den faglige præsentation til elevernes forudsætninger og interesser ud fra den introducerende dialog. Differentieringen viser sig også som brug af forskellige repræsentationsformer hvor læremidlet har en tendens til at prioritere repræsentationsformer med høj abstraktionsgrad.

“Det er ikke meningen at nogen elever skal regne samtlige øvelser/opgaver. De sidste opgaver i hvert kapitel har fx øget sværhedsgrad. De henvender sig primært til de fagligt stærke elever.” (*Gregersen et al., 2008c, s. 19*).

Progressionen i *Matematrix* er gennemtænkt som en stram lineær progression der er konsistent og følger timeglasstrukturen, både på den måde de sproglige udtryksformer kobles til forskellige faser i timeglasset og ved kobling til elevernes kompetenceudvikling i systematisk brug af instruktive verber.

Progressionen i *Format* ses snarere som en udfoldning eller en forgrening. Der er fokus på variation. Måden at abstrahere på er næsten altid konkretiseret med de kropslige og billedlige repræsentationer. De sproglige udtryksformer og de instruktive verber varieres, men ikke som lineær progression fra konkret og tilgængelig til abstrakt og vanskelig.

De meget forskellige didaktiske designs kommer kun i begrænset grad til udtryk i svarene fra elever og lærere. Ud fra observationer og cases kan det til dels forklares ved at lærerne kan finde på at redidaktisere *Format* ud fra mere velkendte undervis-

ningsmønstre. En tendens er dog at eleverne opfatter *Matematrix* som lidt sværere end *Format*.

Lærerne er tilsyneladende mere tro mod *Matematrix*'s intenderede undervisningsmønstre end de er mod *Formats*, og det kan indikere at *Matematrix*'s stramme struktur bedre understøtter lærernes faglige overblik end *Formats* lidt løsere struktur giver anledning til.

Konklusion – mellem design og brug

Forholdet mellem lærernes aktuelle brug af de to læremidler og den intenderede brug i læremidlerne åbner for nye perspektiver på læremidlers funktion i undervisningen.

På den ene side synes *Matematrix* at modsvare lærernes forestilling om en solid, didaktisk begrundet matematikfaglighed med en vægtning af abstrakte symbolske og sproglige repræsentationsformer og en tydelig lineær progression der har samme sikre gennemløb som sand der løber gennem et timeglas. Denne overensstemmelse mellem intention og gældende praksis viser sig ved at lærerne følger læremidlets intentionelle mønstre.

På den anden side bryder *Format* efter alt at dømmes med lærernes praksis. Resultatet er ikke en bevidst redidaktisering der beror på en didaktisk analyse af læremidler og en begrundet reorganisering og supplerung af læremidlet. Derimod peger empirien på at der sker en ubevidst retraditionalisering i praksis idet der sker en pragmatisk tilpasning, så læremidlerne bringes i overensstemmelse med de didaktiske rutiner i klassen.

Inden for matematik er der, i relation til TIMSS (Givvin et al., 2005; UCLA, 2014), en tradition for at analysere scripts (aktivitetsstrukturer) og undervisningsmønstre i matematik. I lyset af empirien kunne det være interessant at udbrede perspektivet og foretage en mere omfattende undersøgelse af forholdet mellem intenderende og aktualiserede undervisningsmønstre. TIMSS udmærker sig ved antallet af videobaserede analyser af undervisningsmønstre.

Desværre begrænser spørgsmålet til læremidler sig ofte til om undervisningen er læreogsstyret eller ej, eller til mindre kvalitative studier af specialiserede it-værktøjer. Alternativet er analyse og kategorisering af de mest udbredte læremidler og deres indbyggede didaktiske designs. Analysen af *Matematrix* og *Format* peger således på at der kan være betydelige forskelle i didaktiske designs og de måder de bliver realiseret på.

Kombinationen af designanalyser (intenderede effekter), spørgeskemaundersøgelser og interviews (oplevede effekter) og casestudier (observerede effekter) tegner således et billede af at den aktualiserede brug reducerer forskelle i de didaktiske designs. Både den semiotiske analyse af metaforer, progressionsverber og repræsentati-

onsformer, og den procesorienterede analyse af undervisningsmønstre (*Matematrix'* formidlingsorienterede PLOF-struktur over for *Formats* værkstedsorienterede PAFVF-struktur) fremdrager væsentlige forskelle.

Til trods herfor er der samlet set ikke stor forskel på elevernes oplevelse af de to læremidler. Eleverne er generelt positive over for begge læremidler. De analyserede forskelle viser sig først og fremmest i lærernes brug (herunder retraditionaliseringen af *Format*) og i elevernes oplevelse af læremidlernes sværhedsgrad. Den semiotiske analyse kan til dels forklare forskelle i elevernes oplevelse af pædagogisk effekt. Til gengæld er det undersøgelsen af lærernes forskellige brugsmønstre der bedst kan forklare hvorfor og hvordan den aktuelle brug reducerer de designmæssige forskelle. Lærernes retraditionalisering af *Format* udligner således forskelle i de oplevede pædagogiske effekter. For en ordens skyld: Det er ikke elevernes læringsudbytte vi har undersøgt, det er deres oplevelse af at blive undervist og at arbejde med de respektive systemer.

Denne pointe kan tydeliggøres med den komparative analyse af designs der peger på at læremidlerne tilbyder kompleksitetsreduktion for eleverne og lærerne på forskellige måder. *Matematrix* gør det overvejende i sin systematiske måde at organisere progression på: det tydelige fokus på matematisk kernestof og i antallet og forskelligheden af øvelser, opgaver og undersøgelser så læreren ikke skal finde supplerende materiale. Lærerenes opgave er at udvælge et passende antal og udfordringsmæssige relevante øvelser, opgaver og undersøgelser sammen med den enkelte elev.

Format tilbyder til sammenligning variation i aktiviteterne og støtte til at koble mellem aktiviteterne i kursusdelen, den løbende evaluering og forslag til udvælgelse af værksteder og niveau for den enkelte elev.

I det omfang lærerne ikke benytter sig af den kompleksitetsreduktion som lærervejledningen til *Format* tilbyder, kommer reduktionen til at ske i praksis i forbindelse med den ovenfor beskrevne retraditionalisering. Det betyder at den progression og differentiering der finder sted i praksis, i høj grad bliver et resultat af ad hoc-valg i situationen hvilket ikke er specielt befordrende for dybde og kontinuitet i undervisningen.

Det bekræfter desuden en mere generel metodisk pointe: For at kunne forstå et læremiddels virkning kalder det på en kombineret analyse af design og intention på den ene side og på den anden side en analyse af lærerens aktualiserede brug af læremidlet.

Referencer

- Alinea, Format 0.-9. klasse. (2014). Lokaliseret oktober 2014 på: <http://www.alinea.dk/butik.aspx?c=Catalog&category=4276>.
- Alinea, Matematik, 0.-9. klasse. (2014). Lokaliseret oktober 2014 på: <http://www.alinea.dk/butik.aspx?c=Catalog&category=4832>.
- Anesen, L. & Winther, N. (2011a). *Format 6: Elevbog*. Alinea.
- Anesen, L. & Winther, N. (2011b). *Format 6: Evalueringshæfte*. Alinea.
- Anesen, L. & Winther, N. (2012). *Format 6: Lærervejledning*. Alinea.
- Anesen, L. & Winther, N. (2013). *Format 6: Værkstedsmappe*. Alinea.
- Biggs J.B. & Collis K.F. (1982). *Evaluating the Quality of Learning: The SOLO taxonomy, Structure of the Observed Learning Outcome*. Academic Press.
- Biggs, J.B. (2014). *SOLO TAXONOMY* (2014). Lokaliseret oktober 2014 på: <http://www.johnbiggs.com.au/academic/solo-taxonomy/>.
- Bloom, B.S. (1956). *Taxonomy of Educational Objectives*. New York: McKay.
- Brodersen, P. & Hansen, T.I. (2014). Tegn på læring: Teoribaseret evaluering som metode til forskning i læremidler og undervisning. *Læremiddel.dk, 2014(7)*.
- Brodersen, P. & Hjelmberg, M. (2014, 20. marts). Motivation. Vi ved for lidt om de usikre elever. *Politiken, sek. Kultur, s. 10*. Lokaliseret 30. marts 2015 på https://www.ucviden.dk/portal/files/25192039/Brodersen_og_Hjelmberg_Motivation_Pol._20.13.14_.pdf
- Bruner, J.S. (1966). On cognitive growth I & II. I: J.S. Bruner, R.R. Olver, P.M. Bundsgaard, J. & Hansen, T.I.(2010). Processer i undervisningen – Om brugerdriven innovation af digitale procesværktøjer. *Læremiddeldidaktik 2010(4)*, s. 18-27.
- Greenfield (red.), *Studies in cognitive growth: A collaboration at the Center for Cognitive Studies* (s. 1-67). New York: Wiley.
- Givvin, K.B., Hiebert, J., Jacobs, J.K., Hollingsworth, H. & Gallimore, R. (2005). Are There National Patterns of Teaching? Evidence from the TIMSS 1999 Video Study. *Comparative Education Review, 49(3)*, s. 311-342.
- Gregersen, P., Jensen, T.H., Petersen, L.K. & Thorbjørnsen, H. (2008a). *Matematik 6. kl.: Grundbog*. Alinea.
- Gregersen, P., Jensen, T.H., Petersen, L.K. & Thorbjørnsen, H. (2008b). *Matematik 6. kl.: Arbejdsbog*. Alinea.
- Gregersen, P., Jensen, T.H., Thorbjørnsen H. & Petersen, L.K. (2008c). *Matematik 6. kl.: Lærermappe*. Alinea.
- Hansen, T.I. (2012). Udtryk og Medier. I: Graf, S.T., J.J. Hansen & T.I. Hansen. (red.), *Læremidler i didaktikken: Didaktikken i læremidler* (1. udgave, s. 165-198). Århus: Klim.
- Hansen, T.I. (2014): *Læremiddelanalyse. I: N. Mølgaard & B.B. Carlsen (red.), Lærerprofiler i dansk – nye mål og kompetencer 1*. Samfundslitteratur.
- Læremiddel.dk. Tegn på læring (2014). Lokaliseret oktober 2014 på: <http://www.laeremiddel.dk/tegnpaalaering/>.

Mulvad, R. (2009). *Sprog i skole. Læseudviklende undervisning i alle fag. Funktionel lingvistik*. Alinea.

UCLA and the Carnegie Foundation for the Advancement of Teaching (2014). *The TIMSS video study*. Lokaliseret november 2014 på: <http://www.timssvideo.com/timss-video-study>.

English abstract

The article presents a comparative design analysis of two teaching resources: the mathematics systems Matematrix, and Format, which will be contrasted through an empirical study of their importance for differentiated teaching. The design analysis is built on a semiotic analysis of the two resources represented and the cognitive metaphors in play in order to structure content and activities. The hourglass metaphor is central in Matematrix, while the workshop metaphor is central in Format. The empirical study is built on the teacher and pupils' scores from parameters that are set by the design analysis. The aim is to indicate distinct trends and from these provide a contrasting picture of two very different systems with different effects.