

# Forståelse af matematiklærernes praksis

– et socialt blik



Camilla Hellsten Østergaard,  
Institut for skole og læring,  
Metropol



Dorte Moeskær Larsen,  
Læreruddannelsen, University  
College Lillebælt

**Abstract:** I denne artikel foretager vi et skift fra den traditionelle beliefssteori til anvendelsen af patterns of participation. Først beskrives lærerviden og patterns of participation, derefter beskrives og analyseres data omhandlende to lærere, Susanne og Astrid, som vi har fulgt gennem en længere periode. Den overordnede intention er at vise potentialerne ved at anvende patterns of participation som forskningstilgang og at vise at man herved kan komme til en bedre forståelse af matematiklærernes praksis.

Det er en generel opfattelse, både i matematikdidaktisk forskning og blandt politisk-administrative beslutningstagere, at læreren er den vigtigste enkeltfaktor for kvaliteten af matematikundervisningen og for elevernes læring (OECD, 2005; Sowder, 2007). Hvis vi skal forbedre elevernes læring, skal vi derfor ikke alene sætte fokus på eleverne, men i lige så høj grad på læreren og lærerens udvikling af matematiklærerviden.

Forskning omhandlende lærere er ofte analyserende omkring hvad der er god og mindre god matematikundervisning, men forskningen kommer sjældent til en direkte forståelse af hvorfor lærere agerer som de gør i undervisningen. I denne artikel vil vi undersøge og vise hvordan man kan komme til en bedre forståelse af matematiklærernes praksis.

I artiklen analyserer vi den praksis der udvikler sig i to forskellige matematikklasseværelser på to forskellige folkeskoler i Danmark. De to lærere er Susanne der arbejder på Vestervangskolen, og Astrid der arbejder på Rosenengsskolen. I artiklen viser vi at man ved at anlægge et deltagelsesperspektiv på undervisning og ved brug af et nyt begreb kaldet patterns of participation (Skott et al., 2011) kommer til en bedre forståelse af hvorfor lærere handler som de gør i matematikundervisningen. I artiklen viser vi at de forskellige praksisser som lærerne deltager i, ikke nødvendigvis danner et ligeværdigt mønster, men at nogle praksisser dominerer, mens andre træder i baggrunden. I casen Susanne på Vestervangskolen er den traditionsbundne

praksis dominerende, mens andre og mere reformorienterede praksisser er mindre synlige – hvorved matematikken præsenteres som en færdig pakke. I casen Astrid på Rosenengsskolen danner flere forskellige praksisser et mere ligeligt mønster – og vi ser hvordan Astrid har udfoldet matematikken således at eleverne i deres arbejde kan finde vej til en mere holdbar metode, men samtidig ser vi også at de matematiske argumenter træder i baggrunden for praktiske fif.

## Metode

I undersøgelsen har der været brug for en forskningstilgang som ser matematiklærerviden i relation til de praksisser som udvikler sig i matematikklasserummet, i sociale sammenhænge og i lærernes fortællinger om sig selv. Til dette formål har vi gjort brug af en kvalitativ metode inspireret af konstruktivistisk grounded theory (Charmaz, 2006). Vi har taget udgangspunkt i Charmaz' (2006) fleksible guidelines og forskellige kodningsstrategier for at kunne teoretisere over klasserumsprocesserne.

Hovedfokus i dataindsamlingen er på læreren og klasserumskompleksiteten. Vi udvalgte lærere der udviste stort engagement i den nuværende reformdiskurs og høj matematisk og pædagogisk selvtillid. Kriterierne har skullet sikre at forskningsdeltagere repræsenterer kritiske cases (Flyvbjerg, 2006) som giver mulighed for at forstå og fortolke matematiklærervidensaspekter.

Data omhandlende Susanne består af 12 observerede lektioner hvoraf seks lektioner er gennemført mens Susanne var lærerstuderende, mens de resterende seks lektioner er gennemført fire måneder efter at Susanne afsluttede sin meritlæreruddannelse. Derudover består dataene af tre semistrukturerede interviews (Kvale, 1997) som er indsamlet før og efter observationerne. Data omhandlende Astrid består af fire observerede lektioner og to totimers semistrukturerede videoklipinterviews (Speer, 2005). Som supplerende data har vi observationsnoter fra Astrids tid som praktiklærer og gruppeinterviews med tre af hendes tidligere praktikstuderende – omhandlende de studerendes praktikerfaringer. De supplerende data bruges som et perspektiv på Astrids fortælling om sig selv.

Klasserumsobservationer og interviews er lyd- og videooptaget. Alle optagelserne er transskriberet hvorefter lyd, film og transskription er forbundet ved brug af kodningsprogrammet Transana<sup>1</sup>. I kodningen af data har vi derved haft mulighed for at tage udgangspunkt i både transskription og billedmediet.

---

1 <http://www.transana.org/>

## Fra belief til patterns of participation

To af tidens store forskningsområder inden for matematikdidaktik er undersøgelse af hvilken viden matematiklærere har behov for i deres undervisning (Ball et al., 2008; Ma, 1999), og af hvilken relation der er imellem lærernes praksis i klasseværelset og lærernes *belief*<sup>2</sup> om undervisning og læring i matematik (Leder et al., 2002; Rösken et al., 2011). Forskning om lærernes viden og deres belief bliver generelt fortolket ud fra en tilegnelsesmetafor. Viden og belief betragtes her som stabile enheder der bor i individet. Tilegnelsesperspektivet er generelt i modstrid med andre aktuelle forsøg på at fortolke menneskelige vilkår ud fra deltagelsesmetaforen hvor erkendelsen er en del af og uadskillelig fra det at tage del i sociale praksisser. I matematikkens didaktik er den opfattelse at læring er et aspekt af at deltage i sociale fællesskaber, især blomstret frem over de sidste to årtier og er en del af den udvikling som Lerman (2000) kalder *the social turn*.

I denne artikel vil vi ikke som Leder (2002) og Schoenfeld (1998) se beliefs som relativt stabile mentale konstruktioner der er subjektivt sande og resultatet af erfaringer over længere perioder, eller som forklaringsprincip på lærernes valg i undervisningen. Vi vil derimod forsøge at anvende deltagelsesperspektivet og bruge patterns of participation-rammen til at forstå hvordan læreren bidrager til den praksis der opstår i matematikklasseværelset (Skott et al., 2011; Larsen et al., 2013).

### Matematiklærerviden

Matematikundervisning kræver ikke blot pædagogisk viden og matematisk viden, men en helt speciel form for matematisk viden. Det er det som Michigangruppen kalder “specialized content knowledge”, idet de på baggrund af Shulmans (1986) almen-didaktiske lærervidenskategorier har undersøgt hvilken matematisk viden der er nødvendig til undervisningsbrug (Ball et al., 2008). Specialized content knowledge er den matematiske viden og de matematiske færdigheder som er unikke i undervisnings-sammenhæng, og som ikke er brugbare i andre sammenhænge end undervisning. Her er evnen til at pakke viden *ud* centralt. Som Ball et al. (2008, s. 400) udtrykker det: “Teachers, however, must hold unpacked mathematical knowledge because teaching involves making features of particular content visible to and learnable by students”. Ideen er at mens eleverne skal arbejde undersøgende og udvikle egne algoritmer og i processen effektivisere og forfine deres metoder – altså at *pakke* viden – består matematiklærerens arbejde af en modsatrettet proces – at *udpakke* viden. Læreren kender her til det produkt som eleverne skal finde frem til, men skal folde det ud i dets enkeltdele, således at karakteristiske egenskaber ved et givent indhold gøres synlige og mulige for eleven at lære sig. Det er Michigangruppens samlede pointe at det er

2 Der er ikke nogen god dansk oversættelse af belief, så vi anvender den engelske term.

matematikkvalifikationer der bruges til at udpakke viden og ikke pædagogiske eller psykologiske kvalifikationer.

Spørgsmålet er om det er den mest præcise måde at tale om udpakning på når vi siger at lærerne skal "besidde" viden? Michigangruppens beskrivelse af lærervidenskategorier og lærerbehov er beskrevet i tilegnelsestermer: Læreren "must hold unpacked mathematical knowledge" (Ball, 2008, s. 400). Beskrivelsen lægger sig op ad den radikale konstruktivisme hvor viden og læring ses som individuelle anliggender, og hvor læring er en måde at skabe individuelt ejerskab til viden og derved gøre viden til ens egen (Glaserfeld, 1995). Derved har de ikke det komplementære deltagelsesperspektiv hvor læring i lige så høj grad er en del af og uadskillelig fra det at tage del i sociale praksisser (Wenger, 1998).

Der er brug for betydelige ændringer hvis vi skal forstå læreres lærerviden (Sowder, 2007). Disse ændringer består blandt andet i at det ikke er tilstrækkeligt at se matematiklærerviden som et rent individuelt anliggende hvor læreren har et personligt ejerskab til viden. Det er derimod nødvendigt at se matematiklærerviden fra et deltagelsesperspektiv. Inspireret af Cobb og Yackel (1996) skal lærerviden ikke blot beskrives i individuelle termer, men også i sociale termer. At lære lærerviden betyder fra et deltagelsesperspektiv at blive i stand til i stadig større omfang at individualisere handlemønstre og sociale og faglige fællesskaber hvor processen er at man lærer af stadig mere avancerede måder at deltage i praksisser på. Fra en deltagessynsvinkel er viden ikke i hovedet på folk, viden er derimod i de praksisser der udvikles i sociale fællesskaber (Wenger, 1998). En pointe er at matematiklærerviden er forskellig alt efter om læreren underviser i en 3. klasse eller en 7. klasse, holder forældremøde, debatterer på et fagmøde eller deltager i efteruddannelse. Det betyder at man ikke kan tale om matematiklærerviden i ren forstand, men om matematisk lærerviden i relation til en given sammenhæng. Derved ses matematiklærerviden både som situeret og tæt knyttet til deltagelse i forskellige praksisser. Ligesom lærerviden ikke er et rent individuelt anliggende, er det heller ikke et rent socialt anliggende. Perspektiverne er begge givtige og vigtige hver for sig, de komplementerer hinanden og kan bruges til at forstå forskellige sider af det der foregår i matematikklasserum (Cobb & Yackel, 1996). Cobb og Yackel har brugt de to læringsperspektiver til forståelse af elevers læring i matematikklasserum, men det er for dem ikke utænkeligt at de samme termer kan bruges til at analysere lærerens ageren i samme matematikklasserum: "... there is some indication that the framework can also be adapted to guide analyses of teachers' socially situated activity" (Cobb & Yackel, 1996, s. 176). I den forbindelse er det vigtigt at gøre det klart at perspektiverne er reflektivt relaterede og gensidigt bestemmer hinanden, således at ingen af dem eksisterer uafhængigt af den anden. En måde at angribe det sociale perspektiv er ved anvendelsen af patterns of participation.

## Patterns of participation

Patterns of participation-forskning (PoP) er inspireret af social praksisteori (Holland et al., 1998; Holland & Lave, 2009; Wenger, 1998) og udviklet fra tidligere studier der havde fokus på beliefsforskningens udfordringer (Skott, 2001, 2009), til at udvikle dynamiske fortolkninger af lærerens rolle i klasserummet. Argumentet er at en lærer deltager i flere samtidige praksisser i klasseværelset som kan danne forskellige mønstre og samspil. Lærerne trækker så på en række tidligere og nuværende praksisser hvoraf nogle vedrører matematik, undervisning og læring, mens andre ikke gør. I sådanne samspil fortolker læreren de handlinger og faktiske og planlagte reaktioner fra andre symbolsk og justerer egen adfærd i overensstemmelse hermed. Det er klart at dette ikke nødvendigvis er ensbetydende med at undervisningen bliver som læreren udtrykker det mundtligt. Snarere kan det indebære at læreren undervejs genindfører perspektiver fra fx andre personer (fx læreruddannere), en gruppe af mennesker (fx et team af samarbejdende lærere) eller hvad Holland og hendes kolleger (1998) kalder *figured worlds* (dvs. en forestillet hvis nu-verden, fx en reformdiskurs om matematikundervisningen).

PoP's anvendelse af praksisser kan på flere måder sidestilles med Wengers (1998) definition af et praksisfællesskab hvor en praksis karakteriseres som bestående af gensidigt engagement, fælles virksomhed og fælles repertoire. Når en lærer arbejder med et team af kolleger for at udvikle matematikundervisning eller finde måder at tackle mere uddannelsesmæssige problemer på, kan hun siges at deltage i et praksisfællesskab i Wengers forstand. Men praksisbegrebet skal i PoP strækkes så det også redegør for forholdet mellem en individuel lærer og fx reformdiskursen i matematikundervisningen.

Intentionen med PoP er her at bruge begrebet som et teoretisk redskab til udredning af de mange praksisser som læreren deltager i ved interaktion i klasseværelset. Dette gøres ud fra grundige undersøgelser af lærerens baggrund og deltagelse i forskellige praksisser. Flere af disse praksisser er direkte observerbare, herunder klasserumspraksissen. Men det er ikke alle praksisser som er observerbare, fx er der ikke direkte adgang til lærernes tidligere deltagelse i eksempelvis læreruddannelsen eller lærererfaringer fra tidligere jobs. De ikke observerbare praksisser opstår i lærernes narrative fortællinger om dem selv og gennem interviews.

## To cases

I det følgende præsenteres to lærere: Susanne og Astrid. De beskrives ud fra flere af de praksisser som de agerer i hvorefter et lille udsnit af deres matematikundervisning præsenteres. Med udgangspunkt i lærernes deltagelse i de forskellige praksisser analyseres deres ageren i klasserummet i forhold til hvordan de udpakker matematisk viden.

## Case Susanne

Susanne er 36 år da vi i 2008 møder hende for første gang. Hun er i gang med sit sidste år som meritlærerstuderende med matematik som linjefag. Susanne har fået merit for idræt da hun tidligere har læst idræt på universitetet. Både før, under og efter sin meritlæreruddannelse er Susanne ansat på en større folkeskole, Vestervangskolen, i hovedstadsområdet. Vestervangskolen er den direkte årsag til at Susanne valgte at blive lærer: "... det her det er den bedste arbejdsplads jeg har været på, så måtte jeg jo tage konsekvensen af det, og så startede jeg på meritlæreruddannelsen året efter."

## Susanne på Vestervangskolen

Susanne benytter i interviewene sin uddannelse og sine professionelle erfaringer til at positionere sig selv i forhold til flere adskilte praksisser. Vi vælger her at fokusere på to praksisser: *seminariesnak* og *traditionsbunden*.

## Seminariesnak

Susanne refererer til læreruddannelsens indhold som *seminariesnak*. Hun fortæller at *seminariesnak* handler om at se på elevers undersøgelser og på brugen af manipulativer/konkrete materialer i matematikundervisningen. Ligeledes skal elever arbejde individuelt og bruge uformelle metoder inden de bliver introduceret til den mere formelle matematik. Susanne er uenig i disse reformorienterede aspekter, og hun forbinder *seminariesnak* med hvad hun i forskellige interviews beskriver som en pædagogik omhandlende: "Nu skal vi klippe-klistre, og I må gerne tulle lidt rundt og snakke sammen", "... at nu skal de pille og røre rundt ...", "pille-rode-undervisning" og "... noget om klodser og dimser og sådan noget ...". Susanne finder det svært at se de matematiske potentialer via disse tilgange.

Susanne har to indvendinger imod den praksis der promoveres i *seminariesnak*. For det første tager det for lang tid at forberede, og for det andet giver det en meget larmende klasserumsatmosfære – og Susanne har det svært med larm. Susanne fokuserer på at sørge for arbejdsro og forklarer sin modvilje mod at engagere sig i *seminariesnak* som:

"... jeg bryder mig ikke om at undervise hvis der er meget sådan uro og virak og tumlen rundt. Så bliver jeg selv træt i hovedet, så derfor bliver der ikke så meget af det."

For det andet vender Susanne gentagne gange tilbage til temaet om reformen og specielt det der omhandler elevers forståelse og forholdet imellem deres forståelse

og deres procedurekompetencer. Ved vores første besøg på skolen var den del af *seminariesnak* som Susanne fandt mest vigtig, følgende:

“Altså jeg bruger noget af det med at det er vigtigt at de skal forstå matematikken. Altså den læresætning at de skal forstå matematikken og ikke kun kunne regneregler.”

Et år efter Susannes eksamen holder hun stadig fast i at *seminariesnak* og Fælles Mål fokuserer på at bygge procedurematematik på forståelsen:

“... at man forstår hvordan det hænger sammen, og hvor det kommer fra, og hvorfor man nu har den regneregul end at man bare kan de der algoritmer som man selv lærte – så skal den stå nederst, og så skal den stå øverst og så slut prut.”

Susanne udtaler således at hun bruger ganske lidt af hvad hun lærte i sin læreruddannelse. Derimod har hun fået et matematisk overblik og kan matematik på et “lige lidt højere plan” end der kræves på grundskoleniveau.

## Traditionsbunden

Susanne beskriver sin matematikundervisning som traditionel:

“Jeg starter med at tegne og fortælle og forklare, og nu skal I høre hvad I skal lave – de her sider, og så har de sat sig ned og arbejdet i en halv time, og det man ikke når, det får man for hjemme. Jeg har også kørt rimelig traditionsbunden undervisning.”

Susannes undervisning er organiseret på samme måde som da hun selv gik i skole. Hun siger i et interview et år efter at hun bestod sin lærereksamen:

“... jeg kan selv rigtig godt lide det. Det er selvfølgelig også sådan at det er ... det man giver videre, ik'? Jeg elsker foredrag og sådan noget hvor man bare skal sidde og sige, “GUD JA, det er da også rigtigt.”

Susanne er eksplicit omkring at hun bygger sin undervisning på disse tidlige uddannelsesmæssige erfaringer. Hendes undervisning er implicit understøttet af dele af den undervisning hun har modtaget i læreruddannelsen, men på en måde som står i modsætning til læreruddannelsens intentioner. Susanne påstår at en stor del af indholdet og arbejdsmåderne i læreruddannelsen er sammenlignelig med hendes matematikundervisning i gymnasiet:

“Jeg synes der er utrolig meget gymnasie matematik på seminariet. Der kommer selvfølgelig en gang imellem sådan en – “Det kan I jo se, så kan I jo bruge det her i undervisningen”, men der er utrolig meget, at så skal I kunne det bevis og det bevis og det bevis, og så laver vi 30 opgaver med det bagefter. Det var fuldstændig som det var da jeg gik i gymnasiet. Helt samme matematik.”

Susanne er glad for denne tilgang til læreruddannelsen, og hendes kritik er ikke henvendt på måden at arbejde med matematik på. I stedet foreslår hun, både mens hun studerer og igen efter et år som færdiguddannet lærer, at lærerstuderende ikke skal bruge deres tid på at studere selve matematikken, men i stedet har hun et ønske om, “at man blev pumpet med fede ideer til undervisningen.”

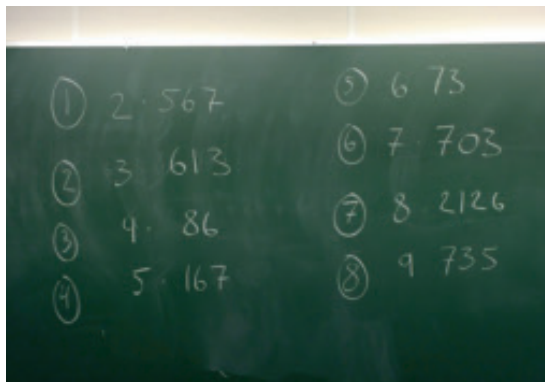
Når Susanne på det kraftigste argumenterer for fordelene i den traditionelle undervisningstilgang, er hun ikke blind for mulige svagheder. Specielt er der et dilemma mellem på den ene side at give grundige forklaringer og på den anden side at gøre dem korte. Susanne fortæller at korte forklaringer er vigtige fordi der er en del elever: “..., som ikke får noget ud af det, som står af og går på uendelig når man nu står deroppe. De hører bare hun siger bla bla bla”. Det er svært for Susanne at finde på andre måder at organisere sin undervisning end den traditionelle, idet: “... Ja, for det første så er jeg selv flasket op sådan. Altså tavlegennemgang...”. Susanne kender til reform-diskursen fra sin læreruddannelse, fra Fælles Mål og fra lærebøger, men hun anser den ikke som et passende alternativ.

## Susanne underviser i multiplikation

Susanne præsenterer i starten af lektionen klasseundervisningsepisoden eleverne for en procedure til udregning af flercifrede multiplikationsstykker. Susanne prøver tilsyneladende at støtte elevernes forståelse af algoritmens funktion ved at nævne positionen af hvert enkelt ciffer, men samtidig er hun ikke konsekvent og får præsenteret eleverne for et positionssystem der ikke kun indeholder 1'ere, 10'ere og 100'ere, men også 2'ere, 5'ere og 20'ere. Flere af eleverne foreslår forskellige resultater, og andre klager over at de ikke forstår. Susanne undersøger ikke om tilkendegivelserne omhandler de forskellige trin i algoritmen, eller om det er fordi Susanne flere gange kommer frem til et forkert resultat. Susanne reagerer ved at gennemgå beregningerne igen, i et skrevet format som er mere transparent med hensyn til forståelse, men hun gør det uden at forbinde de enkelte cifre med positionssystemet. Efterfølgende skriver Susanne otte multiplikationsstykker på tavlen som eleverne skal regne i deres kladdehæfte. Susanne fortæller at de skal bruge fem-ti minutter på at regne multiplikationsstykkerne. De næste 22 minutter sidder eleverne og arbejder individuelt med de forskellige gangestykker.

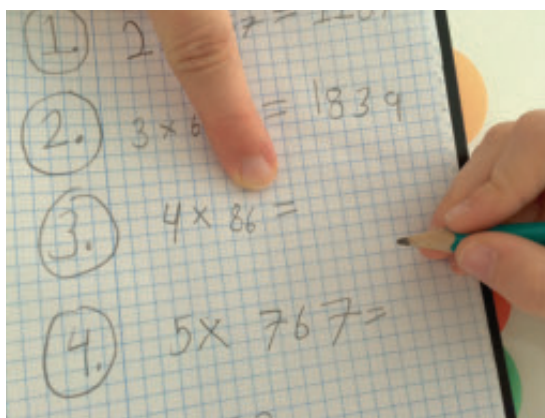


## Susanne hjælper René



Figur 1

((Mens eleverne arbejder, går Susanne rundt og hjælper de elever der indikerer at de har brug for hjælp. Susanne går ned til René. René har allerede løst de to første gangestykker korrekt ved brug af en alternativ metode til den Susanne præsenterede klassen for tidligere.))



Figur 2

Susanne: Prøv at fortælle mig, hvad du gør?

René: (uklart).

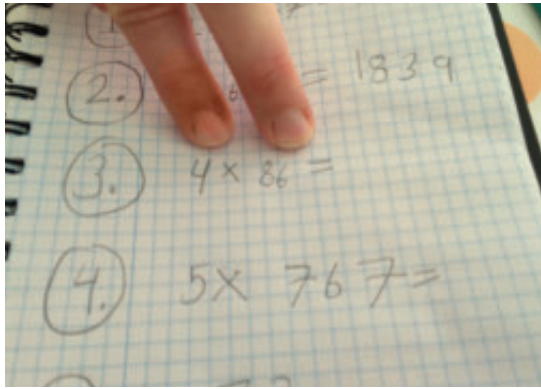
Susanne: Skal vi ikke prøve at regne en hvor du laver det på samme måde som jeg gør oppe på tavlen? Det kunne jeg godt lige tænke mig at se om du kan. ((René visker alle sine facitter ud.))

Susanne: Du siger 4 gange 6 først. ((Susanne er begyndt på stykket 4 gange 86.))

René: Skal jeg ikke vise ud?

Susanne: Nej, det behøver du ikke, bare den næste. ((René skriver sine facitтер igen.))

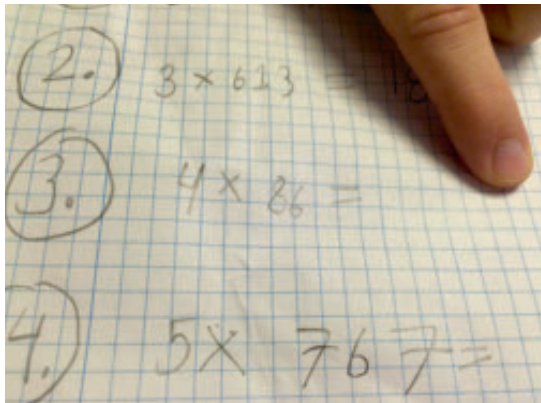
((René skal nu udregne stykket 4 gange 86.)) Så starter vi her. 4 gange 6. Det er?



Figur 3

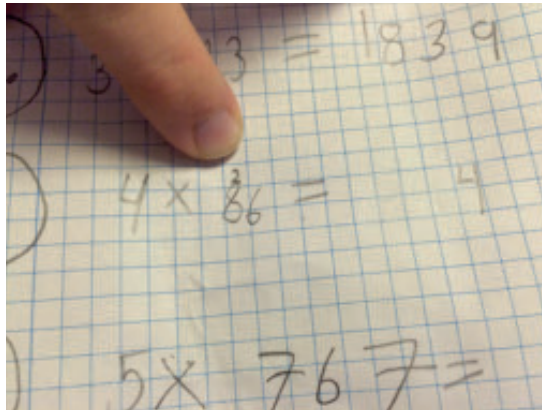
René: 24.

Susanne: Ja, så skriver du 4 sådan herovre måske, du skal have plads til at skrive nogle tal foran. ((Susanne peger nogle centimeter fra lighedstegnet.))



Figur 4

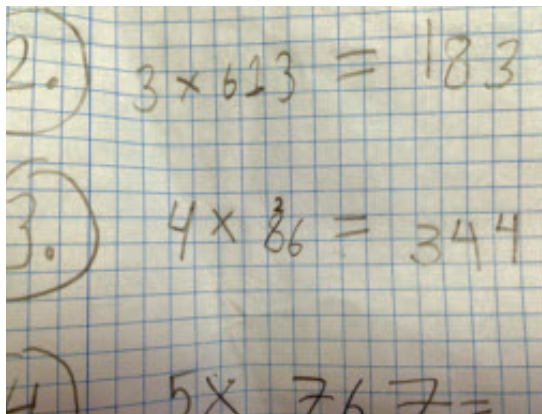
4 og så 2 i mente. ((René skriver tallene forkert.)) Nej, derovre. ((René visker ud og skriver nu 4 og 2 i mente.)) Okay.



Figur 5

Så skal vi have 4 gange 8.

René: 32. (uklart). ((René skriver 34, og der står nu 344.))



Figur 6

Susanne: Den måde du har regnet det ud på, er der ikke noget i vejen med, og du må gøre det som du har lyst til.

René: Jeg gør det bare kortere.

Susanne: Ja, det kræver bare sådan lidt mere at man skal huske nogle tal og sådan noget oppe i hovedet. Men altså, så længe du får det rigtige, så er det sådan set også ligegyldigt hvordan du har regnet det. Jeg ville bare se om du også kunne på min måde, og det kunne du godt.

René har løst de første to opgaver korrekt ved at bruge en alternativ metode som René mener er nemmere fordi den er kortere. Susanne spørger ind til hans metode, men Renés svar bliver ikke brugt yderligere, han visker i stedet sit arbejde ud. Da han går videre til næste opgave, responderer han på Susannes spørgsmål om multiplikation af enkelte encifrede tal, og der opstår en slags Jourdaineffekt (Winsløw, 2006) hvor René blot følger Susannes instruktion om hvordan stykket skal opskrives og hvert tal placeres. René forsøger ikke at forbinde sin tidligere viden til en generel algoritme, og Susanne drager ikke fordel af hans alternative procedure til yderligere udvikling af Renés generelle forståelse af multiplikation. Der er ingen indikationer af at Susanne overvejer udvikling og forfinelse af Renés procedure som en værdifuld matematisk aktivitet i sig selv. *Udpakning* af multiplikation synes ikke at være en central del af Susannes tilgang til undervisningen. I stedet for at udpakke multiplikation, således at René kan arbejde sig hen mod en mere holdbar metode der giver mening for ham, har Susanne præsenteret René og klassen for en færdig pakke i form af en standardalgoritme hvor der er fokus på selve procedurebeherskelsen og ikke på forståelse af selve proceduren – altså en meget traditionel tilgang. René har svært ved at fortolke kravet om at finde et korrekt svar til opgaverne og få en forståelse af procedurerne. Hans besværligheder med dette er indlysende i den ovenstående interaktion med Susanne. Han sletter korrekte svar da Susanne ankommer fordi han forventer at hun kun accepterer standardprocedure.

Fra Susannes syn prøver hun at skabe mening i Renés forslag. Hun sender et blandet signal der på den ene side siger at elever har lov til at udvikle deres egne måder at multiplicere på, men kun hvis de får det rette svar, og på den anden side så har alle brug for en standardalgoritme. Ved at sende dette signal fortsætter Susanne med at deltage i *seminariesnak* – såvel som traditionelle undervisningspraksisser. Susannes respons til René kan måske læses som hendes skiftende engagement i disse to adskilte praksisser under hendes meget korte interaktion med René.

På alle tidspunkter navigerer Susanne i relation til flere tidligere og nuværende praksisser. De skolematematiske traditioner og *seminariesnak* eksisterer side om side. Ingen af dem har inspireret Susanne tilstrækkeligt til at hun mener at undersøgende aktiviteter i matematik har værdi i sig selv. Et af de specielle karakteristika i Susanne på Vestervang-casen er at de forskellige praksisser hvori hun deltager, ikke smelter sammen til noget sammenhængende. Traditionen er en næsten statisk struktur, og andre praksisser fungerer primært ved at foreslå forskellige måder at håndtere anliggender som ligger i udkanten af den almindelige klasserumspraksis. De tillader Susanne at deltage i en traditionel praksis ved eks. at indsætte elementer af reformdiskursen omkring forståelse i isolerede instruktionsenheder, men undervisningen ender stadig med at være en indføring i en algoritme.

## Case Astrid

Astrid er 45 år og har undervist som lærer i 18 år da vi møder hende første gang. Hun tog sin læreruddannelse ved en studieordning som indeholdt undervisning i alle grundskolens fag samt pædagogiske fag, hendes linjefag var musik og idræt. Efter ni års undervisning på forskellige skoler fik hun en stilling på Rosenengsskolen hvor hun for første gang kom til at undervise i matematik. På netop dette tidspunkt blev alle matematiklærerne på Rosenengsskolen involveret i et efteruddannelsesforløb som omfattede undervisning og individuel faglig-didaktisk supervision hvor der blev taget udgangspunkt i egen undervisningspraksis. Uddannelsesforløbet blev gentaget otte år senere. Astrid interesserer sig meget for sin udvikling som lærer, hun fortæller at det er årelang udvikling der har gjort at hun er den lærer hun er i dag. Generelt udtrykker hun en stor glæde ved det at være lærer.

## Astrid på Rosenengsskolen

Astrid bruger i interviewene sin uddannelse og sine professionelle erfaringer til at positionere sig selv i forhold til flere adskilte praksisser: *reformerfaringer*, *Rosenengsånden* og *elevstøtte*.

## Reformerfaringer

Astrids erfaringer med reformundervisningen i matematik skyldes primært de to reformorienterede videreuddannelseskurser som hun har deltaget i. De har begge haft stor indflydelse, ikke mindst "fordi vi har talt om undervisning" og om behovet for at forstå elevernes tanker: "... at vi gik ind i matematiktænkningen bag, og vi har så gjort det mange gange siden...". Dette omfatter fx øget fokus på elevernes kommunikation og et krav om at de ikke kun forklarer deres resultater, men også deres løsningsmetoder.

## Rosenengsånden

Astrid beskriver sine kolleger som fagligt dygtige. Astrid er begejstret for det kollegiale samarbejde, både når de i fællesskab planlægger lektioner og undervisningssekvenser, og når de diskuterer episoder fra undervisningen: "... hvis man har det rigtige team, så kan der komme til at ske rigtig mange ting i det team fordi folk så, altså der er tradition for at man er meget fleksibel, er med på ting der skal ske, og har nogle gode traditioner på skolen". Astrid betegner deres samarbejde som "Rosenengsånden". En af de ting Astrid har bidraget med i samarbejdet med sine kolleger, er hendes samling af gode pædagogiske erfaringer. Trods sin store lyst til at udvikle sig er Astrid eksplicit omkring at hun ikke er god til at læse teoretisk materiale: "Jeg har ikke læst

så meget, men jeg har heldigvis fået lov til at høre på meget". Hun udtaler: "Altså jeg er meget praktiker ...".

De to ovenstående praksisser, reformerfaringer og Rosenengsånden, er på mange måder smeltet sammen, idet Astrids videreuddannelsesforløb på mange måder handlede om at skabe et godt fagligt samarbejde i matematikfaggruppen.

## Elefstøtte

Rosenengsskolen har stor fokus på inklusion, og på hjemmesiden står der at skolen "arbejder for et ligeværdigt kulturmøde og dermed inddragelse af børnenes forskellighed på lige fod i det daglige samvær, i legesituationer og i undervisningen". Astrid er enig i vigtigheden af at inddrage og støtte alle børn og siger at hun gør en indsats for at udarbejde individuelle målsætninger for børnene. På trods af hendes støtte fortæller hun at skolens prioriteringer desværre kommer til at reducere vægten af det faglige fokus på Rosenengsskolen.

## Astrids introduktion til multiplikationsopgave

Astrid indleder undervisningen med en beskrivelse af en matematisk problemstilling fortalt ind i en virkelighedsnær kontekst. Efter en fællesdiskussion om løsningen af problemet skal eleverne arbejde med multiplikation i deres matematikbog ved gruppeborde. Eleverne skal i matematikbogen finde antal tern i forskellige rektangler og skrive de dertilhørende multiplikationsstykker og svar. Opgaverne kan løses ved at tælle tern, men de fleste elever anvender med fordel gentagen addition eller multiplikation. Efter arbejdet ved bordene skal eleverne igen samles hvorefter Astrid introducerer en ny åben opgave hvor eleverne skal tegne et stort rektangel og undersøge hvor mange tern rektanget indeholder – der er nu fokus på multiplikation af flercifrede tal. Astrid lægger op til at eleverne selv kan differentiere opgaven, således at den får karakter af et problem. Astrid hjælper de elever der markerer. Lasse ønsker hjælp.

## Astrid hjælper Lasse

*Astrid: Hvad er det for en du har tegnet?*

*Lasse: Det er den her. ((Lasse peger på halvdelen af siden.))*

*Astrid: Den hele, den store der? Du er godt nok arbejdsom. Jeg laver det lidt tydeligere for dig, så. ((Astrid låner Lassens blyant og tegner hans rektangel op.)) ... Nå for katten, nu kommer du altså på arbejde. Har du tænkt på hvordan du vil gå i gang med det?*

*Lasse: Næ.*

- Astrid:* Nej. ((Astrid griner.)) Det må du så tænke på. Sådan. ((Rektanlet er tegnet op.))
- Lasse:* Måske tælle.
- Astrid:* Hallo, prøv lige at gøre det.
- Lasse:* 10, 20, 30, 40, 50, 60... er her 9, ik'? ((Lasse tæller flere gange.)) 10, 1, 2, 3...
- Astrid:* Du må gerne sætte hjælpestreger.
- Lasse:* 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. ((Lasse skriver 10 igen på sit papir.)) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10... ((Lasse tæller igen og igen og skriver 10.))

									10						
								10							
			10												

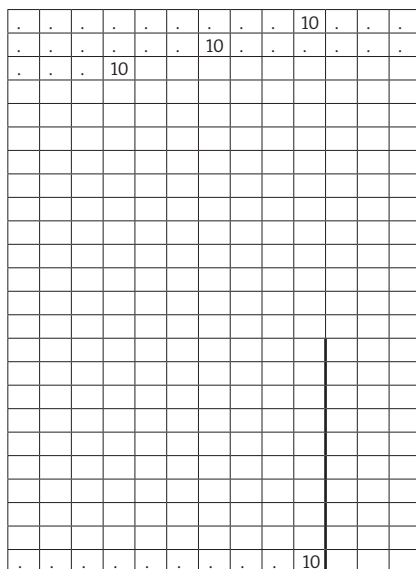
Figur 7

- Astrid:* Hvordan kan det være at du gør sådan?
- Lasse:* Det tænkte jeg bare at man kan gøre.
- Astrid:* Jeg synes det er super smart. Altså hvorfor er det smart at gøre sådan med de der 10'ere?
- Lasse:* Det ved jeg ikke. Altså jeg synes på en måde at gøre dette i stedet for at man skal tælle 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12..., så 10 og så videre.
- Astrid:* Hvad gør du så når du skal tælle op? Så sætter du 10?
- Lasse:* ((Lasse kigger på Astrid.)) 10, 20, 30, 40, 50, 60...
- Astrid:* Skal jeg lige prøve at vise dig, skal jeg give dig et kneb?
- Lasse:* Ja.
- Astrid:* Jeg siger 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, hvis nu jeg ved at der er 10 hertil, hvad

nu hvis jeg sætter stregen herop, hvor mange er der så deroppe?

Lasse: Så er der 20.

Astrid: Hvad så hvis jeg gør sådan her? ((Astrid tegner en hjælpelinje.))



Figur 8

Lasse: 30.

Astrid: Kan du bruge det til noget?

Lasse: ((Lasse peger på sit gamle system.)) Så tænkte jeg man kan køre ned her, ik'?

Astrid: Ja.

Lasse: Op til 100. ((Lasse peger på knebet og tegner 10'er-hjælpelinjen længere.)) Og så kan man tælle den der op til 100.

Astrid: Fantastisk. Det ville være mere end fornemt, Lasse. ((Lasse nikker og går i gang.)) Rigtig super fint.

Astrid hjælper Lasse med at finde en lettere metode til undersøgelse af det antal tern rektanglet består af. Lasse starter med at tælle 10 tern og sætter så en streg, dette gentager han flere gange. Astrid viser Lasse at rækken under de første 10 også er 10 lang, og Lasse gør brug af det nye kneb.

Der er en tydelig progression i undervisningen. Den går fra den intuitive optælling af tern, over den mere strukturerede brug af positionssystem og opdeling af rektanglet samt udregning af den samlede sum af enkeltdelene og senere videre til det rene



symbolholdige regneudtryk. Astrid har fokus på metoden til løsningen af problemet, men hun er samtidig bevidst om at hjælpen gives således at problemet ikke løses af hende men af Lasse. Astrid har her formålet at *udpakke* multiplikation, og Lasse kan nu arbejde med flere grundlæggende og fundamentale forståelsesdele på vej mod en multiplikationsalgoritme.

Dialogen kan generelt ses som et billede på hvordan Astrid via ros, støtte og autentiske spørgsmål spørger ind til elevernes tænkning og hjælper eleverne videre på vej mod en mere formel multiplikationsmetode til udregning af antal tern i rektanglet. Det ses i dialogen at Astrid ikke kun tænker læring i et tilegnelsesperspektiv, men også er opmærksom på at eleven via imitation af *kneb* kan komme videre i metodeudviklingen og forståelsen af multiplikation. For at forstå dialogen mellem Astrid og Lasse har vi brug for at indtænke de tidligere nævnte praksisser: reformerfaringer, Rosenengsånden og elevstøtte. Når Astrid underviser, ses disse praksisser tydeligt. Ikke i den forstand at de er enkeltstående lukkede praksisser, men at de tilsammen er medspillere i undervisningspraksissen. Det er hovedsageligt efteruddannelseskurserne og det videre faglige samarbejde på Rosenengsskolen der gør at Astrid arbejder på at skabe et miljø hvor der er fokus på elevkommunikation og på elevernes egen metodeudvikling. Det er ligeledes her at Astrid har haft mulighed for i fællesskab med andre at dykke ned i den bagvedliggende matematiske tænkning og organisere undervisning i multiplikation. Astrids progression i udvikling af en multiplikationsmetode synes tydeligvis i overensstemmelse med hvad man finder i matematikdidaktisk litteratur til læreruddannelsen, men hvis vi tager hendes påstand om at hun er *praktiker* alvorligt, er det mindre sandsynligt at inspirationen er hentet her, men den er derimod snarere en del af efteruddannelsesforløbet.

I dialogen ses det tydeligt hvordan praksissen elevstøtte spiller ind når Astrid lytter og opmuntrer Lasse i hans udvikling. I dialogen med Lasse bevæger Lasse sig fra en mere uhensigtsmæssig optælling til at strukturere arbejdet med rektanglet i tiere og enere. Meget tyder på at netop denne progression har været i fokus i Astrids udpakning af det matematiske indhold. Men spørgsmålet er om Lasse er kommet til en forståelse af algoritmen, for Astrid bruger ikke tid på det bagvedliggende matematiske rationale. Hvorfor er det et *kneb* at dele stykket op i tiere? Hvad er det for matematiske detaljer der ligger bag? På hvilke måder bringer Astrid den distributive lov i spil? Dette er måske et billede af at Astrid er praktiker, og i overensstemmelse med skolens fokus på det sociale og elevernes succesoplevelser, lader det faglige indhold træde i baggrunden.

## Praksismønstre

Case Susanne og Case Astrid er to meget forskellige cases. Susanne og Astrid deltager hver for sig i tidligere og nuværende praksisser som former sig i forskellige mønstre i den konkrete undervisningssituation. På trods af at begge lærere kender til den reformorienterede undervisning, ser deres undervisning altså meget forskellig ud.

Susanne på Vestervang er en case om en nyuddannet lærer hvis undervisning beskrives som traditionel, og som i undervisningssammenhænge i overvejende grad trækker på tidligere erfaringer som elev og studerende. Det er en case om hvordan en lærer i sin søgen efter at skabe mening i klasserummet fortolker reformkrav og undervisningserfaringer og organiserer sin undervisning således at den bliver identisk med det hun husker fra sin egen skolegang.

Astrid på Rosenengsskolen er en case om en erfaren lærer der samler på gode reformorienterede oplevelser, og hvis engagement i klasserummet på mange måder lever op til de reformmæssige krav. Det er en case om hvordan praksisser som efteruddannelse i tæt relation til selve matematikundervisningen og fagligt lærersamarbejde kan være medvirkende til dialogbaseret undervisning hvor eleven og dennes forståelse er i centrum. Men Astrid på Rosenengsskolen er også en case om hvordan støtte af eleverne kan flytte fokus fra det bagvedliggende matematiske rationale til praktiske kneb.

Disse to cases viser hvordan eksplicite og implicite og virtuelle sociale praksisser som lærerne engagerer sig i, gør sig synlige i undervisningspraksissen. Nogle af praksisserne smelter sammen, mens andre er adskilte og bliver ændret i klasserummet. Praksissernes sammenspil er komplekse, og det er ikke muligt at pege på en enkelt faktor som afgørende for det samlede mønster eller hvorfor nogle praksisser bliver mere dominerede end andre. Men der synes at være en sammenhæng mellem praksissernes tilknytning til lærerviden og mulighed for imitation.

Susanne oplevede gennem læreruddannelsen ikke praksiseksempler på faglige teorier eller hvordan hun kunne udpakke det matematiske indhold. Hun oplevede ikke en undervisningspraksis der var knyttet til lærerviden, men derimod en undervisning der lignede den hun huskede, fra gymnasiet. Man kan derfor sige at Susanne gennem sin læreruddannelse ikke har fået mulighed for at imitere andre som eksemplarisk gennemførte den undervisning hun kun hørte om teoretisk. Derfor imiterer Susanne det hun kender bedst: den traditionelle undervisning hvor matematikken præsenteres som en færdig pakke der skal læres.

Astrid har i modsætning til Susanne haft rig mulighed for at opleve reformorienteret undervisning og imitere elementer fra den meget praksisnære efteruddannelse eller matematikkollegerne i deres tætte samarbejde. Astrid har set og været deltagende i udpakning af matematikviden. Men i og med at Astrid beskriver sig selv som praktiker, kan noget af hendes undervisning ses som afskåret fra den bagvedliggende matematiske teori som netop kan ses som fraværende i hendes undervisning.

## Konklusion

Ved at anlægge et socialt syn på læring og ved brug af PoP kommer vi her til en større forståelse af Susannes og Astrids klasserumspraksisser og hvorfor undervisningen i de to klasserum ser så forskellig ud. Det er vores væsentligste pointe at de faglige reformorienterede praksisser der både rummer imitationsmuligheder og er tæt knyttet til den bagvedliggende lærerviden, tydeligere viser sig i undervisningspraksissen. Det er derfor en nødvendighed at man på både læreruddannelserne og i efter- og videreuddannelserne i højere grad end i dag skal indføre sådanne faglige reformorienterede praksisser, således at de studerende og lærerne får mulighed for at observere, reflektere, imitere og undervise – altså udpakke matematik og anvende matematiklærerviden. Det er vores hypotese at arbejdet med sådanne praksisser vil kunne ses i studerendes og læreres senere undervisningspraksisser. På både læreruddannelserne og i efter- og videreuddannelserne arbejdes der allerede flere steder netop med etablering af og undersøgelser af hvordan sådanne praksisser kan se ud. Eksempelvis i form af lektionsstudier både i læreruddannelsen (Skott & Østergaard, forthcoming 2015), i efter- og videreuddannelserne (Mogensen, 2011) og i form af aktionslæringsforløb i efter- og videreuddannelserne (MIT BUF, 2013). I lektionsstudier og aktionslæringsforløb er netop den matematiske teori og udpakning af undervisning tæt knyttet til en konkret undervisningspraksis. Men der er brug for mere viden om sådanne design, deres gennemførelse i en dansk kontekst og effekten af interventionen – og gerne med et socialt blik ved eksempelvis brug af patterns of participation.

## Referencer

- Ball, D.L., Thames, M.H. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), s. 389-407.
- Charmaz, K. (2006). *Constructing Grounded Theory: A Practical Guide Through Qualitative Analysis*. Sage Publications Ltd.
- Cobb, P. & Yackel, E. (1996). Constructivist, Emergent, and Sociocultural Perspectives in the Context of Developmental Research. *Educational Psychologist*, 31(3/4), Lawrence Erlbaum Associates Inc., s. 175-190.
- Flyvbjerg, B. (2006). Five Misunderstandings About Case-Study Research. *Qualitative inquiry*, 12(2), s. 219-245.
- Glaserfeld, E. (1995). *Radical Constructivism: A Way of Knowing and Learning*. London: The Falmer Press.
- Holland, D., & Lave, J. (2009). Social practice theory and the historical production of persons. *Actio: An International Journal of Human Activity*(2), 1-15.
- Holland, D., Skinner, D., Lachicotte Jr., W. & Cain, C. (1998). *Identity and Agency in Cultural Worlds*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

- Kvale, S. (1997). *InterView*. København: Hans Reitzels Forlag.
- Larsen, D.M., Østergaard, C. & Skott, J. (2013). *Patterns of Participation: A Framework for Understanding the Role of the Teacher for Classroom Practice*. Proceeding 8. CERME. Lokaliseret den 23. marts 2015 på [http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG17/WG17\\_Larsen\\_Ostergaard.pdf](http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG17/WG17_Larsen_Ostergaard.pdf)
- Leder, G.C., Pehkonen, E. & Törner, G. (red.). (2002). *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* Dordrecht: Kluwer.
- Lerman, S. (2000). The social turn in mathematics education research. In J. Boaler (Ed.), *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning* (pp. 19-44). Westport, USA: Ablex.
- Ma, L. (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States*. Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- MIT BUF (2013). *Fagdidaktisk kompetenceudvikling 2013/2014*. Lokaliseret den 23. januar 2015 på: <http://mitbuf.dk/side/fagdidaktisk-kompetenceudvikling-20132014>.
- Mogensen, A. (2011). *Point-driven Mathematics Teaching Studying and Intervening in Danish Classrooms*. Ph.D. Dissertation, IMFUFA-tekst nr. 484.
- OECD. (2005). *Teachers Matter: Attracting, Developing and Retaining Effective Teachers*. Paris: OECD
- Rösken, B., Törner, G. & Pepin, B. (red.). (2011). Beliefs and Beyond: Affecting the Teaching and Learning of Mathematics. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 43(4), s. 451-455.
- Shulman, L.S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), s. 4-14.
- Schoenfeld, A.H. (1998). Toward a Theory of Teaching-in-Context. *Issues in Education*, 4(1), s. 1-94.
- Skott, J (2001). The emerging practices of a novice teacher. The roles of his school mathematics images. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4(1), 3-28
- Skott, J., 2009, "Contextualising the notion of 'belief enactment'", *Journal of Mathematics Teacher Education*, vol. 12, nr. 1, s. 27-46.
- Skott, J., Larsen, D.M. & Østergaard, C.H. (2011). From Beliefs to Patterns of Participation: Shifting the Research Perspective on Teachers. *Nordic Studies in Mathematics Education*. 16(1-2), 29-55
- Skott, C.K. & Østergaard, C.H. (under udgivelse 2015). Lektionsstudier i dansk læreruddannelse. *Nordic Studies in Mathematics Education*.
- Sowder, J.T. (2007). The Mathematical Education and Development of Teachers. I: F.K. Lester, Jr. (red.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 157-223). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Speer, N. (2005). Issues of Methods and Theory in the Study of Mathematics Teachers' Professed and Attributed Beliefs. *Educational Studies in Mathematics*, 58(3), Springer, s. 361-391.
- Wenger, E. (1998). *Communities of Practice: Learning, Meaning, and Identity*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Winsløw, C. (2006). *Didaktiske elementer*. Forlaget Biofolia.

## English abstract

*In this article we shift the research perspective from beliefs to Patterns of Participation. First we describe knowledge for teaching and Patterns of Participation, then in a much longer section we present and analyze data on the cases of two teachers, Susanne and Astrid, whom we have followed over a longer period. The overall intention is to show the potential of using Patterns of Participation as a research approach and show that by using it we get a better understanding of mathematics teacher practice.*