

Besøg et mangehovedet uhyre: Matematikkens videnskabsteori



Mogens Niss, IMFUFA/NSM
Roskilde Universitet

Anmeldelse af Mikkel W. Johansen og Henrik K. Sørensen: Invitation til matematikkens videnskabsteori. Frederiksberg: Samfundslitteratur. 2014

Titlen “Invitation til matematikkens videnskabsteori” er velvalgt og dækkende for bogens intentioner og indhold. Forfatterne, der har baggrund i såvel matematik som henholdsvis matematikkens filosofi (Johansen) og historie (Sørensen), inviterer på en letlæst ekskursion til forskellige aspekter og problemstillinger vedrørende matematikkens videnskabsteori. De inviterede er primært personer med interesse for disse anliggender samt en baggrund i indledende universitetsmatematik. Det vil i første række sige matematikstuderende og -lærere på forskellige niveauer, men bogens tekniske forudsætninger er ikke større end at tilstrækkeligt interesserede læsere med anden videregående baggrund, ikke mindst fra matematikkens nabofag, vil kunne få udbytte af bogen. Ifølge forfatterne (s. 12)



burde “matematik” i titlen måske have været erstattet med “de matematiske fag” der også omfatter statistik og datalogi. De har andre genstandsfelter end matematikken, men siges at betjene sig

af de samme metoder (s. 24). Bogen lægger sig altså op ad en bred snarere end en snæver afgrænsning af disciplinen matematik.

Efter indledningskapitlet, "Invitation til matematikkens videnskabsteori" – hvor forfatterne med henvisning til eksistensen af meget forskellige syn på matematik fremlægger de filosofiske, historiske og sociologiske tilgange som anlægges i bogen – er bogen inddelt i tre dele, med i alt tolv kapitler. Disse dele har overskrifterne "Matematikkens grundlag som filosofisk problem" (del I, i alt 87 sider), "Matematikkens udvikling og praksis" (del II, i alt 61 sider) og endelig "Matematikkens sociale organisering og samfundsansvar" (del III, i alt 74 sider). Opbygningsmæssigt og stilistisk er de tre dele noget inhomogent affattet. Det kommer jeg tilbage til nedenfor.

Del I, bogens længste, giver en introduktion til forskellige mere eller mindre velkendte matematikfilosofiske positioner: Oprindelig og moderne platonisme, empirisme (navnlig af britisk tilvirkning) samt logicisme, intuitionisme og formalisme som forskellige svar på matematikkens grundlagskrise omkring forrige århundredeskifte. Kants almene og matematikspecifikke filosofi, der af forfatterne kaldes konstruktivistisk, vies et særligt kapitel (4). I kapitel 5 om grundlagskrisen gives den udmærkede karakterisering (s. 86-87) af forskellen mellem på den ene side intuitionister og på den anden side formalister og logicister at intuitionisterne vil(le) lade det logisk-filosofiske grundlag bestemme hvilke matematiske

resultater der gælder, mens de øvrige skoler søger et grundlag der kan lede frem til de resultater matematikere anser for gældende. Del I afsluttes med et kapitel (6) om intet mindre end "Menneskets natur og matematikken" som drøfter darwinisme, kognition og matematik som sociale institutioner. Ved afslutningen af hvert af kapitlerne tilbyder forfatterne en pro et contra-diskussion og vurdering af de beskrevne positioner. Det er karakteristisk for del I at der i højere grad er tale om de forestillinger om matematikkens grundlag man kan finde hos filosoffer og logikere (Platon, Aristoteles, Hume, Kant, Stuart Mill, Frege, Russell, Gödel) end hos praktiserende matematikere (hvor dog Cantor, Kronecker, Brouwer, Poincaré, Hilbert, Bourbaki-gruppen omtales). I betragtning af at det er forfatterernes synspunkt at matematikeres ontologiske standpunkter *bestemmer*, og ikke blot påvirker, deres forskningspraksis (s. 39-40), ville det have været interessant at få gennemgået nogle "dagligdags" eksempler på samspejlet mellem "almindelige", konkrete matematikeres ontologiske positioner og deres forskningsmæssige praksis.

Kapitel 6 adskiller sig fra de øvrige i første del (med undtagelse af Kant-kapitlet) ved at præsentere teoridannelser der tillægger mennesket en medfødt basal matematisk viden, enten på et darwinistisk grundlag (s. 98-101) eller på et neuro-kognitivt grundlag (som hos Lakoff & Nuñez og Dehaene, s. 100-107), hvor kognition, herunder matematisk kognition, ses som indlejret i kroppen og dens samvirke med omgivelserne. Kapitlet slutter med en

kort omtale af socialkonstruktivistiske teorier (à la Bloor) der specificerer matematik som hverken andet eller mere end en samling sociale institutioner hvis regelsætning bestemmer hvad der skal gælde som acceptabel matematik.

Præsentationerne er informative og let tilgængelige både når det gælder generelle filosofiske anliggender og mere matematikfilosofiske spørgsmål. De er også ledsaget af nogle velvalgte illustrerende eksempler. Forfatterens kommentarer til de positioner der behandles, forekommer i hovedsagen rimelige, men ægger her og der til modsigelse, hvilket vel ikke er så dårligt.

Det første af kapitlerne (7) i del II bærer titlen "Matematikens udvikling". Det fokuserer først på fysikeren Kuhns teori om videnskabelige revolutioner og paradigmeskift og diskuterer om teorien kan bruges på matematik (s. 119), ved at se nærmere på tre kandidater til videnskabelige revolutioner: fremkomsten af irrationale tal, ikkeeuklidisk geometri samt Brouwers intuitionisme. Forfatterne konkluderer at ingen af disse udgør egentlige eksempler på videnskabelige revolutioner inden for matematikken, men at Brouwers intuitionisme ville have skabt en revolution hvis den havde sat sig igennem. Kapitlet går derefter over til at præsentere Lakatos' fremstilling af matematikkens udvikling som en iterativ kæde af "proofs and refutations" (s. 128) hvorefter det afsluttes med forfatterens opsamlende kommentarer til Kuhn og Lakatos. Det korte kapitel 8, "Heuristik: Hvordan løses matematiske problemer", spørger

hvor de matematiske ideer kommer fra, både når det gælder resultater og beviser for dem. Det fører over i en behandling af matematisk heuristik med særlig vægt på Polyas kendte (normative) strategi for problemløsning samt på brugen af symbolske og grafiske repræsentationer af matematiske objekter og processer. Forfatterne tilbyder (s. 141-145) en idealtypisk beskrivelse af matematikers problem-løsningstiltag. Del II afsluttes med kapitel 9, "Bevisbegrebet", hvor især ændringer gennem tiden af standarder for matematiske beviser er på dagsordenen. Den principielle og praktiske vanskelighed (for ikke at sige umulighed) ved at opretholde en bogstaveligt set formel bevisstandard får forfatterne til at anskue beviser som et i bund og grund kommunikativt anliggende. Betragtningerne er ledsaget af gode illustrerende eksempler, fx det computerstøttede bevis for firefarvesætningen og Wiles' bevis for Fermats sidste sætning.

Del III er bogens mest heterogene. Der lægges ud med en omtale af matematiske modeller og matematiks anvendelighed i kapitel 10, med udgangspunkt i forfatterens synspunkt: "Det er langt fra uproblematisk at benytte matematik til beskrivelse af virkelige fænomener" (s. 176). Synspunktet illustreres med den såkaldte sandwichmodel for aldersbestemmelse af iskerner der danner grundlag for en skelnen mellem fænomenologiske (datadrevne) og teoretiske (deduktive) modeller (s. 182). Også det klassiske spørgsmål om hvoraf det kommer at matematik overhovedet kan

bruges til noget uden for sine egne rammer, vies opmærksomhed. Økonomiske modeller gives en særligt kritisk behandling, som følges op i kapitel 13 hvor det diskuteres om det er moralsk forsvarligt at arbejde med økonomiske (eller andre) modeller hvis brug kan få afgørende betydning for menneskers liv. Der spørges ligefrem om det er moralsk forsvarligt for en matematiker at tage arbejde i finanssektoren. Forfatterens svar er ikke entydigt. Forud for det kommer kapitel 11 om matematik i det offentlige rum som på få sider behandler matematikkens image, begrundelserne for matematikundervisning og matematikkens og statistikens rolle i demokratiet, og kapitel 12 der skitserer og diskuterer matematikkens institutioner (især publikationsinstitutionen) og sociale organisering. Bogen afsluttes med en drøftelse af matematikkens og matematikeres etiske ansvar, delvis med udgangspunkt i de etiske regelsæt for professionen som de europæiske og amerikanske matematiske foreninger opererer med. Forfatterne fremsætter det synspunkt at man ikke som udøver af matematik kan unddrage sig passivt eller aktivt etisk ansvar for den måde hvorpå man udøver sin profession.

I hovedsagen er Johansens og Sørensens bog en god bog, ikke mindst i forhold til målgruppen af interesserede, men ikke specielt videnskabsteoretisk kyndige læsere. En mængde forskellige, men vigtige problemstillinger og temaer behandles på en appellerende og overskuelig måde, med rimelige indføringer i de grundlæggende begreber man støder

på undervejs. For den erfarne læser rummer bogen næppe så meget nyt i forhold til lignende danske og udenlandske bøger, måske bortset fra i nogle af de eksempler der støtter fremstillingen.

Når det er sagt, kommer man ikke uden om at der også er grund til at fremføre en række kritikpunkter. Alt andet ville også være mærkeligt med en bog om et så mangedeget uhyre som matematikkens videnskabsteori der rummer dybe og svære problemer med potentiale for alvorlige kontroverser. Jeg skal indskrænke mig til at fremføre mine vigtigste indvendinger.

Min hovedkritik af del I er at forfatterne ikke giver en ordentlig diskussion af hvad det vil sige at matematiske begreber og objekter eksisterer. Fremstillingen koncentrerer sig i stedet om *hvor* de i givet fald eksisterer, i en platonisk idéverden eller i den fysiske verden. Bogen kommer derved til at fremme den ofte sete sammenblanding af spørgsmålet om sandheden af en matematisk påstand med spørgsmålet om den uafhængige eksistens af de begreber/objekter som påstanden angår. Det vil selvsagt være urimeligt at forlange at forfatterne skulle rydde op og skabe klarhed i denne vanskelige diskussion, men en omtale af problemstillingen ville ikke have været uden for rækkevidde. Jeg kunne også have ønsket mig en begrundelse for at omtale Kants (matematik)filosofi som konstruktivistisk når nu hans synspunkt var at alle mennesker på grund af vores kognitive udstyr må tænke ens om matematik, mens konstruktivisternes synspunkt

tværtimod er at vi i kraft af vores forskellighed i udgangspunktet må tænke forskelligt om alting, herunder matematik.

Del III fremstår som bogens svageste, simpelthen fordi den vil alt for meget om alt for store emner på en alt for lille plads. Det gør fremstillingen skitseagtig og overfladisk selv om der også her er gode enkeltafsnit. At karakterisere den før-omtalte sandwichmodel som deduktivt udledt (s. 178) forekommer helt mærkværdigt eftersom den er stærkt idealiseret og let kunne være anderledes på de gjorte forudsætninger. Omtalen af makroøkonomiske modeller (s. 184-187) er særdeles kortfattet, ikke mindst i forhold til de markante konklusioner der lægges op til. Forfatterne foreslår (s. 189-190) at matematikkens effektivitet i omgangen med naturvidenskab kan forklares ved at "naturvidenskaben har valgt at beskæftige sig med fænomener der i udgangspunktet er matematicerbare (sic!)". Det må vist kaldes en cirkelforklaring, for hvoraf kommer det at der findes naturmæssige fænomener som er matematiserbare? Kapitel 11 afvikler på 16 sider en diskussion af matematikundervisningens begrundelsesspørgsmål og brug og misbrug af matematik og statistik i samfundet. Kapitel 13 bliver rent ud moraliserende, og forfatternes forbrug af ord som "bør", "må" og andre udtryk for etiske fordringer bliver lovlig omfattende. Diskussionen om (andres) forsknings- og professionsetik rummer megen politisk korrekthed og hæver sig ikke meget over hvad man kan finde i en avis-kronik. Her ser det ud til at være gået for stærkt for forfatterne.

Afslutningsvis et par ord om bogens litteraturreferencer. Bogen bygger på en bred og omfattende læsning af forskellige artikler og bøger om de berørte emner. Det er naturligvis helt umuligt for en bog som denne at være blot nogenlunde dækkende i sit litteraturvalg. Til gengæld kunne referencerne meget vel være balance-rede og repræsentative i forhold til den eksisterende litteratur om de behandlede temaer. Her springer tre forhold i øjnene. Profilen for den benyttede litteratur er ganske inhomogen. Således er nogle aspekter (fx de matematikfilosofiske) langt grundigere dækket end andre (fx de matematiksociologiske og -undervisningsmæssige). Dernæst får man indtryk af at litteraturlisten ikke er skabt – og udnyttet – ud fra en bevidst bestræbelse på en systematisk og balanceret dækning. Den ligner snarere en foreningsmængde af de litteraturlister forfatterne har i skuffen, hvilket giver et vist indtryk af tilfældighed. Endelig er det næppe optimalt i en litteraturliste på 160 numre (hvis jeg da har talt rigtigt) at inkludere 10 af forfatternes egne tekster, hvoraf nogle endda endnu ikke er publiceret, ikke mindst når det sker på bekostning af sælsomme udeladelser, fx af vigtige bøger af Körner, Hersh, Kitcher og Davis & Hersh.

Denne anmeldelse skal slutte på en positiv tone. På trods af de ovenfor rejste – og andre – indvendinger er der tale om en fortrinlig bog som i høj grad lever op til sit formål i forhold til den tænkte målgruppe. Den være hermed anbefalet til samme.