

Trekantsberegninger, trigonometri og trivialmatematik



Carl Winsløw, *Institut for Naturfagenes Didaktik, Københavns Universitet*

Kommentar til Misfeldt: Trekantsberegninger og trigonometri, MONA, 2014(1)

Misfeldt har med sin artikel givet et sjældent og værdifuldt eksempel på en disciplin i matematikkens didaktik som gennem en del år har været noget forsømt, nemlig *stofdidaktisk analyse* af et matematisk indholdsområde mhp. at klargøre en eller flere udfordringer for undervisningen indenfor dette område, i en konkret institutionel ramme. I dette tilfælde er der ovenikøbet tale om et dilemma som genfindes ifm. en del andre emner både i gymnasiet og i folkeskolen, nemlig den trivialisering af matematikundervisningen som en ukritisk brug af IT-teknikker har tendens til at medføre. I dette tilfælde drejer det sig om en klassiker i matematikundervisningen (tidligere især på 1. g-niveau, siden 2009 i folkeskolens ældste klasser): beregning af ukendte sider og vinkler i en trekant hvor en tilstrækkelig del af disse er givne. Der findes nu lettilgængelige applets, fx <http://cossincalc.com>, som tillader løsning af sådanne opgaver uden at brugeren behøver den mindste smule indsigt i trigonometri eller, for den sags skyld, plangeometri. Man kan sagtens indvende at det klassiske håndarbejde også kan tilegnes uden en sådan indsigt og i sidste ende er ækvivalent med den algoritme som den IT-baserede løsning er baseret på (og som *open source*-programmer som *CosSinCalc* faktisk giver adgang til). Og *CosSinCalc* giver, som artiklen viser eksempler på, også de formelbaserede mellemregninger som eleverne måske har brug for at diske op med hvis det kræves af opgavestillerne. Men det ændrer ikke ved at det er blevet vanskeligere at motivere et studium af den matematiske teori for beregningerne alene med udgangspunkt i de nævnte opgavetyper.

Den mere overordnede pointe i den stofdidaktiske analyse er således at undervisningsfaget under alle omstændigheder påvirkes af introduktionen af nye værktøjer – fra regnestok til CAS. Man kan så vælge en eller flere af flg. strategier til at kontrollere påvirkningen:

1. At forbyde eleverne at bruge den instrumenterede teknik, som kendt fra “Prøver uden hjælpemidler” (her: uden computer eller regnemaskine med “trekantsberegner” installeret)
2. At udvikle nye opgavetyper som ikke kan løses (alene) med den instrumenterede teknik; disse vil i mange tilfælde være mere abstrakte eller vanskelige, fx hvis der indgår en parameter eller et interval som en eller flere ubekendte sider eller vinkler, mere indviklede problemstillinger etc.
3. At acceptere at denne del af faget er tømt for matematisk indhold (“trykke på knapper-matematik”), og så i stedet opdyrke helt andre stofområder (Misfaldt nævner fx matematisk modellering af svingende fænomener og – ikke uden sammenhæng hermed! – løsning af visse typer af differentiallyigninger).

Valg og implementering af sådanne strategier foretages desværre ofte uden en dyberegående analyse af muligheder og udfordringer i undervisningen som også inddrager hensyn til undervisningen indenfor andre stofområder, og elevernes faktiske forudsætninger og kapaciteter. Det er langt fra en selvfølge i nutidens hurtige pædagogiske klima. Reformpædagogiske konvertitter har det med at opfatte alt der vedrører konkret indhold, som irrelevante detaljer – “stof” er jo nærmest blevet et tabuord de seneste årtier. Men springer man over den stofdidaktiske analyse som betoner sammenhænge i og resultaterne af elevernes konkrete matematiske aktivitet indenfor et givet indholdsområde, ender man i praksis alt for let med en variant af (3):

(3a) At acceptere at denne del af faget er tømt for matematisk indhold.

Ved en omfattende brug af dette princip bliver matematikundervisningens genstand reduceret til en perlerække af små, uafhængige opgavetyper som hver for sig løses ved passende valg af en “black box” hvor opgaven indtastes som input, og svaret (med eller uden mellemregninger) popper op som output i et splitsekund – med eller uden muligheder for kontrol af resultatet.

Spørgsmålet om trekantsberegninger giver ikke kun anledning til at forfølge – og måske genopdage – værdien af stofdidaktisk analyse og derpå baseret *didaktisk ingeniørarbejde* (Artigue, 2009) som forener matematisk kreativitet med eksperimentelt arbejde i undervisningssituationer. Det nødvendiggør også en fornyet diskussion af de mere overordnede *formål* med matematikundervisningen som nok altid har været udspændt mellem *nytteformål* og *erkendelsesformål*. I det foreliggende tilfælde er det ikke svært at pege på praktiske opgaver som mere eller mindre let kan reduceres til trekantsberegninger; problemet er at hvis man fokuserer på det lokale formål, at sætte eleverne i stand til at løse sådanne opgaver, er det vanskeligt at se et studium af trigonometriske funktioner og identiteter som andet end forældede omveje ift.

simpelthen at instruere i en kontrolleret brug af *CosSinCalc*. Man kan måske endda argumentere for at et ensidigt fokus på matematikundervisningens nytteformål ofte fører til en accept af (3a) der langtfra er ukendt i mange praktiske virksomhedstyper som kun "inde i programkoden" er baseret på matematik.

Den erkendelsesmæssige værdi i et studium af trekantssætningerne (om nødvendige og tilstrækkelige betingelser for kongruens) eller af trigonometri som en algebraisk begrundelse heraf kan derimod ikke fastholdes ved at forfølge strategien (3) og slet ikke (3a); samtidig er der noget fundamentalt utilfredsstillende ved (1) der som allerede nævnt også let fører til en form for rutinisering af algebraiske teknikker som gennemføres med nogenlunde samme erkendelsesmæssige resultat som (3a). Tilbage står i en vis forstand kun (2).

"Euclid must go!" var Bourbakisternes slagord ved gennemførelsen af den gennemgribende algebraisering af matematikundervisningen i skolen, specielt indenfor geometri, som blev gennemført i 1960'erne og 1970'erne i mange lande. Bourbaki gik mere eller mindre samme vej da den algebraiske formalisme viste sig at volde endnu større vanskeligheder end Euklid. Men skal der være andet tilbage end Wolfram og WWW, er en nybesindelse på matematikundervisningens erkendelsesformål efter min vurdering uomgængelig. Den begynder med at erkende og analysere problemet, som Misfeldt med sin artikel har bidraget til i det foreliggende tilfælde. Den fortsætter med systematisk at forfølge en eller flere af de tre strategier som er anført ovenfor – og sikkert flere andre. I dette arbejde er der spændende og hidtil forsømte potentialer for samarbejde mellem matematikere i forskellige institutioner (ikke mindst skoler, virksomheder og universiteter, jf. også Winsløw, 2012). Det sker allerede i del sammenhænge, fx i et stort antal udviklingsprojekter på skolerne og ifm. igangværende ph.d.-projekter som Britta Jessens (gymnasiet) og Klaus Rasmussens og Kaj Østergaards (folkeskolen). Og i sådanne fortsættelser er teoretisk kontrolleret eksperimentelt arbejde nødvendigt såfremt udviklingen af matematikundervisningens formål og indhold på sigt skal kunne styre udenom de skuffelser som hastige "mavefornemmelsesbaserede" reformer medfører.

Referencer

- Artigue, M. (2009). Didactical Design in Mathematics Education. I: Winsløw, C. (red.), *Nordic Research in Mathematics Education. Proceedings of NORMA08* (s. 7-16). Rotterdam: Sense Publ.
- Winsløw, C. (2012). Matematiklærerprofessionen i et institutionelt perspektiv. *MONA*, 2012(4), s. 7-22.