

# “Læser mindre og forstår mere”

– om ingeniørstuderendes matematikstudievaner



Pernille Rattleff,  
Danmarks  
Pædagogiske  
Universitetsskole,  
Aarhus  
Universitet



Karsten Schmidt,  
DTU Matematik,  
Danmarks  
Tekniske  
Universitet



Peter Munkebo  
Hussmann,  
LearningLab  
DTU, Danmarks  
Tekniske  
Universitet

**Abstract** *I denne artikel fremlægger og diskuterer forfatterne udvalgte resultater fra en empirisk undersøgelse gennemført i studieåret 2007/2008 af hvordan studerende på Danmarks Tekniske Universitet deltager i studieaktiviteter og anvender vidensressurser på det introducerende matematikkursus på civilingeniøruddannelsernes første år. I artiklen præsenterer forfatterne kort undersøgelsesdesignet og baggrunden for undersøgelsen. Videre gøres der rede for de studerendes konkrete brug af matematiklærebøgerne og de studerendes vurdering af hvilke studieaktiviteter og vidensressurser de får mest ud af og foretrækker at bruge når de skal lære matematik. Desuden beskrives udviklingen og ændringerne i de studerendes studievaner i løbet af det første studieår. I artiklen søger forfatterne således at forklare de ingeniørstuderendes matematikstudievaner og de studerendes udvikling af studiestrategier der bevirker at de studerende i løbet af kurset i højere grad tilegner sig den matematik de har brug for at lære, på anden vis end ved læsning af de officielle matematiklærebøger.*

## Introduktion

I efteråret 2007 blev der optaget godt 700 studerende på civilingeniøruddannelserne på Danmarks Tekniske Universitet (DTU). I denne undersøgelse fremlægger og diskuterer forfatterne matematikstudievanerne – herunder de studerendes deltagelse i studieaktiviteter og anvendelse af vidensressurser – hos de 600 nystartede studerende på 11 af de i alt 13 bachelorstudieretninger der straks fra studiestart følger DTU's grundlæggende, etårige matematikkursus (Matematik 1 – se tekstboks 1) der i alt ækvivalerer 20 ECTS-point.

Med studieaktiviteter menes de studerendes individuelle og fælles forberedelse til undervisningen, deltagelse i forelæsninger, klassetimer og gruppeøvelser, besvarelse af hjemmeopgaver og egen og/eller fælles efterbehandling af stof der er gennemgået

i undervisningen. Med vidensressurser menes lærebøger, internettet (fx Wikipedia og MathWorld), egne noter, øvelser, gamle eksamenssæt og Maple-demonstrationer. Maple er et algebraisk og numerisk matematikprogram som alle studerende på Danmarks Tekniske Universitet har adgang til og kan afvikle på deres bærbare computere (matematikprogrammet Maple – se tekstboks 2).

Ved at følge kurset skal de studerende tilegne sig det matematiske grundlag for en lang række tekniske fag. På DTU betragtes matematik som et helt centralt fag inden for ingeniørfagene idet matematik ikke alene anskues som alment dannende og fremmede af dels abstrakt tænkning, dels problemløsning, men også opfattes som et grundlæggende redskab til at beskrive og løse mange ingeniørfaglige problemer. Målet med kurset er således at sætte de studerende i stand til at benytte basale matematiske værktøjer både teoretisk og i anvendelsesorienterede projekter inden for ingeniørfagene. Kurset er endvidere basis for videregående studier inden for matematik og anvendt matematik.

## Matematik 1-kurset på Danmarks Tekniske Universitet

Et gennemgående tema i DTU's Matematik 1-kursus er linearitet. Konkret behandles følgende emner: lineær algebra, herunder egenværdiproblemet, komplekse tal, lineære differentiaalligninger, funktioner af én og flere reelle variable, integralregning i flere reelle variable og vektorfelter afsluttende med Gauss' og Stokes' sætning.

Undervisningen på kurset er dels tilrettelagt som forelæsninger, dels som klassesetimer med gruppearbejde og medvirken af klasselærere (typisk gymnasielærere ansat som undervisningsassistenter) og hjælpelærere (ældre studerende).

Det samlede undervisningsmateriale til kurset består af: ugesedlerne (kursets rygrad som definerer rækkefølgen af emnerne og præsenterer aktivitetsprogrammet uge for uge), samlingen af kursets Maple-demonstrationsfiler, diverse supplerende materialer på kursets hjemmeside samt tre lærebøger med tilhørende opgavesamlinger og et kompendium om matematikprogrammet Maple (Eising, 1999; Eising et al., 2002; Jensen, 2000; Jensen et al., 1998; Karlsson og Hansen, 1998; Karlsson og Brændstrup, 2000; Alsholm, 2007).

Ti gange i løbet af kursusåret afleverer de studerende et sæt hjemmeopgaver.

Seks gange i løbet af studieåret afbrydes den almindelige undervisning (med forelæsninger og klassetimer) af særlige projektforbøb uden medvirken af forelæserne, hvor klasselærerne fungerer som vejledere ved gruppearbejdet. Fælles for projektforbøbene er at de på forskellig vis skal give de studerende yderligere fornemmelse af hvad matematik kan bruges til. I projektforbøbene, som samlet udgør ca. en tredjedel af studietiden, er brugen af Maple særlig relevant.

Undersøgelsen af de Matematik 1-studerendes studievaner omfatter primært den almindelige matematikundervisning.

De studerende evalueres med en samlet Matematik 1-karakter der med lige vægt sammensættes af de fire delkarakterer der opnås ved to skriftlige totimers prøver, ved forårets projektopgave og ved en samlet vurdering af de afleverede hjemmeopgaver.

Af de studerende der følger DTU's grundlæggende Matematik 1-kursus, er godt 70 % mænd, mens de resterende knap 30 % er kvinder. Den yngste studerende er 17 år, den ældste 42. Den typiske førsteårsstuderende der følger Matematik 1-kurset, er 19, 20 eller 21 år gammel.

## Matematik-programmet Maple

Siden 2001 har matematikprogrammet Maple været anvendt og fuldt integreret i DTU's indledende matematikundervisning. Stort set alle studerende har programmet installeret på deres egne bærbare computere. Maple kan benyttes til både analytiske og numeriske beregninger og har et stort visualiseringspotentiale – eksempelvis i form af 3-d-grafik og animationer.

Programmets online-hjælp og tekstbehandlingsfaciliteter er under stadig udvikling, og programmet kan derfor benyttes i forbindelse med selvstudium eller til formulering af hjemmeopgaver og projektrapporter.

Til hver forelæsning på Matematik 1-kurset stiller DTU Maple-demonstrationsfiler som er udarbejdet af forelæserne, til rådighed for de studerende. Gennem korte forklaringer og eksempler introducerer demonstrationsfilerne dagens emne, og de studerende kan benytte disse filer i deres forberedelse og i deres eget videre arbejde med stoffet i klassetimerne/gruppeøvelserne og i hjemmeopgaverne.

I forhold til eksamensformerne (for så vidt angår den almindelige undervisning) indgår Maple således:

I det daglige arbejde vælger de studerende frit deres arbejdsmetoder, men visse grupperegningsopgaver foreslår eksplicit brug af papir og blyant eller af Maple – det sidste især når det drejer sig om øvelser af en eksperimenterende type. I hvert hjemmeopgavesæt kræves det at (mindst) én af de fire opgaver afleveres som udskrift af en Maple-session. Ved de to totimers-prøver skal opgaverne afleveres håndskrevne. Det er tilladt at benytte Maple, men det kræves at "Alle svar skal være begrundede, og mellemregninger skal anføres i passende omfang". Nogle af opgaverne indeholder Maple-citater, men alle opgaver skal kunne og kan umiddelbart løses ved håndregning idet opgaverne sjældent har fokus på regnefærdigheder.

Det vurderes at de studerende kun i begrænset – om end stigende – omfang opfordres til at benytte Maple i efterfølgende, ikke specifikt matematiske fag.

### *Studerendes holdning til matematik*

Det er ikke kun DTU-underviserne der betragter matematik som et helt centralt og grundlæggende redskabsfag på ingeniørstudiet. Sent i Matematik 1-forløbet bad vi således de studerende angive deres enighed med udvalgte udsagn om deres forhold til matematik (figur 1).

Af figur 1 fremgår det at DTU-studerende, ligesom underviserne, betragter matematik som et vigtigt redskab og en central del af ingeniørfaget. Hele 96 % af de studerende er således (helt eller delvist) enige i at matematik er en central del af teknik og naturvidenskab. Tilsvarende er 98 % (helt eller delvist) enige i at alle civilingeniører bør have kendskab til de grundlæggende matematiske discipliner.

Selv om mange studerende angiver at matematik er spændende, også i sig selv – hele 75 % er endda enige (helt eller delvist) i at matematik er smukt – er hele 43 % dog også (helt eller delvist) enige i at Matematik 1-kurset "bare er noget der skal overstås".

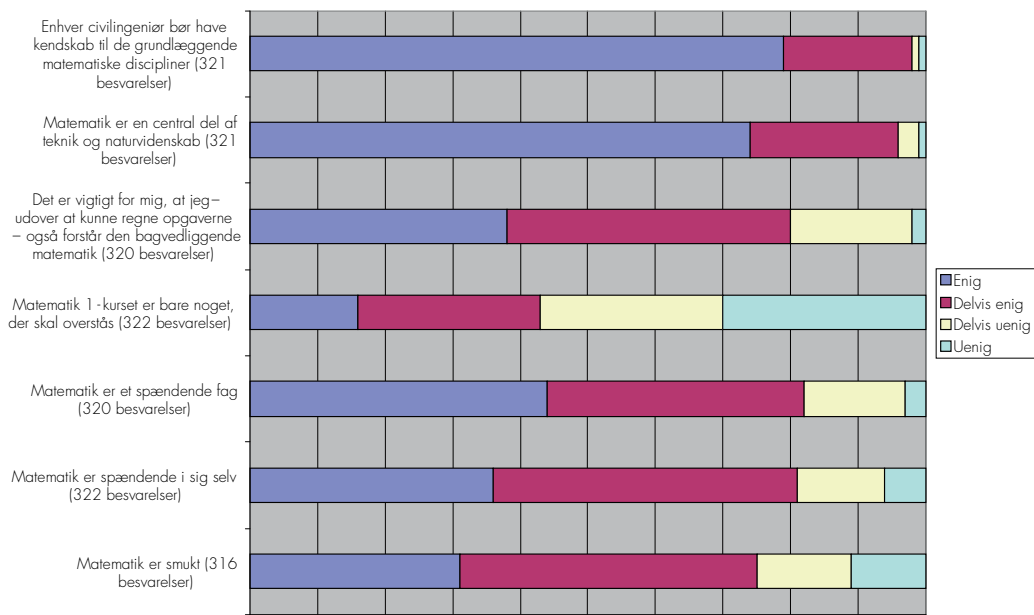
Nogle studerende beskriver uddybende deres forhold til matematik på følgende vis:

Lidenskab

Det er bare pisse frækt

Math rocks!

I <3 Math



Figur 1. De studerendes holdning til matematik.

Denne generelt positive holdning afspejles også i DTU's obligatoriske slutevaluering af kurset fra maj 2008 hvor tre ud af fire studerende tilkendegiver at kurset samlet set er godt. Men her er det bemærkelsesværdigt at kun lidt over en tredjedel synes at undervisningsmaterialet er godt. Ikke desto mindre angiver hele 82 % af de studerende at de lærer meget af kurset, og ligeledes angiver hele 82 % af de studerende at undervisningsforløbet lægger op til deres aktive deltagelse. Denne tilsyneladende modsætning vender vi tilbage til.

### Studerendes brug af matematiklærebøger

Tendensen til at undervisningsmaterialet vurderes lavere end kurset som helhed, kan tilsvarende aflæses af tidligere års slutevalueringer, og baggrunden for iværksættelsen af den empiriske undersøgelse af DTU-studerendes matematikstudievaner var i første omgang et ønske om at undersøge de studerendes brug og forståelse af de klassiske DTU-matematiklærebøger som er fra 1992/1993, med henblik på at vurdere om disse skal genoptrykkes, eller om der med fordel kan anvendes andre (eksempelvis udenlandske) lærebøger eller andre typer af materialer. Efter nærmere overvejelse vurderede vi imidlertid at disse spørgsmål bedst kunne belyses hvis undersøgelsen blev bredere anlagt og kom til at omfatte de studerendes studieaktiviteter i almindelighed – herunder hvordan de studerende benytter de forskellige vidensressurser i forbindelse med de forskellige typer af studieaktiviteter.

Undersøgelsen baserer sig på data indsamlet i løbet af studieåret 2007-2008 via fokusgrupeinterviews, tre elektroniske spørgeskemaer (med svarprocenter på henholdsvis 76, 58 og 58) udsendt til samtlige studerende i kursusugerne 3, 10 og 19 (af et kursusår med i alt 26 kursusuger) samt supplerende observationer af og interviews med udvalgte studerende.

## Udvalgte resultater

De studerendes læring kan betragtes som resultatet af en dialektisk proces mellem deres deltagelse i de forskellige typer af studieaktiviteter og deres brug af fagets vidensressurser. I dette afsnit beskriver vi omfanget af de studerendes aktiviteter, dvs. deres deltagelse i den skemalagte undervisning (forelæsninger og klasses timer/gruppeøvelser), deres forberedelse til undervisningen og deres arbejde med de skriftlige hjemmeopgaver. Videre ser vi på hvilke vidensressurser de studerende tager i brug i forbindelse med disse aktiviteter, og hvilken rolle vidensressurserne spiller i aktiviteten. Det er selvsagt af særlig interesse at følge hvordan de studerendes vægtninger og prioriteringer udvikler sig i løbet af studieåret. Præsentationen af undersøgelsens resultater afsluttes med en beskrivelse af de studerendes egen vurdering af deres udbytte af deltagelse i de forskellige studieaktiviteter og brug af de forskellige vidensressurser.

### *Studerendes deltagelse i den skemalagte undervisning*

I de tre spørgeskemarunder spurgte vi til de studerendes deltagelse i den forløbne uges forelæsninger og klasses timer/gruppeøvelser (tabel 1 og 2). Det fremgår at selv om der er et svagt fald i de studerendes deltagelse i forelæsningerne i løbet af studieåret, så kommer de studerende i høj grad til forelæsningerne. Det fremgår desuden at de studerende i høj grad deltager i klasses timerne/gruppeøvelserne, og at denne høje deltagelse ikke alene er høj, men også er *konstant* igennem kurset.

Var du til forelæsning i sidste uge?	Kursusuge 3	Kursusuge 10	Kursusuge 19
Ja, til begge forelæsninger	94 %	87 %	85 %
Ja, til den ene af de to forelæsninger	4 %	12 %	12 %
Nej, til ingen af forelæsningerne	2 %	1 %	3 %
I alt	100 %	100 %	100 %

**Tabel 1.** Studerendes deltagelse i forelæsninger.

<b>Var du til klassesimer/ gruppeøvelser i sidste uge</b>	<b>Kursusuge 3</b>	<b>Kursusuge 10</b>	<b>Kursusuge 19</b>
Ja, begge dage	89 %	89 %	89 %
Ja, den ene af dagene	9 %	9 %	10 %
Nej, ingen af dagene	2 %	2 %	1 %
I alt	100 %	100 %	100 %

**Tabel 2.** Studerendes deltagelse i klassesimer/gruppeøvelser.

### *Studerendes forberedelse til undervisningen*

De studerendes forberedelse til den forgangne uges undervisning er vist i tabel 3. Det fremgår at andelen af studerende der forberedte sig til undervisningen, faldt fra 65 % i begyndelsen af studieåret (kursusuge 3) til 30 % i midten af forårssemesteret (kursusuge 19).

Dette fald ledsages af et lignende fald i den tid som de studerende der forbereder sig, bruger på forberedelsen: I første runde var medianen for de studerendes forberedelse 95 minutter. I anden runde var medianen for forberedelsen faldet til 65 minutter, og i tredje runde til 55 minutter. Det fremgår således at medianen for de studerendes forberedelsestid er faldet med godt 40 % fra spørgeskemarunde 1 til runde 3.

<b>Forberedte du dig til undervisningen?</b>	<b>Kursusuge 3</b>	<b>Kursusuge 10</b>	<b>Kursusuge 19</b>
Ja	65 %	48 %	30 %
Nej	35 %	52 %	70 %
I alt	100 %	100 %	100 %

**Tabel 3.** Studerendes forberedelse til undervisningen.

## Studerendes brug af vidensressurser i forbindelse med forberedelsen til undervisning

De studerendes brug af vidensressurser fremgår af tabel 4. Tabellen viser hvor stor en del af de studerende der har angivet at de i deres forberedelse til undervisningen i den forgangne uge har brugt den pågældende vidensressurse.

Da de studerende udmærket kan anvende flere vidensressurser, summer brugen af vidensressurser i hver af de tre respektive spørgeskemarunder ikke til 100 %.

Hvad brugte du i forbindelse med forberedelsen?	Kursusuge 3	Kursusuge 10	Kursusuge 19
Lærebogen/lærebøgerne	64 %	46 %	29 %
Andre lærebøger (fx udenlandske)	1 %	4 %	0 %
Aktivitetsøvelser på ugesedlen	19 %	10 %	4 %
Maple-demoer	15 %	18 %	12 %
Maples indbyggede hjælpefunktioner	12 %	8 %	5 %
Maple-bogen	13 %	2 %	0 %
Internet (MathWorld, Wikipedia)	9 %	4 %	3 %
Gamle eksamenssæt	0 %	2 %	0 %
Egne noter fra forelæsninger	n.a. <sup>1</sup>	14 %	7 %
Andet	2 %	2 %	0 %

**Tabel 4.** Studerendes brug af vidensressurser i forbindelse med forberedelsen til undervisningen.

Det fremgår at de studerendes brug af samtlige vidensressurser i forbindelse med forberedelsen enten er faldet eller i få tilfælde (eksempelvis brugen af Maple-demonstrationer) er (stort set) uændret i løbet af det første studieår.

I forbindelse med vores undersøgelse af lærebøgerne er det naturligvis ikke kun interessant at se på hvor mange studerende der bruger bøgerne, men også *hvordan* de studerende konkret bruger lærebøgerne, og om de studerendes måde at bruge dem på ændrer sig over tid i løbet af kurset. Tabel 5 viser hvor stor en del af de studerende

1 I det første spørgeskema spurgte vi ikke de studerende om deres brug af egne noter fra forelæsninger hvorfor disse tal ikke findes til sammenligning.



der har angivet at de i deres forberedelse til undervisningen i den forgangne uge har brugt lærebogen på den pågældende måde. Da de studerende udmærket kan anvende lærebogen på flere eller alle af de angivne måder, summer brugen af lærebogen i hver af de respektive tre spørgeskemarunder ikke til 100 %.

Hvordan brugte du lærebogen?	Kursusuge 3	Kursusuge 10	Kursusuge 19
Til at skimme/orientere mig i	34 %	24 %	20 %
Til at slå op i (finde sætninger og formler)	31 %	22 %	16 %
Til at læse sammenhængende tekst i	47 %	36 %	17 %
Til at regne opgaver ud fra	15 %	11 %	6 %

**Tabel 5.** Studerendes brug af lærebøgerne i forbindelse med forberedelsen til undervisningen.

Det fremgår at alle måder at bruge lærebogen til forberedelse på er faldet igennem studieåret. Mest markant er faldet (på godt 60 %) i brugen af lærebogen til at læse sammenhængende tekst i i forbindelse med de studerendes forberedelse.

### *Studerendes arbejde i løbet af klassesetimer/gruppeøvelser*

I de elektroniske spørgeskemaer spurgte vi de studerende hvad de konkret gjorde i løbet af klassesetimerne/gruppeøvelserne: spørger læreren, regner i hånden, regner i Maple og arbejder med forståelse af begreber og beviser. Den eneste aktivitet der stiger, er "regner i Maple" fra 89 % i første spørgeskemarunde til 95 % i tredje spørgeskemarunde. Tilsvarende falder andelen af studerende der i løbet af klassesetimerne/gruppeøvelserne har "regnet i hånden", fra 77 % til 51 %, mens andelen af studerende der har arbejdet med "forståelse af begreber og beviser", falder fra 55 % til 30 %.

Tabel 6 viser de studerendes konkrete aktiviteter og brug af vidensressurser i løbet af den forgangne uges klassesetimer/gruppeøvelser.

Det er interessant at brugen af Maple-demonstrationer stiger markant – fra 37 % i første spørgeskemarunde (gennemført i kursusuge 3) til hele 84 % i tredje og afsluttende spørgeskemarunde (gennemført i kursusuge 19).

Hvad brugte du i løbet af klassesetimerne/ gruppeøvelserne?	Kursusuge 3	Kursusuge 10	Kursusuge 19
Lærebogen/lærebøgerne	95 %	94 %	88 %
Andre lærebøger (fx udenlandske)	2 %	9 %	6 %
Aktivitetsøvelser på ugesedlen	78 %	68 %	64 %
Maple-demoer	37 %	67 %	84 %
Maples indbyggede hjælpefunktioner	46 %	45 %	48 %
Maple-bogen	32 %	8 %	1 %
Internet (MathWorld, Wikipedia)	8 %	9 %	7 %
Gamle eksamenssæt	0 %	0 %	1 %
Egne noter fra forelæsninger	n.a. <sup>2</sup>	61 %	58 %
Andet	3 %	2 %	2 %

**Tabel 6.** Studerendes brug af vidensressurser i løbet af klassesetimer/gruppeøvelser. (Bemærk: Da de studerende udmærket kan anvende flere vidensressurser, summer brugen af vidensressurser i hver af de tre respektive spørgeskemaer ikke til 100 %).

Med hensyn til brugen af lærebøger bemærker vi for det første at brugen af Maples indbyggede hjælpefunktioner er konstant, mens brugen af DTU's Maple-instruktionsbog falder dramatisk. For det andet viser et uddybende spørgsmål at andelen af studerende der læser sammenhængende tekst i bøgerne i forbindelse med denne aktivitet, falder fra 23 % til bare 6 %.

### *Studerendes arbejde med hjemmeopgaverne*

De tre spørgeskemaer blev udsendt i kursusuger hvor de studerende skulle aflevere et obligatorisk sæt hjemmeopgaver, således at vi kunne sammenligne den tid de studerende brugte på denne aktivitet.

I spørgeskemarunde 1 (i kursusuge 3) brugte de studerende i gennemsnit 305 minutter fordelt på 190 minutter alene og 115 sammen med andre. I kursusuge 10 var gennemsnittet 360 minutter fordelt på 190 minutter alene og 170 sammen med andre. Og endelig var gennemsnittet 350 minutter fordelt på 230 minutter alene og 120 sammen

<sup>2</sup> Se note 1.

med andre i kursusuge 19. Samlet indikerer disse tal at de studerendes prioritering af hjemmeopgaveaktiviteten er stigende.

Tabel 7 viser de studerendes konkrete aktiviteter og brug af vidensressurser i løbet af ugens arbejde med hjemmeopgaver.

Hvad brugte du til arbejdet med hjemmeopgaverne?	Kursusuge 3	Kursusuge 10	Kursusuge 19
Lærebogen/lærebøgerne	97 %	93 %	85 %
Andre lærebøger (fx udenlandske)	4 %	3 %	3 %
Aktivitetsøvelser på ugesedlen	36 %	32 %	27 %
Maple-demoer	39 %	57 %	82 %
Maples indbyggede hjælpefunktioner	64 %	39 %	42 %
Maple-bogen	50 %	10 %	4 %
Internet (MathWorld, Wikipedia)	17 %	11 %	9 %
Gamle eksamenssæt	0 %	2 %	2 %
Egne noter fra forelæsninger	n.a. <sup>3</sup>	59 %	51 %
Andet	5 %	3 %	3 %

**Tabel 7.** Studerendes brug af vidensressurser i forbindelse med ugens hjemmeopgaver. (Bemærk: Da de studerende udmærket kan anvende flere vidensressurser, summer brugen af vidensressurser i hver af de tre respektive spørgeskemaer ikke til 100 %).

Af tabellen fremgår det at brugen af lærebøgerne også *falder* i forbindelse med de studerendes løsning af hjemmeopgaver (fra 97 % til 85 %), mens brugen af Maple-demonstrationer *stiger* (fra 39 % til 82 %) igennem kurset.

3 Se note 1.

### *Studerendes udbytte af deltagelse i studieaktiviteter og brug af vidensressurser*

I de tre spørgeskemaer bad vi de studerende angive hvor meget (det vil sige hvor stor en procentdel) af det de studerende havde lært i den forløbne uge, de havde fået fra de forskellige studieaktiviteter og vidensressurser.

Deres udbytte af deltagelse i de forskellige studieaktiviteter og brug af forskellige vidensressurser fremgår af tabel 8.

	<b>Kursusuge 3</b>	<b>Kursusuge 10</b>	<b>Kursusuge 19</b>
Forelæsninger	32 %	24 %	27 %
Klassetimer/ gruppeøvelser	25 %	23 %	23 %
Officielle lærebøger	12 %	12 %	6 %
Andre lærebøger	0 %	1 %	1 %
Hjemmeopgaver	15 %	20 %	19 %
Aktivitetsøvelser på ugesedlen	12 %	12 %	11 %
Internet	1 %	1 %	0 %
Maple-demoer	3 %	6 %	11 %
Andet	1 %	1 %	1 %
I alt	100 %	99 %	99 %

**Tabel 8.** De studerendes gennemsnitlige udbytte (i procent) af de studerendes samlede udbytte af deltagelse i studieaktiviteter og brug af vidensressurser.

Det mest bemærkelsesværdige er det markante fald (fra 12 til 6 %) i de studerendes udbytte af de officielle lærebøger og den markante stigning (fra 3 til 11 %) i de studerendes udbytte af Maple-demonstrationerne. Denne tendens ses også i et uddybende spørgsmål der specifikt adresserede hvilken vidensressurse de studerende havde lært mest af i ugen der gik. Her falder andelen af studerende der angiver lærebogen, fra 33 % til 17 %, mens andelen af studerende der angiver Maple-demonstrationerne, stiger fra 7 % til 40 %. I ovenstående tabel bemærkes det endvidere at de studerendes brug og udbytte af alternative lærebøger og internetressurser er forsvindende lille.

Det er desuden interessant at der er et svagt fald i interessen for (og udbyttet af) forelæsningserne, mens interessen for klasstimerne/gruppeøvelserne er konstant igennem kurset. Denne tendens ses både når vi spørger til de studerendes *deltagelse* i forelæsninger (tabel 1) og klasstimer/gruppeøvelser (tabel 2) og til deres *udbytte* af forelæsninger henholdsvis klasstimer/gruppeøvelser (jf. tabel 8).

## Diskussion af resultaterne

### *Studerendes deltagelse i studieaktiviteter og brug af vidensressurser*

Af undersøgelsen fremgår det at de studerende i høj grad deltager i undervisningen, det vil sige i forelæsningserne og især i klasstimerne/gruppeøvelserne.

De studerende bruger i høj grad matematiklærebøgerne i deres forberedelse i løbet af klasstimerne/gruppeøvelserne og/eller i forbindelse med deres hjemmeopgaver. Men den del af de studerende der forbereder sig til undervisningen, falder i løbet af kurset.

Det fremgår desuden af undersøgelsen at den del af de studerende der bruger lærebogen til at læse sammenhængende tekst i i forbindelse med deres forberedelse, er faldet med godt 60 % fra kursusuge 3 til kursusuge 19. Det samme mønster ses i forbindelse med de andre typer af studieaktiviteter, og det er næppe urimeligt at antage at der er en sammenhæng mellem nedgangen i forberedelsen og bøgernes faldende betydning for de studerendes læring.

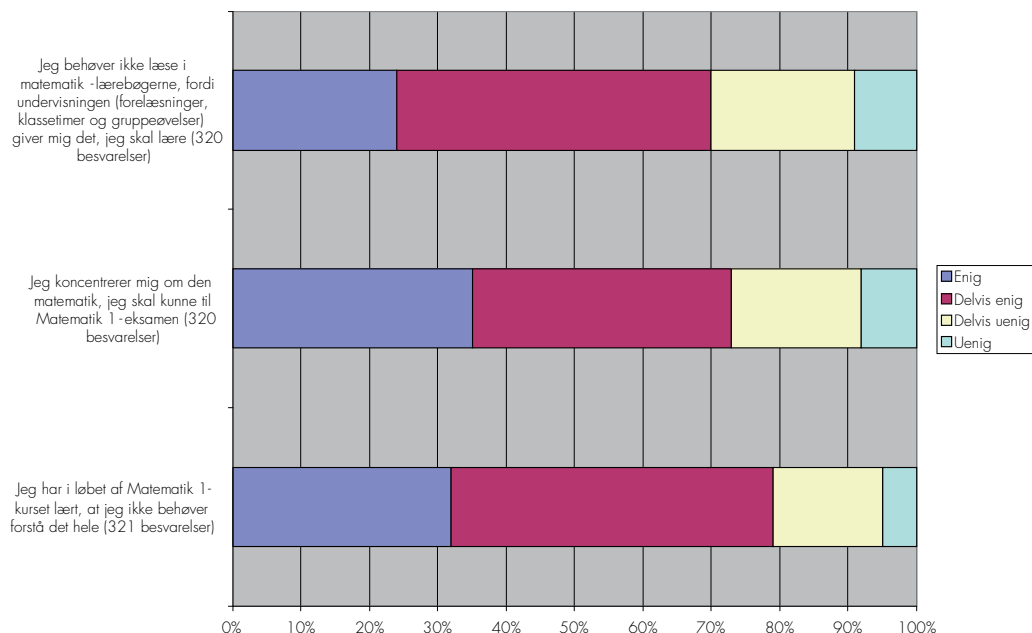
Til gengæld stiger de studerendes brug af Maple og specielt Maple-demonstrationer markant.

Indledningsvis præsenterede vi i figur 1 de studerendes holdninger til matematik. En vigtig pointe var at de studerende synes matematik er et spændende og vigtigt fag. Men hele 43 % angav desuden at de var (helt eller delvist) enige i at Matematik 1-kurset "bare er noget der skal overstås". På baggrund heraf kan man antage at (nogle) studerende kun betragter Matematik 1-kurset som et redskabsfag, et nødvendigt onde der bare skal overstås.

Samtidig erklærede hele 80 % af de studerende imidlertid at det er vigtigt for dem at de ud over at kunne regne opgaverne forstår den bagvedliggende matematik.

### *Studerendes udvikling af studiestrategier*

Disse tilsyneladende modstridende resultater og tilkendegivelser kan muligvis forklares med at de studerende i løbet af kurset udvikler nogle *studiestrategier*, jf. figur 2 der viser de studerendes enighed (sent i Matematik 1-forløbet) med udvalgte udsagn om deres forhold til matematik.



Figur 2. De studerendes udvikling af matematikstudiestrategier.

Næsten tre fjerdedele af de studerende angiver således at de er (helt eller delvis) enige i at de koncentrerer sig om den matematik de skal kunne til eksamen. Desuden angiver næsten fire femtedele af de studerende at de er (helt eller delvis) enige i at de i løbet af Matematik 1-kurset har lært at de ikke behøver at forstå det hele.

Endelig skal det bemærkes at hele 70 % af de studerende angiver at de er (helt eller delvis) enige i at de ikke behøver at læse i matematiklærebøgerne fordi undervisningen (forelæsninger, klassesetimer og gruppeøvelser) giver dem det de skal lære. Dette peger på at tilrettelæggelsen af undervisningen i høj grad støtter de studerende i at lære det de skal lære, også uden at de studerende behøver at læse i lærebøgerne.

På denne baggrund ser det ud som om de studerende tilrettelægger deres deltagelse i studieaktiviteter og brug af vidensressurser med henblik på at få det de betragter som nødvendigt, ud af Matematik 1-kurset. Dette synes i et vist omfang at indebære et holdningsskifte hos de studerende med hensyn til hvad de finder læringsbefordrende: fra læsning og lytning (forberedelse og forelæsninger) til problemløsning (grupperegning, hjemmeopgavebesvarelse og eksperimenteren med Maple).

Da vi i den første spørgeskemaruunde spurgte hvordan de studerende mente de kunne have fået øget udbytte af undervisningen, gav mange studerende således udtryk for ønske om længere forelæsninger og mere tavlegennemgang i klassesetimerne. Og på spørgsmålet om hvad de selv kunne have gjort, var typiske svar:

Bedre forberedelse (læse før og efter forelæsning).

Jeg kunne have læst mere ihærdigt – og læst flere gange, indtil jeg havde forstået stoffet bedre.

Efter den afsluttende spørgerunde udtrykker en enkelt studerende sin erfaring med læringsformerne på følgende måde:

Stort set efter hver forelæsning synes jeg, at jeg har fået en aha-oplevelse. Så når jeg kommer op til grupperegning, kan jeg ikke finde ud af det alligevel.

Og mange studerende giver eksplicit udtryk for et skift i studiestrategi, et skift som kan medvirke til at forklare den tilsyneladende modstrid vi nævnte tidligere i artiklen i forbindelse med slutevalueringen hvor de studerende på den ene side gav udtryk for en positiv vurdering af Matematik 1-kurset og på den anden side (og i tilsyneladende modstrid hermed) gav udtryk for en mindre positiv vurdering af undervisningsmaterialerne:

Jeg har lært at prioritere, således at jeg ved, hvilke ting jeg bør gå i dybden med, og hvilke, der kan springes let og elegant over.

Bruger mindre tid på at forstå dem (bøgerne) og mere på at forstå indholdet.

Ja, jeg har lært, at jeg har brug for at snakke og arbejde sammen med andre for at forstå matematikken.

Læser mindre og forstår mere.

### *Lærebøgernes betydning for de studendes udvikling af studiestrategier*

Nogle studerende giver udtryk for at de finder de officielle lærebøger svære at læse og forstå – jf. eksempelvis studerendes udsagn om utraditionel brug af lærebøgerne "til at se klog ud i toget" eller "til at slå mig selv i hovedet grundet manglende forståelse".

Mange af de studerende vi har observeret og interviewet, har tilsvarende givet udtryk for at de synes matematik er svært, og at bøgerne er svære at forstå: "Når alt andet håb er ude, prøver jeg at slå det op i en af de to bøger, selvom det er håbløst..."

Et vigtigt spørgsmål er derfor hvordan de studendes læring og studiestrategier ville have udviklet sig hvis de studerende havde haft adgang til og kunne gøre brug af andre, nyere og eventuelt mere pædagogiske lærebøger der var bedre tilpasset den aktuelle, Maple-integrerende undervisningsform. Er det eksempelvis en generel tendens at (universitets)studerende læser mindre i lærebøger, eller skyldes den tendens vi har set i denne undersøgelse, helt eller delvist undervisningsformen på Matematik 1-kurset og de særlige bøger der benyttes på kurset?

Vi kan naturligvis ikke give et endeligt svar på dette spørgsmål, men det er interessant at se på de studerendes karakteristik af kursets tre matematiklærebøger som er skrevet af forskellige forfattere. En af bøgerne kommer ind som en sikker vinder på spørgsmålene “God til at give forståelse”, “Nem at læse” og “Er pædagogisk”. Men når vi spørger de studerende hvor meget de har brugt hver af de tre bøger, er der ingen forskel på omfanget af brugen af bøgerne – vurderingerne til trods. Indføring af nye bøger vil derfor ikke med sikkerhed føre til mere læsning.

Under alle omstændigheder er det vigtigt at diskutere de muligheder og risici der er forbundet med de studerendes udvikling af studiestrategier, i forhold til de studerendes konstruktion af matematikforståelse og *transfer* af matematisk viden og kompetencer til andre fag og ingeniørfaglig problemløsning uden for undervisningen.

### *Studiestrategier til understøttelse af løsning ved typegenkendelse af opgaver og/eller til konstruktion af konceptuel forståelse*

Vi må som nævnt notere at mange studerende i deres besvarelser på de tre spørgeskemaers åbne spørgsmål har givet udtryk for at de synes matematik er svært – og bare skal overstås:

Mat er dejligt ... jeg fatter det bare ikke så godt:)

Det er meget svært og jeg glæder mig til det er overstået.

Jeg er enig i at matematik er et MEGET vigtigt fag. Det er desværre bare også blevet et MEGET svært fag, hvilket gør, at jeg bare har lyst til at få det overstået.

Matematik er svært og skal overstås. Meget matematik virker desuden (meget) abstrakt for mange af de studerende. Lidt over en tredjedel af de studerende finder det således uklart hvad de skal bruge matematikken til i andre kurser, jf. følgende svar på de åbne spørgsmål:

Det kan til tider virke alt for abstrakt... hvad skal det bruges til?

Det er et enormt spændende fag, men det er meget svært at se, hvad man fx skal bruge basisskiftematrixer til i fremtiden – sådan helt konkret.

Desuden nævner flere studerende at de nok lærer at regne opgaver korrekt, men har svært ved at forstå matematikken – på et konceptuelt plan:

Kurset er meget overfladisk. Pensum er alt for stort. Man har ikke tid til at forstå et emne, inden man går videre til det næste. Man lærer blot at regne (som regel med Maple), men får ingen forståelse for teorien bag det som man gør.



Jeg elsker matematik. Derfor skuffer matematikkurser mig så meget, fordi de har et andet fokus. I dette tilfælde er det vigtigere at kunne tricks med Maple end at ane hvad matematikken går ud på.

Jeg savner at lære matematikken. Jeg synes, det meste handler om, hvordan man bruger Maple. Man mangler forståelsen.

Andre studerende angiver på den anden side at netop brugen af Maple har givet dem nye muligheder for at forstå stoffet:

Når man leger med Mapledemo er det langt nemmere at forstå indholdet.

Det giver meget mere med maple-demoerne, fordi man netop kan eksperimentere og på den måde forstå, hvordan forskellige komponenter kan påvirke et resultat.

'Hand-on experience' med Maple gør at man hurtigt finder ud af, hvad der står lysende klart for en og hvad man ikke forstår. Når man læser en tekst i grundbøgerne er det bare gråt-i-gråt.

Disse udsagn er interessante fordi det i anden sammenhæng (Jakobsen et al., 1999) er vist at der i ingeniørfagene *kan* forekomme korrekt anvendelse af matematikken *uden* at der forekommer forståelse. Og denne iagttagelse genfindes i den internationale litteratur: "As accumulating evidence from research and experience revealed that students could indeed be trained to provide acceptable responses without understanding." (Herron & Nurrenbern, 1999, s. 1355).

Nogle af de studerendes udsagn om deres matematikstudievaner og deres læring peger i retning af at nogle studerende i løbet af Matematik 1-kurset lærer at løse opgaver via typegenkendelse, men ikke *forstår* matematikken. Dette er selvsagt problematisk hvis dette har betydning for de studerendes *transfer* af det lærte fra én sammenhæng til en anden.

Hvis nogle studerende på fag senere i løbet af studiet derfor ikke kan anvende den grundlæggende matematik til beskrivelse og løsning af ingeniørfaglige problemer, kan det skyldes at de studerende ikke konstruerer en meningsfuld konceptuel forståelse af matematikken, men derimod i højere grad lærer at løse opgaverne ved hjælp af typegenkendelse. Brug af copy-paste fra Maple-demoer og medstuderendes Maple-worksheets giver nye muligheder for at studerende kan anlægge lignende, uhensigtsmæssige studiestrategier.

Omvendt har Maple som nævnt et stort visualiseringspotentiale og giver de studerende muligheder for at eksperimentere med matematikken og matematisk løsning af ingeniørfaglige problemer på måder som ikke er mulige uden Maple. Der er således på den ene side *fordele* – i hvert fald for nogle studerende – ved anvendelsen af Maple,

på den anden side er der muligvis også nogle *faldgruber* ved denne anvendelse (for nogle studerende).

I tilknytning hertil skal det nævnes at de anvendte *eksamensformer* naturligvis også kan have betydning for de studerendes udvikling af studiestrategier. Det er således muligt at en *prøveform* med en mundtlig præsentation og eksamination kunne være medvirkende til at flytte fokus fra løsning af opgaver til mere teoretiske aspekter af stoffet.

### *Maples betydning for de studerendes udvikling af studiestrategier*

I tredje og afsluttende spørgeskema bad vi de studerende besvare følgende spørgsmål: "Hvordan oplever du forskellen mellem at lære stoffet ved at læse i en lærebog og ved at læse og eksperimentere med en Maple-demo?"

Nedenstående svar illustrerer på den ene side de studerendes *begejstring* for Maple-demonstrationerne. På den anden side illustrerer citaterne også den *risiko* der ligger i at brugen af Maple-demonstrationer og muligheden for opgaveløsning med copy-paste styrker og træner nogle studerende i opgaveløsning samtidig med at en instrumentel brug af Maple ikke (nødvendigvis) støtter disse studerendes konstruktion af konceptuel forståelse:

Jeg lærer MEGET mere af Maple-demoerne. Dels kan man copy-paste og straks bruge formlerne, hvor man ved at bruge en lærebog typisk skal omskrive og bruge lang tid på opnotering og omskrivning til egne variable, hvorved man når at glemme hvad det egentlig drejede sig om. Plus at det tager længere tid at finde de RELEVANTE dele i bogen. Det er ofte svært at forstå, hvad der egentlig foregår når man bare sidder og læser i en bog. Maple-demoer giver et bedre indblik, specielt fordi man selv kan sidde og eksperimentere. Maple demoer er copy-paste, mens lærebogen er at forstå baggrunden for Maple demoerne. Jeg forstår mere af Maple, men man kan tit komme til bare at kopiere kommandoer.

Da vi spurgte de studerende "Hvordan tror du det vil være med et Matematik 1-kursus helt uden trykte lærebøger?", svarer en studerende ligefrem: "For lidt matematik og for meget copy-paste."

En uddybet beskrivelse og diskussion af DTU's konkrete håndtering af de muligheder og *faldgruber* der knytter sig til brugen af Maple i den indledende matematikundervisning set i lyset af resultaterne fra denne generelle undersøgelse af de studerendes matematikstudievaner, kan findes i Schmidt, Rattleff og Hussmann (2010).

## Afsluttende bemærkninger

I denne artikel har vi fremlagt og diskuteret nogle hovedresultater fra en empirisk undersøgelse af hvordan studerende på DTU's indledende Matematik 1-kursus deltager i studieaktiviteter og anvender vidensressurser i løbet af det første studieår. Det fremgår at de studerendes brug af traditionelle vidensressurser – som eksempelvis de papirbaserede lærebøger – falder igennem studieåret i takt med at de studerendes brug af Maple – specielt Maple-demoer – stiger.

Efter undersøgelsen har DTU besluttet at de nuværende lærebøger skal udfases over et par år. Men de studerende skal fortsat have mulighed for at læse uddybende, forklarende tekster om de matematiske emner der gennemgås og arbejdes med på kurset. Der vil derfor blive udarbejdet et i princippet ikke-lineært system af tekster som p.t. går under arbejdstitlen *transfer notes*, som samler den viden de studerende forventes af have erhvervet sig gennem matematikkurset, og som de kan trække på i andre fag og senere i ingeniørstudiet. Noterne vil være placeret online og knyttes sammen af links. Ideen er at hver note skal behandle et af de matematiske begreber eller delområder, og at noten skal indeholde information om hvilke forkundskaber den kræver, og det udbytte en gennemarbejdning forventes at give. Noterne skal kunne udprintes således at de studerende efter eget valg enten kan udprinte deres egen "lærebog" eller kan vælge at benytte en samling og rækkefølge som anbefales af lærerne.

Samtidig vil satsningen på Maple fortsætte så der kan flyttes energi fra indøvning af regnerutiner til løsning af mere eksperimenterende opgaver, temaøvelser og projekter der sigter mod at give de studerende bedre muligheder for at fornemme matematikkens anvendelsesmuligheder på områder der ville være uden for rækkevidde uden Maple. I den forbindelse eksperimenteres der med nye versioner af Maple-demoerne således at de bliver mere interaktive og kræver mere arbejde fra de studerende når de efterfølgende bruger demoerne i deres videre arbejde med stoffet.

I forlængelse af denne undersøgelses resultater synes det således relevant og interessant at foretage en videre undersøgelse af hvordan studerendes brug af Maple kan være medvirkende til – eller muligvis for nogle studerendes vedkommende modvirke – konstruktion af meningsfuld konceptuel forståelse med henblik på at fremme de studerendes transfer af matematik fra det grundlæggende, mere teoretiske Matematik 1-kursus til efterfølgende, mere anvendelsesorienterede kurser.

## Referencer

- Alsholm, P. (2007). *Maple*. Lyngby: Institut for Matematik, Danmarks Tekniske Universitet.
- Eising, J. (1999). *Lineær Algebra*. Lyngby: Institut for Matematik, Danmarks Tekniske Universitet.

- Eising, J., Gravesen, J. & Jensen, J.M. (2002). *Opgaver i Lineær Algebra*. Lyngby: Institut for Matematik, Danmarks Tekniske Universitet.
- Herron, J.D. & Nurrenbern, S.C. (1999). Chemical education research: Improving chemistry learning. *Journal of Chemical Education*, 76(10), s. 1354-1361.
- Jakobsen, A. et al. (1999). *Kvalitetsudviklingsprojektet "Faglig Sammenhæng", Hovedrapport*. DTU. (CDM's skriftserie nr. 1).
- Jensen, H.E. (2000). *Matematisk Analyse 1*. Lyngby: Institut for Matematik, Danmarks Tekniske Universitet.
- Jensen, H.E., Markvorsen, S., Hjorth, P. & Kliem, W. (1989). *Opgaver i Matematisk Analyse 1*. Lyngby: Institut for Matematik, Danmarks Tekniske Universitet.
- Karlsson, P.W. & Hansen, V.L. (1998). *Matematisk Analyse 2*. Lyngby: Institut for Matematik, Danmarks Tekniske Universitet.
- Karlsson, P.W. & Brændstrup, O. (2000). *Opgaver i Matematisk Analyse 2*. Lyngby: Institut for Matematik, Danmarks Tekniske Universitet.
- Schmidt, K., Rattleff, P. & Hussmann, P.M. (2010) The Impact of CAS Use in Introductory Engineering Mathematics. *ECMI 2008 Proceedings*, Springer Verlag.

## Abstract

In this article, the authors present and discuss selected results from an empirical study from 2007/2008. The study concerned how engineering students take part in study activities and make use of knowledge resources during the introductory first year course on mathematics at the Technical University of Denmark. The background for, and design of, the study is briefly presented. The students' use of textbooks is described along with the students' evaluation of their learning outcome from their participation in study activities and use of knowledge resources; which do the students make the most of, and which do they prefer when they study and learn mathematics? The development and change of the students' study habits during the course is described. The authors demonstrate how engineering students' study habits change due to the students' development of study strategies where the students learn the math they need, via other means than the official textbooks.