

MONIA

Matematik- og Naturfagsdidaktik
– tidsskrift for undervisere, forskere og formidlere

DTU



A A R H U S U N I V E R S I T E T



AALBORG UNIVERSITET



SYDDANSK UNIVERSITET



DET BIOVIDENSKABELIGE FAKULTET
FOR FODEVARER, VETERINÆRMEDICIN OG NATURRESSOURCER
KØBENHAVNS UNIVERSITET

DET FARMACEUTISKE FAKULTET
KØBENHAVNS UNIVERSITET



DET NATURVIDENSKABELIGE FAKULTET
KØBENHAVNS UNIVERSITET

2009-2

MONA

Matematik- og Naturfagsdidaktik – tidsskrift for undervisere, forskere og formidlere

MONA udgives af Det Naturvidenskabelige Fakultet ved Københavns Universitet, i samarbejde med Danmarks Tekniske Universitet, Det Biovidenskabelige Fakultet for Fødevarer, Veterinærmedicin og Naturressourcer og Det Farmaceutiske Fakultet ved Københavns Universitet, det naturvidenskabelige område ved Roskilde Universitetscenter, Det Tekniske Fakultet og Det Naturvidenskabelige Fakultet ved Syddansk Universitet, Det Ingeniør-, Natur- og Sundhedsvidenskabelige Fakultet ved Aalborg Universitet, Det Jordbrugsvidenskabelige Fakultet og Det Naturvidenskabelige Fakultet ved Aarhus Universitet.

Redaktion

Jens Dolin, institutleder, Institut for Naturfagernes Didaktik, Københavns Universitet
(ansvarshavende)

Sebastian Horst, konsulent, Institut for Naturfagernes Didaktik (IND), Københavns Universitet

Inge Hviid Jensen, redaktionssekretær, IND, Københavns Universitet

Kjeld Bagger Laursen, ekstern lektor, Institut for Matematiske Fag, Københavns Universitet

Redaktionskomité

Karsten Enggaard, centerleder, Center for Anvendt Naturfagsdidaktik

Claus Michelsen, institutleder, Institut for Matematik og Datalogi, Syddansk Universitet

Hanne Møller Andersen, adjunkt, Institut for Videnskabsstudier, Aarhus Universitet

Mogens Niss, professor, Institut for Natur, Systemer og Modeller, Roskilde Universitetscenter

Egon Noe, seniorforsker, Institut for Jordbrugsproduktion og Miljø, Aarhus Universitet

Jan Sølborg, adjunkt, Institut for Curriculumforskning, DPU, Aarhus Universitet

Rie Popp Troelsen, lektor, Institut for Filosofi, Pædagogik og Religionsstudier, Syddansk Universitet

Lene Østergaard Johansen, Lektor, leder af Adgangskursus og studieleder for H-studienævnet, Aalborg Universitet

MONA's kritikerpanel, som sammen med redaktionskomitéen varetager vurderingen af indsendte manuskripter, fremgår af www.science.ku.dk/mona.

Manuskripter

Manuskripter indsendes elektronisk, se www.science.ku.dk/mona. Medmindre andet aftales med redaktionen, skal der anvendes den artikelskabelon i Word som findes på www.science.ku.dk/mona. Her findes også forfattervejledning. Artikler i MONA publiceres efter peer-reviewing (dobbelt blindt).

Abonnement

Abonnement kan tegnes via www.science.ku.dk/mona.

Meddelelser vedr. abonnement, adresseændring, mv., se denne hjemmeside.

Produktionsplan

MONA 2009-3 udkommer september 2009

Deadline for indsendelse af artikler hertil: 6. maj 2009

Deadline for kommentarer, litteraturanmeldelser og nyheder hertil: 1. juli 2009

MONA 2009-4 udkommer december 2009

Deadline for indsendelse af artikler hertil: 18. august 2009

Deadline for kommentarer, litteraturanmeldelser og nyheder hertil: 2. oktober 2009

Grafik og layout: Lars Allan Haugaard/PitneyBowes Management Services-DPU

Tryk: Narayana Press

ISSN: 1604-8628

© MONA 2009. Citat kun med tydelig kildeangivelse.

Indhold

- 4 Fra redaktionen
- 6 Artikler**
- 7 Matematik er noget man bruger til at lave lektier med
Helle Alrø, Ole Skovmose & Paola Valero
- 21 Samspillet mellem matematik og de andre fag i gymnasieskolen
Claus Michelsen & Steffen M. Iversen
- 37 Modellering versus problemløsning – om kompetencebeskrivelser som kommunikationsværktøj
Tomas Højgaard Jensen
- 55 Aktuel analyse**
- 56 Fysikdidaktik på amerikansk. En beretning om forskningens rolle og rationaler
Bjørn Friis Johannsen & Lærke Bang Jacobsen
- 73 Kommentarer**
- 74 Induktive forsøg stimulerer naturfagsundervisningen
Kurt Møller Pedersen
- 79 Lesson study i Danmark?
Arne Mogensen
- 86 Hvorfor er det så svært?
Claus Jessen
- 90 Seminariehold på besøgscenter
Finn Bendixen
- 92 Den røde tråd i nye fælles mål
Iben Dalgaard
- 101 Litteratur**
- 102 Det ustyrlige friluftsliv
Trine Hyllested
- 105 Nyheder**

Fra redaktionen

Matematik- og naturfagsdidaktikken nyder fortsat stor bevågenhed i uddannelsesverdenen. Det har vi på redaktionen kunnet registrere dels på tilgangen af nye abonnenter i årets første måneder, dels på læserreaktioner i form af kommentarer på hhv. det ordinære nummer og særnummeret af MONA.

Vi påskønner såvel kommentarer til tidligere artikler som indlæg til aktuelle temaer på det matematik- og naturfagsdidaktiske område. Vi nærmer os næste skoleår som på folkeskoleområdet samtidig er startskud for brugen af de nye Fælles Mål II. Peter Norrild beskrev baggrunden for disse på naturfagsområdet i martsnummeret af MONA, og vi følger denne aktuelle sag op med en kommentar i dette nummer.

På redaktionen følger vi ligeledes med interesse udviklingen inden for gymnasierreformens evaluering og har igangsat en kortlægning og sammenfatning af de forskellige evalueringer og politiske ændringer af reformen. Dette arbejde agter vi at præsentere i et kommende nummer af MONA. Skulle nogle af MONA's læsere ønske at bidrage, vil vi meget gerne modtage kommentarer til eller analyser af gymnasierreformen.

Vi vil også gerne opfordre læsere til at indsende flere artikler der beskriver udviklingsarbejder inden for matematik- og naturfagsundervisning. MONA er med sine mere end 1200 abonnenter fra hele spektret af uddannelsesinstitutioner og fagmiljøer i Danmark et veletableret forum for formidling og spredning af erfaringer fra praksis der kan udvikle undervisningen.

Indhold

Juninummeret indeholder tre artikler, en aktuel analyse, fem kommentarer og en boganmeldelse. Artiklerne tager denne gang alle afsæt i matematikundervisning, men trækker linjer til diskussioner ud over denne.

Med udgangspunkt i et empirisk studie i en 8.-klasse i en dansk provinsby ser forfatterne Helle Alrø, Ole Skovsmose og Paola Valero på elevers oplevelse af skolematematikken i forhold til deres såkaldte *forgrund* og konkluderer at målbeskrivelser og lærebogssystemer ikke i sig selv fører til at elever bliver i stand til at give mening til det de møder i skolens matematikundervisning.

I den næste artikel behandler Claus Michelsen og Steffen M. Iversen reformen af de gymnasiale uddannelser. Ifølge forfatterne mangler der såvel en konceptuel ramme som en didaktisk model for samspillet mellem matematik og andre fag samt konkrete og veldokumenterede eksempler på undervisningsforløb med et for både lærere og elever udbytterigt samspil. I artiklen præsenteres en række positioner vedrørende

matematikundervisningen som forfatterne lader spille sammen med en analyse af relevant forskning inden for matematikkens didaktik der mere eller mindre eksplicit inddrager matematikfagets relationer til andre fag.

I den tredje artikel argumenterer Tomas Højgaard Jensen for det hensigtsmæssige i at arbejde med modelleringskompetence og problemløsningskompetence som læringsmål i matematikundervisningen. Ifølge forfatteren kan en skelnen mellem disse to kompetencer bruges som kommunikationsværktøj når der skal etableres en dagsorden i og omkring klasserummet i almindelighed, og når der skal udvikles og/eller vælges gode elevudfordringer i særdeleshed.

Fra matematikkens verden bevæger vi os i *Aktuel analyse* over i fysikkens univers med en analyse af forfatterne Bjørn Friis Johannsen og Lærke Bang Jacobsens oplevelser fra vintermødet i Chicago for den amerikanske fysiklærerforening (AAPT). Først omtales nogle af de forskningsprojekter der blev præsenteret under foredrag og workshops under mødet. Anden del er forfatternes egne refleksioner over forskellene mellem amerikanernes og danskernes måde at bedrive forskning på inden for fysikdidaktikken (de løsningsorienterede amerikanere versus de problemorienterede danskere).

Kommentarsektionen byder på bidrag fra i alt fem forfattere til artikler bragt i hhv. MONA 2009(1) og MONA 2009 (særnummer om CAND-projekter). Kurt Møller Pedersen byder på et videnskabsteoretisk perspektiv på artiklen "Ude i verden har man heller ikke en brugsanvisning" om et eksperimentelt laboratorieførløb i gymnasiet. Arne Mogensen bidrager til Lesson Study-debatten i en kommentar til Carl Winsløws artikel "Et mysterium om tal". Claus Jessen trækker med overskriften "Hvorfor er det så svært" perspektiverne fra Aikenhead-artiklen om de kulturelle grænser ind i en nordisk kontekst og giver et bud på hvordan lærerne kan styrke kulturmødet på vores længdegrader. Iben Dalgaard tilføjer endnu en dimension til Fælles mål II i sin kommentar til Peter Norrilds aktuelle analyse "På vej mod nye mål i folkeskolens naturfagsundervisning". Endelig kommenterer Finn Bendixen en af artiklerne i særnummeret, nemlig Signe Søndergaards og Jette Madsens artikel om brug af uformelle læringsmiljøer i læreruddannelsens naturfag – især i relation til en videre udbredelse af kendskabet til projektet.

Anmeldelsen fører os denne gang ud i naturen hvor Trine Hyllested i sin anmeldelse af bogen *Friluftsliv – natur, samfund og pædagogik* bl.a. reflekterer over hvad friluftsliv egentlig er for en størrelse. Herefter følger som altid nyhedssektionen med aktuelle udgivelser og begivenheder i relation til matematik- og naturfagsdidaktik.

Skulle noget af indholdet anspore til reaktion, vil vi gerne opfordre læserne til at indsende artikler eller kommentarer til redaktionen på mona@ind.ku.dk.

Artikler

I denne sektion bringes artikler der er vurderet i henhold til MONA's reviewprocedure og derefter blevet accepteret til publikation.

Artiklerne ligger inden for følgende kategorier:

- Rapportering af forskningsprojekt
- Oversigt over didaktisk problemfelt
- Formidling af udviklingsarbejde
- Oversættelse af udenlandsk artikel
- Uddannelsespolitisk analyse

Matematik er noget man bruger til at lave lektier med



Helle Alrø,
Institut for
kommunikation,
Aalborg
Universitet



Ole Skovmose,
Institut for
Uddannelse,
Læring og
Filosofi, Aalborg
Universitet



Paola Valero,
Institut for
Uddannelse,
Læring og
Filosofi, Aalborg
Universitet

Abstract *Målbeskrivelser og lærebogssystemer fører ikke i sig selv til at elever bliver i stand til at give mening til det de møder i skolens matematikundervisning. Meningsfuldhed angår mange relationer, specielt mellem aktiviteter i skolen og elevernes forgrund der bl.a. refererer til elevernes forestillinger om og fortolkninger af deres muligheder i fremtiden. Med udgangspunkt i et empirisk studie i 8. klasse i en dansk provinsby ser vi på elevers oplevelse af skolematematikken i forhold til deres forgrund. Vi undersøger hvordan disse to verdener forholder sig til hinanden, og hvordan meningsfuldhed kan forstås i relation til elevernes oplevelse af matematikundervisningen.*

Helle "Bruger du matematik når du ikke går i skole?"

Thao "Nej, hvad skal jeg bruge det til?"

Indledning

Undervisning skal være meningsfuld for eleverne. Det er der ikke mange der kan være uenige i. Det er imidlertid langt mere vanskeligt at blive enige om hvori en sådan meningsfuldhed måtte bestå. Og det skorter ikke på forslag: Meningsfuld matematikundervisning må rumme eksempler på anvendelser af matematik i hverdagen. En meningsfuld undervisning må referere til den hverdag som eleverne kender til. Undervisningen må knytte forbindelser til elevernes baggrund og livet uden for skolen. Matematiske begreber må gøres meningsfulde gennem konkrete, virkelige eksempler. Alle er ganske fornuftige forslag der igen kan specificeres på forskellige måder. Det gør i hvert fald både Nye Fælles Mål (UVM, 2008) – med sit fokus på matematik i anvendelse og anbefalinger til lærernes undervisning – og samtlige danske lærebogssystemer for matematikundervisning.

I skolens matematikundervisning bestræber lærerne sig på at matematik skal give mening for eleverne. Undervisningen kan foregå som projektarbejde eller tage udgangspunkt i undersøgelseslandskaber.¹ Men undervisningen og skolematematikken kan også antage mere traditionelle former. Med skolematematik forstår vi en undervisning der er domineret af følgende aktiviteter: Læreren gennemgår et emne, og der kan være en diskussion i klassen af de faglige idéer; eleverne regner opgaver hvilket kan foregå individuelt eller i grupper; der bruges tid på at korrigere fejl og på at kontrollere elevernes forståelse af de matematiske emner. Skolematematikens rutiner er i høj grad defineret gennem lærebogen. Det er eksempelvis lærebogen der sætter tempoet. Man kan være foran eller bagefter. Det er også lærebogen der definerer sekvensen af emner og formulerer opgaverne. Denne skolematematik kan opleves som mere eller mindre meningsfuld afhængigt af hvordan de aktiviteter der karakteriserer skolematematikken, relaterer sig til aktiviteter uden for matematikundervisningens univers, nemlig det liv som eleverne har uden for skolen, og som de forestiller sig at få i fremtiden.

Målbeskrivelser og lærebogssystemer fører ikke i sig selv til at elever bliver i stand til at give mening til det de møder i skolen. Meningsfuldhed angår mange relationer, specielt mellem aktiviteter i skolen og elevernes *forgrund*. Forgrund refererer til elevernes forestillinger om og fortolkninger af deres muligheder i fremtiden som de oplever dem i den sociale kontekst de lever i.² Begrebet forgrund har vist sig produktivt i undersøgelsen af hvilken mening elever tillægger skolens matematikundervisning, og hvilke motiver de har for at involvere sig i læring. Med udgangspunkt i et empirisk materiale fra en 8.-klasse i en provinsby i Danmark ser vi på elevers oplevelse af skolematematikken i forhold til deres forgrund. Hvordan forholder disse to verdener sig til hinanden, og hvordan kan meningsfuldhed forstås i relation til elevernes oplevelse af matematikundervisningen?

Forgrundsundersøgelser

Det empiriske materiale som denne artikel bygger på, er en del af vores undersøgelser i projektet *Kommunikation, konflikt og matematiklæring i det multikulturelle klasseværelse* (Alrø, Skovsmose & Valero, 2003). Vi har besøgt to 8.-klasser i en dansk provinsby, og vi har gennem 2 år opholdt os i klasserne gennem flere perioder med forskellige formål.³ Den undersøgelse vi refererer til her, drejer sig om elevernes mo-

1 Se Skovsmose (2003) og Alrø & Skovsmose (2002).

2 For en detaljeret diskussion af begrebet "forgrund" og dets anvendelse i forhold til matematiklæring se bl.a. Skovsmose (2005a) og Alrø, Skovsmose & Valero (2009a).

3 Vi har gennemført tre dataindsamlingsforløb i de to klasser: forgrundsundersøgelser, et kritisk-etnografisk inspireret forløb og matematikmorgener (se Alrø, Skovsmose & Valero, 2006). Artiklen her refererer primært til det første forløb.

tiver til at lære – i dette tilfælde matematik. Undersøgelsen omfatter fem faser som Helle gennemførte med de to klasser. Først fulgte hun matematikundervisningen i et par uger for at blive bekendt med elever og lærere og for at danne sig et indtryk af læringskonteksten. I anden fase blev eleverne hver især bedt om at forestille sig deres liv om ti år. Gennem en række bredt formulerede spørgsmål blev eleverne guidet ind i et fremtids-scenarie som de hver især formulerede på ca. en side. I tredje fase udfyldte de et spørgeskema der var mere specifikt fokuseret på deres forhold til skole og matematik. På den baggrund afholdt Helle i en fjerde fase et "inter-view"⁴ med hver elev hvor eleverne fik lejlighed til at kommentere og uddybe deres overvejelser i de øvrige faser. I femte fase inter-viewede Helle, Ole og Paola matematiklærerne om deres syn på elevernes kompetencer og muligheder i fremtiden.⁵

I denne artikel tager vi udgangspunkt i en samtale med Sofie, en pige af dansk oprindelse, men vi supplerer analysen ved at inddrage en række udsagn fra andre elever i 8. klasse på samme skole. Vores analytiske tilgang til det empiriske materiale er kvalitativ og refererer til sprogbrugsanalysen og pragmatikken (Wittgenstein, 1953; Austin, 1962; Searle, 1969) som forstår sprog som handling og således tolker sprogets funktion i forhold til sprogbrugerne og deres indbyrdes relation i samtalekonteksten. Analysen præsenterer således eksempler på det der kommunikerer verbalt og non-verbalt, og fortolker det i relation til konteksten for samtalen.

Matematik i og uden for skolen

Når man spørger de unge om de bruger matematik uden for skolen, er det umiddelbare svar ofte: *"Nej, hvad skal jeg bruge det til?"* På spørgsmålet om de tror de skal bruge matematik i fremtiden, svarer mange på tilsvarende måde: *"Nej, det kan jeg ikke forestille mig."* Når man spørger mere ind til det, kan de fleste imidlertid godt finde forskellige eksempler relateret til madlavning, indkøb, husførelse og økonomi i det hele taget. Men tilsyneladende laver de ikke en kobling mellem den matematik de lærer i skolen, og den matematik de skal bruge i fremtiden uden for skolen. Matematik i skolen og matematik uden for skolen opleves tilsyneladende som helt forskellige verdener. Med lidt hjælp og lidt insisteren kan de fleste dog godt bringes til at indse en sådan mulig sammenhæng. Det følgende eksempel skal illustrere dette.

4 Inspireret af Kvale (1996) førte Helle undersøgende samtaler (inter-interviews) med eleverne som bl.a. drejede sig om deres forestillinger om deres fremtid.

5 En oversigt over resultaterne fra undersøgelsen kan ses i Alrø, Skovmose & Valero (2009b).

Drømmen

Forud for samtalen med Sofie har vi kigget på den fortælling hun har skrevet om sin fremtid, og på det spørgeskema om hendes forhold til skole og matematik som hun har besvaret to uger tidligere.

I spørgeskemaet bliver eleverne bedt om på en skala fra 1 til 5 at vurdere en række udsagn. Sofie markerer højeste score i forhold til følgende udsagn: "Jeg kan godt lide at gå i skole", "Det er vigtigt for min fremtid at jeg går i skole", "Det er vigtigt for mig at lære matematik" og "Jeg skal bruge matematik i min fremtid". Derimod har hun næstlaveste score på: "Jeg skal bruge matematik i min hverdag" og "Vi bliver nysgerrige efter hvordan det kan hænge sammen".

I sin fortælling om hvordan hun ser sig selv om 10 år, fremhæver Sofie som det første at hun *"går i skole og får en god uddannelse"*. Her vil hun få hjælp af venner og familie. Hun ville ønske at hendes forældre boede sammen i stedet for at være skilt og skændes. Om 10 år bor hun nok i lejlighed, men når hun bliver ældre, vil hun måske købe et nedlagt landbrug. Det der kunne spænde ben for hendes planer, ville være hvis nogle hun holder af, dør, eller hun finder en kæreste der er ude i noget snavs. Sofie bliver smuk, bor sammen med sin kæreste og går til ridning, fortæller hun.

I samtalen betoner Sofie at grunden til at hun godt kan lide at gå i skole, er at man lærer noget nyt, og at man er sammen med sine venner og oplever noget sammen med dem. Hun kan imidlertid ikke lide at gå i skole når hun ikke forstår det der undervises i. Og hun peger på matematik som det hun ikke forstår eller har svært ved. *"Det er vigtigt at lære, men det er svært at forstå,"* siger Sofie. Helle prøver at spørge lidt ind til hvad det er hun forstår og ikke forstår i matematik. Hun kan godt finde ud af almindelig regning, siger hun. Brøker er let. Areal er let nok. Men ligninger! *"Så er jeg heller ikke så god til at forklare det hvis læreren spørger", "Så han tror ikke jeg ved så meget"*.

Sofies billede af matematiklærerens opfattelse får vi senere bekræftet i et interview hvor han siger: *"Sofie klarer sig forbløffende godt i sprogfag. Matematik og fysik er imidlertid ikke Sofies gebet. Hun fatter mindre end intet. I øjeblikket er hun mest optaget af at være service-minded. Hun vil være en gevinst for enhver forretning. En stabil pige der har begge ben på jorden i enhver henseende."*

Sofie ved ikke hvilken uddannelse hun sigter efter, men det skal ikke være noget der er for svært – fx dyrlæge. Så skal man have gode karakterer i det hele – og man skal også være god til matematik, som hun siger:

Sofie "Så god er jeg ikke."

Helle "Kunne du blive det?"

Sofie "Det kunne jeg godt."

Helle "Hvad skulle der til?"

Sofie "Det ved jeg ikke. Jeg tror jeg gør hvad jeg kan. Jeg har altid haft svært ved matematik. Men alligevel ikke så svært at jeg ikke kan følge med. Jeg hænger lige på."

Matematik er vigtigt for at kunne læse videre, mener Sofie, og en uddannelse vil hun gerne have. "*Jeg vil bare ikke sidde derhjemme og lave ingenting.*" Uddannelse er vigtigt for fremtiden, for at kunne tjene penge. Men det er også vigtigt at det er noget hun godt kan lide, fx noget med dyr. Sofie har altid gerne villet have en hest, men det har familien ikke råd til. "*Men min egen hest – det er drømmen.*"

En drøm er en forgrund

En drøm kan have at gøre med det som vi kalder elevernes forgrund, dvs. de forestillinger, forventninger og ønsker som de har i forhold til deres fremtidige muligheder, og som kan have indflydelse på deres motiver til at lære. Sofie er helt bevidst om at der er en sammenhæng mellem hendes drøm om egen hest og hendes motivation for at få en god uddannelse. Som vi skal se i det følgende, er denne motivation ikke indholdsbestemt, men har et ydre, dvs. økonomisk, ophæng.⁶

Sofie "Det er også derfor jeg gerne vil have en god uddannelse. Så kan jeg få penge til det og flytte et sted hen hvor den [hesten] kan stå hjemme."

Helle "Så det er her det nedlagte landbrug kommer ind i billedet. [refererer til Sofies fortælling]"

Sofie "Ja! [betoner ordet og smiler]"

Drømmen om egen hest og nedlagt landbrug ser ud til at være drivkraften i forhold til Sofies uddannelsesønsker. Som det fremgår af samtalen med Sofie hidtil, så er det ikke så vigtigt for hende hvilken slags uddannelse hun får, bare den giver hende et økonomisk råderum der gør det muligt for hende at realisere sin drøm. Målet helliger midlet.

Skal man bruge matematik for at have en hest?

Sofie har allerede sagt at skolen er vigtig for hendes fremtid, og at matematik som fag også er det. Men Helle vil gerne vide om det har sammenhæng med hendes drøm.

6 Den følgende sekvens er et sammenhængende uddrag af samtalen med Sofie, men vi bryder det op i mindre dele af hensyn til analysen.

- Helle "Skal man bruge matematik for at have en hest?"
 Sofie "Bruge matematik for at have en hest?"
 Helle "Ja."
 Sofie "Nej, det synes jeg ikke. [griner]"
 Helle "Det skal man ikke?"
 Sofie "Næ, man skal bare ride."
 Helle "Så klarer den sig selv?"

Helle stiller uden omsvøb et spørgsmål der direkte kobler drøm og matematik. Sofie gentager spørgsmålet som for at tjekke at hun virkelig har hørt rigtigt: "*Bruge matematik for at have en hest?*" Hun griner lidt da hun afviser denne mulighed. Man skal ikke bruge matematik, "*man skal bare ride*". Men Helle fortsætter med at udfordre dette perspektiv.

- Sofie "Ja. Man skal bruge bogstaverne. Der er jo bogstaver i hvert hjørne og sådan noget. Man skal ride hen til det og det. Nej, man bruger ikke matematik."
 Helle "Man skal slet ikke gøre noget med at ... Hvad med afstande, og hvad med ...?"
 Sofie "Nej, der bruger man ikke matematik-længder. Der bruger man sådan ... Fx man skal holde en hests længde væk fra."
 Helle "Okay. Og det er ikke matematik?"
 Sofie "Nej, det synes jeg ikke."
 Helle "Nej. En hests længde?"
 Sofie "En hests længde, sådan at der kan stå en hest imellem der hvor man rider."
 Helle "Ja."

Man bruger ikke matematik, man bruger bogstaver når man skal ride, ræsonnerer Sofie. Og afstande på ridebanen måles ikke i "matematik-længder" men i "en hests længde". Og det har for Sofie ikke noget med matematik at gøre.

- Helle "Hvad så med banerne I rider på? Rider I på baner?"
 Sofie "Ja, der er bare bogstaver, sådan."
 Helle "De har ikke nogle bestemte mål?"
 Sofie "Nej. De er bare sådan: et [bogstav] i det hjørne og et i det hjørne og et i midten."
 Helle "Ja, okay ... Hvordan finder man ud af hvor midten er?"
 Sofie "Det ved jeg ikke, det har de målt. [griner]"
 Helle "Nå, det har de målt? [griner sammen]"
 Sofie "Det kan man nok godt se når man ser på det."
 Helle "Så kan man se det, sådan det er cirka der?"
 Sofie "Ja, sådan cirka, det er cirka-mål."

Helle "Der er cirka-mål, tror du det? [griner sammen]"
Sofie "Ja."

Helle er ikke umiddelbart villig til at overtage argumentet, så hun fortsætter med at udfordre Sofie: "Hvad med de baner I rider på?" Sofie fastholder at det bogstaverne der bestemmer hvordan man skal ride. Der er et i hvert hjørne af banen og et i midten. Og selv om Sofie – måske lidt presset at Helles vedholdende spørgsmål til måling – vedkender sig at nogle har fundet midten af banen ved at måle, så fastholder hun sit perspektiv: "*Det kan man nok godt se når man ser på det [...] det er cirka-mål*". Helle modsiger ikke Sofie, men gentager hendes udsagn og spørger til det igen. Det får dem begge til le, og da Helle tager tråden op igen, giver hun emnet en ny drejning.

Sofies drøm foregår ikke på matematik-sprog

Helle "Hvad ... øh ... Skal den ikke have noget at spise, sådan en hest?"
Sofie "Jo."
Helle "Hm! Hvordan finder man ud af hvor meget den skal have?"
Sofie "På internettet eller sådan noget. Man kan læse det i bøger eller spørge nogle der ved det."

Spørgsmålet om "hvor meget" en hest skal have at spise, er stillet fra et matematisk perspektiv i forhold til at beregne en mængde. Sofie opfatter det imidlertid som et spørgsmål om hvordan man skaffer sig information om hvor meget en hest skal have at spise. Og man kan finde svar på internettet, eller "*man kan læse det i bøger eller spørge nogle der ved det*".

Helle "Hvad skal en hest for eksempel have?"
Sofie "Sådan noget korn eller sådan noget."
Helle "Ja, hvor meget?"
Sofie "Det kommer an på hvor stor den er."
Helle "Ja. Den hest du rider på?"
Sofie "Den skal nok have ... Altså den skal nok også have mere end korn. Det ved jeg ikke. Den skal nok have sådan én liter, ja, én liter i sådan et decilitermål, hedder det vist."
Helle "Ja."

Helle forsøger at fastholde beregningsperspektivet "hvor meget", men det kan se ud som om Sofie forsøger en undvigemanøvre ved først at tage et forbehold ("*Det kom-*

mer an på hvor stor den er”), dernæst tilføje en anden type foder som hesten skal have (*“Den skal nok også have mere end korn”*), og som det tredje siger hun at hun ikke ved det. Men så kommer hun faktisk med et bud i matematiske termer (*“Den skal nok have sådan én liter”*), og hun gentager sit bud med en formuleret usikkerhed (*“vist”*) i forhold til om måleinstrumentet nu hedder et *“decilitermål”*. Måske er det spørgsmålet til den konkrete hest Sofie rider på, der får hende til at reflektere mere konkret, for så tilføjer hun:

Sofie “Måske lidt mere ... så skal den også have gulerødder.”

Helle “Hvor mange?”

Sofie “Det ved jeg ikke. Sådan ... Det kommer an på om man vil have en tyk hest. [griner sammen]”

Mens Sofie fokuserer på hvilket foder hesten skal have (korn og gulerødder), går Helles spørgsmål stadig på mængden (*“Hvor mange?”*). Sofie tager igen et forbehold (*“Det kommer an på om man vil have en tyk hest”*), hvilket hun naturligvis kan have ret i, men på den måde undgår hun at tage stilling til de matematikholdige spørgsmål som Helle fremturer med. Det ser ud til at de taler forbi hinanden, og at de muligvis begge er klar over det. I hvert fald slår de begge en latter op. Det er som om Sofie ikke vil have sin drøm *“inficeret”* af skolematematikken. I hvert fald vægrer hun sig ved at acceptere skolematematikkens sprog til at beskrive sin drøm. Den kræver sit eget uafhængige sprog.

Herefter bevæger Helle sig op i en metaposition for at forklare hvorfor hun spørger som hun gør:

Helle “Det jeg spørger til, det er om der er nogle bestemte mål, eller om det bare sådan er helt tilfældigt?”

Sofie “Nej, nej, den må ikke få for meget.”

Helle “Så der er noget der skal måles og vejes?”

Sofie “Ja, det er der. Men jeg synes ikke ... det er ikke noget med at regne ud. Det er bare noget man skal finde ud af. [griner sammen]”

Direkte adspurgt erkender Sofie at det er nødvendigt at måle hvor meget mad en hest skal have. Men hun fastholder stadig at det ikke har noget at gøre med at *“regne ud”*. Det er bare noget man skal *“finde ud af”* – dvs. søge på internettet, læse i en bog eller spørge nogle der ved det.

Hvad er meningen?

Sofie skal ikke bruge matematik i sin hverdag, har hun skrevet i spørgeskemaet, men i løbet af denne samtale kommer hun til at revidere sin antagelse. Til sidst i samtalen vender hun nemlig tilbage til spørgsmålet om hun skal bruge matematik i sin forestillede hverdag:

Sofie "Det kan godt være. Det der med hesten, det havde jeg ikke tænkt over før, med mad og sådan."

Det kan naturligvis være tilfældigt når Sofie i denne kontekst omtaler matematik i skolen og matematik uden for skolen som to forskellige verdener. Men et år senere hvor vi befinder os i den samme klasse i en ny undersøgelse, er det påfaldende hvordan denne mangel på sammenhæng igen er i fokus da Sofie skriver sin mening om projektet på intranettet:

"Jeg kan ikke helt forstå meningen med hele "forsøget". Jeg synes det er svært at gå ind i matematikken og finde ind bagved. Især når vi skal finde tingene ude i vores dagligdag. Jeg tror at hvis vi havde længere tid til at se på det, ville vi få noget ud af det. Men på en uge synes jeg det er lidt spild af tid. For vi kan ikke forstå meningen."

Sofie søger efter "meningen" – en sammenhæng mellem matematikken og hverdagen. Hun påstår ikke længere at den ikke er der, men at det vil kræve "længere tid" end den uge projektet varede, at komme til at "*forstå meningen*". Sofies bekymring er helt central. Det handler om mening, og elever søger faktisk mening. Den diskussion vender vi tilbage til, men først lytter vi til en række kommentarer som formuleres af Sofies kammerater.

Matematik bruger man til at lave lektier med

Det er ikke kun Sofie der har svært ved at lave koblingen mellem brug af matematik i skolen og matematik uden for skolen. Som nævnt i citatet indledningsvis er Thaos prompte svar på spørgsmålet om han bruger matematik uden for skolen: "*Nej, hvad skulle jeg bruge det til?*" – et modspørgsmål som antyder en forundring over at man overhovedet kan stille det spørgsmål. Et andet og mere gennemgående svar hos mange elever er at matematik er noget man bruger til at lave lektier med:

Andreas "Jeg bruger kun matematik i hverdagen når jeg ordner lektier."

Fatima "Matematik skal bruges når man skal hjælpe sin lillesøster med matematik."

- Amalie “Man skal bruge matematik når man handler ind. Ellers skal man bruge matematik i hverdagen når man laver lektier.”
- Ditte “Jeg bruger matematik i hverdagen til at lave matematikopgaver med.”
- Minh “Vi skal helt klart bruge matematik i fremtiden. I hverdagen nu, så bruger vi matematik til vores lektier. Ikke til andet.”

Matematikens begrundelse synes at bide sig selv i halen i elevernes forståelse. Man skal bruge matematik for at kunne lave lektier for at lære matematik som skal bruges til at lave lektier med osv. Det næsthyppigste svar på spørgsmålet om anvendelse af matematik uden for skolen drejer sig om økonomi:

- Nanna “Økonomien derhjemme og sådan noget. Det skal jo også kunne nå rundt så der er penge til det hele, så man ikke står på minus nogen steder. Det er nok der man skal bruge det i dagligdagen.
- Freja “Man skal bruge matematik når man handler ind. Eller når man køber ting, og når noget er sat ned i procenter.”
- Søs “Matematik skal man bruge i hverdagen til at holde styr på sine regninger og sådan nogle ting.”
- Gro “Man skal bruge matematik for at vide om man har penge nok til at gå i biografen.”

I interviewene er der kun meget få elever der fremhæver relevansen at et bestemt matematisk indhold i forhold til det de gerne vil beskæftige sig med i fremtiden. Der er imidlertid mange elevkommentarer der reproducerer den almene politiske diskurs om at matematik er et immanent gode. Vores undersøgelse indeholder kun få eksempler på elever der kan pege på en direkte sammenhæng mellem matematik som skolefag og relevante professionelle kompetencer. Men det gælder Michael som gerne vil være arkitekt og derfor synes at matematisk tegning er meget meningsfuldt. Og det gælder Ryan og Kim der gerne vil være dataloger og ved at de kommer til bruge matematik, men de er ikke i stand til at pege på et præcist indhold. Deres kommentarer er mere generelle (“*Man bruger matematik til næsten alt*”) og udvendige (“*Det er vigtigt at få gode karakterer i matematik*”). Matematik er vigtigt som adgangsbillet til en videregående uddannelse. Det er en gennemgående opfattelse hos eleverne når de bliver spurgt om hvorfor de synes det er vigtigt at lære matematik. Det er altså ikke matematikken i sig selv der er interessant – matematikken er snarere et middel til at nå målet.

Det betyder at elevernes motiver til at lære matematik får instrumentel karakter.⁷ Betydningen af at få gode karakterer er den eneste plausible grund til at interessere

⁷ For en diskussion af instrumentalisme se også Mellin-Olsen (1977).

sig for skolefaget matematik hvis man ikke udforsker de praksisformer der inkluderer matematik. Fx vil Laura gerne være tandlæge, Minh vil læse medicin, og Razia vil gerne være sygeplejerske, men ingen af dem har et konkret bud på hvilken matematik de skal bruge, selv om de nok forestiller sig at matematik som sådan vil være relevant. Det ser ud til at matematikkens indholdsmæssige relevans er godt gemt af vejen i den tradition der udfolder sig omkring skolematematikken. Skolematematikken har for eleverne ikke noget med virkeligheden at gøre. Det betyder at det bliver svært for dem at se at matematik kunne komme til at spille en væsentlig rolle i deres fremtid.

Mening og forgrund

Lad os prøve at sammenfatte nogle pointer der handler om elevers oplevelse af meningsfuldhed eller af meningsløshed i matematikundervisningen. Skolematematikken synes at forme sit eget isolerede univers. Der er regler der skal følges, og beregninger der skal udføres. Der er endda blækregning der skal afleveres til tiden, og som vurderes på orden i opstillingerne. Blækregning spiller således en stor rolle i de to 8.-klasser vi besøgte, hvor betegnelsen "blækregning" lever i bedste velgående selv om redskaberne pen og blæk hører fortiden til. Skolematematikken synes at lukke sig om sig selv. Det fremgår fx af bemærkninger som "*Jeg bruger kun matematik i hverdagen når jeg ordner lektier*" eller "*Matematik skal bruges når man skal hjælpe sin lillesøster med matematik*".

Vi kan forestille os mange forklaringer på denne situation. Skolematematikens rutiner og forordninger genfindes ikke andre steder, hverken i forskningsmatematikken, i den anvendte matematik eller i matematikken i hverdagen. Skolematematikken former sig efter sine egne regler, og den synes at have etableret sine egne mønstre for interaktion og kommunikation.⁸ Ved at etablere sig som en isoleret praksis der ikke inviterer til nogen form for transfer,⁹ så opleves den let som meningsløs uden for skolens praksis. Og hvis eleverne opfatter skolematematikken som identisk med matematik, så er det ikke overraskende at de ikke kan se matematik i andre sammenhænge.

Mening har at gøre med *relationer*. Eksempelvis kan man prøve at etablere en meningsfuld matematikundervisning ved at relatere til en praksis uden for skolen hvor man arbejder med de emner der behandles i skolen. Men her opstår der yderligere et problem. Ikke blot har skolematematikken etableret sig i en praksis der ikke ligner andre praksisformer, men samtidig optræder matematikken i hverdagen, matematikken i arbejdslivet og matematikken i teknologien i skjulte former. For at se hvordan matematik udgør en del af en arbejdspraksis, må der gennemføres en matematisk arkæologi. Gennem en sådan kunne man eksempelvis finde frem til den matematik

8 Se fx Alrø og Skovsmose (2003).

9 Se fx Evans (1999).

der optræder i en elektrikers arbejde.¹⁰ Forskellige eksempler på matematisk arkæologi kunne være med til at etablere relationer der kunne skabe mening.

Elever har mange forestillinger om muligheder og fremtid. Disse forestillinger, som vi kalder *forgrunde*, er med til at forme motiver der kan gøre aktiviteter meningsfulde. Ved en persons forgrund forstår vi som tidligere nævnt de muligheder som den sociale, politiske, økonomiske og kulturelle situation etablerer for den enkelte – dog ikke som disse muligheder måtte foreligge i nogen objektiv form, men som de opleves og fortolkes individuelt eller kollektivt. Elever kan have meget forskellige forgrunde. De kan se deres muligheder på forskellige måder. En elevs forgrund er afgørende for elevens oplevelse af mening eller det modsatte. Oplevelse af meningsfuld læring udspringer af relationer mellem aktiviteter i klasseværelser og nogle af de muligheder der optræder i forgrunden. Selv efter ganske mange udfordringer fra Helles side havde Sofie svært ved at se at der kunne være matematik knyttet til den verden med nedlagt landbrug og egen hest som symboliserer hendes forgrund. Det var ikke ad denne vej at Sofie kunne finde mening i matematikundervisningen. Mens etnomatematikken ofte har fortolket meningsfuldhed som først og fremmest en relation mellem elevs baggrund og aktiviteter i klasseværelset, så fremhæver vi betydningen af relationer til elevs forgrund (idet vi samtidig er klar over at en persons baggrund også er en vigtig faktor i en meningsproduktion).

Der er særlige forhold der gør sig gældende når man ser meningsfuldhed i matematikundervisningen som en relation mellem forgrund og aktiviteter. Mange elever påpeger at matematik spiller en rolle i videregående studier. Men indholdet af den matematik der kunne spille en sådan rolle, står hen i det uvisse. I de forskellige forgrundsundersøgelser vi har gennemført, har vi faktisk oplevet meget få elever der kan referere til mere konkrete matematiske elementer der kunne indgå i videregående studier, eller som kunne være en del af en professionel praksis.¹¹ Det betyder at den relation der kan etableres mellem skolematematikken og elevernes forgrunde, forbliver instrumentel.

Man kan opleve mening i matematikundervisningen uden at denne meningsfuldhed optræder i en særlig logisk form. Meningsfuldhed i en aktivitet kan være relateret til at aktiviteter kan genfindes uden for skolen, eksempelvis i arbejdsmæssige sammenhænge. Således kan meningsfuldhed opleves når man ser at det man lærer, kan bruges til noget, at det har en nyttefunktion. Men den praktiske værdi er ikke det eneste der kan give mening. Meningsfuldhed kan også opleves som en fascination. Denne fascination kan eksempelvis komme til udtryk når elever indgår i en undersøgelsesproces. Et matematisk undersøgelseslandskab kan fascinere og i den forstand

10 Se Wedege (2006) for en analyse af menneskers matematikholdige kompetencer.

11 (Skovsmose, 2005b; Alrø, Skovsmose & Valero 2006, 2008; Skovsmose, Alrø & Valero, 2007).

opleves som meningsfuldt at beskæftige sig med. Her optræder den meningsskabende relation mellem det kendte og det ukendte som en spændende udfordring.

Dette betyder at mening også handler om relationer mellem personer, og at meningsfuldhed kan konstrueres gennem særlige former for interaktion. I bogen *Dialogue and Learning in Mathematics Education* præsenterede vi en Inquiry Co-operation Model der refererer til forskellige elementer i en dialog som vi finder afgørende for at gennemføre en samarbejdende undersøgelse. Denne model kan samtidig ses som en karakteristik af en fælles produktion af mening.

Meningsfuldhed angår således mange forskellige relationer. Det kan være relationer mellem aktiviteter i klasseværelset og aktiviteter uden for klasseværelset. Det kan være relationer mellem disse aktiviteter og elevernes forgrund. Mening handler også om relationer mellem det kendte og det ukendte. Og mening handler om interpersonelle relationer. Der er mange mulige meningskabende relationer. Men kan sådanne relationer ikke etableres, så er det vanskeligt at etablere meningsfuld undervisning.

Referencer

- Alrø, H. & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique*. Dordrecht: Kluwer.
- Alrø, H. & Skovsmose, O. (2003). Læring gennem samtale. I: O. Skovsmose & M. Blomhøj (red.), *Kan det virkelig passe*. København: L&R Uddannelse.
- Alrø, H., Skovsmose, O. & Valero, P. (2003). *Kommunikation, konflikt og matematiklæring i det multikulturelle klasseværelse*. Aalborg: Institut for Uddannelse, Læring og Filosofi.
- Alrø, H., Skovsmose, O. & Valero, P. (2006). Forgrundsundersøgelser i et læringslandskab. I: M. Johnsen Høines & N. Lindén (red.), *Stifinneren*. Bergen: Caspar Forlag.
- Alrø, H., Skovsmose, O. & Valero, P. (2009a). Inter-viewing Foregrounds. I: M. César & K. Kumpulainen (red.), *Social Interactions in Multicultural Settings*. Rotterdam: Sense.
- Alrø, H., Skovsmose, O. & Valero, P. (2009b). Researching multicultural mathematics classrooms through the lens of landscapes of learning. I: C. Winsløw (red.), *Nordic Research in Mathematics Education, Proceedings of NORMA 08*. Rotterdam: Sense.
- Austin, J.L. (1962). *How to Do Things with Words?* Oxford: Oxford University Press.
- Evans, J. (1999). Building bridges: reflections on the problem of transfer of learning mathematics. I: *Educational Studies in Mathematics* 39 (s. 23-44). Dordrecht: Kluwer.
- Kvale, S. (1996). *Inter-views: An introduction to qualitative research interviewing*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Mellin-Olsen, S. (1977). *Indlæring som social proces*. København: Rhodos.
- Searle, J. (1969). *Speech Acts*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Skovsmose, O. (2003). Undersøgelandskaber. I: O. Skovsmose & M. Blomhøj (red.), *Kan det virkelig passe?* (s. 143-157). København: L&R-uddannelse.

- Skovsmose, O. (2005a). Foregrounds and politics of learning obstacles. *For the Learning of Mathematics*, 25(1), s. 4-10.
- Skovsmose, O. (2005b). *Travelling Through Education: Uncertainty, Mathematics, Responsibility*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Skovsmose, O., Alrø, H. & Valero, P. in collaboration with Silvério, A.P. and Scandiuzzi, P.P. (2007). Inter-viewing Indian students' foregrounds. I: B. Sriraman (red.), *International Perspectives on Social Justice in Mathematics Education. The Montana Mathematics Enthusiast*, Monograph 1, s. 151-167.
- UVM. (2008). *Fælles Mål Matematik*. Lokaliseret den 29. april 2009 på: www.uvm.dk/Uddannelse/Folkeskolen/Fag%20proever%20og%20evaluerings/Faelles%20maal/Nye%20Faelles%20Maal%202009.aspx.
- Wedegge, T. (2006). Menneskers matematikholdige kompetencer. I: O. Skovsmose & M. Blomhøj (red.), *Kunne det tænkes?* (s. 208-227). København: L&R-uddannelse.
- Wittgenstein, L. (1953). *Philosophical Investigations*. Oxford: Basil Blackwell.

Abstract

Goal descriptions and textbooks do not per se enable students to ascribe meaning to what they meet in school mathematics. Meaning concerns many relations, especially between activities in school and students' foregrounds, which among other things refer to the students' interpretations of their opportunities in the future.

Based on empirical data from two 8th grade classes in a Danish town, we look at the students' experiences of school mathematics compared to their foregrounds. We investigate how these two worlds relate to each other and how meaning can be understood in relation to the students' experiences of learning mathematics.

Samspillet mellem matematik og de andre fag i gymnasieskolen

Matematikfaget og reformen af de ungdomsgymnasiale uddannelser



Claus Michelsen,
Institut for Matematik
og Datalogi, Syddansk
Universitet



Steffen M. Iversen,
Roskilde Katedralskole

Abstract Som en konsekvens af 2005-reformen af de ungdomsgymnasiale uddannelser skal eleverne vælge mellem de såkaldte studieretningsforløb der giver mulighed for at arbejde i en sammenhængende periode på 2 1/2 år med retningsfag. Reformens krav om øget samspil mellem fagene lægger op til omfattende ændringer af de gymnasiale uddannelsers matematikundervisning. Erfaringerne med en bevidst inddragelse af matematiske kompetencer i andre fag er begrænsede. Det skyldes bl.a. at der mangler såvel en konceptuel ramme som en didaktisk model for samspillet mellem matematik og andre fag samt konkrete og veldokumenterede eksempler på undervisningsforløb med et for både lærere og elever udbytterigt samspil. I artiklen præsenteres en række positioner vedrørende matematikundervisningen som vi lader spille sammen med en analyse af relevant forskning inden for matematikkens didaktik der mere eller mindre eksplicit inddrager matematikfagets relationer til andre fag. På baggrund heraf udvikles et koncept for matematiks samspil med andre fag bestående af tværfaglige kompetencer som den konceptuelle ramme og en didaktisk model hvor samspillet opfattes som en iterativ bevægelse mellem (1) horisontal sammenkædning af fagene og (2) vertikal strukturering i fagene. Der gives to eksempler hvor fagoverskridende kompetencer og den didaktiske model er anvendt som et redskab til at udvikle undervisningsforløb hvor matematik indgår i et tæt samspil med andre fag: (1) matematik og naturfagene og (2) matematik og filosofi.

Introduktion

Et af hovedformålene med reformen af de danske ungdomsgymnasiale uddannelser i 2005 er at styrke fagligheden bl.a. gennem et stærkere fagsamspil i de såkaldte studieretningsforløb. Specielt blev vigtigheden af et øget samspil mellem de natur-

videnskabelige fag fremhævet med henvisning til at forsøg med særlige naturvidenskabelige klasser og med fagpakker inden for matematik, fysik og kemi har vist at øget samspil på fagenes høje niveauer styrker mulighederne for faglig fordybelse (Undervisningsministeriet, 2003). De faglige rapporter fra Undervisningsministeriet peger på at matematikfaget i det almene gymnasium i dag fremstår fagligt isoleret, og initiativer der kan ændre på dette, er tiltrængte (Niss & Jensen, 2002; Andersen et al., 2003). En effektiv udnyttelse af disse potentialer i matematikundervisningens praksis forudsætter en konceptuel ramme med en tilhørende didaktisk model for samspillet mellem matematik og andre fag samt konkrete og veldokumenterede eksempler på undervisningsforløb med et for både lærere og elever udbytterigt samspil.

Matematikfagets isolation

Kaput (1994) anvender betegnelsen “the island problem” til at beskrive den matematiske formalisme og elevens autentiske erfaring som to disjunkte størrelser. Der er et “gab” mellem “øen” hvor den abstrakte og formalistiske matematik holder til, og “hovedlandet” hvor elevens autentiske erfaringer befinder sig. Det betyder at der i matematikfaget ikke findes en egentlig videnskilde som eleverne kan afbilde på et højere begrebsniveau. Læring af abstrakte matematiske begreber vil derfor blive reduceret til afbildninger mellem forskellige notationssystemer der alle repræsenterer det samme begreb. I NCTM’s *Principles and Standards for School Mathematics* peges der i kapitlet vedrørende matematikundervisningen på 9.-12. skoleår på at “*as students’ knowledge of mathematics, their ability to use a wide range of mathematical representations, and their access to sophisticated technology and software increase, the connections they make with other academic disciplines, especially the sciences and social sciences, give them greater mathematical power* (NCTM, 2000, s. 354).

Som et resultat af KOM-projektet udsendte Undervisningsministeriet rapporten *Kompetencer og Matematiklæring*. Rapporten afdækker og identificerer en række problemstillinger relateret til matematikundervisningens begrundelse. I denne kreds af problemstillinger indgår det såkaldte “relevansparadoks” som består i misforholdet mellem matematikkens objektive, om end oftest skjulte, relevans for samfundets virksomhed bredt forstået og den subjektive irrelevans som mange af matematikundervisningens modtagere føler med hensyn til deres egen beskæftigelse med matematik. Rapporten peger med “relevansparadokset” på at der ofte er problemer med at bringe

1 NCTM er den amerikanske matematiklærerorganisation. NCTM udgiver regelmæssigt omfattende publikationer der i matematik-didaktiske kredse omtales som “NCTM Standards”. Ud over det ovenfor omtalte dokument har NCTM udgivet *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* i 1989, *Professional Standards for Teaching* i 1991 og *Assesment Standards for School Mathematics* i 1995. Hensigten med publikationerne er at tilbyde en resurse og guide til alle der er involveret i debatten om og beslutninger vedrørende matematikundervisningen fra 0. til 12. skoleår.

matematikfaget i samspil med andre fag. Det er vanskeligt for lærere i andre fag – og for matematiklærere – at se hvad matematik gør godt for i netop deres fag. Og det på trods af at flere og flere fag rummer matematikholdige ingredienser i stadig stigende omfang (Niss & Jensen, 2002).

De traditionelle grænser mellem fagene i gymnasieskolen afspejler langt fra matematikkens rolle i den moderne interdisciplinære videnskabelige virksomhed og anvendeligheden af matematik i praksis. Steen (2005) understreger i rapporten *Math and Bio 2010* at den moderne biologi stiller uddannelsessystemet over for store udfordringer der bl.a. skyldes de studerendes manglende erfaringer med at anvende matematiske kompetencer i biologiske kontekster og fokuseringen på monofaglig undervisning gennem hele uddannelsesforløbet. Med reference til John Dewey peger Lesh & Sriraman (2005) på at forudsætningen for udvikling af matematisk forståelse er at eleverne involveres i læringsaktiviteter hvor de opmuntres til at matematisere virkeligheden ved at udtrykke, teste og revidere deres egne måder at tænke på. Dette gør udviklingen af kraftfulde modeller til et af matematikundervisningens vigtigste mål, og eleverne må allerede tidligt i uddannelsesforløbet involveres i modellering af virkelighedens komplekse systemer.

Fagoverskridende kompetencer som konceptuel ramme for samspillet mellem fag

Traditionelt beskrives fagene i den danske gymnasieskole gennem deres faglige indhold. Undervisningen i matematik og andre fag er bygget op omkring faglig progression og en løbende (hierarkisk) tilegnelse af det pågældende fags metoder og teknikker. En sådan beskrivelse fokuserer i høj grad på fagenes pensum og hvilke operationer eleverne skal være i stand til at udføre i relation til disse.

Matematiske kompetencer

Rapporten *Kompetencer og Matematiklæring* har bl.a. til hensigt at ændre denne reduktion af beskrivelsen af matematisk faglighed i form af elevens konkrete viden om et bestemt stof og færdigheder der knytter sig til dette. Dette gøres ved at definere otte centrale matematiske kompetencer der beskriver hvad det vil sige at mestre faget matematik: tankegangskompetence, problembehandlingskompetence, modelleringskompetence, ræsonnementskompetence, repræsentationskompetence, symbol- og formalismekompetence, kommunikationskompetence samt hjælpemiddelkompetence.

Kompetencebeskrivelsen af matematisk faglighed skal danne basis for en fælles referenceramme for matematikundervisningen på alle niveauer i det danske uddannelsessystem. En matematisk kompetence forstås her i betydningen "ekspertise" og er

defineret som “indsigtsfuld parathed til at handle hensigtsmæssigt i situationer, som rummer en bestemt slags matematiske udfordringer” (Niss & Jensen, 2002, s. 43).

Rapporten om matematikfaget har været en spydspids for lignende projekter inden for andre fagområder. I rapporten om de naturfaglige fag *Fremtidens naturfaglige uddannelser* (Andersen et al., 2003) gives der en kompetencebeskrivelse inspireret af KOM-projektet hvor der skelnes mellem fire naturfaglige delkompetencer: empirikompetence, modelleringskompetence, repræsentationskompetence og perspektiveringskompetence.

Selv om det er muligt at formulere kompetencebeskrivelser af andre fag end matematik (endda indeholdende mange af de samme termer), konkluderes det i *Kompetencer og Matematiklæring* at de otte matematiske kompetencer er fagspecifikke og må opfattes som kun hørende til faget matematik (Niss & Jensen, 2002). Selv om det ikke er hensigten, lukker fokuseringen på kompetencerne som hørende udelukkende til faget matematik ned for den brede tilgang til matematisk faglighed som det er målet at etablere. For os fremstår de matematiske kompetencer også som et normativt fagoverskridende didaktisk værktøj, og vi vil i det følgende argumentere for at visse (alle?) matematiske kompetencer kan være det substrat der muliggør en sammenkædning af matematikken og andre fagområder. De er fagoverskridende kompetencer.

Fagoverskridende kompetencer

Dahland anvender udtrykket *sammenfaldende didaktiske opfattelser* (Dahland, 1998, s. 49). Det er et udtryk for at der blandt forskellige fags didaktik kan spores en række analoge opfattelser eller elementer der udgør en didaktisk fællesmængde. For eksempel indeholder matematikkens, fysikkens og biologiens didaktik alle fagspecifikke elementer, men derudover kan der identificeres didaktiske opfattelser der tilhører to af de tre fags didaktik eller alle tre fags didaktik.

Det faktiske indhold af disse fællesmængder afhænger i sidste ende af hvilket perspektiv man anlægger. Michelsen (2001) anvender Dahlands model på kompetencebegrebet til at identificere sammenfaldende didaktiske opfattelser af faget matematik og andre af gymnasieskolens fag. Kompetencer der rækker ud over matematikfaget, kaldes *fagoverskridende kompetencer*. En identifikation af sådanne kompetencer muliggør opstillingen af relevante sammenhænge, kontekster og problemstillinger der kan danne en basis for læringsaktiviteter hvor matematik spiller sammen med andre fag. Med fokus rettet mod identifikationen af relevante fagoverskridende kompetencer undgår man at aktiviteterne tager udgangspunkt i genstandsområder der bygger på et for snævert emneområde eller på simple lingvistiske fællestræk fagene imellem.

Vi vil specielt betragte modelleringskompetencen, repræsentationskompetencen og ræsonnementskompetencen. Modelleringsprocessen er en central komponent i enhver videnskabelig aktivitet, matematisk modellering anvendes i forskellige naturvidenskabelige discipliner og sammenhænge, og modelleringsprocessen fremhæver forbindelsen mellem matematik og naturfagene (Michelsen, 2001, 2005).

Forståelsen af de konceptuelle systemer som en modelleringsproces udgøres af, overskrider de gængse faggrænser mellem fx matematik og naturfagene. I modelleringsprocessen inddrages der ofte informationer fra en stor diversitet af kilder der præsenterer sig selv på forskellig vis. Elevernes behandling af komplekse problemstillinger indeholder en udvikling af en stigende mængde repræsentationsformer og viden om hvordan disse anvendes. Dette kræver et større behov for at kunne introducere, modificere og tilpasse brugbare repræsentationer og højere ordens-tænkning. Repræsentationskompetence er derfor et centralt element af modelleringsprocessen (Lesh & Doerr, 2003; Michelsen, 2005). Andersen et al. (2003) nævner desuden både modelleringskompetencen og repræsentationskompetencen som centrale naturfaglige kompetencer, men vi afstår her fra at argumentere ud fra den lingvistiske lighed de to kompetencerapporter imellem og fokuserer i stedet på de didaktiske begrundelser givet ovenfor.

Iversen (2005) argumenterer for at også ræsonnementskompetencen kan opfattes som en kompetence der går på tværs af den traditionelle inddeling af faggrænser. I alle gymnasieskolens fag spiller evnen til at kunne følge, bedømme og udforme et ræsonnement en vigtig rolle. For eksempel inden for filosofien beskæftiger eleverne sig i høj grad med at bedømme kæder af argumenter fremsat skriftligt eller mundtligt til støtte for en bestemt påstand. I matematikken fokuseres der ofte på argumentation i form af bevisførelse, og filosofiundervisningen koncentrerer sig ligeledes om at afgøre hvilke ræsonnementer der kan udgøre gyldig argumentation i streng logisk forstand. At være i stand til at skelne mellem forskellige former for argumentation hører ligeledes med til elevernes evne til at ræsonnere.

En veludviklet ræsonnementskompetence vil derfor indeholde en evne til at skelne matematikkens former for bevisførelser og argumentation fra andre emneområders ditto. Vi mener at modelleringskompetencen, repræsentationskompetencen og ræsonnementskompetencen er eksempler på kompetencer som både er knyttet til matematik og til fagoverskridende aktiviteter der involverer samspil mellem matematik og andre fag.

En didaktisk model for samspillet mellem matematik og andre fag

Fagoverskridende kompetencer er efter vores opfattelse et lovende bud på en konceptuel ramme for samspillet mellem matematik og andre fag. Men efter hvilken

didaktisk model skal samspillet mellem matematik og gymnasiets øvrige fag organiseres? Berlin (2003) giver en oversigt over modeller for samspil mellem matematik og naturfagene. Modellerne er generelt baseret på to antagelser: (i) undervisning i matematik der relateres til naturfagene, støtter elevernes læring ved at tilbyde meningsfulde kontekster hvor eleverne får erfaringer med anvendelsen af abstrakte matematiske begreber, (ii) matematikken tilbyder naturfagene redskaberne til at kvantificere, repræsentere og analysere naturvidenskabens fænomener. Denne form for samspil mellem matematik og naturfagene resulterer ofte i en kontekstuel frem for en konceptuel tilgang.

I den hollandske "Realistic Mathematics Education" (RME)-tilgang understreges betydningen af samspillet mellem kontekstuelle og konceptuelle tilgange til matematikundervisningen. Matematisering beskrives som den centrale aktivitet i matematikundervisningen. Begrebet matematisering anvendes i en bredere betydning end den sædvanlige hvor det betegner en proces hvor en ekstra-matematisk situation beskrives med matematiske termer.

Matematiseringen finder også sted inden for matematik hvor den er matematikerens hovedbeskæftigelse. Målet med matematikerens virksomhed er at finde og løse problemstillinger samt at organisere et stofområde hvor det enten drejer sig om et matematisk område eller stof fra en ekstra-matematisk virkelighed. Matematikundervisningen bør afspejle denne virksomhed. Der skelnes i RME mellem horisontal og vertikal matematisering. *Den horisontale matematisering* er rettet mod at gøre et problemfelt fra elevernes virkelighed tilgængelig for matematisk handling og er således kontekstuel, mens *den vertikale matematisering* handler om matematisering inden for matematikkens konceptuelle systemer. Begge former for matematisering bør indgå med lige stor vægt i matematikundervisningen (Freudenthal, 1991; Gravemeijer, 1997).

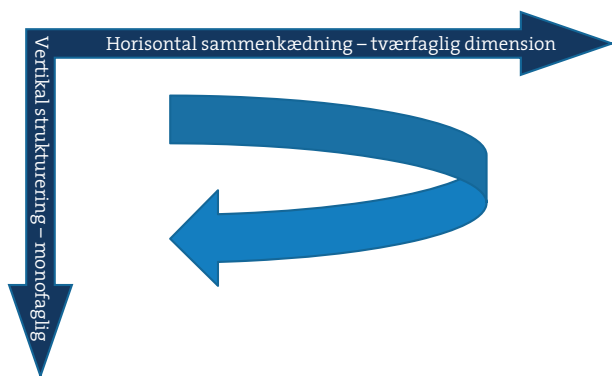
Horisontal sammenkædning af fagene og vertikal strukturering i fagene

RME-tilgangen har inspireret os til at foreslå en didaktisk model for samspil mellem matematik og andre fag hvori der skelnes mellem *horisontal sammenkædning af fagene* og *vertikal strukturering i fagene*. Den grundlæggende idé er at undervisningen tilrettelægges som en vekselvirkning mellem et tæt samspil mellem fagene (horisontal sammenkædning) og en fagspecifik undervisning (vertikal strukturering).

I den horisontale sammenkædning er indhold, problemstillinger og handlemåder fra de indgående fag sammenkædet inden for en velafgrænset kontekst med det formål at engagere eleverne i læringsaktiviteter hvor deres fagoverskridende kompetencer sættes i spil og udvikles. De i den horisontale sammenkædning af eleverne frembragte konstruktioner i form af begreber, idéer og færdigheder forankres efterfølgende begrebsligt i de enkelte fag gennem vertikal strukturering. I modellen er den horisontale sammenkædning kilden til den vertikale strukturering.

Det er ikke tanken at fagene først skal introducere de begreber og idéer som skal indgå i samspillet. Tværtimod er udfordringen at udvikle undervisningssekvenser på tværs af fagene med aktiviteter der indledningsvis engagerer eleverne i ikke-rutine-problemsituationer som fremkalder konstruktion af signifikante konstruktioner der efterfølgende udvides, udforskes og anvendes i andre problemsituationer og slutteligt forankres i hvert af de indgående fags begrebsapparater.

Modellen er grundlæggende iterativ idet den vertikale strukturering efterfølges af en ny horisontal sammenkædning hvor elevernes konstruktioner fra de foregående iterationer bringes i spil (Iversen, 2005; Michelsen, 2005). Antallet af iterationer er afhængigt af en række faktorer, bl.a. det tema som undervisningsforløbet er bygget op omkring.



Figur 1. Den horisontale sammenkædning i en tværfaglig kontekst er kilden til den vertikale strukturering hvor de konstruerede begreber og idéer forankres i de indgående fags begrebsstruktur.

Den iterative struktur understøtter den domæneudvidelse som Michelsen (2001) foreslår som en løsning af problemet vedrørende matematiske begrebs domænespecificitet: Elevens opfattelse af et matematisk begrebs indhold og omfang er i høj grad bestemt af de specifikke domæner i hvilke begrebet er blevet eksemplificeret og forankret for netop denne elev (Niss, 1999). Skal eleven have en generel opfattelse af et matematisk begreb og forstå dets rækkevidde, så er det en nødvendighed at eleven får erfaringer med denne rækkevidde gennem undersøgelser af begrebet i forskellige domæner. En udvidelse af de domæner hvori et begreb introduceres for eleverne, fx ved anvendelse af begrebet i forskellige kontekster fra matematik og andre fag, vil give eleverne mulighed for at konstruere et mere fleksibelt og anvendeligt begrebsbillede.

Den her præsenterede didaktiske model kan med fagoverskridende kompetencer som konceptuel ramme anvendes til både at finde velegnede temaer til samspil mellem matematik og andre fag og til at organisere undervisningssekvenser hvor

matematik spiller sammen med andre fag. I udviklingen af modellen er der indgået pædagogiske og didaktiske overvejelser vedrørende elevers læring af matematiske begreber. Den didaktiske model afspejler Gravemeijers (1997) opfattelse af den matematiske begrebsdannelse som en proces der indeholder et skift i opfattelse af begrebet fra en "model af" til en "model for". Udgangspunkt for denne proces er en kontekstsituation der er en situation der af eleverne opfattes som realistisk. Indledningsvis vil eleverne matematisere denne situation og udvikle strategier der er knyttet til kontekstsituationen. Senere kan visse aspekter af kontekstsituationen få en mere generel karakter hvilket betyder at konteksten i en vis udstrækning kan få karakter af en model og som sådan kan give støtte ved løsning af andre, men lignende problemstillinger. Modellen vil eventuelt kunne give eleverne indsigt i en mere generel og formalistisk matematisk struktur. Med henblik at fuldføre "brobygningen" fra kontekstsituationen til den formalistiske struktur må modellen ændre karakter fra en "model af" den konkrete situation til en "model for" den abstrakte matematiske begrebsstruktur.

To eksempler på fagsamspil

Vi vil i det følgende give to eksempler hvor fagoverskridende kompetencer og den didaktiske model er anvendt som et redskab til at udvikle undervisningsforløb hvor matematik indgår i et tæt samspil med andre fag. Vi er opmærksomme på at en identifikation af tværfaglige kompetencer forudsætter en kompetencekulegravning i de involverede fag. En sådan kulegravning findes i naturfagene, og vi vil derfor i det ene eksempel fokusere på matematiks samspil med naturfag. De fleste fag vil nok anse ræsonnementskompetencen for at være at være central. Men en sammenligning af kompetencen på tværs af fag er selvfølgelig afhængig af hvilke slags ræsonnementer der konkret er på spil i de enkelte fag. Vi har som det andet konkrete eksempel valgt et forløb med matematik og filosofi fordi argumentation og bevisførelse spiller en central rolle i begge i fag.

Matematik og naturfagene – modellering

Naturfagene er gennemgribende matematiseret, og matematiske metoder er dybt indvævet i naturfagenes teorier og modeller. I Undervisningsministeriets faglige rapport om naturfagene understreges det at matematikfaget har meget at tilbyde de mere abstrakte og formelle områder i naturfagene (Andersen et al., 2003). Osborne (2002) peger på at det i naturfagsundervisningen ofte accentueres at mange fænomener og deres interaktionsmønstre bedst beskrives i et matematisk sprog, og at denne matematisering fungerer som brobygger mellem elevernes verbale sprog og den videnskabelige opfattelse vi ønsker eleverne skal tilegne sig. I en undersøgelse

af gymnasieelevers opfattelse af fysikundervisningen konkluderes det bl.a. at et godt fysikfag efter elevernes opfattelse er et fag der integrerer matematik og fysik, men afbalanceret efter elevernes forudsætninger (Angell & Paulsen, 2003).

I en matematikundervisning centreret omkring modeller, modelleringsaktiviteter og modelbaserede ræsonnementer vil der naturligt blive inddraget aspekter som findes uden for matematikfagets område. Dette aspekt af samspillet mellem matematik og andre fag har imidlertid kun i begrænset omfang været genstand for forskning i matematikkens didaktik – og andre fags didaktik (Blum & Niss, 1988; Blomhøj, 2003). Michelsen (2001, 2004) beskriver et integreret forløb i matematik og fysik centreret om radioaktive henfaldsprocesser og eksponentielle vækstfunktioner.

Aktiviteterne i det integrerede forløb tager udgangspunkt i kontekstsituationer. En kontekstsituation skal indbyde eleverne til at matematisere og udvikle strategier. Senere kan visse aspekter af kontekstsituationen få en mere generel karakter hvilket betyder at konteksten i en vis udstrækning kan få karakter af en model og som sådan kan give støtte ved løsning af andre, beslægtede problemstillinger. Modellen vil eventuelt kunne give eleverne indsigt i en mere generel og formalistisk matematisk struktur.

Den grundlæggende idé i forløbet om radioaktive henfaldsprocesser er at eleverne møder en række kontekstsituationer fortrinsvis fra fysik som ved hjælp af matematiske modeller konstrueret af eleverne kan undersøges og beskrives under varierende betingelser. Disse kontekstsituationer skal gøre det muligt for eleverne at udforske variabel- og funktionsbegrebet og efterfølgende forankre deres erfaringer i en matematisk begrebsstruktur.

Forløbet er afprøvet flere gange i 1. g.-klasser og består af seks temaer som naturligt kan opdeles i tre dele:

- Eksponentielle vækstmodeller
- Matematiske modeller og fysiske eksperimenter
- Funktionsbegrebet.

Første del består af temaerne *Radioaktivitet og Smittespredning*, hvor eksponentielle vækstmodeller introduceres. Temaerne *Matematiske modeller og Eksperimenter* udgør anden del, hvor resultaterne af den hidtidige virksomhed sammenfattes samtidig med at den eksponentielle vækstfunktion udvides gennem udforskning af transformationer af eksponentielle vækstfunktioner. Dette gøres bl.a. ved at behandle eksperimentelle situationer i fysik som matematisk situerede. Fx resulterer udforskningen af en afkølet væskes opvarmning til stuetemperatur i funktionsklassen $y = b(1 - a)^x$, og $y = ba^x + c$ er resultatet af elevernes undersøgelse af en opvarmet væskes afkøling til stuetemperatur.



Figur 2. En afkølet væske opvarmes til stuetemperatur. Data fra fysikeksperimentet anvendes efterfølgende til at introducere funktionsklassen $y = b(1 - a)^x$.

Denne type af funktionsklasser introduceres normalt ikke så tidligt i matematikundervisning, men den horisontale sammenkædning gør det muligt i en sammenhængende undervisningssekvens at bringe eleverne i kontakt med elementer af matematikken som ellers er relativt separerede i gymnasiets matematikundervisning. Sidste del af forløbet består af temaerne *Funktioner* og *Modellering af radioaktiv henfaldskæde*. Her er der fokus på generelle egenskaber ved variabel- og funktionsbegrebet samtidig med at elevernes modelleringskompetence udfordres i forbindelse med opstilling af en større matematisk model for en radioaktiv henfaldskæde hvor et radioaktivt nuklid henfalder til et nuklid der er radioaktivt og henfalder til et stabilt nuklid.

Forløbet følger den didaktiske model idet hver af de tre dele indledes med at eleverne tilegner sig praktisk og konkret viden i forskellige kontekstsituationer vedrørende radioaktivitet og andre fænomener der kan modelleres med eksponentielle vækstfunktioner. Elevernes modellering af fysiske fænomener giver mening til de matematiske begreber variabel og funktion og til begrebernes forskellige repræsentationsformer. Herefter orienteres forløbets aktiviteter mod mere generelle og strukturelle aspekter af eksponentielle vækstfunktioner med henblik på en forankring af disse i et matematisk begrebsapparat.

Analysen af datamateriale indsamlet i forbindelse med afprøvning af forløbet har et interessant resultat i relation til domæneudvidelsen: De af eleverne konstruerede modeller har såvel konkret som abstrakt status. I forbindelse med modelleringsaktiviteterne refererer eleverne skiftevis til de konkrete situationer fra fysik som er blevet modelleret, og til rent matematiske overvejelser. Eleverne skifter fleksibelt mellem en matematisk og en fysisk reference og inddrager erfaringer fra ekstra-matematiske situationer når den rene matematiske beskrivelse ikke rækker. Fx har en gruppe elever opstillet en model for absorption af lys i vand. I forbindelse med testen af modellen opstår der et problem. Det skyldes at eleverne har den opfattelse at et tal opløftet til 0. potens giver 0. Først da en elev bliver opmærksom på at lysintensiteten har maksimum ved en vandhøjde på 0, bliver problemet løst. Eleverne indser at dette kræver at et tal opløftet til 0. potens giver 1, og efterprøver efterfølgende dette på lommeregneren. Eleverne opfatter således på en gang de konstruerede modeller som noget der er knyttet til løsning af konkrete problemstillinger, og som matematiske objekter der kan studeres uafhængigt af situationsspecifikke forestillinger (Michelsen 2004).

Matematik og filosofi – ræsonnement

Vi karakteriserede tidligere ræsonnementskompetencen som en fagoverskridende kompetence med potentiale til at fungere som det substrat der kan facilitere en bæredygtig sammenkædning af faget matematik med andre fag som fx filosofi. Mate-

matematiske ræsonnementer kan antage mange forskellige former, men er i deres klareste form udtrykt gennem beviser og bevisførelse.

Hanna (1991) argumenterer dog for at matematiske beviser i høj grad anerkendes på samme vilkår som argumenter fra andre vidensområder, hvilket åbner op for en relevant horisontal sammenkædning. Den sociale proces der ligger bag et bevis, opleves sjældent af eleverne, med det resultat at de ofte ikke indser vigtigheden af beviset som en form for argumentation, men i stedet opfatter det som en fastlåst proces der ikke bidrager med ny relevant indsigt.

Niss (1999) konkluderer at afdækningen af elevers fremmedgørelse over for bevis og bevisførelse inden for matematikfaget udgør et af de store forskningsresultater inden for matematikkens didaktik.

Iversen (2005) beskriver hvordan et tværfagligt forløb mellem fagene matematik og filosofi med udgangspunkt i ræsonnementskompetencen kan tage udgangspunkt i genstandsområdet *argumentation og bevisførelse*. Det konkrete arbejde involverer specifikke eksempler på simpel bevisførelse inden for begge fag. Eksempler på sådanne kunne være forskellige udgaver af beviset for Pythagoras' sætning eller beviset for at vinkelsummen i en (euklidisk) trekant er 2π . Den filosofiske bevisførelse tager udgangspunkt i forskellige gudsbeviser, fx Anselm af Canterburys ontologiske gudsbevis og Thomas Aquinas' fem veje til (beviser for) gud (se fx Koch, 1997). Disse filosofiske beviser har matematikkens metode som forbillede og forsøger at kopiere den deduktive metode. Herved illustreres matematikkens særlige skær af sikker viden gennem deduktion og en anvendelse af matematikkens metode på et område hvor denne metode ikke slår til.

De involverede fag behandler eksemplerne fra de forskellige fagområder, og disse sammenlignes og karakteriseres, fx med udgangspunkt i en mere generel analysemodel af argumentation som kan anvendes i elevens videre faglige arbejde. Arbejdet med at identificere strukturen i de forskellige former for bevisførelse skal efterfølgende danne basis for debat og analyse blandt eleverne og kan føre til opstillingen af læringsmiljøer hvor eleverne selv har mulighed for at argumentere for (eller forsøge at bevise) både matematiske og filosofiske udsagn og påstande.

Aktiviteterne skal for eleverne forsøge at belyse problemstillinger som: Hvordan argumenterer man inden for de forskellige fagområder? Hvad konstituerer et matematisk/filosofisk bevis/argument? Hvilken rolle spiller beviser og bevisførelse inden for hhv. matematikken og filosofien? Kan alting bevises? Er matematiske beviser nødvendigvis sande og endegyldige? Er filosofiske?

Ved at opstille fagoverskridende læringsmiljøer som skitseret ovenfor tilbydes eleverne en relevant kontekst for refleksionen og mulighed for at engagere sig direkte med strukturen i og funktionen af matematisk og filosofisk argumentation. Vi forsøger på den måde på en gang at imødekomme de krav som den i denne artikel

præsenterede didaktiske model stiller til fagoverskridende aktiviteter der involverer matematik, samtidig med at tidligere matematikdidaktiske overvejelser inden for det specifikke område *argumentation, bevis og bevisførelse* medtænkes.

Med oprettelsen af læringsmiljøer og gennemførelsen af aktiviteter hvor eleverne på første hånd kan opleve hvad der er skal til for at overbevise andre med hensyn til rigtigheden af en (matematisk) påstand, bliver bevis og bevisførelse redskaber med personlig værdi for den enkelte elev (Alibert & Thomas, 1991). Ved at udvide konteksten eller domænet hvori arbejdet med beviser og bevisførelse foregår, søges en vertikal strukturering af de indgående begreber. Hazzan & Zazkis (2005) understreger vigtigheden af at elever på den måde opbygger viden om konkrete matematiske metaobjekter som beviset. Arbejdet danner grobund for udviklingen af elevernes forståelse for, produktion og værdsættelse af matematiske beviser (Harel & Sowder, 2003) og åbner dermed for en videre ekspansion af de indgående begreber i nye relevante faglige kontekster.

Konklusion

Erfaringerne med en bevidst inddragelse af matematiske kompetencer i andre fag er begrænsede. Det skyldes bl.a. at der mangler såvel en konceptuel ramme som en didaktisk model for samspillet mellem matematik og andre fag. Vi har i denne artikel søgt at råde bod på denne mangel ved at præsentere fagoverskridende kompetencer som konceptuel ramme og en didaktisk model bestående af en horisontal sammenkædning af fagene og en vertikal strukturering i fagene.

En identifikation og beskrivelse af fagoverskridende kompetencer på tværs af matematik og andre fag er efter vores opfattelse et lovende bud på et fundament for den manglende konceptuelle ramme. KOM-rapportens otte kompetencer kan forstås i en ren matematisk sammenhæng, men vi anfører samtidig at kompetencetilgangen har et fagoverskridende didaktisk potentiale der rækker ud over den matematiske faglighed. Påstanden om at nogle af – måske alle – de beskrevne kompetencer kan opfattes som fagoverskridende, er derfor ikke et udtryk for at vi ønsker at skille kompetencerne fra konkret matematisk indhold, men indeholder i stedet for en påstand om at den matematiske virksomhed ikke altid lader sig reducere til forhold af rent matematisk karakter. Vi er på den anden side bevidste om at ikke alle gymnasiematematikens væsentlige begreber nødvendigvis skal have en oprindelse og fortolkning i ekstra-matematiske kontekster. Vi henviser i den forbindelse til den i artiklen omtalte RME-tilgang hvor udgangspunktet i den horisontale matematisering kan være en ren matematisk kontekst (Freudenthal, 1991; Gravemeijer, 1997).

Den her præsenterede didaktiske model kan med fagoverskridende kompetencer som konceptuel ramme anvendes til både at finde velegnede temaer til samspil

mellem matematik og andre fag og til at organisere undervisningssekvenser hvor matematik spiller sammen med andre fag. Vi er opmærksomme på at denne artikel på ingen måde giver en udtømmende beskrivelse af fagoverskridende kompetencer og peger som en naturlig opfølgning på følgende opgaver:

- Hvordan defineres fagoverskridende kompetencer i relation til samspillet mellem matematik og andre fag?
- Hvordan skal et læringsforløb tilrettelægges med henblik på at give eleverne de erfaringer der er nødvendige for at udvikle fagoverskridende kompetencer?

Referencer

- Alibert, D. & Thomas, M. (1991). Research on Mathematical proof. I: D. Tall (red.), *Advanced Mathematical Thinking* (s. 215-230). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Andersen, N.O. et al. (2003). *Fremtidens naturfaglige uddannelser*. København: Undervisningsministeriet.
- Angell, C. & Paulsen, A.C. (2003). "Elevernes stemmer" *Fysikfaget, undervisningen og lærerroller, som eleverne opfatter det i det almene gymnasium i Danmark*. IMFUFA Roskilde Universitetscenter, Roskilde.
- Berlin, D.F. (2003). Integrated Mathematics: From Models to Practice. I: McGraw (red.), *Integrated Mathematics. Choices and Challenges* (s. 43-58). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Blomhøj, M. (2003). Modellering som undervisningsform. I: O. Skovsmose & M. Blomhøj (red.), *Kan det virkelig passe? Om matematiklæring* (s. 51-72). København: L&R Uddannelse.
- Blum, W. & Niss, M. (1988). Mathematical problem solving, modelling, applications and links to other subjects. *Written version of a Survey Lecture given jointly at the Sixth International Congress on Mathematical Education*, Budapest, 1988.
- Dahland, G. (1998). *Matematikundervisning i 1990-talets gymnasieskola. Ett studium av hur didaktisk tradition har påverkats av informationsteknologins verktyg*. Göteborg: Institutionen för pedagogik, Göteborgs universitet.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education. China Lectures*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Gravemeijer, K. (1997). Mediating between concrete and abstract. I: P. Bryant & T. Nunez (red.), *Learning and Teaching Mathematics: An International Perspective* (s. 315-345). Hove: Psychology Press.
- Hanna, G. (1991). Mathematical proof. I: D. Tall (red.), *Advanced Mathematical Thinking* (s. 54-64). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

- Harel, G. & Sowder, L. (2003). Case Studies of Mathematics Majors' Proof Understanding, Production and Appreciation. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 3(2), s. 251-267.
- Hazzan, O. & Zazkis, R. (2005). Reducing Abstraction: The Case of School mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 58(1), s. 101-119.
- Iversen, S.M. (2005). Building a Didactical Model of Interdisciplinary Activities Involving Mathematics. I: A. Beckmann, C. Michelsen & B. Sriraman (red.), *Proceedings of The First International Symposium of Mathematics and its Connections to the Arts and Sciences* (s. 142-152). Hildesheim, Berlin: Verlag Franzbecker.
- Kaput, J. (1994). The representational roles of technology in connecting mathematics with authentic experience. I: Biehler, Rolf et al. (red.), *Mathematics didactics as a scientific discipline* (s. 379-397). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Koch, C.H. (1997). *Den europæiske filosofis historie – fra reformationen til oplysningstiden*. København: Nyt Nordisk Forlag.
- Lesh, R. & Doerr, H. (2003). *Beyond Constructivism. Models and Modeling Perspectives on Mathematical Problem Solving, Learning, and Teaching*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lesh, R. & Sriraman, B. (2005). John Dewey revisited – Pragmatism and the models-modeling perspective on mathematical learning. I: A. Beckmann, C. Michelsen & B. Sriraman (red.), *Proceedings of The First International Symposium of Mathematics and its Connection to the Arts and Sciences* (s. 7-31). Hildesheim, Berlin: Verlag Franzbecker.
- Michelsen, C. (2001). *Begrebsdannelse ved domæneudvidelse – Elevers tilegnelse af funktionsbegrebet i et integreret undervisningsforløb mellem matematik og fysik*. Ph.d.-afhandling. Syddansk Universitet.
- Michelsen, C. (2005). Expanding the domain: Variables and functions in an interdisciplinary context between mathematics and physics. I: A. Beckmann, C. Michelsen & B. Sriraman (red.), *Proceedings of The First International Symposium of Mathematics and its Connection to the Arts and Sciences* (s. 201-214). Hildesheim, Berlin: Verlag Franzbecker.
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Niss, M. (1999). Aspects of the nature and state of research in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 40(1), s. 1-24.
- Niss, M. & Jensen, T.H. (2002). *Kompetencer og matematiklæring. Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisningen i Danmark*. København: Undervisningsministeriet.
- Osborne, J. (2002). Science Without Literacy: a ship without a sail? *Cambridge Journal of Education*, 32(2), s. 203-218.
- Steen, L.A. (red.). (2005). *Math & Bio. Linking Undergraduate Disciplines*. The Mathematical Association of America.

Undervisningsministeriet. (2003). *Historisk gymnasireform på plads*. Pressemeddelelse den 28. maj 2003.

Abstract

In August 2005 a structural reform was introduced in upper secondary education in Denmark. The reform implies that students choose among subject packages. An important feature of each package is that the participating subjects form a coherent program. Issues related to the interplay of mathematics and other subjects are complex and must take into account that didactical problems with the various topics have more consequences than the respective curricula might suggest. What is needed, is a conceptual frame and a didactical model for integrating productive ideas from a variety of theoretical and practical perspectives on the relations between mathematics and other subjects.

In the paper a discussion of pedagogical and didactical problems concerning the interplay between mathematics and other subjects is crystallized into a concept for interdisciplinary instruction. The concept includes interdisciplinary competences as the theoretical frame and a didactical model, where interdisciplinary instruction in mathematics and other subjects is considered as an iterative movement between two dimensions, (1) *The horizontal linking of the subjects*: Situations from other subjects are embedded in contexts which are mathematized by the students, (2) *The vertical structuring in the subjects*: The conceptual anchoring of the students' constructs from the horizontal linking in the systematic and framework of the involved subjects. Two examples of the use of the framework for interdisciplinary activities involving mathematics are presented: (1) Mathematics and science and (2) mathematics and philosophy.

Modellering versus problemløsning – om kompetencebeskrivelser som kommunikationsværktøj



Tomas Højgaard Jensen,
Institut for Didaktik, Danmarks
Pædagogiske Universitets-skole,
Aarhus Universitet

Abstract *I denne artikel argumenterer jeg for det hensigtsmæssige i at arbejde med (matematisk) modelleringskompetence og (matematisk) problemløsningskompetence som to væsensforskellige læringsmål fordi en sådan skelnen kan bruges som kommunikationsværktøj når der skal etableres en dagsorden i og omkring klasserummet i almindelighed, og når der skal udvikles og/eller vælges gode elevudfordringer i særdeleshed. Først karakteriserer jeg de to kompetencer. Derefter fremhæver jeg deres forskellige kerner, både abstrakt og mere konkret ved at analysere formuleringen af forskellige eksemplarisk valgte opgavetyper. Afslutningsvis omtaler jeg kort nogle af mine egne erfaringer med at bruge den fremlagte form for analyse i konkrete udviklingsrettede projekter og lægger op til videre undersøgelse, udvikling og debat ved at formulere to hypoteser om hvilke opgavetyper der dominerer den danske matematikundervisning, og hvorfor.*

Introduktion og konklusioner

Her er tre opgaver:

1. Hvilken transportform er bedst?
2. Hvordan afhænger den skat man betaler, af indkomstskatte-procenten og moms-procenten?
3. I den såkaldte Gompertz-model for en bestemt population af kyllinger kan sammenhængen mellem en kyllings vægt M (målt i kg) og kyllingens alder t (målt i døgn efter udklækning) beskrives ved

$$\ln(M) = 1,6524 - 4,612 \cdot e^{-0,0423t}$$

a) Benyt modellen til at bestemme vægten af en kylling der er 30 døgn gammel, og bestem M som funktion af t .

I denne artikel, som er en udvidet og redigeret udgave af Jensen (i trykken), udfolder og eksemplificerer jeg følgende konklusioner:

- Refleksioner blandt og kommunikation mellem lærere og elever om kernen i forskellige matematiske kompetencer kan potentielt fremme mange ønskværdige typer arbejdsprocesser i matematikundervisningen.

I den forbindelse er det frugtbart at arbejde med matematisk modelleringskompetence og matematisk problemløsningskompetence som to kompetencer der i deres udøvelse ofte overlapper hinanden, men hvis læringsmæssige kerner er væsensforskellige.

- En del af potentialet ved at gøre sig de to kerner forskellighed klart består i at det kan fokusere måden lærere inviterer deres elever til at udvikle hver af de to kompetencer på, fx gennem formulering og/eller udvælgelse af skriftlige opgaver.

Som eksempler herpå kan den første og den anden af de tre opgaver ovenfor bruges som invitation til at udvikle henholdsvis matematisk modelleringskompetence og matematisk problemløsningskompetence, mens den tredje som kontrast er en kompetencemæssigt ufokuseret opgave som gør mere skade end gavn i forhold til at støtte udviklingen af disse to kompetencer.

Et KOMpetenceperspektiv

Mit matematikdidaktiske forsknings- og udviklingsarbejde har i efterhånden lang tid haft en bestemt analytisk toning som rød tråd. Toningen kommer af mit engagement i udviklingen af en generel idé: at bruge et sæt af faglige kompetencebeskrivelser som perspektiv på hvad det vil sige at mestre et fag, og i forlængelse heraf undersøge hvor, hvornår og hvordan et sådant kompetenceperspektiv på faglighed kan og bør bruges til at udvikle uddannelse og undervisning relateret til det pågældende fag. Afsættet var min deltagelse i det såkaldte KOM-projekt som handlede om at udfolde denne idé med eksplicit afsæt i en analyse af matematik som undervisningsfag.

KOM-projektet

Projektet "Kompetencer og matematiklæring" – her og mange andre steder refereret til som KOM-projektet – foregik i årene 2000-2002 under ledelse af Mogens Niss fra Roskilde Universitetscenter med mig som akademisk sekretær, omrejsende "kommunikationsminister" og medforfatter på den afsluttende rapport (Niss & Jensen, 2002). Begrebsanalytisk handlede KOM-projektet om at bevæge sig

- fra betoning af begrebet *kompetence*, som jeg – med en formulering der ikke ligger langt fra ordvalget i KOM-rapporten – bruger som betegnelse for nogens indsigtfulde parathed til at handle på en måde der lever op til udfordringerne i en given situation (Jensen, 2007a, s. 126; Jørgensen, 1999)
- over fokus på begrebet *en matematisk kompetence*, forstået som nogens indsigtfulde parathed til at handle på en måde der lever op til *en bestemt slags matematiske udfordringer* i en given situation
- til konkret at identificere, karakterisere og eksemplificere *et sæt af matematiske kompetencer* som der kan argumenteres for er uafhængige dimensioner i en udspænding af hvad det vil sige at mestre matematik, jf. visualiseringen af anstrengelserne i figur 1.



Figur 1. En visuel repræsentation – "KOM-blomsten" – af de otte matematiske kompetencer som er omdrejningspunktet for det perspektiv på matematikundervisning som fremlægges i KOM-rapporten (Niss & Jensen, 2002, s. 45).

Et sæt af faglige kompetencebeskrivelser som dem fremlagt i KOM-rapporten (jf. figur 1) kan potentielt fungere som omdrejningspunkt for planlægning, tilrettelæggelse, gennemførelse og evaluering af fagligt orienteret undervisning fordi sådanne beskrivelser kan gennemføres så de byder sig til som sproglig ramme for en fokuseret diskussion af målene med undervisningen (Blomhøj & Jensen, 2007a). Der er efterhånden gennemført mange udviklingsprojekter, bl.a. med fokus på matematik, som viser det.

Jeg har selv deltaget i adskillige sådanne projekter hvor potentialet ved at arbejde med matematikfaglige kompetencebeskrivelser blev forsøgt udnyttet. Det vender jeg tilbage til senere ved at omtale mine erfaringer fra to afsluttede projekter. Nu skal det handle om den del af KOMpetenceperspektivet der er i fokus i denne artikel: opfattelsen af matematisk modelleringskompetence og matematisk problemløsningskompetence som to ofte overlappende, men essentielt helt forskellige dimensioner af matematisk kompetence.

Matematisk modelleringskompetence

Kort og unuanceret handler denne kompetence om at kunne håndtere matematikbeskrivelser af noget der i udgangspunktet ikke er matematisk.

Mere præcist bruger jeg *matematisk modelleringskompetence* som betegnelse for nogens indsigtsfulde parathed til selv at gennemføre alle dele af en matematisk modelleringsproces og til at forholde sig kritisk undersøgende til andres ageren i den henseende (Jensen, 2007a, s. 126).

Med betydeligt flere ord og nuancer beskriver vi det således i KOM-rapporten:

Denne kompetence består på den ene side i at kunne *analysere* grundlaget for og egenskaberne ved foreliggende modeller og at kunne bedømme deres rækkevidde og holdbarhed. Hertil hører at kunne "*afmatematisere*" (træk ved) foreliggende matematiske modeller, dvs. at kunne afkode og fortolke modelementer og -resultater i forhold til det felt eller den situation som er modelleret. På den anden side består kompetencen i at kunne *udføre aktiv modelbygning* i en given sammenhæng, dvs. at bringe matematik i spil og anvendelse til behandling af anliggender uden for matematikken selv.

Aktiv modelbygning indeholder en række forskellige elementer. Først at kunne *strukturere* det felt eller den situation der skal modelleres. Dernæst at kunne gennemføre en *matematisering* heraf, dvs. en oversættelse af objekter, relationer, problemstillinger m.v. til et område af matematikken, resulterende i en matematisk model. At kunne *behandle* den opståede model, herunder løse de matematiske problemer den måtte give anledning til, samt at kunne *validere* den færdige model, dvs. bedømme dens holdbarhed både internt (i forhold til modellens matematiske egenskaber) og eksternt (dvs. i forhold til det felt og

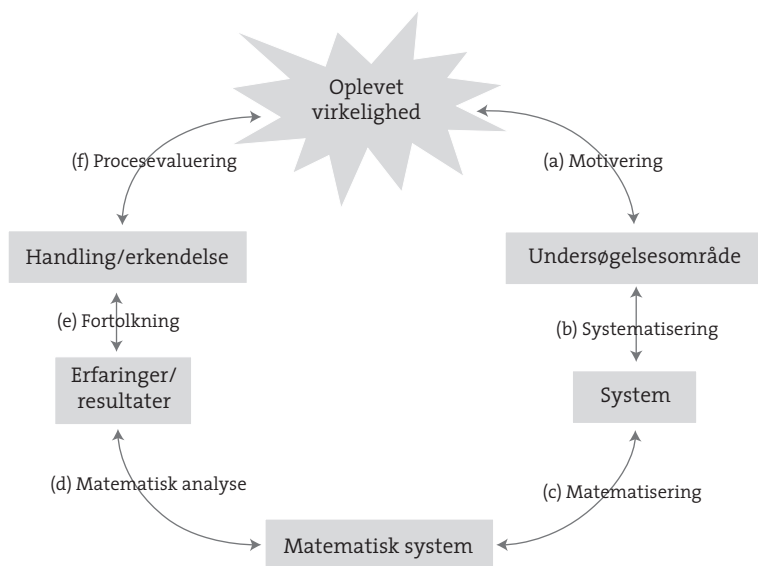
den situation modellen omhandler). Der indgår tillige at kunne *analysere modellen kritisk*, både i forhold til dens egen brugbarhed og relevans og i forhold til mulige alternative modeller, og at kunne *kommunikere* med andre om modellen og dens resultater. Endelig indgår det i aktiv modelbygning at have *overblik* over og kunne *styre* den samlede modeleringsproces. (Niss & Jensen, 2002, s. 52)

Der er to karakteristika ved disse beskrivelser som er værd at bide mærke i. Det ene er at kompetencen – i lighed med alle sine “søskende” i KOM-rapporten – både har en *undersøgende* side hvor forståelse og kritisk bedømmelse af allerede udførte processer er i fokus, og en *produktiv* side hvor fokus er på selv at kunne gennemføre den type processer som kompetencen stiller skarpt på, in casu matematisk modellering (jf. Niss & Jensen, 2002, s. 63 f.; Jensen, 2007a, s. 126).

Det andet er at disse og andre kompetencebeskrivelser først for alvor får fylde og substans når man – som i anden del af citatet ovenfor – kaster sig ud i at beskrive sin forståelse af det eller de begreb(er) som rent sprogligt udgør stammen i navngivningen og karakteristikken af kompetencen. Hvis man forpligter enhver kommunikation om kompetencers indhold på en sådan begrebsafklaring, fastholdes kompetenceorientering som noget konstruktivt debatskabende. Analyser som dem i KOM-rapporten skal ikke læses som en religiøs besværgelse af nogle kanoniske begreber som blot har ventet på en endegyldig analytisk afklaring og efterfølgende læren udenad (Jensen, 2007a, s. 127).

Den matematiske modelleringsproces

Jeg “skylder” i forlængelse af ovenstående en beskrivelse af hvad jeg mener når jeg i kompetencekarakteristikken ovenfor taler om “en matematisk modelleringsproces”. For mig betegner det – helt i tråd med beskrivelsen fra KOM-rapporten gengivet ovenfor – en kompleks og ofte meget lidt strømlinet proces der involverer mange forskelligartede tankemåder og former for handlinger. Jeg har i mange sammenhænge haft glæde af at arbejde med en model der beskriver processen ved hjælp af seks delprocesser, jf. visualiseringen heraf i figur 2. Ud over at fremstille de forskellige delprocesser på en måde der forhåbentlig hjælper med at bevare overblikket, har jeg her også forsøgt at “standse op” efter hver aktivitet og vurdere hvilket niveau i modelkonstruktionen man som modellør befinder sig på.



Figur 2. En visuel repræsentation af en model af den matematiske modelleringsproces (Blomhøj & Jensen, 2007a, s. 48; Jensen, 2007a, s. 114).

Modellen, og alle de begreber der indgår, er grundigt diskuteret og kommenteret i Jensen (2007a, s. 107 ff.). I artiklen her supplerer jeg med et eksempel, men først efter også at have bragt matematisk problemløsningskompetence i spil så jeg kan bruge eksemplet som led i at diskutere de to kompetencers forskellige kerner.

Matematisk problemløsningskompetence

Kort og unuanceret handler denne kompetence om at kunne håndtere en situation hvor man for at komme videre skal finde på et eller andet der ikke lige springer i øjnene (Jensen, 2007a, s. 120).

Mere præcist bruger jeg *matematisk problemløsningskompetence* som betegnelse for nogens indsigtfulde parathed til selv at løse såvel rene som anvendelsesorienterede matematiske problemer og til at forholde sig kritisk undersøgende til andres ageren i den henseende (Jensen, 2007a, s. 126).

I KOM-rapporten kombineres denne kompetence med det at kunne opstille matematiske problemer. Det betegnes matematisk problembehandlingskompetence og karakteriseres bl.a. med følgende ord:

Denne kompetence består dels i at kunne opstille, dvs. detektere, formulere, afgrænse og præcisere forskellige slags matematiske problemer, "rene" såvel som "anvendte", "åbne"

såvel som "lukkede", dels i at kunne løse sådanne matematiske problemer i færdigformuleret form, egnes såvel som andres, og, om fornødent eller ønskeligt, på forskellige måder.

[...] Et (formuleret) matematisk problem er en særlig type matematisk spørgsmål, nemlig ét hvor en matematisk undersøgelse er nødvendig for besvarelsen. Sådanne set kunne også spørgsmål, som kan besvares alene ved hjælp af (få) specifikke rutineoperationer, falde ind under begrebet "problem". Sådanne spørgsmål, som for den der skal løse dem, kan besvares ved aktivering af rutinefærdigheder, henregner vi imidlertid ikke under matematiske problemer i denne forbindelse. Derved bliver begrebet "matematisk problem" ikke absolut, men relativt til den person som stilles over for det. Det, som for én person kan være en rutineopgave, kan for en anden være et problem, og omvendt. (Niss & Jensen, 2002, s. 49-50).

Det centrale begreb at få hold på i forbindelse med disse kompetencer er "problem". Det er et af de begreber som jeg oplever størst usikkerhed og uafklarethed omkring når jeg holder kurser med faglige kompetencebeskrivelser som omdrejningspunkt for forskellige grupper af matematiklærere. Nogle taler om problemløsning når man regner opgaver, andre taler om opgaveregning når man løser et problem stillet af opgaven. Som supplement til KOM-citatet ovenfor om begrebet "problem" vil jeg derfor præcisere min forståelse heraf (jf. Jensen, 2007a, s. 120 ff., som resten af dette og begyndelsen af næste afsnit er redigerede uddrag af).

Opgave, øvelse og problem

"Opgave" bruger jeg bredt som betegnelse for en eksplicit formuleret udfordring, til forskel fra udfordringer som ikke er eksplicit formulerede, og som derfor kun er en udfordring i kraft af nogens læsning af situationen. En opgave har således en *objektiv* karakter, forstået således at hvorvidt der er tale om en opgave eller ej, ikke er afhængigt af hvem der stiller den eller modtager den.

Ved et "problem" forstår jeg en situation der involverer en række metodeåbne spørgsmål der udfordrer en eller anden intellektuelt som ikke umiddelbart er i besiddelse af direkte metoder/procedurer/algorithmter der er tilstrækkelige til at besvare spørgsmålene (jf. Blum & Niss, 1991, s. 37). Et problem har således en *subjektiv* karakter i kraft af karakteristikkens understregning af at det drejer sig om noget der "*udfordrer en eller anden*". Derfor medfører eksistensen af et problem også eksistensen af en eller flere personer som det er et problem for.

En opgave kan for eksempel være "Slå græsset" eller "Find rødderne i andengradsligningen $2x^2 + 2x - 4 = 0$ ". At skulle udføre et sådant stykke arbejde kan selvfølgelig sagtens give anledning til forskellige problemer. For eksempel kan græsslåmaskinen være gået i stykker, man kan have mistet sin formelsamling, eller man kan være på

et for lavt uddannelses- eller erfaringsniveau (for et 8-årigt barn giver begge opgaver sandsynligvis anledning til problemer). Man kan altså stille alle en opgave, men ikke vide sig sikker på for hvem det er et problem.

For at kunne skelne klart mellem begreberne taler jeg om en “øvelse” hvis det med rimelighed kan antages at en opgave ikke er eller vil føre til et problem for modtageren. I de tilfælde hvor løsningen af opgaven giver anledning til et problem for modtageren, vil jeg benytte termen “problem” i stedet for opgave. Opgave bliver derfor foreningsmængden af begreberne øvelse og problem, og jeg benytter termen opgave når modtagerens formåen ikke kan afgøres, eller når opgavetypiseringen i øvelser og problemer ikke er i fokus.

Matematisk problemløsning

“Problemløsning” betegner simpelthen den proces hvorigennem man forsøger at løse et problem. Det helt centrale ved denne proces er at den – som “komplementærmængden” til arbejde med øvelser – er karakteriseret ved nødvendigheden af bevidste eller ubevidste *metodemæssige overvejelser*. I min ph.d.-afhandling (Jensen, 2007a, kap. 10) er der en længere diskussion af hvad sådanne overvejelser nærmere kan siges at bestå i, og hvilke udfordringer det i øvrigt kan give at skulle gennemføre en problemløsningsproces. Her skal jeg kun bruge påpegningen vedrørende det metodemæssige til en begrebsmæssig præcisering:

Jeg synes kun det er meningsfuldt at tale om “matematisk problemløsning” hvis det definerende ved processen – de metodemæssige overvejelser – involverer visse matematiske begreber, metoder og resultater. Det er med andre ord ikke matematisk problemløsning hvis matematikken først kommer på banen på det tidspunkt i processen hvor det i givet fald er lykkedes en at reducere problemet til en rutinemæssig øvelse.

En vigtig undervisningsmæssig konsekvens heraf er at man ikke kan nøjes med en simpel iagttagelse af om der optræder matematik i besvarelsen af en opgave, for at kunne afgøre om der har været tale om matematisk problemløsning. Man er nødt til at gå dybere ned i besvarelsen og arbejdsprocessen bag den for at afgøre karakteren af den måde matematik er brugt på.

De to kompetencers forskellige kerner

I en matematikundervisningspraksis er det nemt at forestille sig betydelige overlap mellem situationer der udfordrer henholdsvis matematisk modelleringskompetence og matematisk problemløsningskompetence. Gennemførelsen af en matematisk modelleringsproces vil ofte indebære løsningen af et eller flere matematiske problemer, ikke mindst i forbindelse med matematiseringen og den matematiske analyse (fase

c og d i figur 2), og alle anvendelsesorienterede matematiske problemer er del af en matematisk modelleringsproces som modtageren af problemet eventuelt blot føres ind i på et stadie hvor dele af processen er gennemført (Jensen, 2007a, s. 106 ff.).

“Kernen” i de to kompetencer er imidlertid forskellig, hvilket jeg nu vil udfolde nærmere ved at diskutere karakteren af hver type udfordring og relevansen af forskellige typer opgaver i den forbindelse.

Problemløsning og følelsen af fastlåsthed

Matematisk problemløsningskompetence handler om at håndtere en personlig oplevelse, hvis væsentligste karakteristika er *frustration* over at være kognitivt fastlåst – man ved ikke hvordan man skal få “hul på bylden” (jf. Blomhøj & Jensen, 2003, s. 127).

Som eksempel vil jeg stille dig som læser følgende opgave, lånt fra Schoenfeld (1985) som er en matematikdidaktisk klassiker og pionerudgivelse om matematisk problemløsning:

En vilkårlig trekant kan deles i to dele ved hjælp af et linjestykke parallelt med den ene side i trekanten. Hvordan skal linjestykket placeres så de to dele af trekanten bliver lige store?

Som læser af denne artikel er du sandsynligvis en der beskæftiger sig professionelt med matematikholdig undervisning, så jeg vil tro denne opgave opleves som et matematisk problem og derfor inviterer til matematisk problemløsning fordi du

- i den konkrete situation godt *forstår opgaven* og har et klart billede af hvad udfordringen går ud på
- godt kan se at der må eksistere en rimelig klart identificerbar *løsning*
- ikke umiddelbart ved hvordan man skal nå frem til den.

Modellering og håndteringen af åbenhed

Matematisk modelleringskompetence handler om en arbejdsproces hvis væsentligste karakteristika er behovet for forskellige former for *afgrænsning og præcisering* for at leve op til det definerende ved processen: at gøre en ekstra-matematisk udfordring tilgængelig for matematisk repræsentation og bearbejdning. Afgrænsningsbehovet opstår ikke mindst i de indledende “ydre” dele af modelleringsprocessen hvor der er rigtig meget andet end matematik i spil. Det svarer til de delprocesser der på figur 2 betegnes motivering og systematisering.

På grund af den “underbestemte” karakter af disse meget åbne dele af modelleringsprocessen kan hovedudfordringen ofte beskrives som “*handlingslammelse grundet de mange forskellige veje man kan gå og fraværet af et udleveret kompas at navigere med*” (jf. Blomhøj & Jensen, 2003, s. 127). Man skal håndtere de mange tilsyneladende lige

meningsfulde valg der skal træffes før matematiske begreber og teknikker kan være til nogen nytte, kombineret med manglen på en veldefineret strategi for hvordan man træffer disse valg. Set gennem en didaktisk "kompetencelinse" er matematisk modellering primært interessant som læringsaktivitet hvis processen indebærer et sådant forsøg på håndtering af åbenhed (jf. Niss & Jensen, 2002, s. 52-53).

Et illustrerende, udfoldet eksempel

Lad mig illustrere det didaktiske potentiale ved at arbejde med matematisk modelleringskompetence ved at komme med det tidligere lovede eksempel. Det har form af en konstrueret episode (Blomhøj, 2006; Blomhøj & Jensen, 2007b) hvor nogle elever på demonstrativt eksplicit vis arbejder med de "ydre" dele af en matematisk modelleringsproces som den er beskrevet i figur 2. Afsættet er den første opgave fra denne artikels indledning:

Hvilken transportform er bedst?

Hvis vi lader de to 9.-klasses-elever Adam og Berit udøve deres veludviklede matematiske modelleringskompetence med afsæt i denne opgave, kan det eksempelvis se sådan ud:

A: Blandt lærerens forskellige oplæg til vores modelleringsprojekt synes jeg vi skal lade os inspirere af det om *transportformer*. Jeg har selv indimellem overvejet hvilken der er den bedste at bruge. Skal vi ikke undersøge det ved hjælp af matematisk modellering?

B: Det kan man da ikke undersøge sådan uden videre – det afhænger af hvad man mener med "transportform" og "bedst".

A: Jeg tænker på situationen hvor jeg skal til skole: Jeg kan vælge mellem at gå, cykle, tage bussen eller få et lift af min mor, så kan vi ikke sammenligne de fire transportformer?

B: Jo, okay, men det er stadig for svævende at spørge om hvad der er "bedst": Bilen er nok hurtigst og mest komfortabel, mens man i bussen møder flest nye og spændende mennesker. På cyklen får man til gengæld mest motion og frisk luft, mens man ved at gå nok opfører sig mest miljørigtigt.

A: Det med miljøet er noget af det jeg tænker på når jeg overvejer hvilken transportform jeg skal vælge. Jeg plejer at tage bussen – hvorfor tror du at det er mest miljørigtigt at gå?

B: Det ved jeg heller ikke om jeg tror – det var bare et eksempel! Men det kan vi jo vælge at undersøge: "Hvad er den mest miljørigtige transportform?"

A: Nej, det duer ikke; "miljørigtig" er lige så upræcist og individuelt som "bedst". Men vi kan kigge på energiforbruget ...

(Adam og Berit vælger at analysere energiforbruget forbundet med forskellige konstruerede, men for dem virkelighedsnære scenarier med fokus på hver sin transportform. Energiforbruget i forbindelse med bilmuligheden volder lidt vanskeligheder fordi det afhænger af om bilen skal køre turen alligevel. Hvis det er tilfældet, er det oplagt at der ikke er noget ekstra energiforbrug. Hvis det ikke er tilfældet, afgrænses systemet til kun at handle om benzinforbruget. De har også vanskeligt ved at matematisere busscenariet på grund af på- og afstigningsproblematikker og ender med simpelt hen i første omgang ikke at medtage denne mulighed i modellen. Herefter følger en god gang matematisk analyse af det producerede datamateriale og fremkomsten af nogle modelresultater som nu skal fortolkes inden den samlede modelleringsproces evalueres).

B: Selv om cykling ifølge vores modelberegninger med fokus på energiforbrug er den bedste transportform, vil jeg stadig som regel vælge at tage bussen til skole. Jeg har mindst 10 kilometer hver vej, så jeg bliver træt bare ved tanken om at cykle, hvorimod bussen er et sted jeg sidder og slapper af.

A: Det kan jeg godt forstå. Jeg har kun godt og vel én kilometer til skole, så for mig er alene ventetiden ved busstoppestedet lang nok til at det er hurtigere at cykle. Jeg ville ikke engang tage bussen selv om den ingen energi brugte, så vores modellering er et utilstrækkeligt grundlag for at vælge transportform.

B: Når vi begge to er så optagede af hvor lang tid turen tager, skulle vi måske forsøge at opstille en model hvor vi afgrænser os til at se på transporttiden som kriterium for hvilken transportform der er bedst. Når jeg tænker på os to, vil jeg tro at svaret bliver noget med en funktion af hvor langt man skal transporteres.

A: Ender den model ikke uundgåeligt med at have samme ulempe som før: Transporttiden alene er da også et urealistisk simpelt grundlag for at vælge transportform.

B: Ja, selvfølgelig, men sidst fik vi da lavet en god sammenligning ved at antage at energiforbruget er det eneste der betyder noget, selv om det selvfølgelig er urealistisk. Det kan vi vel gøre igen og så bagefter diskutere hvordan man i praksis kan kombinere de to modeller.

A: Jeg synes hellere vi skal prøve at modellere en situation hvor både energiforbruget og transporttiden fra starten af indgår i det system vi vælger at sætte fokus på. Det virker meget mere realistisk.

B: Ja, det synes jeg også, men jeg tror også det bliver mere uoverskueligt og derfor en dårligere hjælp til at få overblik over problemstillingen, og jeg er heller ikke sikker på at vi kan finde ud at jonglere med den matematik der skal til for at matematisere det system du snakker om. Men begge dele kan jo komme an på en prøve ...

Her lukker jeg ned for episodekonstruktionen – Adam og Berit har gjort tilstrækkeligt til at jeg på baggrund af deres arbejde kan fremdrage tre pointer. Den første handler om selve dialogen ovenfor: Det at arbejde med sådanne episoder i almindelighed og det at tumle med selve konstruktionen af dem i særdeleshed har et stort potentiale i forhold til det at arbejde med faglige kompetencebeskrivelser som didaktisk kommunikationsværktøj. Jeg har sammen med gode kollegaer brugt denne tilgang i forskellige sammenhænge, og erfaringerne herfra peger især på to kilder til dette potentiale. Den ene er at man med en episodisk tilgang får fokuseret på det som kompetencebeskrivelser per natur handler om: Nogle der bredt forstået handler – snakker sammen og/eller på anden måde udviser aktivitet – i forhold til nogle udfordringer i en konkret situation. Den anden er at man får etableret en konkret forbindelse mellem nogle ikke altid lige let tilgængelige læringsmål og en konkret klasserumspraksis, og det virker altid forpligtende og dermed udviklende på den relationelle forståelse (Skemp, 1978) af begge dele.

Den anden pointe er at transportopgaven i min optik som kompetenceorienteret matematiklærer har potentiale som invitation til at arbejde med alle dele af en matematisk modelleringsproces og dermed potentiale til at udvikle de involveredes matematiske modelleringskompetence med fuld dækningsgrad (Niss & Jensen, 2002, s. 64-66; Jensen, 2007b). Det skyldes at det med afsæt i denne opgave forekommer mig naturligt og ikke-tænkt at se en proces som den konstruerede for mit indre blik. I tekstboksen har jeg anført nogle flere eksempler på opgaver som jeg har erfaring for har dette potentiale. Her er der frit slag for egen afprøvning af eksemplerne med afsæt i konstruktion af nye episoder fra klasserummet. Eksemplerne er kategoriseret med tanke på undervisningens tilrettelæggelse (jf. Jensen, 2007a, s. 196): Den ene kategori er tænkt som oplæg til undersøgelser som kan bruges som inspiration ved etableringen af et projektarbejde, og den anden kategori som oplæg til korterevarende opgaveløsning som kan fungere inden for rammerne af en undervisningslektion eller to.

Den tredje pointe er at hverken opgave 2 eller 3 fra artiklens indledning har dette potentiale til at udvikle opgavemodtagernes matematiske modelleringskompetence med fuld dækningsgrad. Det er blandt andet begrundet i at det kræver mere end almindelig god fantasi at se en modelleringsproces som den er beskrevet ovenfor, for sit indre blik med afsæt i disse opgaver. Det vil reelt kræve omformulering af opgaverne i en grad så der er tale om nye opgaver med et anderledes fokus og læringsmæssigt sigte.

Eksempler på opgaver der er udviklet til og brugt på 9. klassetrin (Jensen et al., s. 14 ff. og 168 ff.) og gymnasialt niveau (Jensen, 2007a, appendiks C og E) med det eksplicit udtrykte mål at støtte udviklingen af elevernes matematiske modelleringskompetence.

Invitationer til at udvikle matematisk modelleringskompetence

– længere varighed (2-4 uger):

1. Hvilken transportform er bedst?
2. Kan man motionere sig slank?
3. Hvordan kan man navigere?
4. Hvor mange vindmøller skal der bygges i Danmark?
5. Hvad er den bedste form på en konservesdåse?

Invitationer til at udvikle matematisk modelleringskompetence

– kortere varighed (inden for 1-2 lektioner):

6. Hvor meget stof skal man bruge til at lave en bordduk?
7. Tegn en skitse af et hus på 135 m².
8. Hvor langt væk er horisonten?
9. Hvor langt fremme ad vejen skal der være fri bane for at man sikkert kan overhale?
10. Hvor lange brædder kan man få rundt om et hjørne?

Invitationer til at udvikle matematiseringskompetence

– kortere varighed (inden for 1-2 lektioner):

11. Hvordan afhænger den skat man betaler, af indkomstskatte-procenten og momsprocenten?
12. Under udsalg får man ofte rabat som en procentdel af varens normale pris. Er det smartest at bede om at få rabatten trukket fra før eller efter at momsen lægges til prisen?
13. Hvor mellem tre lige store byer skal områdets eneste gymnasium ligge?
14. Hovedet på et snapsglas har form som en omvendt kegle. Hvor højt skal snapsglasset være skænket for at være halvt fyldt?
15. En indhegning skal laves så den har form som et rektangel med en halvcirkel i den ene ende. Hvor stort et stykke jord kan man indhegne med et givet antal meter hegn til rådighed?

Matematiseringskompetence

Opgave 2 fra indledningen – hvordan afhænger den skat man betaler, af indkomstskatte-procenten og moms-procenten? – er konstrueret som en invitation til at arbejde med matematisering, matematisk analyse og fortolkning, svarende til faserne c til e i en matematisk modelleringsproces (jf. figur 2). Motiveringen og systematiseringen af udfordringen er der allerede taget hånd om gennem formuleringen af opgaven, og tilbøjeligheden til at evaluere modelleringsprocessen i sin helhed (fase f i figur 2) kommer i vid udstrækning af selv at have arbejdet med de indledende afgrænsende dele af processen (jf. Jensen, 2007a, s. 147-149). Opgaver af denne type kan som nævnt ikke bruges til at udfordre matematisk modelleringskompetence med fuld dækningsgrad, men de kan med den rette formulering og orkestrering udfordre en læringsmæssigt ofte helt afgørende del heraf: anvendelsesorienteret matematisk problemløsning med fokus på matematisering (ibid., s. 195-197).

Denne kombination vil jeg betegne *matematiseringskompetence*, som jeg i forlængelse af min generelle kompetencedefinition (jf. tekstboksen om KOM-projektet) mere formelt vil karakterisere som nogens indsigtsfulde parathed til at løse problemer som opleves som sådan fordi de inviterer til matematisering. I tekstboksen er der nogle flere eksempler på opgaver som jeg har erfaring for kan bruges til at udfordre denne kompetence på 9.-klasses-niveau og på de gymnasiale uddannelser.

Udspænding af kompetencerne

Figur 3 er et bud på en sammenlignende didaktisk udspænding af matematisk modelleringskompetence og matematisk problemløsningskompetence, med afsæt i de begrebsdannelser og -forståelser jeg har fremlagt i denne artikel. Hver opgave i skemaet er udvalgt med henblik på at være eksemplarisk for den kategori den repræsenterer. Som det fremgår af overlappet med boksen med faktisk anvendte opgaveeksempler, er de fire opgaver øverst til venstre i skemaet udviklet og anvendt i konkrete projektsammenhænge.

Det ville være givende at gennemføre en sammenstilling som den i figur 3, baseret på en række konstruerede episoder. Når jeg ikke har gjort det her, skyldes det dels pladshensyn, dels at jeg har erfaret at der er en formidlingsmæssig pointe ved samlede ensides-fremstillinger som kan stå og "blinke" som en implicit udfordring til videre kollektiv udfoldning i forskellige undervisningssammenhænge.

| Invitationer til ... | Matematisk problemløsning | Matematisk øvelsesarbejde | Hverken problemløsning eller øvelsesarbejde |
|--|--|--|--|
| <i>Matematisk modellering</i> | Hvilken transportform er bedst? | Hvor meget stof skal man bruge til at lave en borddug? | Irrelevant kategori. |
| <i>Autentisk matematisering</i> | Hvordan afhænger den skat man betaler, af indkomstskatteprocenten og moms-procenten? | Tegn en skitse af et hus på 135 m ² . | Irrelevant kategori. |
| <i>Pseudo-ekstramatematisk orientering</i> | Et par sko med snørebånd koster 110 kr. Skoene koster 100 kr. mere end snørebåndene. Hvad koster snørebåndene? | Anna og Bob tjener 20 % af indtægten ved at sælge is. Hvor meget tjener de hvis indtægten er a) 100 kr.? b) 500 kr.? c) ... | I den såkaldte Gompertz-model for en bestemt population af kyllinger kan sammenhængen mellem en kyllings vægt M (målt i kg) og kyllingens alder t (målt i døgn efter udklækning) beskrives ved $\ln(M)=1,6524-4,612 \cdot e^{-0,0423t}$ a) Benyt modellen til at bestemme vægten af en kylling der er 30 døgn gammel, og bestem M som funktion af t . |
| Ingen ekstramatematisk orientering | En bestemt terning har et rumfang der er k gange større end rumfanget af en anden given terning. Hvad er forholdet mellem overfladearealerne på de to terninger? | En funktion f er givet ved $f(x)=x^3-3x^2+4$ Bestem $f'(x)$, og bestem monotoniforholdene for f . | To funktioner f og g er givet ved $f(x)=x^2-x+2$ $g(x)=-x^2+5x-\frac{5}{2}$ a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P(2, f(2))$. Det oplyses at graferne for f og g har netop ét fælles punkt, Q . b) Bestem koordinatsættet til Q . |

Figur 3. *Eksempler på opgaver der kan bruges til en didaktisk udspænding af matematisk modelleringskompetence og matematisk problemløsningskompetence.*

Erfaringer og arbejdshypoteser

Min forståelse af og tilgang til matematisk problemløsningskompetence og – ikke mindst – matematisk modelleringskompetence er formet af mine erfaringer fra deltagelse i adskillige projekter som har haft disse kompetencer som mere eller mindre centrale elementer:

KOM-projektet med fokus på begrebsafklaring som grundlag for en samlet kompetencebeskrivelse af matematisk faglighed (Niss & Jensen, 2002).

Allerød-forsøget med fokus på potentialer ved og hindringer for at gøre udvikling af matematisk modelleringskompetence til omdrejningspunkt for matematikundervisningen gennem to år i en forsøgsklasse på Allerød Gymnasium (Jensen, 2007a).

Strukturering af lærebogssystemet Matematrix under inddragelse af hele begrebsforståelsen fremlagt her: systematisk opdeling i oplæg til problemløsning og øvelsesregning og systematisk arbejde med de tre modelleringsrettede opgavetyper fra tekstboksen (se fx Jensen et al., 2002).

LEKS-projektet, hvor min del havde fokus på observationer af to 9.-klasser og deres respektive matematiklæreres arbejde med udvalgte anvendelsesorienterede PISA-opgaver og overhalingsopgaven fra tekstboksen (afventer slutrapportering – se www.dpu.dk/leks).

DQME II-projektet, hvor min del har fokus på observationer af en gymnasielærers særligt tilrettelagte forløb med sigte på udvikling af elevernes matematiske modelleringskompetence (igangværende – se www.dqime.uni-dortmund.de).

KOMPIS-projektet, hvor min del kommer til at have fokus på en modificeret gentagelse af Allerød-forsøget i en 8.-9.-klasse i Slagelse Kommune (under opstart – se www.kompis.dk).

Ærindet med denne artikel er ikke at rapportere i detaljer om disse erfaringer, så jeg vil nøjes med en enkelt observation som går på tværs af alle de nævnte projekter, og som jeg endnu ikke har mødt undtagelser fra: At forsøge helhjertet at støtte nogens udvikling af faglige kompetencer i almindelighed og matematisk modelleringskompetence i særdeleshed er for alle involverede parter en både meget meningsfuld og meget kompleks og krævende udfordring.

Ethvert forsøg på at møde en sådan udfordring vil derfor indebære en afvejning af entusiasme – drevet af oplevelsen af meningsfuldhed – og apati – drevet af oplevelsen af både tidsmæssig og mental ressourcemangel. Det er både forventeligt og i overensstemmelse med mine erfaringer at forskellige former for støtte og opmuntring til at gennemføre kompetenceorienteret undervisning vil skubbe denne afvejning i retning af entusiasme og væk fra apati. Tilsvarende vil det modsatte forventeligt være tilfældet hvis den enkelte aktør oplever en mangel på støtte og opmuntring.

Jeg har ikke forsøgt at gå systematisk til værks i forhold til at vurdere matematikundervisningens "helbredstilstand" i forhold til denne afvejning, men jeg har to ikke alt for optimistiske hypoteser om brugen af de forskellige opgavetyper i figur 3 som jeg håber kan bidrage til fremadrettet debat og udvikling.

Den ene hypotese er at invitationer til matematisk modellering alt for ofte erstattes af invitationer til matematisering – fordi matematiseringsopgaver er nemmere at formulere og orkestrere som lærer, nemmere at forstå og arbejde med som elev og nemmere at arbejde med i eksamenssammenhæng som lærer og "system". Dette kombineret med at der ikke ydes nogen form for systematisk støtte til at bevæge sig i den modsatte retning – hvad eksamensopgaver angår snarere tværtimod.

Den anden hypotese er at invitationer til matematisering af de samme grunde alt for ofte erstattes af pseudo-ekstra-matematisk orienterede opgaver som hverken er fokuserede oplæg til matematisk problemløsning eller til matematisk øvelsesarbejde.

Den tredje opgave fra introduktionen er et eksempel på en sådan type opgave, jf. samme opgaves placering i figur 3. Den fungerer også som en god illustration af den tendens jeg forsøger at skitsere med de to hypoteser, i og med at den som én blandt mange af sin slags er et eksempel på den mest udbredte opgavetype i et aktuelt opgavesæt (maj 2008) til den skriftlige eksamen på det almene gymnasiums højeste niveau i matematik.

Hvad kunne alternativet til denne type eksamensopgaver være? Det er en uhyre relevant og udfordrende problemstilling som fortjener sin egen selvstændige analyse og diskussion. Her vil jeg nøjes med at anføre et enkelt konkret bud fra Allerød-forsøget: I tekstboksen med opgaveeksempler stammer nummer 9, 10, 11, 13, 15, 16 og 17 fra den skriftlige årsprøve, terminsprøve og afsluttende skriftlige studentereksamen (jf. Jensen, 2007a, appendiks E). Der er masser af udfordringer gemt i at finde måder at bedømme elevernes arbejde med opgaver som disse på (ibid., s. 230 ff.), men tænk engang: Hvor meget mere kraftfuldt et signal om at tage kompetenceorienteringen alvorligt ville det ikke være hvis opgaver i stil med disse slog tonen an i centralt stillede skriftlige eksamener i matematik?

Referencer

- Blomhøj, M. (2006). Konstruktion af episoder som forskningsmetode – læringsmuligheder i IT-støttet matematikundervisning. I: O. Skovsmose & M. Blomhøj (red.), *Kunne det tænkes? – om matematiklæring* (s. 228-254). København: Malling Beck.
- Blomhøj, M. & Jensen, T.H. (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and its Applications*, 22, s. 123-139.
- Blomhøj, M. & Jensen, T.H. (2007a). What's all the fuss about competencies?

- Experiences with using a competence perspective on mathematics education to develop the teaching of mathematical modelling. I: W. Blum et al. (red.), *Modelling and applications in mathematics education – The 14th ICMI-study* (s. 45-56). New York: Springer.
- Blomhøj, M. & Jensen, T.H. (2007b). SOS-projektet - didaktisk modellering af et sammenhængsproblem. *MONA*, 2007(3), s. 25-53.
- Blum, W. & Niss, M. (1991). Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subjects – State, Trends and Issues in Mathematics Instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22, s. 37-68.
- Haines, C. & Galbraith, P. & Blum, W. & Khan, S. (red.) (2007). *Mathematical Modelling: Education, Engineering and Economics (ICTMA 12)*. Chichester, UK: Horwood.
- Jensen, T.H., Larsen, L.H., Pedersen, B.B. & Sonne, H. (2002). *Matematrix 9*. København: Alinea.
- Jensen, T.H. (2007a). *Udvikling af matematisk modelleringskompetence som matematikundervisningens omdrejningspunkt – hvorfor ikke?* IMFUFA-tekst, nr. 458. Roskilde: Roskilde Universitetscenter. Ph.d.-afhandling. Kan rekvireres ved henvendelse til imfufa@ruc.dk.
- Jensen, T.H. (2007b). Assessing mathematical modelling competency. I: Haines, C. et al., 2007 (s. 141-148).
- Jensen, T.H. (i trykken). Communicating the Name of the Game in Mathematics Education: The Different Foci of Mathematical Modelling Competency and Mathematical Problem Solving Competency. I: R. Lesh et al. (red.), *Mathematical Modelling (ICTMA 13): Education and the Design Sciences* (foreløbig titel). Chichester, UK: Horwood.
- Jørgensen, P.S. (1999). Hvad er kompetence? – Og hvorfor er det nødvendigt med et nyt begreb? *Uddannelse*, 9, s. 4-13.
- Niss, M. & Jensen, T.H. (red.) (2002). *Kompetencer og matematiklæring: Idéer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie, nr. 18. København: Undervisningsministeriet.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. London, UK: Academic Press.
- Skemp, R. (1978). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Arithmetic Teacher*, 26 (3), s. 9-15.

Abstract

In this paper I argue in favour of making a clear distinction between mathematical modelling competency and mathematical problem solving competency. Such a distinction has proven useful when working with competency descriptions as a communicative tool in mathematics education in general and when analysing the formulation of tasks in particular. The two competencies are characterised and their different foci are highlighted. This is exemplified by the formulation of different kinds of tasks, and two hypotheses are offered for further debate and investigation concerning the kinds of tasks that dominate in mathematics education and why.

Aktuel analyse

I denne sektion tages aktuelle problemstillinger i relation til matematik- og naturfagsdidaktik op til analyse og diskussion. Teksterne gennemgår ikke peer review, men skal være saglige, analytiske og argumenterende. Kontakt gerne redaktionen med idéer til indhold på mona@ind.ku.dk.

Fysikdidaktik på amerikansk. En beretning om forskningens rolle og rationaler



Bjørn Friis Johannsen,
Institut for Naturfagenes
Didaktik, Københavns
Universitet



Lærke Bang Jacobsen,
IMFUFA, Roskilde
Universitetscenter

Abstract Denne artikel er baseret på vores oplevelse fra vintermødet i Chicago for den amerikanske fysiklærerforening (AAPT). Første del er en præsentation af nogle af de forskningsprojekter vi fik indsigt i gennem foredrag og workshops under mødet. Disse er: "Understanding by Design", "Investigative Science Learning Environment", "Physics by Inquiry and Tutorials", "Science Education for New Civic Engagement and Responsibilities" og "Clicker Questions and Peer Instruction". Anden del er vores egne refleksioner over forskellene mellem amerikanernes og danskernes måde at bedrive forskning inden for fysikdidaktik på. Vi vurderer at amerikanerne primært fokuserer på løsninger, mens vi mest fokuserer på at forstå problemerne. Vi afslutter med et oplæg til diskussion af fysikdidaktikkens rolle og rationaler.

Introduktion

Vi er to ph.d.-studerende i fysikdidaktik der i februar 2009 deltog i vintermødet i Chicago for den amerikanske fysiklærerforening (AAPT – American Association of Physics Teachers). Inden vi tog af sted, vidste vi godt at amerikansk fysikdidaktik ikke er identisk med fysikdidaktik i Danmark. Men de forskelle vi oplevede, satte alligevel gang i nogle uventede tanker hos os, som vi gerne vil viderebringe her i MONA som en debatterende analyse. For ligesom MONA danner en ramme for mødet mellem undervisere og undervisningsforskere, er også AAPT's halvårlige møder et forum for mødet mellem forskere og undervisere.

Analysen er opdelt i to hovedsektioner. Den første er en gennemgang af udvalgte emner som blev præsenteret på mødet. Den anden sektion er dels vores kritiske reaktion på dette møde, dels vores forsøg på at bruge denne reaktion til fremadrettet

diskussion af den danske forskningspraksis som vi er i gang med at blive en del af. Som introduktion til den amerikanske fysikdidaktik vil vi indledningsvis – afledt af vores amerikanske indtryk – give en noget firkantet beskrivelse af forskellen mellem amerikanske og danske forskningsrationaler.

Som udgangspunkt har danskere og amerikanere samme rationale for at bedrive forskning i fysikdidaktik: Vi vil alle identificere og forstå de problemer elever/studerende har med at tilegne sig fysik, og gennem disse indsigter hjælpe med at udvikle en mere optimal undervisningspraksis. Men vores oplevelse er at danskere lægger mest vægt på første del, og amerikanere fremhæver den anden. Firkantet set vil danskerne forstå hvorfor problemerne opstår, og amerikanerne vil løse dem. Dermed deler vi ikke kriterier for at bedømme forskning inden for fysikdidaktik. Vi fokuserer på at overbevise vores tilhørere om at der bør kunne findes en løsning på alle de problemer vi har detekteret. De fokuserer på at overbevise tilhørerne om at der ingen problemer er med deres løsning.

I Chicago oplevede vi en lang række fysikdidaktikere der fremviste løsninger. Og det gibbede i os. Vi følte at det vi lyttede til, var salgstaler. Oplæggene var opbygget for at få tilhørerne til at købe varen, altså at tage det til sig og benytte det. Og det gjorde de sørme, tilhørerne. Vi syntes de blot åd det hele – specielt når manden på podiet var fra et fint universitet, og når han kunne finde opbakning til alt hvad han sagde, i store statistiske undersøgelser der viste signifikant fremgang i diverse test hvis eleverne blev undervist efter denne nye metode. Så syntes tilhørerne – i hvert fald dem vi talte med på gangen efter oplæggene – at løsningen var god, og at de glædede sig til at komme hjem på deres skole og implementere alle de nye, gode idéer.

Og vi sad og var lidt paffe. Nogle gange også ret sure. For vi syntes ikke det var overbevisende nok. De havde ikke snakket om problemer de havde forstået, men bare om problemer de havde løst. Og så påstod de endda at problemerne var løst i universel forstand: "Du skal bare gøre sådan her, så virker det."

Men vi var også imponerede, for det lykkedes dem at formidle resultaterne af deres forskning så undervisere ønskede at implementere deres idéer i egen praksis. Vi følte at det eneste vi gør herhjemme, er at identificere og forstå problemer. Vi følte os som passive kritikere og kunne pludselig godt forstå hvis lærere ikke forstår hvad fysikdidaktikere som os kan bruges til. Så i nærværende analyse vil vi gerne være lidt konstruktive. Det er klart at vi ikke vil kopiere amerikanerne rent, men det kunne måske godt være værd at overveje hvad vi kan lære af dem.

2009 AAPT Winter Meeting

I det følgende afsnit bringer vi genfortællinger af de præsentationer der satte størst aftryk hos os. Fortællingerne er baseret på konferencemateriale, noter og tilgængelig

litteratur. I flere tilfælde har vi dog kontaktet forskerne bag projekterne for yderligere informationer. Vi vil råde den interesserede læser til at gå til de angivne kilder, ikke mindst fordi det er begrænset hvor meget af den fulde historie vi har kunnet få plads til her. Vi introducerer hvert emne med en kommentar om relevansen i en dansk kontekst. Ligeledes afrunder vi emnerne med en kort diskussion. Vores egentlige forbehold og diskussion har vi gemt til det sidste afsnit: *Refleksioner over amerikansk fysikdidaktik*. Så i dette afsnit forsøger vi så vidt muligt at være tro mod forfatterne egne præsentationer af resultatet af deres arbejde.

Designet til forståelse

Fra vores perspektiv sker der for tiden en opblomstring af begreber som didaktisk design. Hjemme følger vi p.t. et ph.d.-kursus i europæisk didaktik med vægt på at betragte didaktik som designvidenskab – et perspektiv der er specielt relevant for didaktikere der ønsker at designe og konstruere undervisning i henhold til resultaterne af didaktisk forskning. Derfor meldte vi os til en workshop om at skabe forståelse gennem design. Det viste sig at organisationen der stod for afholdelsen af workshoppen, uafhængigt af europæiske didaktiktraditioner har udviklet deres eget designbegreb, der har mange ligheder med det franske.

Workshoppen indledtes med en diskussion mellem deltagerne og kursusholderen af hvad forståelse er: "Hvornår forstår man noget?" Det blev klart at forståelse ikke lader sig definere uden for kontekst. Således motiveredes vi for at afdække undervisningsprincippet *Understanding by Design* (Wiggins & McTighe, 2005).

Understanding by Design kan finde anvendelse i alle fag. Det er et forskningsbaseret værktøj som i særdeleshed er velegnet til at gentænke og gendesigne eksisterende undervisningsforløb med ud fra følgende tre faser:

1. Identificér det ønskede udbytte af undervisningen (*The Big Ideas*).
2. Beslut hvordan det kan vurderes om de studerende har fået det ønskede udbytte.
3. Planlæg hvordan undervisningen skal tilrettelægges for at de studerende bedst muligt kan få det ønskede udbytte af den.

Fase 1 afklarer hvad de ønskede mål er fra officiel side (i læreplaner eller pensum), og hvilke forståelser eleverne skal opnå som resultat af forløbet, men desuden lægges der også vægt på "det essentielle spørgsmål" som ideelt set berammer essensen af undervisningsforløbet og tænder elevernes nysgerrighed og motivation. Endelig vil en velgennemarbejdet fase 1 resultere i et overblik over hvad eleverne ideelt set ved og er i stand til at gøre efter forløbet.

Fase 2 omhandler overvejelser over evalueringen. Den skal gerne bestå af både en alternativ evalueringsform der understøtter formålet med kurset, og en mere traditio-

nel evalueringsform som kan genkendes af eleverne som en formel. Desuden er der et fokus på at eleverne skal foretage en form for selvevaluering af deres læringsudbytte. De alternative evalueringsformer skal forstås bredt og kan for eksempel udgøres af projektarbejde, modelbygning, præsentationer, optræden eller deltagelse i konkurrencer.

Endelig, i fase 3, skal der udformes en læreplan for forløbet. Her foreslås *WHERE TO*-princippet bestående af syv elementer – et for hvert bogstav – der samlet set garanterer læreren en gennemarbejdet læreplan. Fx *Where the course is headed*, hvor læreren bl.a. skal beskrive hvordan de studerende løbende gives mulighed for at forstå hvor forløbet er på vej hen, og hvilke forventninger der er til deres deltagelse; *Hold their attention*, hvor læreren skal forholde sig til hvordan man sørger for at de studerende føler at forløbet har personlig relevans for dem; *Equip students*, hvor læreren specifikt overvejer hvordan forløbet klæder de studerende på til at kunne løse den opgave kurset stiller dem. Og så videre: *Rethink big ideas*; *Evaluate progress*; *Tailor the design to reflect individual needs and talents*; *Optimize for deep understanding*.

På trods af at princippet er så simpelt at fremgangsmåden kan holdes i hovedet, opdagede vi hurtigt at det slet ikke var så let som så. Man skulle virkelig tænke sig om, og ofte blev det klart at det overhovedet ikke var nok at tænke sig om. Man skulle, for at kunne udfylde skemaerne fornuftigt, faktisk have næsten geniale indfald. Et eksempel vi mødte, var da en lærer spurgte hvordan man mon kunne gentænke essensen af Gauss' lov og formulere en *Big Idea* som kunne blive spændende og motiverende for studerende? Det nåede ingen af os at komme i tanker om i løbet af den eftermiddag. Lærerne der deltog i workshoppen, blev en smule frustrerede – og med rette. Konklusionen var at kursusplanlægning efter *Understanding by Design* er en lang proces, og at det mest fornuftige er at starte med at revidere forløbet omkring enkelte emner i stedet for at revolutionere hele kurser.

Laboratiemiljøet der beforder en kritisk, undersøgende læringsstil

I USA er det ikke usædvanligt på universitetsniveau at undervise i fysik for studerende der hverken har valgt fysik som hoved- eller sidefag, men har tænkt sig et specialiseringsområde inden for en anden af naturvidenskabens grene. Dette skaber et problem i forhold til at tilrettelægge fysikundervisningen så den er vedkommende for studerende der ikke nødvendigvis er specielt interesserede i fysik. Dagligt må danske gymnasielærere også være stillet over for samme problem.

I deres introkursus til fysik for ikke-fysikstuderende har Eugenia Etkina og hendes kollegaer fra Rutgers University besluttet at deres studerende ud fra et fysikperspektiv hovedsagelig skal blive fortrolige med måden hvorpå naturvidenskabens udøvere opnår viden. De skal tillige undervises i kernestof, og de skal klare sig godt i standard-test, men det de virkelig skal tage med sig fra undervisningen, er

naturvidenskabelige færdigheder – 48 forskellige, for at være helt præcis. Dette undervisningsprincip kalder de ISLE: Investigative Science Learning Environment (Etkina & Van Heuvelen, 2007).

I præsentationen af deres forskning på AAPT-mødet fokuserede Etkina på fire af de færdigheder de havde opdaget var sværest for de studerende at forholde sig til i laboratoriet: (1) at identificere og evaluere usikkerheder, (2) at identificere antagelser, (3) at forholde sig til hvordan antagelserne havde indflydelse på deres resultater af eksperimentet, og (4) at revidere eksperimentet i henhold til de usikkerheder og antagelser der havde indflydelse på resultaterne (se også tabel 1 om *rubrics* senere i denne artikel). Det interessante ved deres forskningsaktivitet er at den tager udgangspunkt i at udvikle undervisningen, og dernæst at denne aktivitet åbner et unikt vindue til indsigt som kan udnyttes i forskningsøjemed. Deres udgangspunkt er idéen om *scaffolding for self-assessment* som kan oversættes til noget i stil med *stilladsering der understøtter selv-evaluering*, dvs. at eksplicite en læringsunderstøttende struktur i undervisningen som direkte evalueres gennem de studerendes udbytte af hver laboratorieøvelse. Er de studerendes udbytte ikke tilfredsstillende, er det forskerens rolle at tage stilling til hvilke læringsintentioner der kan understøttes bedre og hvordan, og så efterfølgende lade de studerendes demonstration af specifikke færdigheder diktere forbedringen i de følgende laboratorieøvelser.

Som illustrerende eksempel fortæller Etkina at de studerende da de begyndte deres projekt i 2004, slet ikke kunne finde ud af at identificere de antagelser der lå implicit gemt i forsøgsopstillingen. Året efter, i 2005, inkluderede gruppen målrettede beskrivelser af hvordan man identificerer antagelser. Det hjalp, men alligevel savnede de originalitet i de studerendes beskrivelser af antagelserne. Ofte fremstod de som uengagerede genskrivninger af laboratorieøvelsens tekst og blev ikke brugt til at revidere eksperimentet med. I 2006, på tredjeåret, forsøgte de at fjerne de specifikke eksempler på antagelser der fulgte hver beskrivelse af øvelsesgangen. Resultatet var at alle studerende mod slutningen af kurset var i stand til at identificere antagelser på en tilfredsstillende måde. Bemærk at det først var ved slutningen af kurset at alle studerende kunne hvad de skulle. De 48 færdigheder er ikke færdigheder der skal tilegnes et par stykker ad gangen, men er at betragte som nøgleelementer i den naturvidenskabelige videnskabsproduktion. Udelukkende at beskæftige sig med at identificere fejkilder to uger i træk får øvelserne til at miste autenticitet; de bliver blot træningsøvelser. I stedet er Etkinas forslag at alle elementer er til stede i alle øvelser, men at man efter behov kan lægge større eller mindre vægt på de enkelte elementer. Derfor er det nødvendigt at man accepterer at de studerende ikke klarer de første øvelser ret godt, men at de færdighedsmæssigt bliver dygtigere og dygtigere. Som en sidepointe skal nævnes at de studerende efter endt kursusgang var lige så dygtige til kernestoffet som studerende der fulgte andre kurser i samme emne.

Øvelserne understøttede indholdsmæssigt forelæsningserne således at man arbejdede med kernestoffet, men samtidig var laboratoriearbejdets fokus lagt så de studerende udviklede fysikvidenskabelige færdigheder (dvs. lærte at identificere antagelser osv.). For yderligere information se Etkina et al. (2008), Etkina et al. (in review) eller www.islephysics.net.

McDermotts undersøgelsesfysik og arbejdsark

Undersøgelsesfysik (Physics by Inquiry) og arbejdsark (Tutorials) er gennemprøvede undervisningskoncepter for hhv. gymnasie- og universitetsfysik tænkt som supplement til forelæsninger, opgaveregning og lærebogslæsning. Undervisningskoncepterne er udviklet af Lillian McDermott og hendes gruppe ved University of Washington

McDermott påpegede at gruppen på baggrund af mere end 20 års arbejde inden for forskning og undervisning har identificeret og adresseret en række af de problemer elever og studerende oplever når de skal tilegne sig fysik. Dog var disse problemer ikke i fokus, ej heller hvordan denne indsigt var benyttet til udviklingen af undervisningskoncepterne. Fokus er kun på selve løsningsforslagene. Disse er baseret på arbejdsark som de studerende skal arbejde med i grupper. Arbejdsarkene indeholder en række opgaver af konceptuel karakter. Det er tanken at arbejdsarkene udvikler en forståelse af en givet fysisk model hos de studerende.

Undervisningskoncepterne er udviklet gennem en længere periode hvor opgaveark er designet og derefter testet og modificeret et antal gange. Arbejdet hviler på forskning inden for fysiklæring, læreplansudvikling og udvikling af lærerinstruktioner. Der findes arbejdsark inden for de fleste emner i indledende universitetsfysik såsom elektromagnetisme, klassisk mekanik og bølger. Arbejdsarkene for gymnasieelever dækker bl.a. tilstandsformer, varme, elektriske kredsløb og magneter.

Test af de studerendes læring som funktion af arbejdsarkene er blevet en drivende faktor for gruppens arbejde, og hovedargumentet for værdien af koncepterne ligger for gruppen i det store datasæt der viser at studerende der er undervist efter principperne, klarer sig bedre i regionale og nationale test på trods af at de studerende bruger en anseelig del af den undervisningstid der ellers ville være brugt på traditionel opgaveregning eller forelæsning, på at arbejde med arbejdsarkene.

Som deltagere i workshoppen blev vi selv "udsat" for disse arbejdsark for både gymnasie- og universitetsfysik, og det var sjovt, og det var svært. Vi bringer i figur 1 et uddrag af et arbejdsark for gymnasieelever inden for elektriske kredsløb:

Del 1: Kredsløb med én elpære

Vi begynder vores studie af elektriske kredsløb med at tilslutte et batteri og en elpære og observerer hvad der sker. Vi undersøger de betingelser under hvilke elpærerne lyser klart, svagt og slet ikke.

Eksperiment 1.1

1. Skaf et batteri, en elpære og en ledning. Tilslut disse på så mange forskellige måder som muligt. Skitser de forskellige konfigurationer i din notesbog, delt i de konfigurationer der får elpæren til at lyse, og dem der ikke lyser.
2. Du skal skitsere mindst fire forskellige konfigurationer som får pæren til at lyse. Hvilke ligheder og forskelle er der?
3. Forklar hvilke betingelser der kræves for at få pæren til at lyse.

En konfiguration af en elpære, et batteri og en ledning som får pæren til at lyse, kaldes et *lukket elektrisk kredsløb*.

Opgave 1.2

Hvorfor er ordet *kredsløb* et særligt godt ord for en konfiguration af en pære, et batteri og en ledning hvor pæren lyser?

Eksperiment 1.3

Undersøg en lommelygte. Lav en skitse af lommelygten hvor man kan se det kredsløb der får pæren til at lyse. Hvor mange ledninger er der brugt for at lave dette kredsløb?

Opgave 1.4

Opskriv en brugbar definition af et elektrisk kredsløb. Diskuter din definition med en lærer.

Eksperiment 1.5

Opsæt et elektrisk kredsløb med en pære, et batteri og to ledninger hvor pæren lyser. Betyder det noget hvilken del af pæren der er tilsluttet til den del af batteriet hvor der er markeret et plus?

[...]

Figur 1. Uddrag af et arbejdsark for gymnasieelever omhandlende elektriske kredsløb (McDermott et al., 1996a, s. 383, egen oversættelse).

Efter at have udviklet begrebet elektrisk kredsløb fortsætter arbejdsarket med at arbejde med begreber som intensitet, ledere og isolatorer, strøm, serie- og parallelforbindelser osv. og ender med væskemodellen for elektriske kredsløb.

Grundtanken bag undersøgelsesfysik og arbejdsark er at de studerende skal tilegne sig konceptuel fysik. Dvs. at eleverne og de studerende primært skal forstå fysik på et begrebsligt niveau der hviler på intuition, forståelse og argumentationsteknik i forbindelse med fysiske modeller. At kunne regne kommer i anden række. Fokus i McDermott og hendes gruppes bøger er dog stadig holdt på kernestoffet i den traditionelle fysikundervisning og ikke, som beskrevet tidligere i ISLE-projektet, på at arbejde med fysikfaglige færdigheder, fx i laboratoriet.

Gruppen der afholdt workshoppen, samt flere af de andre deltagere fortalte at dette var en metode der i meget høj grad var blevet implementeret fuldstændigt på mange skoler og universiteter rundt omkring i USA. McDermott afleverede konceptet til deltagerne i helt færdige versioner i form af lærebøger og læreplaner som de kunne tage med hjem og umiddelbart bruge. Spørgsmålet vi stiller os selv, er om ikke det kan blive nødvendigt for de enkelte lærere at tage forbehold for lokale behov? Og hvis dette bliver nødvendigt, må læreren der søger at tage sådanne forbehold, da også have brug for at kende mere til baggrunden for at McDermott og hendes gruppe kunne udforme undersøgelsesfysikken som de gjorde. Den viden bliver dog aldrig stillet til rådighed, og det mener vi at man (dvs. lærere og forskere) burde beklage. Fx vil vi være tøvende over for at anbefale at man ukritisk tager McDermotts lærebogssystem i brug i Danmark.

Naturfagsundervisning i samfundets tjeneste

Som et led i en national strategi for at forbedre naturfagsundervisningen på de indledende år på universiteterne søsattes SENCER-projektet i 2001 (Science Education for New Civic Engagement and Responsibilities. Se www.sencer.net). Det er meningen at projektet skal bidrage til at øge interessen for at lære naturvidenskab, herunder matematik samt ingeniør- og teknologifag. Projektet er interessant for os i Danmark, fx i forhold til studieretningsprojekter og almen studieforberedelse, fordi målsætningen er at lave naturfagsundervisning der kobler naturfagene med andre fag.

SENCER er organiseret omkring et stort netværk af uddannelsesinstitutioner og lærere, der opfordres til at dele deres idéer til undervisningsudvikling og erfaringer med konkrete kurser der er designet i henhold til SENCER's målsætning. Hvert år udvælges en række af disse kurser og offentliggøres i hjemmesidens katalog over forbilledlige kurser. Som appetitvækker vil vi her kort beskrive et par af disse kurser (kursusbeskrivelserne i fuld længde findes på www.sencer.net/resources/models.cfm).

Kurset *Introductory Statistics* er designet ud fra en betragtning om at vi dagligt, som almindelige samfundsborgere, skal kunne tage stilling til politiske, sundhedsmæssige,

økonomiske og fx uddannelsespolitiske analyser der begrundes statistisk. Derfor skal man undervises i statistik, og derfor kan man lige så godt indrette undervisningen i statistik så den har dette mål for øje – at lære den studerende at forholde sig til, og selv foretage, statistiske analyser af virkeligheden. Som udgangspunkt bliver de studerende før kursets start udstyret med et web-abonnement på New York Times, som de opfordres til at besøge dagligt. Hvis de falder over en interessant artikel der benytter sig af statistik som argumentationsmiddel, må de meget gerne bringe den med sig til næste time hvor indholdet vil blive diskuteret. Således bliver social bevidsthed efter sigende en integreret del af den daglige undervisning i statistik allerede fra begyndelsen samtidig med at de studerende udstyrer sig med den viden der er nødvendig for at de ret hurtigt inde i kurset kan vælge et projekt de vil arbejde videre med gennem resten af forløbet. Sådanne projekter kunne omhandle andelen af offentlige midler brugt på uddannelse i Minnesota, offentlig finansiering af baseball-stadioner eller kviksvølvkoncentrationer i søer – afhængigt af hvad de enkelte studerende syntes var interessant. Desuden havde læreren udvalgt en række diskussionsemner, som blev introduceret hver gang et nyt statistik-emne var præsenteret for klassen. Resultat af før og efter-test viste blandt andet at de studerende blev mere sikre i deres egen evne til at forholde sig vidende til statistiske analyser, men også at de fik større selvsikkerhed i forhold til at forstå statistiske begreber. I øvrigt benytter kurset sig af en evalueringsform der inddrager de studerende i karaktergivningen – både af sig selv, men også af hinanden.

Chemistry and Policy er et "to bliver til ét"-kursus. Det vil sige at man på den ene side afholder et kursus i kemisk instrumentel analyse og på den anden et kursus i urbane studier. De studerende på hver deres kursus arbejder med aspekter af blyforgiftning, men mødes til sidst for at samarbejde om at formulere politiske eller lovgivningsmæssige anbefalinger. De studerende lærer, ud over tilføjelser til deres egen faglighed, om styrken ved at samarbejde på tværs af videnskabelige discipliner. De lærer også om værdien af deres egen faglighed i sammenhænge der favner bredere end man umiddelbart bliver klar over når man står i laboratoriet eller sidder til fagfaglige forelæsninger.

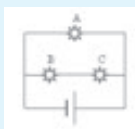
Til dato er der offentliggjort næsten 40 forskellige SENCER-kurser. Der er masser af inspiration at hente, men beskrivelserne er ikke fuldstændigt fyldestgørende og præsenteres altså ikke som færdige kursuspakker man som lærer blot skal hente ned og begynde at undervise efter. Nogle af beskrivelserne afsluttes med resultater af præ- og post-test, men de studerendes udbytte af disse typer kurser er langt fra dokumenterede. Det er tydeligt at SENCER har relevans i forhold til at implementere sammenhængende, tværfaglige forløb i gymnasiet og på universitetet. Det vil dog stadig kræve en del af læreren at sikre at kernefaglige mål efterleves. Til gengæld er der ingen tvivl om at sådanne idéer til undervisning uden videre kan forenes med det danske almindelsesideal.

Klikkere og kammeratlæring

Kammeratlæringsprincippet er indført af Eric Mazur fra Harvard for små 20 år siden for at kunne etablere en form for interaktion mellem forelæsere og studerende i de store forelæsningsale (se fx Crouch & Mazur, 1991). Senere, for at understøtte princippet, opfandt Mazur klikkeren. Systemet er ganske simpelt: Hver studerende får en fjernbetjening med nummertaster på, og når læreren stiller et spørgsmål med en række svarmuligheder, får hele salen mulighed for at svare samtidig. Svarfordelingen vises omgående på lærredet. Hvis svaret er tvetydigt, er idéen at underviseren beder de studerende om sammen med de omkringsiddende at diskutere deres svar: Var de forskellige? Hvilket var mon det rigtige? Hvorfor? Derefter omvoteres der, og underviseren får nu mulighed for at vurdere om de studerende har fået det ud af den umiddelbare undervisning som var tiltænkt. Hvis et flertal af de studerende svarer forkert, må underviseren forklare igen. Hvis et flertal svarer rigtigt, kan underviseren gå videre med undervisningen. Det er meningen at disse klikker-spørgsmål inddrages i forelæsningerne med cirka ti minutters mellemrum. Vi bringer her et eksempel fra Harvards ConcepTest (dvs. klikker-spørgsmål designet af Harvard-gruppen. URL gives senere i afsnittet):

De tre elpærer i kredsløbet herunder har alle den samme modstand. Eftersom lysstyrken er proportional med den effekt der afsættes, er den samlede lysstyrke fra B og C sammenlignet med lysstyrken fra A:

1. den dobbelte.
2. den samme.
3. den halve.



SVAR: Spændingsfaldet over pære B og C i serie er lig med spændingsfaldet over pære A. Eftersom energien brugt i en modstand R er V^2/R , hvor V er spændingsfaldet over modstanden, er effekten der afsættes i seriekombinationen, det halve af energien der afsættes i modstand (pære) A.

Figur 2. Eksempel på et klikker-spørgsmål fra Mazurs gruppe.

Eksemplet her skal forstås således at de studerende ser billedet, spørgsmålet og de tre svarmuligheder. Svaret giver forelæseren først når de studerende er blevet nogenlunde enige om at svarmulighed 3 er det rigtige svar. Skulle de studerende blive enige om et forkert svar, må læreren forklare det stof der skulle have været grundlag for at kunne besvare ovenstående eksempel rigtigt, på en lidt anden måde.

Klikkeren er blevet en succes verden over. Også på Københavns Universitet er der installeret klikkere. Men det er ikke klikkeren der er det store nummer, prædikede Mazur og Lasry på mødet. Man kan fx lige så vel uddele nummerlapper til alle de studerende som de kan bruge ved håndsoprækning til at tilkendegive deres mening. Nej, det er idéen om *Peer Instruction* (kammeratlæring) man skal bide mærke i (se fx Lasry, 2008), og naturligvis valget af spørgsmål der bruges under forelæsningerne. Disse spørgsmål skal være designet så de afslører de studerendes problemer med stoffet, og så de giver de studerende en mulighed for at udforske vigtige begreber; de skal ikke teste snedighed eller hukommelse. Derfor skal forkerte svarmuligheder være plausible og, hvis muligt, være baseret på typiske misforståelser” (Crouch et al., 2007, s. 9, egen oversættelse). Mazurs gruppe har arbejdet med kammeratlæring i fysik de sidste 20 år, og en stor del af deres materiale er stillet frit til rådighed på www.seas.harvard.edu/galileo: “alt hvad der er brug for, er en samling ConcepTests og viljen til at bruge noget af undervisningstiden på at lade de studerende diskutere” (egen oversættelse).

For yderligere at understrege denne pointe fortalte Nathaniel Lasry om tre mindre forsøg han havde foretaget (resultaterne heraf vil blive publiceret senere). I stedet for at lade de studerende tale sammen i pausen mellem to kammeratlæringsvoteringer lod han i det første forsøg blot de studerende se resultaterne hvorefter de fik lov at revidere deres svar. Resultatet var som forventet noget tilfældigt. I andet forsøg viste han de studerende en vittighedstegning som de kunne se på mens de overvejede deres svar. Heller ikke her var resultatet opsigtsvækkende. Kun da han i tredje forsøgsrunde, med den samme flok studerende, lod dem tale sammen i pausen mellem voteringerne viste kammeratlæringsprincippet sig at have en effekt.

Lasry påpeger her en anden pointe omkring kammeratlæringsprincippet. Nemlig den at selv om aktiviteten primært handler om at sikre at de studerende aktiveres i undervisningen, og at de aktiveres på en måde så de får overvejet de begreber den umiddelbare undervisning handler om, så handler kammeratlæringen også om at lære de studerende en mere frugtbar måde hvorpå man også kan engagere sig i egen læring. En måde der på den ene side handler om at kunne tale med hinanden om hvad man tænker og tror, men på den anden side også handler om at overveje de mange måder et emne eller et problem kan begribes på. Det som Lasrys lille forsøg viser, er derfor også at studerende ikke ankommer til universitetet udstyret til at lære på denne måde. De klarer i hvert fald ikke at gennemgå denne proces uden at aktiviteten eksplicit påtvinges dem.

Ved Universitetet i Boulder, Colorado har man implementeret kammeratlæringsprincippet i næsten al fysikundervisning på første og andet år (Pollock & Finkelstein, 2008). Inden for de seneste år er de også begyndt at reformere de videregående fysikkurser (se fx Chasteen & Pollock, 2008), men er stødt på en del modstand fra både

studerende og lærere. Kammeratlæringsprincippet er nemlig, som beskrevet ovenfor, et pædagogisk princip der blandt andet har til formål at lære de studerende hvordan man lærer fysik. Spørgsmålet der rejses (blandt lærere og studerende), er så om man ikke snart kan antage at de studerende har lært det og i stedet kan bruge mere af deres tid på at modtage undervisning (i stedet for dogmatisk stadig at blive tvunget til at deltage i undervisningen)? Svaret er naturligvis nej: Tredjearsstuderende der oplevede kammeratlæring i Elektromagnetisme I, men blev undervist konventionelt i Elektromagnetisme II, savnede klikkerne. Studerende der kun havde oplevet dem på første og andet år, samt studerende der udelukkende havde brugt klikkere under hele deres universitetsforløb, var en lille smule mere tøvende over for kammeratlæringens værdi i videregående fysikkurser (Katherine Perkins er ved at forberede publikationen). Moralen må være at man, som med så meget andet, ikke ved hvad man har ført det er borte. Derfor forklarer fysiklærerne på Boulder, Colorado, igen og igen for de studerende hvad idéen med klikkerne faktisk er (se mere på <http://www.cwsei.ubc.ca/resources/clickers.htm>).

Refleksioner over amerikansk fysikdidaktik

Undervejs i konferencen, mellem workshops og oplæg, diskuterede og reflekterede vi over det vi så og hørte. Vi talte meget om hvilket billede vi fik af amerikansk fysikdidaktik, og hvordan det billede afveg fra den fysikdidaktik vi er i gang med at blive opdraget med her i Danmark. Af de forskelle vi identificerede, ønsker vi specielt at uddybe fire i det følgende: *Konferencen som markedsplads*, *Karaktergivning og bevis for læring*, *Nødvendigheden af lærerrefleksioner* og *Brobygningen mellem forskning og undervisningspraksis*. Disse refleksioner over forskelle har deres ophav i måden hvorpå vi selv syntes vi reagerede på forskningspræsentationerne, sammenlignet med måden hvorpå de amerikanske gymnasielærere og andre tilhørere reagerede. Vi var kritiske, og de var begejstrede. Derfor er nedenstående mere et resultat af vores fornemmelser af at der var ting der ikke blev sagt, men som vi syntes burde have været sagt. Og netop dette forhold synes vi er en kilde til selvindsigt. Denne diskussion er altså på ingen måde tænkt som værende objektiv selv om vi nogle steder underbygger vores tanker med relevant litteratur.

Konferencen som markedsplads

Omtrent halvvejs inde i konferencen indså vi at vi var ankommet til en markedsplads for fysikundervisning. Mange af præsentationerne var baseret på, eller henviste til, varer der kunne købes i møde-butikken: lærebøger og lærerbøger, lærerinstruktioner, undervisningsgadgets, læringskoncepter osv. Og så fik vi pludselig lyst til at løbe vores vej. En af grundene til at mødet kunne opfattes som en markedsplads, er at det faktisk

er tilstræbt at være netop det. AAPT er ikke en sammenslutning af fysikdidaktikere, men en sammenslutning af fysiklærere, og det var nok det som vi ikke helt havde erkendt indledningsvis.

Selv om det ikke er rimeligt at opfatte præsentationerne på AAPT-mødet som eksemplariske eller repræsentative for amerikansk fysikdidaktisk forskning, så mener vi stadig at præsentationerne kan tjene som gode indikatorer. Amerikansk fysikdidaktisk forskning fokuserer i så fald på løsninger, tips og tricks hvis værd bevises først gennem kvantitative undersøgelser og dernæst på graden af løsningernes udbredelse på skoler og universiteter. Dermed bliver forskerens rolle primært at finde på noget som virker, og derpå sælge idéen.

Det samme perspektiv har Frank Lester (2005) på matematikdidaktisk forskning i USA, som han mener finansieres på basis af "what works". Således fokuseres god didaktisk forskning på de løsninger der finder evidens i store, kvantitative undersøgelser med kontrolgruppeeksperimenter. Disse løsninger forventes så at kunne overdrages relativt ukompliceret til lærerstanden, der så kan implementere disse løsninger i deres undervisning uden nødvendigvis at være afklarede omkring det teoretiske ståsted og de refleksioner der ligger forud for udviklingen af løsningerne. Vi oplevede under AAPT-mødet at fysikdidaktisk forskning er nærværd identisk med Lesters beskrivelse af amerikansk matematikdidaktisk forskning. Med et sådant finansieringsrationale kan det ikke overraske at konferencen bliver en markedsplads.

Karaktergivning og bevis for læring

Vi har netop identificeret at der er et behov inden for amerikansk fysikdidaktik for at bevise at "det virker". Disse beviser er naturligvis sat i system, og et sådant system er *grading rubrics*, i daglig tale "rubrics". Rubrics er skemaer som enhver lærer bruger i sin evalueringspraksis. Skemaerne er designet til at understøtte en ensartet og konsekvent evaluering af elevernes konkrete færdigheder og konceptuelle viden. Disse rubrics bruges af læreren, men kan også bruges til at understøtte de studerende i kammeratevaluering og selvevaluering. Vi giver et eksempel på et uddrag af en rubric her. Eksemplet er hentet fra Etkinas ISLE Physics-projekt:

Tabel 1. *Eksempler på et uddrag af en rubric fra ISLE Physics omhandlende videnskabelige færdigheder (Etkina et al., in review).*

| Videnskabelig færdighed | Manglende (0) | Utilstrækkelig (1) | Kræver forbedringer (2) | Tilstrækkelig (3) |
|---|--|---|---|--|
| Er i stand til at evaluere specifikt hvordan eksperimentelle usikkerheder kan påvirke data. | Intet forsøg er gjort på at evaluere eksperimentelle usikkerheder. | Et forsøg er gjort på at evaluere eksperimentelle usikkerheder, men med store mangler, beskrevet vagt eller ukorrekt. | De fleste eksperimentelle usikkerheder er evalueret korrekt, men stadig med få mindre fejl, modstrid eller udeladelser. | Alle eksperimentelle usikkerheder er evalueret korrekt, og slutresultatet er skrevet med procentvis afvigelse. |
| Er i stand til at identificere de antagelser der danner basis for den matematiske model. | Intet forsøg er gjort på at identificere antagelser. | Et forsøg er gjort på at identificere antagelser, men med store mangler, beskrevet vagt eller ukorrekt. | De fleste relevante antagelser er identificeret. | Alle relevante antagelser er identificeret. |

Rubric'en er tilgængelig for de studerende og giver dem derfor mulighed for konkret at få indblik i hvad der forventes af dem. Ikke blot i forhold til læringsmål over et helt forløb, men også i forhold til de forventninger der er til en skriftlig opgave, et oplæg osv. Deri har rubrics deres fulde berettigelse.

Selv om det er interessant at få artikuleret målene for enhver undervisningssituation og udvikle værktøjer til at teste om sådanne mål er nået, er vi stadig kritiske. I den rubric der benyttes i SENCER-projektet om statistik, som kort blev beskrevet tidligere, vægtede man med samme pointtal antallet af stavfejl, hvorvidt der er fremvist de relevante grafer for data, og om eleverne er i stand til at bruge statistik. At lære statistik var ellers det udtalte mål der adresseredes i undervisningen.

Det er tydeligt at lærerne bruger meget tid på at udvikle disse rubrics og efterfølgende udfylde dem, fx ved karaktergivning. De lærere vi mødte, var stolte af deres rubrics og havde dem med sig i print så vi kunne se dem og bruge dem selv. De havde til gengæld ikke print af deres læreplaner – for de var alligevel statsligt givet. På den måde følte vi at evalueringen kom til at stå over selve undervisningen.

Desuden efterlader sådanne rubrics et temmelig mekanisk indtryk af hvad det vil sige at lære fysik. Hvis blot man fx har skrevet sit eksperimentelle resultat med

procentvis afvigelse, så behøver eleverne ikke at reflektere over om det er den bedste måde at fremvise resultater på. For det er det pr. definition ifølge lærerens rubric. Denne evalueringsform vækker minder om idéen om at der findes én naturvidenskabelig metode, som eleverne skal lære. Videnskabsteoretikere har siden 60'erne været optaget af at vise hvordan den naturvidenskabelige praksis varierer som resultat af personer og forskningsemner; at der ikke findes én naturvidenskabelig metode, men lige så mange metoder som der findes praktikere. Med en dogmatisk rubric der giver point i udtrykkeligt definerede kategorier, fratager man eleverne muligheden for at lære fx fysik på deres egne præmisser, endsige tage kritisk stilling til måden læringsaktiviteten kan gribes an på.

Nødvendigheden af lærerrefleksioner

Denne kritik af det amerikanske forskningsfelt inden for fysikdidaktik har fået os til at tænke over vores egen praksis. Men hvad er det så vi gør (eller bilder os ind at vi gør) i Danmark som er anderledes end i USA? Vi oplever at vi i Danmark forholder os i højere grad til det teoretiske og filosofiske ståsted for vores forskning, samt at vi mere kritisk reflekterer over formålet og processen for vores forskning. Dette resulterer i at forskningen kan beskrives som at vi undersøger og reflekterer over hvad der sker i undervisningsrummet, i højere grad end vi finder på nye, spændende løsninger¹. Dermed bliver dansk forskning – i forhold til den amerikanske – kritisk, bagudsynet og svær at anvende for undervisere.

Vi oplever at det danske fysikdidaktiske felt har store problemer med at få bygget bro mellem forskningen og fysikundervisningen. En af de oplagte årsager er at forskningen ikke vil ind og "overtage" undervisningen. Vi vil ikke fortælle lærere præcis hvad de skal gøre, for de har ret til, og det er essentielt for deres lyst og evne til at være gode lærere, ikke at blive dikteret oppefra.

Fysikdidaktisk forskning inddrages primært i uddannelse og videreuddannelse af lærere som invitationer til refleksioner over egen undervisningspraksis, men man vil ikke så gerne ned og pille direkte i lærernes undervisning. Man håber at lærerne kan overtage forskernes refleksioner så de på en eller anden måde kan implementere disse indsigter i undervisningen. Selv om det lægger et stort ansvar på lærerne, er vores indtryk at lærere også opfatter det som deres job, og at de er rustet til at påtage sig dette ansvar. Måske er problemet bare at forskere ikke er gode nok til at få lærerne i tale?

1 Selv om vores undervisere på kurset om didaktik som designvidenskab nok ikke er helt enige.

Brobygning mellem undervisning og forskning

I USA har de ikke problemer med at bygge bro mellem forskning og undervisning på samme måde som vi har. Her handler det om for forskerne – baseret på tanker og observationer – at opbygge et undervisningskoncept som kan sælges til så mange lærere som muligt. Disse undervisningskoncepter lader man diktere undervisningen helt ned på mikroniveau. Koncepterne er designede så de instruerer lærerne i en detaljegrad så de véd hvad der skal foregå i time 3 i emne F. Lærerne stejler ikke, men tager taknemmeligt imod værktøjet, som selvfølgelig er designet til at være nemt at implementere. Lærerne behøver sådan set ikke at reflektere over hvorfor de gør det de gør, når blot de følger konceptet. For det er de blevet overbevist om at der er nogle andre der har gjort for dem. Tallene fra de kvantitative undersøgelser viser at undervisningskoncepterne virker, målt på fx elevernes eksamensresultater fra et stort antal uddannelsesinstitutioner.

På en måde var vi meget imponerede over hvad vi så. Resultatet er jo at utrolig meget anvendt undervisningsmateriale er "forskningsbaseret". Til gengæld bryder vi os ikke om at det fratager lærerne behovet for eller lysten til at reflektere over deres egen undervisning. Vi bryder os heller ikke om hvis forskerens eneste rolle skal være at opfinde nye koncepter hvis succesrate dels måles på kontrolgruppeeksperimenter, dels på hvor mange lærere man har fået til at købe konceptet. Vi savner en forståelse af det problem som det nye løser, og en anerkendelse af at elever og studerende er forskellige mennesker, der alt efter tid, sted og kontekst kan have meget forskellige behov. På den anden side anerkender vi at vi i Danmark har en udfordring i at blive bedre til at bygge bro mellem forskning og praksis. En udfordring der nu står strålende klart for os efter vores besøg i Chicago. Derfor vil vi gerne afslutte denne beretning med at opfordre til at vi herhjemme tager debatten: Hvordan kan vi afdække de problemer der trods alt er med vores uddannelser, uden at drukne i kompleksitet? Hvordan får vi broen mellem forskning i uddannelse og uddannelsespraksis til at blive en levende, gensidigt konstruktiv kritisk dialog?

Efter vores tur til USA har vi indset at man sagtens kan gøre tingene meget anderledes end vi oplever dem herhjemme. Vi er endnu nye i feltet, og som ph.d.-studerende er vi naturligvis optagede af hvad der er bedst at gøre – og hvad vi selv skal gøre. Vi opfordrer hermed både undervisere, formidlere og forskere til at give deres indspark til debatten.

Referencer

- Chasteen, S.V. & Pollock, S.J. (2008). Transforming Upper-Division Electricity and Magnetism. *AIP Conference Proceedings*, 1064, s. 91-94.

- Crouch, C. & Mazur, E. (1991). Peer Instruction: Ten Years of Experience and Results. *American Journal of Physics*, 69(9), s. 970-977.
- Crouch, C., Watkins, J., Fagen, A. & Mazur, E. (2007). Peer Instruction: Engaging students one-on-one, all at once. I: E.F. Redish & P. Cooney (Eds.), *Research-Based Reform of University Physics*, 1(1). Lokaliseret den 17. marts 2009 på: <http://www.compadre.org/PER/items/detail.cfm?ID=4990>.
- Etkina, E., Karelina, A., Murthy, S. & Ruibal-Villasenor, M. (In review). Research and Instruction paradigms switched: Using action research to improve learning and formative assessment to conduct research.
- Etkina, E., Karelina A. & Ruibal-Villasenor, M. (2008). How long does it take? A study of student acquisition of scientific abilities. *Physical Review Special Topics – Physics Education Research*, 4(2): s. 020108-1 – 020108-15.
- Etkina, E. & Van Heuvelen, A. (2007). Investigative Science Learning Environment – A Science Process Approach to Learning Physics. I: E.F. Redish & P. Cooney (Eds.), *Research-Based Reform of University Physics*, 1(1). Lokaliseret den 17. marts 2009 på: http://www.compadre.org/per/per_reviews/volume1.cfm.
- Lasry, N. (2008). Clickers or Flashcards: Is There Really a Difference? *The Physics Teacher*, 46(4), s. 242-244.
- Lester, F.K. (2005). On the theoretical, conceptual, and philosophical foundations for research in mathematics education. *ZMD*, 37, s. 457-467.
- McDermott, L.C. and the Physics Education Group at the University of Washington. (1996). *Physics by Inquiry*, Volume I and II. John Wiley & Sons, Inc.
- McDermott, L.C., Shaffer, P.S. and the Physics Education Group. (2003a). *Tutorials in Introductory Physics*, Volume I and II. Prentice Hall.
- McDermott, L.C., Shaffer, P.S. and the Physics Education Group. (2003b). *Instructor's Guide to Tutorials in Introductory Physics*. Prentice Hall.
- Pollock, S.J. & Finkelstein, N.D., (2008). Sustaining Educational Reforms in Introductory Physics. *Physical Review Special Topics – Physics Education Research*, 4(1): s. 010110-1 – 010110-8.
- Wiggins, G. & McTighe, J. (2005). *Understanding by Design*. Expanded 2nd Edition. ASCD (Association for supervision and Curriculum Development, Alexandria, Virginia, USA).

Kommentarer

Induktive forsøg stimulerer naturfagsundervisningen



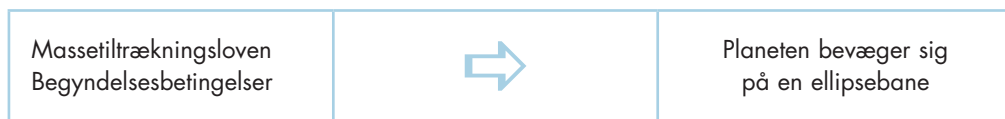
Kurt Møller Pedersen, Institut for Videnskabsstudier, Aarhus Universitet

Kommentar til artiklen "Ude i verden har man heller ikke en brugsanvisning" i MONA, 2009(2).

Det var en meget spændende oplevelse at læse artiklen "Ude i verden har man heller ikke en brugsanvisning" – erfaringer fra et eksperimentelt laboratorieforsøg i fysik i gymnasiet" skrevet af Lene Møller Madsen, Christine Holm og Lasse Seidelin Bendtsen i *Mona*, 2009(2), på baggrund af et såkaldt induktivt forsøg med en 2. g-klasse på Rysensteen Gymnasium. Jeg har kun for meget længe siden i en kortvarig periode undervist i gymnasiet som vikar og har derfor slet ingen praktisk erfaring med tilrettelæggelse af en moderne undervisning i gymnasiet, men jeg har undervist i mange år i videnskabsteori på universiteter for kommende gymnasielærere, og det er derfor interessant at se hvorledes videnskabsteoretiske overvejelser kan bringes i spil ved forsøg i gymnasiet.

Det eksperimentelle fysikforløb omfattede 6 moduler a 1½ time, og i artiklen følger vi fire elever der valgte at undersøge bungeejump og faldskærmsudspring. Det drejer sig for eleverne om at forklare fænomener der sikkert var velkendte for dem. Naturvidenskab drejer sig om at give en forklaring på fænomener der finder sted i verden omkring os, eller rettere: at give et svar på spørgsmål i forbindelse med et fænomen. I eksemplet fra Rysensteen Gymnasium er spørgsmålet: Hvorfor accelererer faldskærmsudspringeren ikke som en anden frit faldende sten, men får efter kort tid en konstant fart der gør at hun/han rammer jordoverfladen med en så tilpas lav hastighed at hun/han ikke går i stykker, men kan rejse sig og leve videre. Naturvidenskabsfolk har gennem årtusinder søgt at give forklaringer på spørgsmål der stilles til fænomener i naturen.

Lad mig give et eksempel. I oldtiden og middelalderen var astronomer af den opfattelse at planeterne bevægede sig med konstant fart på cirkler. I begyndelse af det 17. århundrede konstaterede Johannes Kepler at planeterne bevægede sig på ellipser. Hvorfor gjorde de nu det? Isaac Newton gav i 1687 svaret: Ellipsebanerne kunne deduceres ud fra den generelle massetiltrækningslov og nogle enkelte andre antagelser. Schematisk ser det således ud:



Der er således tale om at forklare fænomenet ved en deduktion fra generelle love. Denne deduktive tilgang til viden kan bruges også i den elementære undervisning. Det betyder at læreren fremlægger de grundlæggende lovmæssigheder, og eleverne skal så ud fra begyndelsesbetingelserne slutte sig til (deducere sig frem til) viden om fænomenet: Ud fra massetiltrækningsloven og det faktum at en sten befinder sig 10 meter over jordoverfladen, skal man beregne (deducere sig frem til) hvor lang tid der går inden stenen rammer jordoverfladen. Hvad lærer eleven her? Er det interessant? Er det nyttigt? Er det almindende? Professor Sløk sagde engang til mig at den slags problemer og arbejdet med at finde en løsning da måtte kunne afholde enhver fra at interessere sig for naturvidenskab. Lad os vende tilbage til det deduktive element i naturvidenskaberne senere.

Vi vender os nu mod undervisningsforløbet på Rysensteen Gymnasium. Et mål var at udvikle elevernes eksperimentelle kompetencer, og en forudsætning herfor var at *“give dem en forståelse for [Jeg tror forfatteren mener “af” i stedet for “for”] naturvidenskabelig metode og gøre dem i stand til at sætte ord på hvad de overordnet gør når de laver forsøg”*. Der var således tale om at eleverne skulle inddrage videnskabsteori. Undervisningen lagde vægt på de videnskabsteoretiske elementer der hedder den hypotetisk-deduktive metode og den induktive metode. Læreren havde udarbejdet et grundlag for en videnskabsteoretisk indsigt, nemlig *“Den naturvidenskabelige trekant”*. Her er den generelle naturvidenskabelige lov eller teori anbragt foroven, og det konkrete (forudsigelse, forsøg og observation, databehandling) forned, på trekantens grundlinje.

Trekanten er en velkendt illustration af vekselspillet mellem de tre grundpiller i videnskabsteorien: eksperiment/observation, teori/hypotese og forudsigelse. Her kommer også de to slutningsmåder i spil. Fra eksperiment/observation, dvs. fra det konkrete, slutter man induktivt til det generelle, dvs. en hypotese eller teori der testes ved at man deducerer dens konsekvenser og undersøger om de passer med virkeligheden. Både induktion og deduktion er i spil, og jeg synes at lærerens beskrivelser

er enkle og på et passende niveau for studerende i gymnasiet. Der er dog et enkelt synspunkt i lærerens beskrivelse af trekanten der springer i øjnene: “*Man tager udgangspunkt i en teori [hypotese] og afprøver den med en række forsøg. Hvis forsøgene stemmer overens med teorien[s forudsigelser], styrker det troen på at teorien er rigtig, og man siger at teorien er blevet verificeret.*” Det sidste begreb, verificere, var noget de logiske positivister fandt på i begyndelsen af forrige århundrede.

Under referencer sidst i artiklen henviser forfatterne til Carl Winsløws *Didaktiske elementer* hvor der findes et kapitel om “Videnskabsteoretiske forudsætninger” for matematikkens og naturfagernes didaktik. Winsløw gennemgår her vigtige videnskabsteoretiske positioner, specielt Poppers falsifikationisme, Lakatos’ forskningsprogrammer og Kuhns normalvidenskab. Jeg er helt sikker på at det vil være en alt for stor mundfuld at medtage disse positioner som grundlag for et induktivt undervisningsforsøg i gymnasiet. Men nogle enkelte markante resultater af moderne videnskabsteori kunne man vel nok medtage. Hvis forsøgene stemmer overens med teoriens forudsigelser, styrker det troen på teorien, men det verificerer ikke teorien i den forstand at det gør den sand. Popper sagde at teorien hermed var befæstet [corroboreret]. Men der er stadigvæk en vis risiko for at den er forkert!

Er det en pointe det er vigtigt at inddrage i en gymnasial undervisning?

Det har jeg ikke selv erfaringer med, men Winsløw medtager den som et vigtigt videnskabsteoretisk synspunkt som kan finde anvendelse i uddannelse af lærere til såvel grundskoleniveau som gymnasium, så hvorfor ikke også inddrage det i gymnasieundervisningen? Hans konklusion af moderne videnskabsteoretisk forskning er hentet fra Popper, Lakatos og Kuhn: Vi må opgive troen på at respekten for visse grundlæggende videnskabelige principper kan føre til *absolut sandhed*. Bestræbelserne går ud på at opnå størst mulig indsigt. En af grundene til at vi må opgive sandheden, er at den induktive slutning er ugyldig. Vi kan ikke med sikkerhed slutte fra det partikulære til det generelle, fra udfaldet af et enkelt eksperiment til at det samme udfald finder sted til alle tider og alle steder. Vi kan kun nå frem til at befæste en hypotese der kan opfattes som en teori som indtil den eventuelt falsificeres, kan danne et uproblematisk grundlag for videre undersøgelser.

Det er klart at denne pointe ikke bør fylde meget i de studerendes induktive arbejde med et forsøg eller eksperiment, men det kan måske danne udgangspunkt for en tværfaglig undervisning hvor den naturvidenskabelige aktivitet sammenlignes med humanistiske eller fortolkningsmæssige undervisningsforløb. Den naturvidenskabelige aktivitet kræver fantasi, også når man vil finde en teori der forklarer et fænomen. Jeg er ikke lærer i gymnasiet, så jeg skal helt bestemt afholde mig fra at komme med konkrete forslag, men blot hermed antyde at arbejdet med forholdet mellem eksperiment, teori og forudsigelser er at nå frem til at formulere en indsigt og forståelse af et fænomen, og at der dermed er tale om meget mere end blot at aflæse data. At opstille

en hypotese på grundlag af eksperimentelle resultater involverer altid en fortolkning af resultaterne.

Karl Popper indledte engang en forelæsning for en forsamling af unge studerende med følgende anvisning: *“Tag blyant og papir; iagttag omhyggeligt, og skriv ned hvad I har iagttaget!”* De spurgte selvfølgelig hvad Popper ville have de skulle iagttage. *“Det er klart at beskeden “Iagttag” er absurd. [...] Iagttagelse er altid selektiv. Den behøver et udvalgt objekt, en bestemt opgave, en interesse, et synspunkt, et problem. Og beskrivelsen af den forudsætter et beskrivende sprog med ord for egenskaber; den forudsætter lighed og klassifikation som igen forudsætter interesser, synspunkter og problemer.”* Eller sagt på en anden måde: Enhver iagttagelse eller eksperiment er teoriladet.

Forsøg i gymnasiet er vigtige. De kan være lærerstyrede. Et induktivt forsøg – med vægt på induktivt – skal være et forsøg hvor eleverne føler sig alene på herrens mark. Her er vi vel ved kernen af det induktive forsøg, og det viser sig tydeligt på Rysensteen Gymnasium. Gruppen har en masse måleudstyr til rådighed, blandt andet afstandsmålere, kraftplatform eller kraftmålere, accelerationsmålere, videokamera og trykmålere. Men hvad skal de måle? Gruppen er hurtigt klar over at man kun kan forklare det fænomen at faldskærmsudspringeren ikke går i stykker, med den teori at udspringeren på kort tid får en passende, konstant fart. Den teori kan så testes. Gruppen vælger at finde en sammenhæng mellem den maksimale faldhastighed og luftmodstanden for papirkageforme der falder. Det er meget interessant i artiklen at følge gruppens diskussioner for at nå frem til den teori der skal testes, og de målinger der er relevante. På et tidspunkt i forløbet må læreren gribe ind *“fordi de teoretiske argumenter for udregningen af luftmodstanden ikke stod klart for eleverne”*, men især fordi de ikke anede hvad det hele gik ud på, og læreren udbryder: *“Ja, men hvad var jeres plan? Hvor vil I hen med jeres målinger? Hvad er ligesom planen med det hele?”* Her står vi ved de induktive forsøgs problemfyldte kerne, som netop påpeget af Popper: Man skal “ligesom” vide hvad planen er med det hele. Hvad er det man vil teste? Ingen test uden teori.

Er det en pointe det er værd at diskutere i en gymnasieklasse når den skal lave forsøg?

En tredje og sidste pointe handler om forklaringer i naturvidenskaberne. Hvad vil det sige at et fænomen er forklaret? Det kan der være mange bud på. Et er givet af den amerikanske videnskabsfilosof Carl Hempel. Han hævdede at en videnskabelig forklaring havde karakter af et argument hvor en række præmisser blev efterfulgt af en konklusion, sådan som vi så det med eksemplet på Newtons forklaring på at planeter bevæger sig i ellipsebaner. En af præmisserne skal altid, hævder Hempel, være en generel lov. I tilfældet med planetbevægelser er den generelle lov massetiltrækningsloven.

Eleverne på Rysensteen Gymnasium bruger deres eksperimentelle udstyr til at vise at kageformene når en maksimal fart. De har udstyr der let og overskueligt viser hvorledes farten ændrer sig. Det får forfatterne til at konkludere: *“I det store og hele viser undersøgelsen at i dette forløb har alle eleverne brugt LoggerPro kompetent og uden større vanskeligheder og med en god portion nysgerrighed og fascination over programmets muligheder. Den nemme adgang til grafer giver gode muligheder for at eleverne kan diskutere fysik med anvendelse af fysikfaglige og matematiske begreber.”*

Artiklen igennem får man prøver på de studerendes diskussionslyst, og gentagne gange vender de tilbage til at diskutere formålet med eksperimenterne og hvad det er de vil undersøge.

Kan eller skal man her hjælpe dem på vej ved at stille spørgsmålet om de har forklaret noget?

Det har de jo ifølge Hempel fordi de kan bruge den generelle lov at modstanden er proportional med kvadratet på hastigheden. Kan man nu forklare at det ikke er godt for ens helbred hvis man kaster sig ud fra stor højde alene med en udspændt paraply? Gælder loven også på Månen?

Jeg skal ikke reflektere over de mere didaktiske elementer i undersøgelsen selv om jeg med stor interesse har læst Hodsons oversatte artikel fra 1990 og den deraf følgende debat om eksperimenter og spildtid i undervisningen. Jeg har alene villet trække nogle videnskabssteoretiske pointer frem som muligvis kunne indgå i fysikundervisningen i gymnasiet. Det er meget opmuntrende at læse om fysikforsøget på Rysensteen Gymnasium, om elevernes optagethed af problemstillinger og deres leg med fysikbegreber og at videnskabssteoretiske overvejelser også indgår i lærerens vejledning. Hvis det fører til at eleverne, som på Rysensteen Gymnasium, ikke alene reflekterer over fysik, men også over hvad det egentlig er man gør når man laver forsøg, læser om love og forklarer, så har man fået liv i gymnasiets naturfagsundervisning.

Lesson study i Danmark?



Arne Mogensen
VIA University College
Læreruddannelsen i Århus

Kommentar til artiklen "Et mysterium om tal" i MONA, 2009(1).

Hvordan præsenteres et stykke matematik (bedst) for skoleelever? Det synes at være den vigtige overvejelse i Carl Winsløws (CW) artikel i *MONA, 2009(1)*: "Et mysterium om tal". Jeg skal nok vare mig for at lægge for meget i dette kun-næsten-citat, men alligevel vurderer jeg at CW tillægger matematiklæreren helt afgørende roller som tilrettelægger, orkesterleder og mediator undervejs i elevernes arbejde med matematik.

Carl Winsløws artikel tager afsæt i en talteoretisk "grubler" og en japansk lærers håndtering af den i en 4.-klasse. I sin analyse benytter CW begreber fra Brousseaus teori om didaktiske situationer. Det spændende er naturligvis ikke blot den særlige lektion, men også fortællingen om den vidensdeling der i Japan foregår i kollegiale studier af matematik-lektioner på skoleniveau. Tak til CW for at sætte lesson study til debat.

Danske vilkår

CW refererer til de nationale "scripts" der blev fundet i TIMSS Video Study 1995 (Stigler, 1999) og beskrevet i kultbogen *The Teaching Gap* (1999). Tyske, japanske og amerikanske lærere viste sig at have hver deres særlige (og altså nationale) træk. Iagttagelsen er siden nuanceret i TIMSS Video Study 1999 (Hiebert, 2003), der blev gennemført i syv lande.

I dette studieår har jeg i mit ph.d.-projekt overværet matematikundervisning i én lektion i op mod 50 tilfældigt valgte danske 8.-klasser for at samle mere viden om danske matematiklæreres tilgange. For faktisk ved vi p.t. ikke så meget.

- Er der en særlig dansk måde? Og er den i givet fald forskellig fra det tredelte arbejdsmonter som Foss Hansen (1980) fandt dominerende for snart 30 år siden: først opgaveretning, derpå en lærerstyret gennemgangsfase og endelig en selvstændig opgavefase?
- Hvor ofte tager en hel lektion afsæt i ét problem eller én udfordring der så i situationen passende stimulerer elevernes interesse og lyst til udforskning?
- Hvilken rolle har sådanne opgaver eller didaktiske situationer i læreruddannelsen og i folkeskolens bogsystemer?
- Matcher den sammenhæng og det flow der overvejes af skolebogsforfatter og undervisere, den praktiserende danske matematiklærer med måske nok ikke 35, men så 20-25 meget forskellige "danske" elever?

Men jeg vil også gerne bidrage med et eksempel fra en skole som jeg selv besøgte for et års tid siden, og som beskrives i det følgende.

Fødselsdage i en japansk 2.-klasse

I foråret 2008 var jeg i Nagasaki et par uger for selv at opleve hvordan lesson study kan finde sted og for at få et indblik i japansk læreruddannelse. Mine kollegaer på Nagasaki University, Faculty of Education, professor Kenji Hiraoka og assistant professor Kaori Miyauchi sikrede gennem løbende oversættelse at jeg også forstod noget af det der blev sagt.

Her følger mine notater fra en time med lesson study i 2. klasse på en af universitetets kontaktskoler. Hr. Okubo havde 35 lidt urolige elever og begyndte timen med hemmelighedsfuldt at pege på en stor, lukket mappe på sit bord. Han inviterede én elev til at tage et kig i mappen, men uden at sige noget til de andre.



Han tog nu et enkelt ark frem hvor den øverste del viste et foto af ... surprise: hr. Okubo selv! Alle grinede. Nederst på arket stod der 10/26, og det blev så sat op på tavlen. I Japan benytter lærerne ofte magnetisk tape når vigtige billeder eller andet skal vises på tavlen. I en ophedet diskussion om betydningen (eleverne var ivrige) mindede læreren nogle elever om gamle aftaler ved at pege på tre sætninger anbragt i siden af tavlen. Der stod "JA", "HVORFOR" og "FORDI" for at minde eleverne om den bedste måde at spørge og begrunde på.

Og tilfældigvis viste det sig at være lærerens fødselsdag der stod i rammen.

Læreren tog nu en stak lignende ark frem fra sin mappe, ét for hver elev og altid med en tom ramme / under billedet af den enkelte elev. Arkene blev delt ud til eleverne, og mens hver elev udfyldte sin ramme, stilnede snakken af. De 35 billeder og fødselsdags-informationerne blev arrangeret i fire rækker på tavlen (igen denne magnettape). Der var igen en del støj imens, men ingen tog anstød af det, og bestemt heller ikke observatørerne: ti lærere fra skolen og tre fra universitetet. Nogle fotograferede, og alle tog notater.



Læreren foldede nu en lang papirstrimmel ud med lektionens emne. Det var indrammet med rødt og blev anbragt i midten af tavlen: "Lad os undersøge fødselsdage". Et mindre stykke gult papir blev også sat på tavlen:

- *Der kommer fem spørgsmål om fødselsdage i de forskellige måneder!*
- *Regler: Læreren gemmer fødselsdagsarkene om lidt, og I får 5 minutter til at finde et svar.*
- *Skriv dato og timens emne i dit hæfte!*

Læreren satte et stopur fast på tavlen (magnettape!) og startede så nedtællingen. Alle elever fik straks meget travlt og på hver sin måde. Imens gik læreren omkring, og på hans skriveplade med papirklemme kunne jeg se en tegning af alle bordene i klassen. Han skrev korte symboler/notater om hver eneste elevs metode! Og han noterede også *hvilke* elever han senere kunne spørge for at illustrere forskellige metoder.



Der var vilde protester da tiden er gået. Og nogle af de andre lærere hjalp hr. Okubo med hurtigt at dække alle arkene med et stort lagen (og magneter).

Nu kom så spørgsmålene:

- *Hvor mange fødselsdage er der i april, juli, september, december og marts?*
Rækkefølgen er tilsyneladende det japanske skoleår. Alle antal blev fundet med hjælp fra læreren der lod sine fingre hastigt følge arkene række for række indtil eleverne sagde stop. Der var mellem en og fire elever i de forskellige måneder.
- *Hvor mange havde 5 rigtige svar?*
I hvert fald tre-fire elever rejste sig – og alle klappede, inklusive dem selv!
- *Hvad har I undret jer over?*
Temmelig mange elever ville gerne fortælle og blev også hørt. Én skrev alle navne men gjorde så en fejl, én tegnede bare hovederne fordi de kinesiske tegn for navne ville tage for lang tid at skrive når man bare går i 2. klasse.
- *Skriv nu en forklaring hvis jeres svar var forkert.*
Eleverne skrev (det er svært at begrunde i denne alder) bl.a.:
“Timen var god, næste gang VIL jeg vinde!”, *“Jeg skulle nøjes med at skrive måneder”*,
“Jeg er glad for at jeg kender alle fødselsdagene”, *“Jeg er sur på læreren, fordi han gemte tallene”* og *“Jeg vil vise alle fødselsdagene til mine forældre”*.

Endelig rejste alle sig og bukkede, og lektionen var forbi. Jeg havde noget besvær med at forlade klassen fordi jeg på stedet blev omringet og måtte skrive et par autografer før jeg opgav og kunne nøjes med 35 håndtryk! Sikken livlig klasse!

Der er mange andre studielectioner på internettet til inspiration. Og her ser man ofte hele lektionen med engelsk tekst. Dvs. at man ikke er afhængig af de ufuldstændige notater man som besøgende kan skaffe sig, jf. ovenstående. Et par af de bedste links er: http://hrd.apecwiki.org/index.php/Classroom_Innovations_through_Lesson_Study og www.criced.tsukuba.ac.jp/math/video.

Diskussion af en lektion

Det er nok vanskeligere som dansker at få indblik i den sparring lærere i lesson study-forløb indgår i med kollegaer eller konsulenter. Efter den lektion i 2. klasse som jeg har beskrevet ovenfor, mødtes mine to universitetskolleger og jeg med hr. Okubo og en anden lærer der havde inviteret til lesson study i klasser på samme skole. De to lærere ankom en smule sent fordi de havde lærermøder på skolen til kl. 17. Så de var forståeligt nok en smule trætte. Alligevel var der ivrig diskussion om hver lærers lektion i en time. De ufuldstændige notater herunder giver måske en fornemmelse.



Professor Hiraoka (Nagasaki University) førte ordet og foreslog overvejelser mens han noterede på to whiteboards (de blev fyldt). Hr. Okubo bemærkede at det var første gang klassen havde så mange besøgende, og derfor var de noget larmende.

Professor Hiraoka (og læreren) havde noteret elevernes strategier således:

----- Tavlen -----

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | M | D | D | D | M | D | D | M |
| M | D | D | M | D | D | M | D | M |
| D | D | D | M | D | D | M | M | M |
| D | D | D | M | M | D | D | M | |

D = datoen, M = måned alene. De indrammede elever havde alle 5 spørgsmål rigtige.

Nogle af vores spørgsmål til hr. Okubo var:

- *Hvorfor fik de blot 5 minutter?*
Det kunne jo godt diskuteres om svaret afhang af tiden. Nogle elever svarede rigtigt selv om de havde noteret hele datoen.
- *Mon nogle elever havde udregnet svaret før du stillede spørgsmålet?*
- *To børn havde samme fødselsdag! Bemærkede du det?*
11/22 4/18 5/23 1/12 7/26
.... 1/22 ...
- *Der er også en anden måde at bruge en tabel som denne på i den fælles gennemgang. Du kunne tage hvert ark (dato) og flytte det til en række for hver måned!?* (Det tror jeg faktisk nogle af eleverne gjorde).
- *Jeg foreslog fx at læreren ikke bekymrede sig for meget over at blot 5 ud af 35 elever kunne give de korrekte svar. Som Vygotsky har formuleret det, ligger udfordringen i den nærmeste udviklingszone. Og derfor kan processen nemt være vigtigere end produktet.*

Kan vi lære noget af lesson study?

Som i CW's artikel var den igangsatte "opgave" også her nøje overvejet. Forud kan der nemt være gået kollegial sparring eller studier af andre læreres skriftlige overvejelser. Det er med sikkerhed vurderet som en "rig" opgave, altså i CW's notation med mulighed for en lødig didaktisk situation.

I rapporten *Fremtidens matematik i folkeskolen* (2006) karakteriserede vi japansk matematikundervisning som pointestyret. De afklarede sigter fremgår fx for iagttagere (Stigler and Hiebert, 1999) når japanske lærere i klassesamtaler (søg evt. på det japanske ord *neriage*) og ved afrunding af lektioner (søg evt. på det japanske ord *matome*) udpeger de vigtige ting. Det sker ofte ved hjælp af tavlen hvor timens emne står sammen med spørgsmål og svar der er givet undervejs. Læreren sikrer sig fx at eleverne har noteret sig et vigtigt begreb eller en god teknik. I eksemplet fra 2. klasse er noget af pointen måske "lost in translation", men indirekte fremgik den dog af de elevsvar jeg hørte sidst i lektionen. Jeg tror den styring betaler sig.

Jeg har valgt at definere pointe således:

En pointe er et matematisk sagsforhold (resultat, udsagn, metode, ...) som læreren har bedømt som særlig vigtigt for eleverne(s indsigt, forståelse, anvendelse, ...).

Er pointer styrende (nok) i dansk matematikundervisning? Jeg tror den kollegiale støtte i fagteam er vigtig her (Mogensen, 2008). Lesson study-formatet inviterer til en kollegial, faglig dialog der umiddelbart kan omsættes i tydelige pointer og en måske bedre klassesamtale i undervisningen. Men det kræver gensidig respekt og lydhørhed at give plads til ikke blot lærerens, men også elevernes egne forklaringer på mange niveauer. Og det kræver viden om forskellige tilgange til det samme matematiske emne – det som fx Steinbring (2005) kalder “Stoff-didaktik” eller “Mathematics didactically oriented content analysis”. Lad os studere nogle lektioner!

Referencer

- Hansen, K.F. (1980). *Regne/matematikundervisningen i folkeskolen*. Dansk Psykologisk Forlag.
- Hiebert, J. et al. (2003). *Teaching Mathematics in Seven Countries. Results from the TIMSS 1999 Video Study*. U.S. Department of Education.
- Mogensen, A. (2008). *Fagteamets arbejde med matematik*. Dafolo.
- Steinbring, H. (2005). *The construction of new mathematical knowledge in classroom interaction: an epistemological perspective*. Springer.
- Stigler, J.W. et al. (1999). *The TIMSS Videotape Classroom Study. Methods and Findings from an Exploratory Research Project on Eight-Grade Mathematics Instruction in Germany, Japan and the United States*. U.S. Department of Education.
- Stigler, J.W. & Hiebert, J. (1999). *The Teaching Gap*. The Free Press.
- Undervisningsministeriet. (2006). *Fremtidens matematik i folkeskolen. Rapport fra Udvalget til forberedelse af en handlingsplan for matematik i folkeskolen*. www.uvm.dk/~media/Files/Udd/Folke/PDF06/060302_handlingsplan_matematik.ashx.

Hvorfor er det så svært?



Af Claus Jessen,
Frederiksberg Gymnasium

En kommentar til artiklen "Kulturelle grænser – oplevet af de fleste elever, men usynlige for mange naturfagslærere" af Glen S. Aikenhead, MONA, 2009(1).

Her er en fysikopgave som blev anvendt som appetitvækker til fysikolympiaden 2008:

2. Whiskyflaske i Gudenåen

Føreren af en motorbåd, der er på vej op ad Gudenåen, taber en halvfyldt flaske Baileys med skruelåg i vandet. Præcis 12 minutter senere opdager hun det uheldige tab. Hun vender båden og finder flasken præcis 1 km fra det sted, hvor hun tabte den. Motorbådens fart i forhold til vandet i Gudenåen er den samme på hen- og tilbageturen.



Vurdér farten af det strømmende vandet i Gudenåen.

En kompliceret situation: Åen strømmer med ukendt hastighed, og båden sejler med ukendt hastighed og hurtigere med strømmen end mod! Det er en svær opgave. Var det så bare på en stille sø, for så ville flasken ligge stille, og båden være lige lang tid om turen frem og tilbage, i alt 24 minutter. Men hov – set fra det strømmende vands perspektiv ligger flasken stille i vandet, og båden har samme hastighed frem og tilbage! Godt nok bevæger bredden sig forbi, men det ændrer jo ikke ved at situationen

fra vandets synspunkt er den samme som på den stille sø. På 24 minutter har vandet flydt 1 km, så vandets hastighed er derfor 1.000 m/24 minutter eller 2,5 km/t.

Tit består problemløsning i at se situationen fra et andet perspektiv. Og netop det gør Glen S. Aikenhead i sin skarptseende, præcise og tankevækkende artikel i forrige nummer af *MONA*.

Naturfagsundervisning

Naturfagsundervisning er en kompliceret opgave. Som Aikenhead skriver, er der to hovedproblemer:

1. Hvordan motiverer og får vi gjort eleverne interesserede i naturvidenskab?
2. Hvordan kan vi både forberede eliteeleverne (ca. 10 % ifølge Aikenhead) til karriere inden for naturvidenskabelige studier og samtidig give de andre elever en almindelig uddannelse i naturvidenskab?

Fra naturfagslærere høres det tit at problemerne med naturfagsundervisning skyldes at eleverne mangler kundskaber, at de er dovne og ikke vil lave "den nødvendige løbebanetræning", at der optages alt for mange i gymnasiet, at eleverne er forkælede, egocentrerede og mangler nysgerrighed osv. Hvorfor er de ikke som os lærere? Var de så bare fra en anden kultur, så kunne vi måske forstå deres mærkelige adfærd. Og det er jo netop hvad de er, som Aikenhead påpeger.

Aikenheads store fortjeneste er at se naturfagsundervisningen som et kulturmøde med alle de forhindringer det medfører. Han er skarp og præcis i sin analyse og sine konklusioner. Det er ikke eleverne der er problemet. Som lærere kender vi alle de elevtyper som Aikenhead beskriver: de kvikke elever, de stille elever der arbejder pænt (og bruger Fatimas regler), og de utilpassede og uinteresserede elever.

Kirsten Paludan beskrev i bogen *Videnskabens verden og vi* (Aarhus Universitetsforlag, 2000) hvordan anvendelse af fagsproget i naturfagene kan få eleverne til at føle sig totalt hægtet af undervisningen. Læreren går fra at tale med eleverne om fx finalen i X Factor eller weekendens fodboldkamp til at tale om dagens lektie. Læreren oplever ikke et skift, men eleverne oplever at læreren svinger fra at snakke dansk til at snakke totalt sort.

Aikenhead beskriver samme skift, men som et kulturskift hvor elevernes opførsel kan forstås som et forsvar mod den påtvungne kulturelle indoktrinering. Og læreren aner ingenting om hvordan eleverne oplever kulturmødet i timerne, for hun oplever jo ikke dette kulturmøde! For at forstå de unges reaktion på mødet med naturfagsundervisningen er det vigtigt at se på sig selv som lærer med et særligt naturvidenskabeligt kultursyn med de værdier mv. som dette indebærer. Først med denne vished hos

læreren er det muligt at overvinde kulturbarrieren og give eleverne den nødvendige kulturgrænseoverskridelse så de kan lære noget. Som professionel lærer må man være opmærksom på sin naturfaglige kultur og se sin rolle som "rejseseleder" for eleverne ind i den fremmede kultur. Problemet med at få dette til at fungere er selvfølgelig de mange elever med forskellig baggrund og det store kernefaglige pensum der er i fagene.

Det faglige indhold og uddannelsespolitik

Aikenhead beskriver forskellige samfundsgruppers interesser i naturfagenes indhold. Traditionelt er dette indhold politisk bestemt af embedsmænd i Undervisningsministeriet. Men som Aikenhead skriver, er det politisk mest fornuftige ikke altid det uddannelsesmæssigt mest fornuftige. I dag er indholdet udpræget en kanoniseret udgave af den akademisk faglige tradition. Og for lærerne der er uddannet i denne kultur, er det helt naturligt. Men ser man på Bertel Haarders seneste udmelding om justering af gymnasiereformen, er netop en styrkelse af naturfagene gennem mere anvendelsesorientering på dagsordenen ("Politisk aftale om ændring af gymnasiereformen" på www.uvm.dk).

Det anvendelsesorienterede kommer ifølge Aikenhead fra erhvervslivet der har brug for arbejdskraft til job med naturvidenskabeligt indhold. En vigtig pointe er at man ikke har brug for medarbejdere der behersker et bestemt kernefagligt pensum i naturfagene som vi har lang tradition for i Danmark, men for personer der er i stand til at lære sig ny naturvidenskab. Eleverne skal lære at arbejde aktivt med naturvidenskab og de fundamentale tankegange og grundbegreber i naturvidenskab. De nye læreplaners fokus på kompetence og det nye fag naturvidenskabeligt grundforløb er et skridt i denne retning, men pensumlisten er stadig den altovervejende styring. Hvis vi skal kunne fungere som "rejseseledere" for eleverne ind i den for dem fremmede naturvidenskabskultur, er det vigtigt at vi får stor frihed til at vælge de rette faglige emner som introduktion for de elever som vi sidder med. Eleverne er meget forskellige på de forskellige studieretninger, og deres undervisning skal tilrettelægges meget forskelligt.

Men anvendelsesorienteringen løser ikke motivationsproblemet. Man bliver nødt til at inddrage det aspekt som Aikenhead kalder "*Behov for at have naturvidenskab*" eller "*Grund til at have naturvidenskab*". Det er dette element som Svein Sjøberg i *Naturvidenskab som almindannelse* ser som det eneste element i faget der er almindannende, nemlig demokratielementet. Hvad skal den kommende borger lære for at kunne forstå og forholde sig kritisk til politiske argumenter med naturfagligt indhold?

Måske skulle man hellere i læreplansarbejdet have inddraget folk bag populærvideenskabelige medier, fx Illustreret Videnskab, Nørd eller MythBusters som jo faktisk

har godt tag i de unge. De unge mangler jo ikke interesse for naturvidenskab som sådan, men for skolens naturvidenskabsundervisning. Flasken med Baileys flød i Gudenåen, og eleverne flyder gennem gymnasiet. Nu må vi til at se elevernes møde med naturvidenskaben i et nyt perspektiv så vi kan forstå deres adfærd og komme dem i møde på deres præmisser. Det giver igen lærerne en aktiv rolle som dem der kan arbejde med kulturmødet i stedet for passivt at se problemet som umulige elever.

Seminariehold på besøgscenter



Af Finn Bendixen, Center for
Uformel Læring/Danmark

Kommentar til artiklen "Brug af uformelle læringsmiljøer i læreruddannelsens naturfag – hvorfor og et bud på hvordan" i MONA, 2009 (særunummer om CAND-projekter).

Jeg skal ikke gå ind i artiklen som helhed, men kun knytte en kommentar til det projekt jeg selv var i direkte kontakt med, nemlig det der behandles under overskriften "Seminariehold 24.31 på besøgscenter".

Læsere uden særlig forhåndsviden må føle sig lidt på bar bund med hensyn til hvad det konkrete projekt gik ud på – derfor denne lille uddybning:

Projektet var et resultat af et forarbejde i en lille arbejdsgruppe under CAND om alternative læringsmiljøer hvor Signe Søndergaard og undertegnede deltog sammen med lærer Marianne Kammer, seminarielærer Pernille Andersen og projektkoordinator Anna Busch Nielsen. Det var de tre sidste som var hovedansvarlige for projektet som tog udgangspunkt i overbegrebet klimaforandring. I projektet deltog en 8.-klasse med Marianne som lærer, Pernilles seminariehold og *Forsker for en dag* med Anna som tovholder.

Forsøget gik i korthed ud på at se på klimaforandrings betydning for landbrugsafgrøder. Projektet var i udgangspunktet en forskers (Ingrid Thomsen), og setuppet var at en række afgrøder skulle vokse ved tre forskellige temperaturer i tre klimakamre for at simulere forventede fremtidige scenarier med højere temperatur end i dag. Undervejs og efterfølgende skulle en række relevante parametre måles.

Eleverne og de lærerstuderende fik lov at stille deres egne pletter med planter ind i kamrene og høste og måle. De var i dialog med forskeren og lavede både hypoteser om forventede resultater, konkrete målinger og konklusioner. Projektet blev til slut fremlagt på en "konference" hvor først elevernes og sidst forskerens resultater blev præsenteret.

Projektet var bl.a. et forsøg på at lave “science in the making” hvor eleverne og de studerende “deltog” i et rigtigt videnskabeligt forsøg mens det foregik. Jeg har kort omtalt dette aspekt i artiklen “Ved forskerens albue” (Bendixen, 2008).

Nu har Signe og Jette så taget fat på projektet ud fra de lærerstuderendes perspektiv, og det synes jeg nok bliver noget summarisk og en anelse pointeløst. Vi får at vide at de studerende her fik indtryk af elevernes udbytte af projektet, og forskere og formidlere fra “Forsker for en dag” fik gode ideer til fremtidig formidling ved at iagttage de studerendes bud på formidling og ved at modtage gode råd fra de studerende.

Hvad var elevernes udbytte? Og hvad gik de gode råd ud på?

Projektet var som jeg oplevede det, meget perspektivrigt og unikt og fortjener en mere fyldestgørende behandling end både Signe og jeg har givet det. Derfor vil jeg opfordre de tre hovedinvolverede til at lave en egentlig afrapportering.

Referencer

- Bendixen, F. (2008). Ved forskerens albue. Forskningsbaseret ekstramural læring – et vigtigt supplement til gymnasieundervisningen. *MONA*, 2008(3), s. 21-35.
- Søndergaard, S. & Madsen, J. (2009). Brug af uformelle læringsmiljøer i læreruddannelsens naturfag – hvorfor og et bud på hvordan. *MONA*, 2009(særunummer), s. 32-43.
- Hansen, S.T. Forskning i børnehøjde. <http://forskerforendag.dk/sw3153.asp>

Fakta om Forskningscenter Foulum

I artiklen omtales Forskningscenter Foulum som “Institut for Jordbrugsteknik”. Den rette betegnelse er “Det Jordbrugsvidenskabelige Fakultet, Forskningscenter Foulum”.

Forskningscenter Foulum beskæftiger ca. 600 medarbejdere og råder over et bygningsareal på omkring 100.000 m²; jordtilliggendet er på ca. 550 ha. Den “lille jyske by Foulum”, i øvrigt kendt fra *En Landsbydegns Dagbog*, fylder meget lidt i sammenligning og ses ikke fra forskningscentret.

Den røde tråd i nye fælles mål



Iben Dalgaard, lærer og naturfagskonsulent i Solrød kommune

Kommentar til Peter Norrilds aktuelle analyse "På vej mod nye mål i folkeskolens naturfagsundervisning" i MONA, 2009(1).

Den 1. august 2009 er lige om lidt, og så er der igen ændringer i formål og slut- og trinmål for mange af skolens fag – også naturfagene. I løbet af de sidste seks år har vi haft Klare Mål fra 2003 som i 2005 blev ændret til Fælles Mål, og nu Fælles Mål II som på Undervisningsministeriets hjemmeside kan ses som Nye Fælles Mål 2009 (se referencelisten til slut i denne tekst).

Peter Norrild fremhæver i sin aktuelle analyse FNiF-rapportens anbefaling: "Målbeskrivelserne for naturfagene skal præciseres og samtænkes for at sikre progression og bedre synergi mellem fagene" (*Fremtidens naturfag i folkeskolen*, Undervisningsministeriet, 2006) som en del af de fem naturfaglige arbejdsgruppers rammebetingelser. Viser Nye Fælles Mål 2009 for naturfag en tydelig rød tråd gennem alle naturfagene i grundskolen som kan støtte og udvikle naturfagsundervisningen? Hvad skal der til for at komme fra ændrede målbeskrivelser til ændret naturfaglig praksis?

Hvilke håndtag er der drejet på?

Nedenstående tabel 1 viser i overskrifter ændringer i bindende målbeskrivelser for natur og naturfaglige fænomener i børnehaveklassen (som ikke var en del af de ændringer som Norrild var tovholder for) og for de fire naturfag i folkeskolen – natur/teknik, biologi, fysik/kemi og geografi – med deres Nye Fælles Mål 2009 samt for naturfag i 10. kl. som har været gældende fra 1. august 2008. I børnehaveklassen er natur og naturfaglige fænomener et af de seks temaer som skal være indeholdt i undervisningen – ikke et skolefag, men måske på sigt en del af den samlede progres-

sion for naturfagene i skolen. Yderste højre søjle viser hvilke målbeskrivelser der er ændret eller er nye i forhold til Fælles Mål fra 2005.

| Klassetrin | Naturfagethedder: | CKF: | Ændringer Pr. 01.08.09: |
|-------------------------|---------------------------------|---|--|
| Børnehaveklassen | Natur og naturfaglige fænomener | Natur og naturfaglige fænomener er en del af en samlet beskrivelse. | Ændrede, nu bindende målbeskrivelser |
| 1.-6. kl. | Natur/teknik | Den nære omverden Den fjerne omverden Menneskets samspil med naturen Arbejds måder og tankegange. | Formål Slutmål Trinmål Flere trinmål. Stofmængden ikke øget, men præciseret. |
| 7.-9. kl. | Biologi | De levende organismer og den omgivende natur Miljø og sundhed Biologiens anvendelse Arbejds måder og tankegange. | Formål Slutmål Trinmål Nogle fælles flerfaglige trinmål. |
| | Fysik/kemi | Fysikken og kemiens verden Udvikling i naturvidenskabelig erkendelse Anvendelse af fysik og kemi i hverdag og samfund Arbejds måder og tankegange. | Formål Slutmål Trinmål Nogle fælles flerfaglige trinmål. |
| | Geografi | Regionale og globale mønstre Naturgrundlaget og dets udnyttelse Kultur og levevilkår Arbejds måder og tankegange. | Formål Slutmål Trinmål Nogle fælles flerfaglige trinmål. |
| 10 kl. | Naturfag | Miljø Natur Menneske og samfund Arbejds måder og tankegange. | Nyt fag fra 01.08. 2009 |

Tabel 1. Ændrede målbeskrivelser for naturfagene fra 0. til 10. kl. I referencelisten er angivet link til de nye Fælles Mål-beskrivelser.

For naturfaglærere i skolen vil det umiddelbart træde frem at de centrale kundskabs- og færdighedsområder ikke har ændret overskrifter. Naturfagernes mål beskrives fortsat med at "Undervisningen skal lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til at ..." opfylde slut- og trinmål. Naturfagene beskrives fortsat ikke med kompetencetermer. Der er ikke tale om et paradigmeskift i måden at formulere mål i naturfagene på, men bl.a. præcisering af trinmål fra 1.-9. kl. og nye krav om progression eller sammenhængskraft. Kravet om samarbejde ligger implicit fx i de fælles flerfaglige trinmål i 7.-9. kl., og det kan for nogle lærere opleves som en kognitiv forstyrrelse der tenderer et paradigmeskift. Når man ser på lærerkvalifikationerne i naturfagene – specifikt det at en del lærere underviser i fag som de ikke har linjefag eller tilsvarende kvalifikationer i – og sammenholder det med de forskellige naturfags fagsyn, så er det for mig at se en fornuftig beslutning ikke at tage det store kompetenceskridt nu, men først gennemprøve flerfaglige samarbejdsmuligheder i 7.-9. kl. Så kan man måske senere beskrive fagene med kompetencetermer eller arbejde målrettet mod ét fælles naturfag i 7.-9. kl. for alle.

Fag og identitet – et grundlag for samarbejde

Med biologi som eksempel gennemgår Norrild ændringer i formål for faget. I Nye Fælles Mål 2009 beskrives i formålenes stk. 2 for alle tre naturfag i 7.-9. kl. at undervisningen skal anvende varierende arbejdsformer. Alle formål er helt tydeligt skrevet efter en fælles skabelon som kan skærpe opmærksomheden på samarbejdet mellem naturfagene. Hvordan det fælles og det fagspecifikke kommer til udtryk i stk. 2 kan ses i tabel 2.

De enkelte naturfags fagsyn kommer til udtryk både gennem hvilke genstandsområder der kendetegner eller identificerer fagene og de fagfaglige optikker på det praktiske arbejde, samt hvilke synsvinkler fagene lægger vægt på at anvende for at udvikle elevernes interesse og nysgerrighed og give dem lyst til at lære mere.

Vendingen "varierende arbejdsformer" er fælles og altfavnende. Formålenes stk. 2 viser også de tre fags syn på centrale arbejdsformer: For biologi og geografi er feltarbejde en væsentlig arbejdsform. For biologi og fysik/kemi er laboratoriarbejde en vigtig arbejdsform. Geografi arbejder med brug af geografiske kilder. Hvordan, hvornår og hvorfor henholdsvis felt- og laboratoriarbejde skal praktiseres i og med fagene som enkeltfag og som en del af det fælles naturfaglige, er en af de centrale udfordringer som Nye Fælles Mål 2009 lægger op til. Derek Hodsons kritiske artikel om det praktiske arbejde i naturfagene i MONA 2008(3) kan måske kvalificere den nødvendige dialog om praktiske arbejdsformer (Hodson, 2008). Hodson beskriver i sin analyse det praktiske arbejde som ureflekteret, dårlig planlagt og i mange tilfælde spild af tid.

| Fælles for biologi, fysik/kemi og geografi | | |
|--|---|--|
| <i>Undervisningen skal anvende varierede arbejdsformer og i vidt omfang bygge på elevernes egne iagttagelser og undersøgelser...</i> | | |
| Specifikt for biologi | Specifikt for fysik/kemi | Specifikt for geografi |
| <i>... bl.a. ved laboratorie- og feltarbejde</i> | <i>... bl.a. ved laboratoriarbejde</i> | <i>... bl.a. ved feltarbejde og brug af geografiske kilder</i> |
| Fælles for biologi, fysik/kemi og geografi | | |
| <i>Undervisningen skal udvikle elevernes interesse og nysgerrighed over for ...</i> | | |
| Specifikt for biologi | Specifikt for fysik/kemi | Specifikt for geografi |
| <i>... natur, biologi, naturvidenskab og teknik</i> | <i>... fysik, kemi, naturvidenskab og teknologi</i> | <i>... natur- og kulturgeografi, naturvidenskab og teknik</i> |
| Fælles afslutning på stk. 2 for biologi, fysik/kemi og geografi | | |
| <i>... og give dem lyst til at lære mere.</i> | | |

Tabel 2. Formål for biologi, fysik/kemi og geografi stk. 2 gældende fra 01.08. 2009. Tekst i kursiv er citater.

Brug for begrebsafklaring

Er det et udtryk for en fagspecifik synsvinkel at biologi og geografi udvikler elevernes interesse og nysgerrighed med bl.a. teknik, mens fysik/kemi gør det med teknologi?

En central fagdidaktisk problemstilling i denne kontekst, hvor flere faglige synsvinkler skal arbejde sammen både på langs og på tværs, er spørgsmålet om hvad man mener når man anvender begreber som fx teknik og teknologi. Bærer ordet teknik i biologi og geografi den samme betydning som teknik i natur/teknik? Er teknik i biologi og geografi noget ganske andet end teknologi i fysik/kemi? Teknologi er en indarbejdet del af skolefaget fysik/kemis fagsyn, og nu er teknologi også en del af biologis formål i stk. 3 som en del af en naturvidenskabelig kulturforståelse. I geografi er teknologi ikke en eksplicit del af formålsbeskrivelsen. Er det fagenes syn på sig selv, deres egen forståelse, historie og evolution som kan analyseres ud af anvendelse eller ikke anvendelse af begrebet teknologi?

Anvendelse og forståelse af begreber som fx teknik og teknologi viser at begrebsafklaringer med præcise definitioner er et nødvendigt arbejdsredskab i det kommende arbejde. Begrebsafklaringen kan anvende definitioner fra den naturvidenskabelige og teknologividskabelige verden, eller man kan anvende begreber som er udviklet i

en grundskole-kontekst. Hvem skal løse den opgave? Måske kunne Undervisningsministeriets fagkonsulenter i samarbejde med de faglige foreninger komme med oplæg til en fælles begrebsafklaring.

Flerfaglige fælles trinmål

Flerfaglige fælles trinmål i 7.-9. kl. har samme formulering i de to eller tre fag som de er en del af, og som skal fremme synergien i naturfagsundervisningen og elevernes naturfaglige læring.

Et tilfældigt nedslag på et flerfagligt fælles trinmål efter 9. kl. som dækker alle tre naturfag, kunne være at:

“gøre rede for hovedtræk af Jordens tilblivelse, de grundlæggende betingelser for liv og naturvidenskabelige forestillinger om Jordens og livets udvikling”

Hvilke fagfaglige synsvinkler bidrager de tre naturfag med til dette fælles trinmål om de store naturfaglige fortællinger? Hvordan det vil blive praktiseret, kan man jo ikke vide endnu, men man kan se hvor de tre fags CFK'er henter deres forståelse af trinmålet.

I biologi står det fælles trinmål under “De levende organismer og deres omgivende natur”, i fysik/kemi står det under “Udvikling af naturvidenskabelig erkendelse”, og i geografi står det under “Naturgrundlaget og dets udnyttelse”.

De tre naturfag identificerer og forstår dette fælles trinmål ud fra tre forskellige fagfaglige positioner og beskriver fagenes faglige selvforståelse ud fra det CKF de er en del af. Det er ud fra disse forskellige forståelser af det samme trinmål man skal samarbejde om planlægning af undervisning i en bredere naturfaglig kontekst.

Den røde tråd

Ud fra et andet tilfældigt nedslag på et trinmål i natur/teknik vil jeg undersøge om der er en rød tråd gennem målene for naturfag i skolen fra børnehaveklasse til 9. kl. Dette er absolut ikke for at give anvisninger på konkret undervisningsplanlægning, men blot for at synliggøre om progressionen er blevet tydelig. Jeg medtager børnehaveklassen selv om den ikke er en del af Norrilds arbejde og analyse.

Mit tilfældige trinmål for natur/teknik er:

“at undersøge ændringer af stoffer og materialer”

I børnehaveklassen er dette faglige delområde beskrevet med mål som at

“lægge mærke til naturfaglige fænomener fra hverdagen, herunder tænke over, stille spørgsmål til og tale om deres iagttagelser”

“sortere indsamlet materiale efter forskellige kategorier, herunder form, farve, overflade, antal og vægt”

I natur/teknik beskrives dette faglige område bl.a. som at

Trinmål for 2. klasse:

“undersøge ændringer af stoffer og materialer, herunder is der smelter, vand der fryser, vand der fordamper, og sukker der opløses”

Trinmål for 4. kl. :

“undersøge og skelne om ændringer i stoffer er endelig, eller om de kan omdannes, herunder omdannelse af vand mellem de tre tilstandsformer, opløsning af salt og forbrænding af stearin”

Trinmål for 6. kl. :

“undersøge hvordan nye egenskaber fremkommer, når forskellige materialer og stoffer bruges sammen, blandes sammen eller brænder”

Progression i 7.-9. kl. kan vælge mange forskellige stier at træde – både flerfaglige og fagfaglige. Mulige fælles flerfaglige trinmål efter 8. kl. for biologi, fysik/kemi og geografi som kunne følge natur/teknik-trinmålet op, er at

“beskrive hovedtræk af vands og kulstofs kredsløb i naturen”

“gøre rede for hovedtræk af fotosyntese og respiration, herunder disse processers betydning i økosystemer”

Et muligt fælles flerfagligt trinmål efter 8. kl. i fysik/kemi og geografi som kunne fortsætte progressionen, er at

“anvende fysiske begreber og sammenhænge i beskrivelse af fænomener, der knytter sig til vejr og klima, herunder tilstandsformer, temperatur, tryk, luftfugtighed, gnidnings-elektricitet og vindhastighed”

Et muligt fælles flerfagligt trinmål for biologi og geografi i 8. kl. er at

“beskrive og forklare jordens inddeling i klimazoner og plantebælter og give eksempler på arters tilpasning i forskellige typer af levesteder og livsbetingelser”

Medtages dette trinmål, nuanceres begreberne stoffer og materialer! Et muligt fagligt trinmål i biologi efter 8. kl. er at

“kende udvalgte organismer og deres placering i fødekæder samt anvende begreber om deres livsytringer, herunder fødeoptagelse, respiration, vækst, formering og bevægelse”

Et muligt fagligt trinmål i fysik/kemi efter 8. kl. er at

“kende generelle egenskaber ved hverdagens stoffer og materialer, herunder tilstandsformer, surhedsgrad, varmeudvidelse, elektrisk – og termisk ledningsevne.”

Et muligt fagligt trinmål i geografi efter 8. kl. er at

“beskrive det globale vandkredsløb”

Når ovenstående analyse af trinmål gentages for 9. klasses flerfaglige og fagfaglige trinmål, kunne et af de flerfaglige trinmål som samler mange af grundskolens trinmål – også det om materialer og stoffer – være at *“gøre rede for hovedtræk af Jordens tilblivelse, de grundlæggende betingelser for liv og naturfaglige forestillinger om Jordens og livets udvikling”*, men det kunne også handle om energi, kredsløb, føde, sundhed, vejr og klima.

Det ser umiddelbart ud som om der ud fra dette ene eksempel er en rød tråd gennem de ændrede trinmål. Progressionen er mulig, men ikke bunden, hvilket jeg vurderer som en styrke i det fremtidige arbejde og samarbejde.

Når Fælles Mål 2009 har været brugt sammen med “rigtige” elever i en virkelig skolehverdag i samspil med omverdenen, kan en evaluering vise om progression er noget der kun står i målbeskrivelserne, eller om intentionerne kan implementeres i praksis.

Norrild runder sin analyse af med at fremhæve at en naturfaglig eller naturfagsdidaktisk kultur er en af måderne at løse opgaven på. Der er en verden til forskel på at arbejde alene som lærer i natur/teknik, biologi, fysik/kemi eller geografi og det at være lærer i en naturfagsgruppe hvor alle arbejder konstruktivt sammen om at udvikle vores naturfag. Det at skabe og ændre kulturer i skolen kan motiveres af ændrede målbeskrivelser, men selv i den bedste af alle verdener kræver ændringer af lærernes måder at arbejde sammen på en massiv og villet arbejdsindsats på skolerne hver eneste dag hvis det skal lykkes.

“Giv tid, giv tid, den nynner ...”

Sådan lyder en verselinje fra den danske sangskat, og det er lige præcis det der er behov for når kommuner, skoleledelser og ikke mindst lærerne skal indarbejde de sidste nye rammebetingelser i det de har i forvejen, eller skal skabe nye lokale rammer og indhold i naturfagsundervisningen.

Kun tiden kan vise om de Nye Fælles Mål 2009 er de helt nødvendige ændringer af naturfagernes beskrivelser som både kan være med til at skabe sammenhænge på langs og på tværs og desuden kvalificerer samarbejdet. Om Nye Fælles Mål 2009 for naturfagene også er et skridt på vejen mod et fælles naturfag og/eller sidste stop inden naturfag, skal beskrives med kompetencetermer. Det bliver spændende at følge!

Men uanset hvilke retninger Nye Fælles Mål III og IV vil tage i fremtiden, så er der her og nu behov for at 2009-ændringerne får tid, gerne god tid, til at blive en aktiv del af naturfagernes virkelighed – eller nok rettere virkeligheder – ude på skolerne. Så giv tid, giv tid til at specielt lærerne kan:

- sætte sig ind i de nye rammer for undervisningens planlægning
- begrebsafklare
- samarbejde
- tænke og eftertænke fagdidaktiske tanker
- af- og gennemprøve lokale planer
- nyde når det lykkes
- ændre når det ikke går helt som forventet.

Referencer

- Fremtidens naturfag i folkeskolen, FNIF (Undervisningsministeriet, 2006) http://www.uvm.dk/~media/Files/Udd/Folke/PDF06/060302_handlingsplan_naturfag.ashx. Lokaliseret 05.04.09
- Hodson, D. (2008). Et kritisk blik på praktisk arbejde i naturfagene. *MONA*, 2008(3), s.7-20. (Oversat af MONA-redaktionen fra “A Critical Look at Practical Work in School Science”, *School Science Review*, 71(256), s. 33-40.)
- Norrild, P. (2009). På vej mod nye mål i folkeskolens naturfagsundervisning. *MONA* 2009(1).
- Nye Fælles Mål 2009. <http://www.uvm.dk/Uddannelse/Folkeskolen/Fag%20proever%20og%20evaluering/Faelles%20maal/Nye%20Faelles%20Maal%202009.aspx>. Lokaliseret 25.03.09
- Nye Fælles Mål 2009 Biologi. http://www.uvm.dk/~media/Files/Udd/Folke/PDF08/N/081027_nye_faelles_maal_biologi.ashx. Lokaliseret 25.03.09.
- Nye Fælles Mål Børnehaveklassen. http://www.uvm.dk/~media/Files/Udd/Folke/PDF09/090401_nye_faelles_maal_boernehaveklassen.ashx. Lokaliseret 08.04.09

- Nye Fælles Mål 2009 Fysik/kemi. http://www.uvm.dk/~media/Files/Udd/Folke/PDF08/N/081027_nye_faelles_maal_fysik_kemi.ashx. Lokaliseret 25.03.09.
- Nye Fælles Mål 2009 Geografi. http://www.uvm.dk/~media/Files/Udd/Folke/PDF08/N/081027_nye_faelles_maal_geografi.ashx. Lokaliseret 25.03.09.
- Nye Fælles Mål 10. kl. Naturfag 2008. http://www.uvm.dk/~media/Files/Udd/Folke/PDF08/N/080801_nye_fm_naturfag.ashx. Lokaliseret 08.04.09.
- Nye Fælles Mål 2009 Natur/teknik. http://www.uvm.dk/~media/Files/Udd/Folke/PDF08/N/081027_nye_faelles_maal_natur_teknik.ashx. Lokaliseret 08.04.09.

I denne sektion bringes anmeldelser af og notitser om nye bøger, rapporter og andre væsentlige ressourcer inden for det matematik- og naturfagsdidaktiske felt. Læsere opfordres til at kontakte redaktionen med henblik på at få bragt anmeldelser og notitser. Indlæg er ikke genstand for peer-review.

Litteratur

Det ustyrlige friluftsliv



Trine Hyllested
Læreruddannelsen Holbæk, UC
Sjælland

Anmeldelse

Peter Bentsen, Søren Andkjær, Niels Ejby-Ernst:

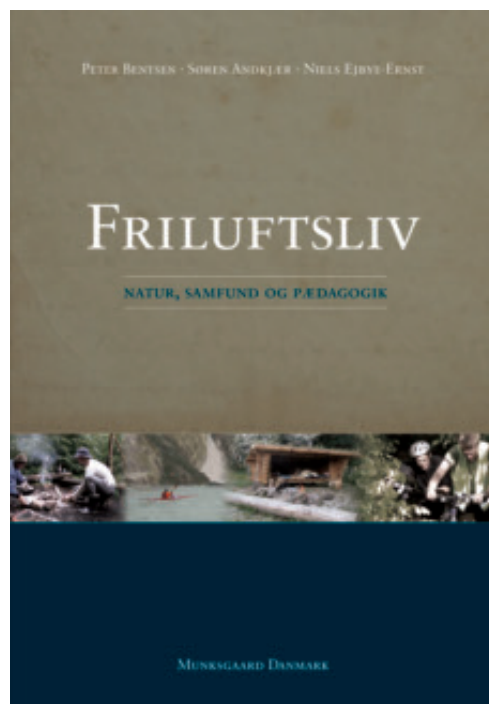
Friluftsliv – natur, samfund og pædagogik
Munksgaard, 2009, 218 s., kr. 329,00 incl. moms.

Supplerende materiale på nettet.

<http://www.boghandel.dk/webapp/wcs/stores/servlet/product-10001-10002-676162-100#>

Bogen *Friluftsliv – natur, samfund og pædagogik* er en bog med overvejelser over friluftsliv. Bogen er skrevet til folk der arbejder med friluftsliv i professionelle pædagogiske sammenhænge. De tre forfattere har praktisk erfaring med friluftsliv fra hhv. forskellige idræts-sammenhænge, pædagoguddannelse, højskoler, efterskoler, teambuilding, udeskole og naturvejledning.

Bogen er delt i tre dele. Først belyses friluftsliv historisk og samfundsmæssigt, så følger et forslag til pædagogisk indkredsning og rådgivning, og sidst, men ikke mindst, følger der fortællinger om friluftsliv analyseret og reflekteret i



forhold til målgrupper, pædagogiske perspektiver m.m.

Der er grundige litteraturhenvvisninger efter hvert afsnit og brugbare tekstbøse med korte, klare referater af forskellige teorier. Bogens hovedbudskab er at det er

vigtigt at reflektere over sin pædagogiske praksis, og det kan man jo kun være helt enig i.

Men hvad er friluftsliv egentlig? Ja, det definerer forfatterne faktisk ikke helt præcist. De forklarer gentagne gange at det er et fænomen der defineres som en del af sin samtid, kulturelt og historisk, men hvad deres egen definition af "friluftsliv anno 2009" egentlig er, fremgår faktisk først indirekte af alle de konkrete fortællinger fra forfatternes egne pædagogiske praksisser som handler om børnehaver, udeskoler, højskoler, naturvejledning, efterskoler, frivillige foreninger og privat kursusvirksomhed. Her er der brugbare undervisningseksempler og analyser.

Friluftsliv som historisk og samfundsmæssigt fænomen beskrives primært gennem teorien om de tre grønne bølger som sociologerne Eichberg og Jespersen fremsatte midt i firserne, men også med hjælp fra A. Giddens og U. Beck. Sidst i 1700-tallet var friluftsliv for overklassens digtere med hang til nationalromantik og gymnastik i udendørsanlæg. Så fulgte udelivsbevægelserne med friluftsliv for fodfolket. I dag er romantikken i overklassen skiftet ud med det nyeste kunststofudstyr og GPS, men den enkeltes status og økonomi afgør stadig om friluftslivet tager form af adventure-rafting på floder i Canada eller familiesøndag i skoven med termo og tekop. Diskussionen af det udstyrstunge, konkurrenceprægede præstationsfriluftsliv versus det mindre ambitiøse, mere nydende friluftsliv var en frugtbar fremstilling for mig.

I den pædagogiske del afgrænser forfatterne to pædagogiske yderpositioner i friluftslivundervisningen til at være hhv. 1) *mål og styring* og 2) *proces og selvudvikling*. Det er for mig at se mærkeligt at de har valgt disse yderpositioner. Hvorfor er de yderpositioner? I min optik fremmer netop det at sætte sig et bevidst mål i høj grad selve processen. Når man fx har et mål om at to folkeskoleklasser skal blive bedre til at løse faglige opgaver i fællesskab, kan en velplanlagt fællesoplevelse, som fx overnatning i telte eller klatreseancer i træer, netop være med til at fremme dette mål. I forlængelse af dette forstår jeg heller ikke at forfatterne sætter det frie, alsidige, demokratiske menneske op som en modsætning til det handlekompetente menneske på s. 82. For mig at se er de to menneskeopfattelser to sider af samme sag; læs fx s. 89 i Knud Illeris' bog *Læring* (2. rev. udgave, 2. oplag, Roskilde Universitetsforlag, 2007). Her beskriver han en måde at gøre op med den traditionelle adskillelse mellem *logos* og *psyke* på. Men – det skærper jo altid ens opmærksomhed når der er noget man ikke forstår!

Det er min opfattelse at eksemplerne fra en såkaldt "*traditionel skolastisk undervisning*" (s. 102) bærer præg af en noget ureflekteret opfattelse af denne praksis. Fx fremstilles læreres muligheder for at udøve *phronesis*, forstået som det at vurdere i nuet, som "*reducerede*" i det traditionelle skolesystem (s. 98): "*Hvis samværet er meget præcist beskrevet, fx som en fysiktime i gymnasiet eller en matematiktime i de ældre skoleklasser,*

vil selve formen reducere mulighederne for at vurdere i nuet." (Hvorfor det? Og er pædagogisk samvær nogensinde meget præcist beskrevet?).

Eller på s. 137, spalte 2, hvor forfatterne udlægger et nordisk vejlederbegreb som en modsætning til det at undervise i skolen: *"Målet er det gode meningsfulde liv i et samfund og derfor noget helt andet end en forberedelse til et (også vigtigt) skoleliv"*. (Hvorfor udgør det gode, meningsfulde liv i et samfund en modsætning til et skoleliv?).

Jeg synes det ville have været frugtbart at gøre en systematiseret tvivl til

genstand for, hvad det egentlig vil sige at lære i friluftssammenhænge. I hvert fald hvis bogen skulle have været brugbar til den didaktiske undervisning (i naturfagene) på lærerseminariet. Bogen vil være anvendelig på biblioteket.

Jeg vil slutte med et spektakulært eksempel på hvad *"episteme"*, forstået som naturvidenskabelig viden, beskrives som. Det fremstilles på s. 92 ved hjælp af spørgsmålet *"Hvorfor opfører naturen sig, som den gør?"* Forfatterne har dog ikke spurgt naturen og giver derfor ikke svar på dette spørgsmål – det kunne ellers have været spændende!

Nyheder

I denne sektion bringes nyheder og annonceringer af arrangementer, konferencer mv. af ikke-kommerciel karakter. Redaktionen vurderer indsendte forslag, bl.a. ud fra deres relevans for MONA's læsere.

Arrangementer

NAFADISE-foredragsrækken – åben for alle

NAFADISE står for Naturfagsdidaktisk Seminar og er betegnelsen for en seminarrække om naturfagsdidaktiske emner der afholdes på Institut for Naturfagenes Didaktik på Københavns Universitet. Seminarerne afvikles om eftermiddagen og er åbne for alle interesserede. Planlægningen af efterårets NAFADISE-række er i fuld gang – hold øje med www.ind.ku.dk, hvor kommende arrangementer annonceres løbende.

Fremtidens Naturfag 2009 – kreativitet i science/naturvidenskab

For femte år i træk udbyder Centre for Undervisningsmidler i Danmark tre regionale naturfagskonferencer med titlen "Fremtidens Naturfag" i samarbejde med DI.

Målgruppen er undervisere fra grundskole og ungdomsuddannelser og repræsentanter for virksomheder og andre uformelle læringsmiljøer. Formålet er bl.a. at skabe en tættere dialog for i fællesskab at fremme interessen for de naturvidenskabelige fag. Det foregår:

Mandag den 14. september: Naturvidenskabernes Hus, Bjerringbro

Tirsdag den 15. september: DI, Pyramiden, København

Onsdag den 16. september: Rødding Højskole, Rødding

Yderligere oplysninger kan fås på konferencensitet: www.fremtidensnaturfag.dk.

Fysik i tid og rum – temadag for gymnasie- og folkeskolelærere

Niels Bohr Institutet på Københavns Universitet inviterer til en bred temadag den 25. september 2009 for gymnasie- og folkeskolelærere, hvor kendte forskere fra fysikkens verden underholder med et varieret program om bl.a. kvantefysik, meteorologi, astrofysik og partikel- og planetfysik. Det foregår i auditoriet i Rockefeller Komplekset, Juliane Maries Vej 30, 2100 København Ø. Læs mere på www.nbi.ku.dk/Besoeg_os/gymnasialaerere_og_folkeskolelaerere/temadag_250909/.

Fokus på klimaet: Nordisk Klimadag

De nordiske undervisningsministre har besluttet at iværksætte en nordisk klimadag den 11. november 2009. Formålet er at skabe en større bevidsthed og viden om klima og samtidig aktivt involvere elever, lærlinge, lærere og formidlere i klimaspørgsmål i lyset af FN's klimatopmøde i december 2009 i København.

Den primære målgruppe for klimadagen er elever, lærlinge, lærere og formidlere i grundskolen og på ungdomsuddannelser i Norden samt deltagere i Nordplus Rammeprogram fra de nordiske lande og Baltikum.

Du kan læse mere og tilmelde dig nyhedsbrevet på Nordisk Klimadags hjemmeside www.klimanorden.org, eller kontakt Ea Eskildsen, ee@formidling.dk, tlf. 70 20 86 20.

Nyt om institutioner, foreninger m.v.

Ny forening af lærere i naturfag ved læreruddannelserne

I februar 2009 gik foreningerne for biologi, fysik/kemi, geografi og natur/teknik for lærerne ved læreruddannelsen sammen og dannede en ny samlet faglig forening.

Foreningen vil arbejde for at bibeholde og styrke de enkelte naturfag som selvstændige og ligeværdige fag i læreruddannelsen såvel som i grundskolen samt at styrke samarbejdet mellem fagene.

Yderligere oplysninger om *Foreningen af lærere i naturfag ved læreruddannelserne* kan ske til lektor Poul Kristensen, pokr@ucl.dk, tlf. 65 34 21 10, mobil 20 44 53 04.

Konkurrence: DM i naturfag

DM i naturfag er en landsdækkende konkurrence for naturfagslærere i grundskolen og på gymnasiet. Har du en kollega der fortjener titlen som Danmarks bedste naturfagslærer, eller har du selv udviklet et spændende undervisningsforløb som dine elever var begejstrede for, skulle du måske overveje at stille op.

Sidste frist for indsendelse af konkurrencebidrag er den 24. juni. Finalen finder sted den 4. november. Læs mere på www.formidling.dk/sw15084.asp.

Glem ikke (fra MONA 2009-1)

Dansk Naturvidenskabsfestival 2009

Vær med til at skabe begejstring for naturvidenskab og teknik blandt børn og unge overalt i landet. I 2009 foregår festivalen den 21.-25. september 2009. Årets tema er Byggesten, som kan omhandle alt fra atomer, dna og evolution til ingeniørkunst og universets byggesten. Læs mere på www.naturvidenskabsfestival.dk.

Den nationale talentpleje i naturvidenskab

I august 2009 åbner det nye Science Center med tilhørende indkvarteringshus ved Sorø Akademi. Centret skal danne rammen om den nationale talentpleje i naturvidenskab. På hjemmesiden www.sciencetalenter.dk kan du læse mere om baggrunden for talentplejen og om de tiltag der allerede er sat i gang.

