

Problemløsningskompetence opnået ved hjælp af uformaliserede opgaver

– erfaringer fra et fysikkursus på RUC



Martin Niss, IMFUFA/
NSM, Roskilde
Universitet



Jens Højgaard Jensen,
IMFUFA/NSM, Roskilde
Universitet

Abstract. Denne artikel omhandler en bestemt type fysikopgaver, såkaldte uformaliserede opgaver, og deres brug på et fysikkursus på RUC. Uformaliserede opgaver kræver at problemløseren præciserer opgaverne nærmere således at de kan gøres til genstand for fysisk analyse. Vi argumenterer for at sådanne opgaver kan bruges til at udvikle væsentlige aspekter af problemløsningskompetencen. Disse aspekter trænes ikke ved de problemer der typisk bruges i fysikundervisningen. Disse pointer illustreres ved en analyse af hvad der kræves for at løse to specifikke opgaver, samt en præsentation af studerendes løsninger af det ene problem. Desuden beskrives mere end 30 års erfaringer med at bruge uformaliserede opgaver på et fysikkursus på RUC.

Introduktion

Opgaveløsning spiller en fremtrædende rolle i fysikundervisning på alle niveauer. En hovedgrund er at evnen til at anvende fysikviden på virkelige problemer ses som en kernekompetence inden for fysikbeherskelse og -udøvelse. Hvis vi ønsker at dette skal afspejles i fysikundervisning og -læring, så følger det mere eller mindre umiddelbart at løsning af opgaver skal indtage en fremtrædende rolle i fysikundervisning. Det er imidlertid ikke klart hvilke metoder der skal bruges for at udvikle de fysikstuderendes efterspurgte problemløsningskompetencer (Ogilvie, 2007).

Traditionelle opgaver, som kaldes *standardopgaver* fordi der bruges så meget tid og kræfter på dem i traditionel fysikundervisning (Maloney, 1994), virker utilstrækkelige i denne henseende: Sådanne opgaver, som bl.a. findes i traditionelle fysiklærebøger,

præsenterer typisk en situation og nogle informationer, ofte som numeriske værdier for variable som beskriver situationen, og opgaven består så i at bestemme værdien af en anden variabel (Maloney, 1994). Didaktiske forskere påpeger at standardopgaver adskiller sig fra virkelige problemer: Standardopgaver er produktet af visse konventioner, har mere til fælles med krydsogtværers-opgaver end fysik og kan karakteriseres som kunstige, opdigtede gåder (Schultz & Lochhead, 1991; Rigden, 1987). Flere skriver at standardopgaver er veldefinerede i modsætning til de ufuldstændigt definerede problemer som videnskabsfolk sædvanligvis møder (Maloney, 1994): Standardopgaver angår objekter og hændelser som er blevet idealiseret (såsom blokke der glider på skråplaner), de specificerer hvad der skal kigges efter som en ukendt variabel (Heller & Hollabaugh, 1992), de kræver ofte kun en hurtig lineær løsningsproces (Schoenfeld, 1992; Yerushalmi & Magen, 2006), de studerende kan roligt antage at der kun er en korrekt løsning selv hvis der er mere end en mulig løsningsvej (Schultz & Lochhead, 1991), og opgaveformuleringen giver al den krævede information (Rigden, 1987) og ofte i konsistente enheder (Heller & Hollabaugh, 1992).

Disse forskelle rejser spørgsmålet om de kompetencer der udvikles for standardopgaver, er tilstrækkelige til at man kan løse virkelige problemer. Flere forfattere mener nej og argumenterer for at løsningen af virkelige problemer kræver evner der ikke kræves af standardopgaver, såsom at foretage beslutninger om hvilke variable der vil svare på det stillede spørgsmål, hvilke fysiske begreber og principper som kan bruges, hvilken information der kræves og hvordan denne information kan opnås. Nogle påpeger at de opgaver man løser i skolen, er mere lukkede end virkelige problemer (Herron, 1971; Guidoni, 1984; Gil Perez & Martinez-Torregrosa, 1984; Johsua, 1984; Johsua & Dupin, 1991). Alle disse punkter gør at flere forfattere tvivler på at løsning af standardopgaver udstyrer de studerende med de nødvendige kompetencer til at løse virkelige problemer (Maloney, 1994; Schultz & Lochhead, 1991; Rigden, 1987).

Siden 1976 har IMFUFA (instituttet for fysik og matematik) ved RUC afholdt det såkaldte Breddekursus (som nu hedder Fysisk Problemløsning I og II) der er et obligatorisk kursus for fysikstuderende. Kurset, som er udviklet af den ene af os (JHJ), stræber efter at udvikle de studerendes problemløsningskompetencer ved at fokusere på uformaliserede opgaver. Et typisk eksempel, som vil blive diskuteret i detaljer nedenfor, er kanonopgaven (se tekstboksen).

Kanonopgaven

Hvordan afhænger ildkraften af en kanon af kanonløbets længde? Begrund svaret.

Der er to mål med denne artikel. Det første er at argumentere for at arbejdet med sådanne uformaliserede opgaver kan udvikle væsentlige aspekter af de studerendes

problemløsningskompetencer i fysik; disse kompetencer dækkes ikke ved at løse standardopgaver. Argumentet illustreres ved en undersøgelse af hvad der kræves for at løse kanonopgaven og en anden uformaliseret opgave. Som det vil blive klart nedenfor, har uformaliserede opgaver ikke, i modsætning til standardproblemer, ét endegyldigt svar. Det er imidlertid stadig muligt at bedømme de studerendes fysiske forståelse ud fra deres svar på uformaliserede opgaver. Vi eksemplificerer denne påstand ved at præsentere tre autentiske studenterbesvarelser af kanonopgaven som blev givet ved en eksamen hvor kanonopgaven blev stillet. De tre besvarelser er udvalgt så de *illustrerer* påstanden ved at vise bredden i de studerendes besvarelser; det er vigtigt at understrege at disse eksempler ikke skal opfattes som systematisk empirisk evidens. Det andet mål med artiklen er at kommunikere de vigtigste praktiske erfaringer med kurset på RUC som et eksempel på hvordan uformaliserede opgaver kan implementeres i et fysikkursus på det tertiære niveau. Rationalet bag kursets design beskrives, og der gives nogle generelle konklusioner angående dets implementering.

Artiklen er en oversættelse og bearbejdning (ved forfatterne) til et dansk publikum af en endnu ikke offentliggjort artikel sendt til *American Journal of Physics*. Den forskning der præsenteres, er en del af et større projekt rettet mod at forstå uformaliserede opgavers didaktiske potentiale og de særlige udfordringer disse opgaver stiller de studerende over for.

Problemløsning i fysik

Problemløsningskompetence

Der findes flere beskrivelser af de fysikkompetencer som studerende skal lære i løbet af deres uddannelse (Dalle Rose et al., 2003; Institute of Physics, 2006). Os bekendt understreger alle disse vigtigheden af problemløsningskompetence. Det britiske Institute of Physics har i deres *Physics Degree – Graduate Skills Base and the Core of Physics* fx følgende beskrivelse af de to ud af fire kompetencer som angår problemløsning:

De studerende skal lære

– at takle fysikproblemer og at formulere passende løsninger.

De skal fx lære at identificere egnede fysiske principper, at bruge special- og grænsetilfælde, dimensionsanalyse og størrelsesordensoverslag til at guide deres problemanalyse og at præsentere løsningen så antagelserne bliver eksplicite.

– at bruge matematik til at beskrive den fysiske verden.

De skal lære at oversætte et fysikproblem til matematisk form, og de skal have en forståelse af matematisk modellering og af approksimationers rolle. (Institute of Physics, 2006, s. 3, forfatternes egen oversættelse)

Hvori består fysisk problemløsningskompetence? Den inkluderer evnen til at konvertere et virkeligt problem til en model som kan underkastes kvantitativ analyse ved at abstrahere væsentlige elementer: at analysere modellens opførsel, foretage de nødvendige approksimationer og være klar over konsekvenserne af disse samt foretage overslag over størrelsesorden og indse hvornår disse approksimationer kan være brugbare (Thompson, 1987).

Generel karakterisering af opgaver

Opgaver er eksplicit formulerede udfordringer. De beskrives ofte som enten "lukkede" eller "åbne", men det er en lidt upræcis karakterisering, for opgaverne kan være åbne eller lukkede med hensyn til i hvert fald to dimensioner. En opgave som er lukket i sit løsningsrum, har kun én løsning, mens en opgave som er åben i dette rum, tillader en række forskellige meningsfulde løsninger (Munson, 1988; Bolton & Ross, 1997; Garrett et al., 1990).

Et eksempel på en lukket opgave er følgende: En 500 kg tung bil kører med en fart på 20 m/s. Den bremser med en kraft på 10.000 N. Hvad er dens fart 75 m efter at den begyndte at bremse? En åben udgave kunne lyde: En bilist begynder at bremse når hun ser det gule lys. Hvad er bilens fart når den kommer til trafiklyset?

Opgaver som er lukkede i denne forstand, har et forudbestemt mønster som løsning (Christiansen, 2009), og et væsentligt aspekt ved løsningsprocessen består i at identificere dette mønster.

Den anden dimension som kan bruges til at karakterisere opgaver, er om deres formuleringer er veldefinerede eller ej (Christiansen, 2003; Christiansen, 2009), hvilket man kunne kalde hhv. åbent og lukket formuleret. En åbent formuleret opgave er ikke på en form hvor den kan løses med det samme, fordi begyndelsessituationen ikke er veldefineret. Opgaveløseren bliver nødt til at præcisere opgaven nærmere for at bringe den på en form hvor den kan løses. I princippet er der en opgave for hver præcisering. Opgaver med lukkede formuleringer kræver modsat ikke en sådan nærmere præcisering. En opgave kan karakteriseres efter disse to dimensioner. De fleste standardopgaver i fysik er lukket formuleret fordi de specificerer den efterspurgte variabel i fysiske termer, og har lukkede løsninger fordi der er forudbestemte mønstre som løser dem.

De uformaliserede opgaver som vi fokuserer på her, har en lukket formulering fordi opgavesituationen er veldefineret. Det er klart for fx kanonopgaven i figur 1 hvad der spørges efter. Opgaverne er imidlertid formuleret i dagligdagsprog så opgaveløseren skal formalisere dem i *fysiske* termer, dvs. hun eller han skal fortolke, oversætte og idealisere problemet og således komme frem til en fysisk model af situationen. De er derfor *uformaliserede*. De opgaver der bruges på Breddekurset, er udvalgt på en sådan måde at fysikken bag situationen er entydig. For hver opgave er der ideelt

én fysisk måde at anskue den på, og præciseringsprocessen bør føre til en bestemt fysisk model. På denne måde er opgaven *lukket* i sit løsningsrum fordi der er et forudbestemt løsningsmønster. Kanonopgaven er uformaliseret fordi opgaveløseren bliver nødt til at præcisere den i fysiske termer: hvilke egenskaber ved kanoner der er relevante for opgaven, hvordan problemet kan tages fra den dagligdags formulering over i fysikken, hvilken fysik der er anvendelig osv. Kanonopgaven er lukket i sit løsningsrum fordi denne proces bør føre til det forudbestemte mønster der beskrives nedenfor.

Beskrivelse af kurset

I dette afsnit redegøres der for hvordan uformaliserede opgaver er blevet og bliver brugt på fysikkurset.¹

Kursets struktur og mål

På RUC sker specialiseringen i fysik (og et andet fag) først på det tredje studieår. De to første år består af et fælles naturvidenskabeligt basisstudium. De studerende som starter på fysik, kommer med varierende fysikerfaringer fra dels traditionelle fysikkurser med standardopgaver, dels evt. deltagelse i fysikprojekter på basisstudiet. For at sikre de studerendes fysiske fundament starter specialiseringen med Breddekurset. Det eksplicit deklarerede hovedmål med kurset er, populært sagt, at lære de studerende at tænke som fysikere, dvs. at opfatte og løse problemer vha. fysik. Kurset fokuserer derfor på at udvikle de studerendes kompetencer snarere end deres viden om et specifikt fysikpensum. De anvendte opgaver falder inden for de fundamentale fysiske discipliner: mekanik, herunder den specielle relativitetsteori, elektrodynamik, termodynamik og statistisk fysik, indledende kvantemekanik og hydrodynamik, moderne fysik samt astronomi og astrofysik. Bredden af emner og de studerendes beherskelsesniveau defineres af lærebogen som er en af de traditionelle, indledende lærebøger, såsom Ohanian (1989) eller Tipler (1991). Lærebogen suppleres med noter; astronomi- og astrofysikdelen dækkes af en selvstændig lærebog. Da kursets primære fokus er opgaver frem for fysikemner, bruges lærebogen hovedsagelig som et redskab når behovet opstår under problemløsning. Det forudsættes desuden at de studerende har en stor fysisk bagage når de kommer på kurset, opnået under deres basisstudium, idet der ikke bruges meget tid på en systematisk gennemgang af de fysiske emner.

Kurset, som består af seks konfrontationstimer hver uge i et år, bryder med den traditionelle model for forelæsninger og problemløsning. Konfrontationsundervis-

¹ Kurset er kun blevet lidt ændret i de første 30 år, men det undergik en større revision for nogle få år siden pga. undervisningsreformer og altså ikke pga. en utilfredshed med kurset. Det nuværende kursus adskiller sig derfor fra den beskrivelse der gives her, men kun på punkter som er irrelevante for vores formål.

ningen er stort set udelukkende fokuseret på regning af tidligere eksamensopgaver; der er ikke noget laboratoriarbejde. Fysik- og matematikinstituttet ved RUC er ikke stort, og derfor er antallet af studerende som følger det obligatoriske kursus, lille og af størrelsesordenen 10 studerende pr. år.

Opgaverne

Baggrunden for at bruge uformaliserede opgaver er at virkelige problemer sjældent optræder formaliserede uden for klasseværelset, dvs. de er ikke på den parametriserede og formelle form som standardopgaver er. Filosofien er at evnen til at formalisere virkelige problemer vha. fysik er flaskehalsproblemet i fysisk problemløsning, og at uformaliserede opgaver er det mest effektive redskab til at udvikle denne evne. På samme måde som matematikbeherskelse ikke skal være bundet udelukkende til situationer hvor den uafhængige variabel kaldes x , den afhængige variabel y , og den vilkårlige konstant a , kræver fysikbeherskelse evnen til at se igennem symboler og sprogbrug. Det uformaliserede aspekt opnås ved opgavernes dagligdagsformulering, sådan at præciseringen af problemet i fysiske termer er en central del af løsningsprocessen.²

Opgaverne er udvalgt så der er et løsningsmønster som de studerende forventes at identificere. Dette er der to grunde til: For det første er det en bekvem måde at give læreren kontrol på. Opgaverne skal jo hjælpe de studerende til at tænke som fysikere, men ikke alle problemer er velegnede til at udvikle denne evne: Nogle problemers løsning kræver overhovedet ikke brug af fysik, mens andre er for svære at behandle. Opgaverne skal derfor designes omhyggeligt, og dette kan gøres vha. opgaver der er lukkede i deres løsningsrum. Den anden grund er at lukkede opgaver ofte motiverer de studerende mere end åbne opgaver; de studerende kan godt lide at være på "skattejagt".

Hver opgave omhandler en virkelig, og ikke en fortænkt, problemstilling. Dette skyldes dels et motiveringshensyn i forhold til de studerende, dels at det ønskes illustreret at fysikkens karakter af teoretisk forklarende videnskab netop gør den brugbar til at overskue dele af virkeligheden med, og at fysikken ikke er det skolastiske, selvbestemmende system som den på grund af sit stærkt teoretiske præg ofte forveksles med. Svarene på opgaverne bør give mening når de fortolkes i forhold til de virkelige situationer. Det er imidlertid vigtigt at understrege at opgaverne er designede til en undervisningssituation, dvs. til at udvikle de studerendes evner til at anvende *fysik* og ikke en *general* problemløsningskompetence. Dette betyder at læreren prøver at finde problemer som opfylder de ovenstående krav sammen med de følgende mere

2 I den for nogle af de dækkede emner kan det være svært at finde opgaver som kan formuleres i dagligsprog. Dette er f.eks. tilfældet for elementarpartikelfysik som i høj grad er indlejret i et teknisk sprog.

specifikke hensyn: Rimelig behandling af opgaverne skal forudsætte fysisk forståelse. Opgaverne skal angå centrale begrebsdannelser og forståelsesmåder i fysikken og kræve elementær matematik på niveau med indledende matematisk analyse. Kurset er desuden baseret på den fundamentale antagelse at det væsentligste udbytte af fysikundervisning først opnås gennem opøvelse af evnen til aktiv anvendelse af tillærte begreber og forståelsesmåder på problemer som ikke i forvejen er velkendte eller tilrettelagte. For at tilgodese dette hensyn er en stor del af problemstillingerne nogle der allerede behandles i gymnasiet. Kursets historie har ført til den konklusion at opgavernes uformaliserede karakter gør dem meget sværere end standardopgaver. Så for at sikre en passende sværhedsgrad er det nødvendigt at slække på deres tekniske sværhedsgrad.

De uformaliserede opgaver, som de bruges på kurset, indeholder en verbal beskrivelse af en problemsituation hvor der stilles et spørgsmål hvis svar kan opnås ved at anvende diverse teoretiske redskaber fra den fysiske værktøjskasse. Opgaverne er små tekster som beskriver det væsentligste ved en given situation, men giver så få informationer som muligt. Opgaveløseren afkræves eksplicit en begrundelse for det afgivne svar, underforstået ud fra fysik.

Eksamen

Da kurset blev designet, var det afgørende at finde frem til en opgaveform der frem for afprøvning af matematiske/tekniske manipulationsfærdigheder og detailviden afprøvede de studerendes overblik over fysikken som helhed, deres forståelse af de centrale begrebsdannelser og deres evner til at anvende dem. Uformaliserede opgaver blev – og bliver – opfattet som i stand til at opfylde disse formål.

Eksamensformatet er ret traditionelt. Eksamen, som er med ekstern censur, udgøres af to skriftlige prøver a fire timer, og der gives én karakter baseret på begge prøver. Den studerende skal ved hver prøve udvælge fire ud af fem opgaver.³ Eksamen er uden hjælpemidler, så de studerende er nødt til at kunne de fundamentale fysiske og matematiske ligninger, typiske konstanter og størrelsesordener udenad. Det skal understreges at de studerendes vanskeligheder med problemerne ikke skyldes kommunikationsproblemer med at videregive opgavernes mening. Erfaringen med kurset er at andelen af studerende som misforstår opgaverne ved eksamen, er sammenlignelig med andelen ved mere traditionelle opgaver.

3 Antallet af opgaver til eksamen har varieret gennem kursets historie før det endte med fire ud af fem. Gennem kursets historie har de studerendes faglige forudsætninger og kompetencer ændret sig, mens opgavernes sværhedsgrad ikke er blevet ændret. Det er erfaringen at ændringerne i de studerendes faglige ballast ikke ændrer nævneværdigt ved hvor svært de har ved opgaverne. Vores fortolkning er at opgavernes sværhedsgrad skyldes vanskeligheder ved den fundamentale problemløsningskompetence.

To illustrative opgaver

Kanonopgaven som blev præsenteret ovenfor, er illustrativ for de uformaliserede opgaver der bliver brugt på kurset. Nedenfor vises en mere udfoldet version af det "samme" problem, dvs. som involverer den samme fysik, for at vise hvad der kræves for at løse opgaven. Det skal imidlertid understreges at for både dette og det følgende problem skal de studerende løse den originale opgave.

Kanonopgaven – udfoldet version

En kanons ildkraft er et mål for hvor destruktive dens projektiler er. Antændingen af kanonens krudt starter en eksplosion som udvider luften under kanonkuglen, hvilket driver kuglen fremad. Vi lader ildkraften være lig med kuglens kinetiske energi når den forlader løbets munding. Lad V_0 være det lille volumen bag kuglen før affyring, V være volumenet bag kuglen under affyring og V_L være løbets totale volumen. Vi antager at processen foregår uden udveksling af varme mellem gassen og kanonløbet.

Lad γ være forholdet mellem luftens varmekapaciteter for hhv. konstant tryk og konstant volumen. Lad P være lufttrykket under ekspansion og P_0 være trykket lige efter eksplosionen når volumenet stadig er V_0 .

1. Udtryk P som funktion af V_0 , V og γ .
2. Bestem arbejdet der udføres på kuglen, som funktion af V_0 og V_L .

Vi antager at løbet er cylinderformet; lad L_0 betegne løbets længde svarende til begyndelsesvolumenet V_0 og L betegne løbets længde.

3. Udtryk arbejdet der udføres på kuglen, som funktion af L_0 og L .
4. Hvordan afhænger en kanons ildkraft af kanonløbets længde?

Det originale problem er formuleret i hverdagsprog. I stedet for at spørge til projektilets kinetiske energi når det forlader munden, anvendes bevidst upræcis, almindelig sprogbrug idet der spørges til ildkraften. Den studerende bliver nødt til at fortolke "ildkraft" i fysiske termer såsom den kinetiske energi (eller lignende størrelser som beskriver projektilets destruktionssevne, fx fart) ved udgangen. Den udfoldede version illustrerer lærerens idé med problemet: at eksplosionens luftudvidelse udfører arbejde på kanonkuglen som driver den fremad. Dette er kernen i løsningen. Hvordan luftudvidelsen nærmere forløber (adiabatisk, som i den udfoldede version, eller isobarisk osv.), skal vælges, men det præcise valg er af mindre betydning fordi eksplosionens natur ikke er klar på forhånd (antændes alt krudtet før projektilet bevæger sig, hvorved adiabatisk ekspansion er det fornuftige valg, eller antændes en væsentlig del af krudtet under projektilets bevægelse?). Selv om der således er flere

forskellige acceptable løsninger, er problemet stadig essentielt lukket fordi dets kerne er at indse sammenhængen mellem luftudvidelsen og projektilets bevægelse, dvs. at identificere løsningsmønstret.

Den udfoldede problemformulering afslører de "skjulte" skridt der kræves for at løse det oprindelige problem. Løseren skal for det første klargøre problemets fysiske basis ved at indse at den kinetiske energi (eller en lignende størrelse) er et mål for ildkraften, og at projektilets bevægelse er forårsaget af luftens udvidelse. Dernæst skal denne fysiske basis konverteres til en matematisk model ved at bruge arbejds-sætningen, og der skal opstilles en antagelse om at luftudvidelsen sker adiabatisk (eller en anden tilsvarende fornuftig antagelse). For det tredje skal den resulterende model analyseres matematisk. Denne opgave kræver altså at løseren foretager de trin der kræves for at omdanne problemet fra den virkelige verden til en matematisk model som kan udsættes for matematisk analyse. Dette er forbundet afgørende med problemets uformaliserede karakter. Problemet kræver også at løseren foretager valg eller beslutninger om følgende punkter:

1. Den fysiske teori som siger noget om problemet
2. De variable som vil løse det stillede problem
3. De fysiske begreber og principper som kan anvendes på problemet
4. Den krævede information
5. Hvordan denne information kan opnås.

Som vi har set, er standardopgaver blevet kritiseret for at være for veldefinerede, og det kræves sjældent at man skal foretage ovenstående valg/beslutninger.

En anden illustrativ opgave er vist nedenfor. Denne opgave, som gives i denne form til de studerende, kan også udfoldes.

Tørretumbleropgaven

Hvor hurtigt roterer en tørretumbler? Begrund svaret.

Tørretumbleropgaven – udfoldet version

En tørretumbler består basalt set af en roterende cylinder. Lad cylinderen have radius R og rotere med vinkelfrekvensen ω om sin akse som er horisontal i gravitationsfeltet. Vi ønsker at bestemme hvor hurtigt tumbleren roterer, dvs. dens rotationsperiode. Tyngdeaccelerationen kaldes g . En genstand med massen m befinder sig på cylinderens inderside hvor den tvinges med rundt i cylinderens rotation.

1. Hvor stor er normalreaktionen N fra cylinderen på genstanden når denne befinder sig i toppunktet af sin bevægelse?
2. Hvad er den mindste vinkelfrekvens hvor genstanden følger med rundt i cylinderens rotation uden at være fasthæftet til den? Vi antager at cylinderens radius er omkring $R = 0,5m$.
3. Hvor hurtigt roterer en tørretumbler?

Denne opgave er ligeledes formuleret i hverdagsprog. I stedet for at spørge til rotationsperioden, hvilket ville være den teknisk korrekte måde at formulere opgaven på, spørges der til "hvor hurtigt". Som den udfoldede formulering viser, er det løsningsmønster som skal identificeres, baseret på den idé at en tørretumbler virker ved at det tøj som skal tørres, tages med langs cylinderen. Der er to grænser: Hvis cylinderen roterer meget hurtigt, virker den som en centrifuge, mens en meget langsom rotation betyder at tøjet bliver liggende i bunden af tumbleren. En effektiv tumbler opererer mellem disse to grænser sådan at tøjet deltager i rotationen, men falder ned før det når cylinderens toppunkt. For at simplificere antager vi at tøjet falder ned netop ved toppunktet. Ved at anvende fysik på denne idé kan vi nå frem til et matematisk udtryk for perioden. Opgaveløseren skal altså præcisere opgaven ved at definere hvad "hvor hurtigt" betyder i fysiske termer, dvs. identificere både at det er perioden der spørges til, og hvordan denne størrelse kan bestemmes ud fra tørretumblers funktionsmåde. Det ses igen at den originale version af problemet skjuler flere valg og beslutninger der skal tages for at konvertere det virkelige problem til en matematisk model. Opgaveløseren skal faktisk foretage de samme beslutninger som ovenfor.

Følgende opgaver er yderligere eksempler på opgaver der har været anvendt på kurset:

- Hvad er temperaturen i en gnistudladning eller et lyn?
- Hvor mange gange større er strømforbruget om vinteren i en dybfryser placeret i køkkenet frem for i udhuset?
- Ved ankomsten til et koldt hus tændes elvarmepanelerne. Hvordan ændrer temperaturen i huset sig som funktion af tiden?
- Hvad er forholdet mellem typiske temperaturer i brændende havebål og eksploderende brintbomber?
- I en stikkontakt hvortil der er tilsluttet en vandvarmer, sker der en varmeudvikling på grund af en løs forbindelse i stikkontakten. Hvor stor varmeudvikling kan der komme på tale?

Siden marts 2000 har *KVANT – Tidsskrift for Fysik og Astronomi* bragt JHJ's løsninger og didaktiske kommentarer til disse samt en række andre uformaliserede opgaver.

Studerendes løsninger til kanonopgaven

Ifølge opgavernes karakter findes der ikke altid bestemte, entydige og autoriserede svar på dem. At dette ikke umuliggør en bedømmelse af de studerendes besvarelser, illustreres i dette afsnit ved at undersøge hvordan kanonopgaven rent faktisk blev løst ved eksamen. Besvarelserne er udvalgt blandt de ni eksamensbesvarelser af denne opgave. Formålet med dette afsnit er ikke en systematisk undersøgelse, men at illustrere at det faktisk er muligt at bedømme studenterbesvarelserne trods opgavernes særlige natur.

Flere studerende løste opgaven i stil med modelløsningen i appendiks A som afspejler lærerens tanker med opgaven. Et eksempel er studerende 1 som omdanner problemet fra den virkelige verden til en opgave som kan underkastes fysisk analyse, ved at specificere at krudtet frigiver energi som gennem et øget tryk accelererer projektilet langs kanonløbet. For at omsætte denne idé til en matematisk model bruger den studerende at luftens arbejde på projektilet tilfører kinetisk energi til projektilet. Mens denne løsning følger modelløsningen på det væsentlige punkt om den basale mekanisme, afviger den med hensyn til valget af en isotherm proces snarere end en adiabatisk luftudvidelse og ved at medtage friktion.

Studerende 1's løsning af kanonopgaven

Lad os antage at alt krudtet afgiver sin energi momentant. Til tiden t_0 opstår der et tryk p_0 . Lad os endvidere antage at temperaturen T er konstant, og benytte gasligningen:

$$pV = nkT, V = A \cdot x, \beta = nkT$$

[x er afstanden projektilet har bevæget sig langs røret].

$$\text{Vi får nu: } p(x) = \frac{\beta}{A \cdot x}.$$

Projektilet må accelereres langs hele kanonløbet [med længden L], så den tilførte energi ΔW [er]:

$$\Delta W = \int_0^L p(x) A dx = \int_0^L \frac{\beta}{A \cdot x} A dx = \beta \int_0^L x^{-1} dx \quad [1]$$

$$\Delta W = \beta \log(L) \quad [2]$$

Energertilvæksten er altså proportional med logaritmen til løbets længde L . Udgangshastigheden bliver da:

$$\Delta W = \frac{1}{2}mv^2 = \beta \log(L) \Rightarrow v = \sqrt{2 \frac{\beta}{m} \log(L)} \quad [3]$$

Tager vi hensyn til friktion og antager at den ikke er hastighedsafhængig, får vi

$$E_{tab} = \alpha \int_0^L dx = \alpha L,$$

hvor α er en friktionskoefficient.

Ændringen i projektilets kinetiske energi bliver nu:

$$\Delta W = \beta \log(L) - \alpha L = \frac{1}{2}mv^2 \quad [4]$$

$$\Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2}{m}(\beta \log(L) - \alpha L)}$$

Mens studerende 1 åbenlyst behersker de basale fysiske principper der kræves for at løse opgaven, er løsningen ikke uden fejl. For det første fører integralet på højre side af ligning 1 ikke til udtrykket i ligning 2 fordi et uendeligt led er forsvundet. Den studerende skulle have introduceret en længde L_0 for kammeret bag ved projektilet

sådan at ligning 2 bliver til: $\Delta W = \beta \log\left(\frac{L}{L_0}\right)$. For det andet er ingen af løsningerne

for v fysisk meningsfulde. Ligning 3 kan ikke være korrekt i grænsen af store L fordi energien der overføres til kuglen, bliver uendelig i denne grænse. Ligning 4 er også problematisk for store værdier af L fordi v på et tidspunkt antager en kompleks værdi. Ingen af disse to vanskeligheder ville have optrådt hvis opgaveformuleringen havde været mere præcis (for eksempel ved at følge den udfoldede version) og havde defineret en længde L_0 og specificeret at den adiabatisk antagelse er gældende.

Nogle studerende er på rette spor, men kan ikke gennemføre løsningsprocessen. Studerende 2 er et typisk eksempel. Denne studerende giver en beskrivelse af situationen som stemmer overens med den generelle idé bag modelløsning og lærerens idé med opgaven: Kuglen skydes frem af trykket som opstår fra affyringen af krudtet, og impulsændringen kan beregnes fra trykket der på sin side kan beregnes fra udtrykket som den studerende giver. Selv om den studerende åbenbart har styr på situationens fysik, er vedkommende imidlertid ikke i stand til at løse problemet. Det virker som om den umiddelbare forhindring er at tiden der optræder i integralets grænser i ligning 5 og 6, afhænger af løbets længde. Denne forhindring optræder fordi den studerende benytter en impulstilgang frem for en energitilgang i stil med modelløsningen. Studerende 2's problemer skyldes ikke en mangel på fysisk forståelse, men snarere problemer med at anvende denne forståelse på situationen, i dette tilfælde at vælge den rigtige matematiske tilgang. Kanonopgavens formulering giver ikke nogen hentydninger til en gennemførlig tilgang i modsætning til den udfoldede version.

Studerende 2's løsning af kanonopgaven

Jeg forestiller mig at en kanonkugle fyres af ved at krudtet brændes af og forårsager et tryk på kuglen. Ved kanonløbets munding udlignes trykket med trykket i omgivelserne, og kuglen påvirkes ikke længere af nogen kraft. Den hastighed som kuglen har når den forlader kanonløbet, afhænger af den samlede impulsændring der er tilført kuglen på dens vej gennem løbet. Jeg forstår at ildkraften er denne samlede impulsændring, hvor kuglens impuls fra starten er nul:

$$p_{sam} = \int_0^t F dt \quad [5]$$

Den kraft F kuglen påvirkes af undervejs ud af løbet, er kraften pga. trykket P_{tryk} :

$$F = A \cdot P_{tryk}$$

Den samlede impuls bliver da:

$$p_{sam} = \int_0^t A P_{tryk} dt \quad [6]$$

Tiden der skal integreres over, afhænger af kanonløbets længde l (jo længere l , jo længere tid) og hvordan trykket i løbet aftager.

Når kanonløbet bliver så langt at kraftpåvirkningen fra trykket inde i løbet på kuglen har samme størrelse som tyngdekraften i løbets retning på kuglen, kan det ikke betale sig at gøre kanonløbet længere.

Trykket er omvendt proportionalt med volumenet i røret:

$$P_{tryk} \propto \frac{1}{V} = \frac{1}{A \cdot l}$$

Flere studerende har diverse vanskeligheder med at vælge den rigtige tilgang til problemet på et mere fundamentalt niveau. Nogle af dem anvender en ren mekanisk tilgang uden at relatere det til forbrændingens termodynamik. Et eksempel er studerende 3 som bruger at accelerationen er konstant, baseret på en antagelse om at forbrændingstrykket er konstant. Denne antagelse simplificerer opgaven drastisk fordi den nu kan behandles som et udelukkende mekanisk problem. Den studerende begrundede imidlertid overhovedet ikke denne antagelse om isobarisk bevægelse, og det virker udelukkende som en bekvem måde at simplificere problemet på snarere end en fysisk baseret påstand. Det er åbenlyst at studerende 3 ikke har samme styr

på problemets fysik som studerende 1 og 2. Studerende 3's løsning giver desuden ikke mening i grænsen af lange kanonløb: Farten kan blive vilkårligt stor ved at øge længden, hvilket betyder at energien som overføres til kuglen fra løbet, kan blive vilkårligt stor.

Studerende 3's løsning af kanonopgaven

Når krudtet forbrænder (eksploderer), sker det løbende. $F = \Delta P \cdot A$, hvor ΔP er trykforskellen under eksplosionen. Kuglen får så tilført en kraft hele vejen ud gennem løbet. Kraften medfører at kuglen accelererer hele vejen ud. $F = ma$. Ildkraften må afhænge af mundingshastigheden (den hastighed kuglen har når den forlader løbet) og nok også kuglens masse ($p = mv$, impulsen nok lig ildkraft). Men det ser vi ikke på nu. Vi antager at krudtet i kanonen er lavet sådan at accelerationen på vejen ud gennem løbet er konstant. (Forbrændingstryk er konstant). $\frac{dv}{dt} = \text{konstant}$.

Vi er så interesserede i at finde en sluthastighed af kuglen. $a = \frac{\Delta P}{m} A = \text{konstant}$.

Vi har: $l = \frac{1}{2}at^2$ og $v = at$. Heraf fås: $t = \sqrt{\frac{2l}{a}}$ og

$$v = a\sqrt{\frac{2l}{a}} = \sqrt{2la}$$

[Studerende 3 laver nu en enhedsanalyse af denne ligning].

$$\text{Ildkraft} = p = mv = m\sqrt{2la}.$$

Disse tre studerendes løsninger af kanonopgaven illustrerer en generel erfaring med de uformaliserede opgaver der bruges på kurset: Disse opgaver kræver at de studerende mestrer to forskellige aspekter af problemløsningskompetence, nemlig at udpege den relevante fysik og at anvende den på den specifikke situation. For forskellige uformaliserede opgaver kan det ene eller andet aspekt give anledning til vanskeligheder, men de er begge til stede. Studerende 1 er i stand til at gøre begge dele (men har vanskeligheder med at fortolke den opnåede løsning i forhold til den virkelige verden), mens studerende 2 er i stand til at udpege den rigtige fysik, men har problemer med at anvende den effektivt. Studerende 3 har mere fundamentale vanskeligheder med at komme på rette spor. Disse vanskeligheder angår formalisering af problemstillingen. Det virker derfor sandsynligt at de ikke ville optræde i forbindelse med de mere udfoldede opgaver.

Der er to væsentlige erfaringer med eksamenerne på kurset. Den første er at censor

og eksaminator i høj grad er enige om vurderingen af de studerendes besvarelser, så det er faktisk muligt at skelne en god fra en dårlig løsning baseret på om den er fysisk meningsfuld, dvs. udviser den forventede opførsel, ikke bryder fysiske principper osv. For det andet får den enkelte studerende stort set samme karakter for eksamenens to skriftlige prøver selv om de indeholder fuldstændig forskellige opgaver – det er kun sjældent sket at deres karakterer afveg med mere end én karakter på 13-skalaen. Eksamen og dermed opgaverne har således en høj grad af pålidelighed.

Konklusion

Vi har argumenteret for at uformaliserede opgaver bestemt har noget at tilbyde fysikundervisning: De har potentialet til at træne de aspekter af problemløsningskompetence som ses som relevante for fysikere, men som ikke praktiseres ved løsning af standardopgaver. Der er altså et behov for sådanne opgaver i fysikundervisning. Det betyder at det eksamensformat vi har beskrevet, faktisk er *validt*. Ud over Roskilde Universitet har andre institutioner gjort brug af tilsvarende problemer af tilsvarende grunde (Thompson, 1987; Kapitza, 1977; Kapitza, 1980). Vi har desuden argumenteret for at opgaverne er *pålidelige*.

Der kan drages tre overordnede konklusioner ud fra mere end 30 års erfaring med kurset. Den første konklusion er at det er afgørende at adressere kursets dagsorden eksplicit for de studerende og at beskrive de særlige udfordringer som uformaliserede opgaver stiller. De studerende har nemlig hovedsagelig været udsat for standardopgaver i deres forudgående uddannelse. At løse uformaliserede opgaver kræver ikke bare andre kompetencer, men også andre forestillinger om problemløsning end standardopgaver, fx om de tilladte antagelser. Erfaringerne viser at overgangen fra den ene til den anden type ikke er let. På kurset bruges der meget tid på at diskutere forskellene mellem de uformaliserede versioner og deres mere udfoldede modparter på samme måde som det gøres i denne artikel.

Den anden konklusion er at for dette specifikke kursus har eksamen en positiv indflydelse på de studerendes opførsel. Der er faktisk perfekt overensstemmelse mellem kursets mål – at træne de studerende til at tænke som fysikere – og det som testes til eksamen, nemlig problemløsningskompetence karakteristisk for fysik. Kurset definerer evnen til at tænke som fysiker som evnen til at løse opgaverne til eksamen. Denne perfekte overensstemmelse gør det let at kommunikere kursets plot til de studerende. Der er ikke en skjult dagsorden om at de faktisk skulle lære noget andet end det der testes på kurset. Så “hvad du tester, er hvad du får”-syndromet er ikke et problem for dette kursus – tværtimod. Dette gør det pædagogiske plot både meget simpelt og effektivt: De foregående eksamensopgaver udgør “pensum”, og kursets undervisning er rettet mod at sætte de studerende i stand til at løse disse opgaver

der, som det fremgår af de ovennævnte eksempler på opgaver fra kurset, falder inden for fysikkens grunddiscipliner.

Den tredje konklusion er at selv om der har været en udbredt accept af relevansen af kursets plot fra alle de involverede parter, har det krævet en fortsat kamp at få lov til at gøre det nødvendige for faktisk at opfylde plottet. Som noteret ovenfor er en af erfaringerne med kurset at uformaliserede opgaver er meget krævende, så for ikke at forråde de studerende til eksamen er det nødvendigt at bruge opgaver som ikke er for teknisk krævende. Gennem kursets historie har der imidlertid været en udtalt forventning om at kurset ikke bare skal tilfredsstille kursets egne præmisser, men også standarderne for mere traditionelle universitetskurser med deres fokus på de studerendes evne til at løse opgaver som er mere teknisk krævende, men også skræddersyede og inden for et snævert område. Dette forventningspres kommer både udefra og indefra i forhold til studiemiljøet og både fra lærere og studerende. En hovedgrund til at det har været muligt at holde kursets fokus så længe at kurset er blevet en integreret del af fysikuddannelsen på vores universitet, er sandsynligvis instituttets lidenskab som har gjort det muligt at skabe en mere end overfladisk forståelse af kurset i miljøet.

Appendiks A – en modelløsning af kanonproblemet

Arbejdet der udføres på projektilet, er:

$$\begin{aligned} W &= \int_{V_0}^{V_L} P dV \\ &= V_0^\gamma P_0 \int_{V_0}^{V_L} V^{-\gamma} dV \\ &= \frac{V_0^\gamma P_0}{\gamma-1} \left(\frac{1}{V_0^{\gamma-1}} - \frac{1}{V_L^{\gamma-1}} \right) \\ &= \frac{V_0^\gamma P_0}{\gamma-1} \left(1 - \left(\frac{L_0}{L} \right)^{\gamma-1} \right) \end{aligned}$$

Arbejdssætningen giver at ændringen i kuglens kinetiske energi er lig med arbejdet der udføres på den:

$$W = \Delta K$$

Kuglens begyndelseshastighed er 0, så ildkraften, dvs. den kinetiske energi når kuglen forlader munden, er derfor:

$$K = \frac{V_0^\gamma P_0}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{L_0}{L} \right)^{\gamma-1} \right)$$

$$= U_0 \left(1 - \left(\frac{L_0}{L} \right)^{\gamma-1} \right).$$

Her er U_0 luftens indre energi efter eksplosionen. Ildkraften går således mod U_0 når kanonløbets længde går mod uendelig, hvilket virker rimeligt.

Appendiks B – en modelløsning af tørretumbleropgaven

Normalreaktionen N på genstanden i toppunktet er:

$$N = \frac{mv^2}{R} - mg$$

Her er v genstandens fart.

Der er to grænser: Hvis cylinderen roterer meget hurtigt, virker den som en centrifuge, mens en meget langsom rotation betyder at tøjet forbliver i bunden af tumbleren. En effektiv tumbler opererer mellem disse to grænser så tøjet medtages men falder før det når toppunktet. For at simplificere antager vi at tøjet falder netop i toppunktet. Tøjet falder i toppunktet hvis $N = 0$. I dette tilfælde er farten:

$$\frac{mv^2}{R} = mg \Rightarrow v = \sqrt{gR}.$$

Vinkelfrekvensen kan bestemmes ud fra:

$$v = \omega R \Rightarrow \omega_{\min} = \frac{v}{R}$$

Ved at kombinere disse ligninger får vi:

$$\omega_{\min} = \frac{g}{R}$$

Så perioden er:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_{\min}} = 2\pi \frac{R}{g}$$

Ved at bruge at $R = 0,5$ m, får vi endelig en omløbstid på omkring et sekund.

Referencer

- Bolton, J. & Ross, S. (1997). Developing students' physics problem-solving skills. *Physics Education*, 32(3), s. 176-185.
- Christiansen, F.V. (2009). *Making sense of problems: A matrix of problem types*. Upubliceret foredrag ved ESERA 2009.
- Christiansen, F. V. (2003). *Problemtyper i problemorienteret undervisning – på og udenfor RUC*. Upubliceret foredrag ved IMFUFA's 25-års-jubilæumskonference 2003.
- Dalle Rose, L.F.D. et al. (2003). Physics Subject Area Group. I: J. Gonzalez & R. Wagenaar (red.), *Tuning Educational Structures in Europe*. Bilbao: University of Deusto.
- Garrett, R.M., Satterly, D., Perez, D.G. & Martinez-Torregrosa, J. (1990). Turning exercises into problems: An experimental study with teachers in training. *International Journal of Science Education*, 12(1), s. 1-12.
- Gil-Perez, D., Dumas-Carré, A., Caillot, M. & Martinez-Torregrosa, J. (1990). Paper and pencil problem solving in the physical sciences as a research activity. *Studies in Science Education*, 18(1), s. 137-151.
- Gil Perez, D. & Martinez-Torregrosa, J. (1984). Problem solving in physics: A critical analysis. I: *Recherche en Didactique de la Physique, les Actes du Premier Atelier International, La Londe les Maures 1983* (s. 289-296). Paris: CNRS.
- Guidoni, P. (1984). Phenomenology of the understanding and misunderstanding of physics. I: *Recherche en Didactique de la Physique, les Actes du Premier Atelier International, La Londe les Maures* (s. 411-422). Paris: CNRS.
- Heller, P. & Hollabaugh, M. (1992). Teaching problem solving through cooperative grouping. Part 2: Designing problems and structuring groups. *American Journal of Physics*, 60(7), s. 637-644.
- Heron, M.D. (1971). The nature of scientific enquiry. *School Rev.*, 79(2), s. 171-212.
- Institute of Physics. (2006). *The Physics Degree*. Lokaliseret den 28.12.2009 på www.ioppublishing.com/activity/policy/Degree_Accreditation/file_26578.pdf.
- Jensen, J.H. & Niss, M. Why physics is difficult – nomological versus causal explanations in Problem Solving. Sendt til *American Journal of Physics*.
- Johsua, S. (1984). La 'métaphore du fluide' et le 'raisonnement en courant'. I: *Recherche en Didactique de la Physique, les Actes du Premier Atelier International, La Londe les Maures 1983* (s. 321-330). Paris: CNRS.
- Johsua, S. & Dupin, J.J. (1991). In physics class, exercises can also cause problems... *International Journal of Science Education*, 13(3), s. 291-301.
- Kapitza, P.L. (1977). *Le livre du problème de physique*. Paris: CEDIC.
- Kapitza, P.L. (1980). *Experiment, theory, practice*. Dordrecht: Reidel.
- Maloney, D.P. (1994). Research on problem solving: Physics. I: D.L. Gabel (red.), *Handbook of Research on Science Teaching and Learning* (s. 327-354). New York: MacMillan.

- Munson, P. (1988). Some thoughts on problem solving. I: J. Heaney & D.M. Watts (red.), *Problem solving: Ideas and approaches from the secondary science curriculum review*. London: Longmans.
- Ohanian, H.C. (1989). *Physics* (2. udgave). New York: Norton.
- Ogilvie, C.A. (2007). Moving students from simple to complex problems. I: D.H. Jonassen (red.), *Learning to solve complex scientific problems* (s. 159-186). New York og London: Lawrence Erlbaum Associates.
- Rigden, J.S. (1987). Editorial: Problem-solving skill: What does it mean? *American Journal of Physics*, 55(10), s. 877.
- Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, meta cognition, and sense making in mathematics. I: D.A. Grouws (red.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 334-370). New York: MacMillan.
- Schultz, K. & Lochhead, J. (1991). A view from physics. I: M.U. Smith (red.), *Toward a unified theory of problem solving: Views from the content domains* (s. 99-114). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Tipler, P.A. (1991). *Physics for scientists and engineers* (3. udgave). New York: Worth Publishers.
- Thompson, N. (1987). *Thinking like a physicist*. Bristol: Adam Hilger.
- Yerushalmi, E. & Magen, E. (2006). Same old problem, new name? Alerting students to the nature of the problem-solving process. *Physics Education*, 41(2), s. 161-167.

Abstract

This paper is concerned with a certain kind of physics problems, called non-formalized problems, and their use in a university physics course. Non-formalized problems require the problem solver to give a more precise specification of the problems so as to make them amenable to physical analysis. At the same time the problems have definite solutions. It is argued that such problems can help develop essential aspects of problem solving competency, in particular the ability to turn a real world problem into a model amenable to mathematical analysis. These aspects are not needed for solving standard problems typically used in physics education. The argument is illustrated by analysis of what is required to solve two specific problems as well as students' solutions to one of them. Moreover, some pertinent experiences from a course of long standing at Roskilde University based on non-formalized problems are offered.