Når matematikken slår rødder

Mikkel Willum Johansen,
Københavns Universitet

Anmeldelse
"*Når matematikken slår rødder*".
Af Aksel Bertelsen: Systime, 2009

Kravet om tværfagligt samarbejde i almen studieforberedelse har unægtelig budt på en del udfordringer, men heldigvis har det også ført til at matematik i visse tilfælde er blevet indtænkt i nye og interessante sammenhænge. Aksel Bertelsens *Når matematikken slår rødder* er vokset ud af et af den slags tværfaglige projekter hvor matematikken blev præsenteret på en (i forhold til den traditionelle undervisning) ny og anderledes måde. Bogen giver en overvejende matematikhistorisk gennemgang af en række væsentlige matematiske emner og krydrer det hele med citater og overvejelser fra Platons filosofi. Bogen er tænkt som en lærebog der kan inspirere til tværfagligt samarbejde mellem matematik, historie og oldtidskundskab. Den vil også kunne fungere fint i et samarbejde mellem filosofi og matematik.

Bogen beskæftiger sig primært med geometri og introducerer både den euklidiske, den analytiske og den projektive af slagsen. Der er dog også afstikkere til sandsynlighedsregning og til brugen af matematiske modeller i økonomi. I forbindelse med gennemgangen af den euklidiske geometri gives desuden en kort introduktion til Platons filosofi. De enkelte afsnit kan uden det store tab af mening læses uafhængigt af de foregående, hvilket er en stor fordel i undervisningssammenhænge hvor man typisk vil beskæftige sig med et enkelt emne.

Formålet med bogen er at beskrive

hvad der sker når matematikken "slår rødder". Med det udtryk hentyder forfatteren til det afgørende punkt i matematikkens udvikling hvor intuitive observationer rodfæstes i form af et passende matematisk begrebsapparat og tilhørende regneoperationer. Matematikken slog rødder da streger blev til matematiske linjer, da antal af konkrete objekter blev til de naturlige tal osv. Bertelsen bruger primært Platons filosofi som teoretisk baggrund for at forstå processen. Platons idélære er da også velegnet til at forstå hvordan vores erfaringer med virkelighedens geometriske egenskaber kan omsættes til det univers af ideelle matematiske objekter vi finder i Euklids geometri. Afsnittet om Euklid er også klart bogens bedste, hvor Bertelsen glimrende beskriver hvordan matematiske opdagelser og filosofiske overvejelser befrugtede hinanden og førte til skabelsen af en slidstærk matematisk teori. Her fungerer bogens præmis optimalt, og afsnittet er velegnet til tværfagligt samarbejde med både filosofi og oldtidskundskab.

I bogens øvrige afsnit træder Platon i baggrunden, og henvisningerne til hans tænkning virker noget søgte. Det er ikke oplagt at Platons filosofi kan kaste nyt lys over sandsynlighedsregningens eller den analytiske geometris opståen, og disse afsnit har mere karakter af traditionel matematikhistorie hvor centrale begreber og idéer samt de ræsonnementer der lå bag deres indførelse, optrævles. Det er en fornøjelse at få denne historiske dimension på teorierne – matematik bedrives alt for ofte som et historieløst fag. Bertelsens historieskrivning er overvejende internalistisk; han beskæftiger sig primært med internt matematiske ræsonnementer og motiver og inddrager kun sjældent samfundsmæssige forhold eller udviklingen af nye teknologier i beskrivelsen af matematikkens udvikling. Det er sådan matematikhistorien traditionelt er blevet skrevet, men netop i denne sammenhæng hvor teksten skal kunne bruges til tværfagligt samarbejde med historie, havde det været ønskeligt hvis eksterne samfundsforholds mulige påvirkning af matematikken i højere grad var blevet inddraget og diskuteret. Det er svært at få ægte tværfaglighed ind i projekter med matematik og historie. Projekterne har en tendens til blot at blive parallelforløb hvor de to fag løseligt beskæftiger sig med begivenheder der tilfældigvis fandt sted i samme historiske periode. Og det problem vil *Når matematikken slår rødder* ikke løse.

Bogen er skrevet som et sammenhængende narrativ hvor matematiske ræsonnementer, beviser og symbolmanipulation er integreret i den øvrige tekst. Bertelsen gør dermed op med den sædvanlige lærebogsmatematik hvor der typisk skelnes skarpt mellem matematik og perspektiverende tekst, og hvor matematikken altid kommer i rækkefølgen definition, sætning, bevis. Det er befriende at matematikken sættes i sammenhæng med de tanker og overvejelser der motiverede den, selvom det gør teksten lidt sværere at overskue. Der er jo en pædagogisk pointe i den traditionelle opdeling af matematisk tekst, men Bertelsen har her foretaget et valg der sagtens kan begrundes.

Bogen er velskrevet, og de matematiske pointer forklares godt og understøttes som oftest af passende opgaver hvor læseren får mulighed for at arbejde aktivt med stoffet. Jeg vil her navnlig fremhæve den letlæste og meget intuitive introduktion til projektiv geometri. Jeg har aldrig før set stoffet præsenteret på en så letforståelig måde. Bogen benytter sig dog indimellem af begreber som den typiske gymnasieelev ikke kan forventes at blive fortrolige med ud fra bogens beskrivelser alene. For eksempel betjener flere af bogens ræsonnementer sig af at de reelle tal kan repræsenteres binært, og selvom den binære notation tydeligt forklares, kræver det nu engang træning inden man kan operere med den. I disse tilfælde kan bogen ikke stå alene, men må understøttes af passende materiale fra læreren.

I undervisningssammenhæng er bogens helt store aktiv uden tvivl de grundige og gennemarbejdede opgaver man finder på bogens sidste godt 20 sider. Opgaverne har en passende sværhedsgrad. De består som oftest af mange delopgaver der gør det lettere at komme i gang med opgaven også for svagere elever, og de giver dermed eleverne en god mulighed for at gennemføre visse centrale ræsonnementer (som udledningen af at $\sqrt{2}$ ikke kan skrives som en uforkortelig brøk) på egen hånd. Løsning af opgaver fra bogen vil uden videre kunne udgøre en central del af et projekt baseret på bogen. Det er en stor hjælp til læreren!

Almen studieforberedelse (AT), som bogen er henvendt til, rummer et krav om refleksion over metodevalg, og det kan derfor ærgre, at undre, at *Når matematikken slår rødder* ikke griber de oplagte muligheder for at diskutere valg af matematisk metode, fx i forbindelse med grækernes opdagelse af inkommensurable størrelser og efterfølgende skift til et geometrisk paradigme eller ved indførelsen af analytisk geometri som alternativ til den klassiske passer og lineal-geometri. Eleverne står jo også i dag med et valg mellem klassisk og analytisk geometri, og en diskussion af hvad der mere præcist fik Descartes til at indføre analytisk bogstavregning, ville have opfordret eleverne til at reflektere over dette valg.

Som filosof må jeg desuden undre mig over den næsten påfaldende mangel på refleksion. Platons filosofi beskrives, men sættes aldrig til diskussion. *Når matematikken slår rødder* er ikke tænkt som en indføring i matematikkens filosofi eller videnskabsteori. Og det er den heller ikke. Det er en matematikhistorie med perspektiveringer til Platons filosofi. Dermed hører bogen – med undtagelse af de indledende afsnit om Platon og Euklid – bedre hjemme i den særfaglige matematikundervisning end i tværfaglige AT-sammenhænge. Og det er en skam. Der findes jo masser af matematikhistorie på hylderne rundtomkring, men meget lidt materiale der kan inddrage matematik i AT-samarbejdet på en fornuftig måde.