

# Læreres vurdering af et læremiddels potentiale til at støtte matematisk kompetenceudvikling

## Eksemplet Matematikkens Univers



Morten Misfeldt, Aarhus Universitet

**Abstract.** I artiklen beskrives en undersøgelse der lader lærere vurdere hvorvidt et læremiddel understøtter matematisk kompetenceudvikling. Det eksempel der behandles i artiklen, er læremidlet Matematikkens Univers – et scenariebaseret e-læringsmiddel hvor elever (7.-9. klasse) kan arbejde individuelt eller i grupper med en række matematiske emner og problemstillinger. Antagelsen i undersøgelsen er at de ret præcise begreber om matematisk kompetence der nu er implementeret i folkeskolens læseplan Fælles Mål 2009, kan udgøre en ramme for lærernes vurdering. Undersøgelsen i artiklen konkluderer at Matematikkens Univers, ifølge lærernes vurdering, understøtter udvikling af kommunikations- og problembehandlingskompetence. Undersøgelsens design diskuteres og kan betragtes som et resultat, i den forstand at der er tale om en kvantitativ, skalerbar tilgang der harmonerer med et syn på læring som et spørgsmål om deltagelse i faglig praksis.

## Indledning

Formålet med denne artikel er at beskrive en række problemstillinger og muligheder ved systematisk at lade lærere vurdere et læremiddels potentiale til at understøtte udvikling af faglig kompetence hos deres elever. Det eksempel der behandles, er læremidlet Matematikkens Univers (Lund-Larsen, 2010). I artiklen beskrives, afprøves og vurderes et undersøgelsesdesign der benytter lærernes vurdering som data. Artiklens omdrejningspunkt er hvorvidt kompetencebegrebet og dets ret præcise beskrivelse af matematisk faglighed (Niss et al., 2002) kan understøtte at læremidler vurderes nuanceret med fokus på læremidlets potentiale til at understøtte læring. Hovedidéen i undersøgelsen der beskrives i artiklen, er at lade et antal lærere der anvender lære-

midlet Matematikkens Univers, deltage i en vurdering af hvorvidt dette læremiddel understøtter udvikling af matematisk kompetence.

At vurdere et læremiddels potentiale til at støtte udvikling af faglig kompetence hos de elever der bruger det, er på en gang ambitiøst og et meget snævert fokus. Ved at betragte læremidlet og elevernes læring isoleret udelader man klassekulturen, læreren og andre faktorer hvis afgørende betydning er almindeligt anerkendt. Kvalificerede vurderinger af potentialerne i forskellige læremidler er dog væsentlige, især når stigende brug af it i undervisningen betyder at der i disse år introduceres mange læremidler af helt nye typer. Udvikles de tilsigtede kompetencer i elevernes arbejde med et læremiddel, og i hvor høj grad? Det er væsentligt at besvare, både i forhold til et konkret læremiddel (som Matematikkens Univers) og i forhold til nye typer af digitale læremidler mere bredt. Derfor gør jeg i nærværende undersøgelse et forsøg på at vurdere dette, vel vidende at der er noget principielt problematisk i opgaven. Eksempelvis kan en god lærer med tavle og kridt understøtte læring hos motiverede elever, imens de mest avancerede læremidler ikke i sig selv sikrer læring hos nogen. I undersøgelsen adresseres denne problematik dels ved at se kvantitativt på et større udsnit af lærere der arbejder med den samme del af et læremiddel, og dels ved at benytte lærernes vurderinger af den faglige aktivitet som deres elever udviser i arbejdet med læremidlet. Beskrivelsen af matematisk kompetence der er introduceret med KOM-rapporten (Niss et al., 2002), anvendes til at understøtte lærernes vurdering af de udlevede potentialer til kompetenceudvikling. Det arbejde der præsenteres i denne artikel, kan ses som et skridt i retning af udviklingen af en egentlig metode til at benytte lærere som informanter i en klarlægning af læringspotentialer i et læremiddel.

## Undersøgelse af læremidlet Matematikkens Univers

Matematikkens Univers er et scenariebaseret e-læringsmiddel hvor elever kan arbejde individuelt eller i grupper med en række matematiske emner og problemstillinger. Universet er rettet mod folkeskolens ældste klasser.

Matematikkens Univers er kendetegnet ved sit forsøg på at være et fuldstændig onlinebaseret univers til matematikundervisning. Brugt efter hensigten kan Matematikkens Univers (i en periode) erstatte både grundbog, arbejdsbog, formelsamling, kopiark og ekstramaterialer. Derudover tilbyder Matematikkens Univers en række nye faciliteter. Fx er der en spillehal hvor elever kan spille spil med matematikrelateret indhold, og en uddannelsesbog hvor elever kan opstille mål og følge deres progression.

Matematikkens Univers er struktureret i scenarier forstået som problembaserede temaer der sætter matematikken i spil i forhold til en genkendelig kontekst. Scenariet indeholder beskrivelse af læringsmål, et narrativ der præsenterer konteksten, en

The screenshot shows a web browser window displaying a math task page. The page title is "DESIGN AF REGNMÅLERE" and it is part of a learning resource for "Kompetencecenter for e-læring © 2010". The task is titled "Opgaver" and is divided into four steps (Trin 1-4). The task description on the left asks students to calculate the volume and surface area of a rain gauge, investigate the effect of increasing the height, and design their own rain gauge. The diagram on the right shows a rain gauge with dimensions: a top diameter of 11.3 cm, a top thickness of 4 cm, a bottom thickness of 1 cm, and a main height of 20 cm. Below the diagram are three 3D models of rain gauges in yellow, green, and purple. A yellow sticky note says "HUSK: Cirka samme rumfang og cirka samme overfladestørrelse". The interface also shows a progress bar with four steps (Trin 1-4) and a "Print" button.

Figur 1. Et scenarie i Matematikkens Univers.

række åbne opgaver der understøtter at eleverne begynder at arbejde med scenariets problemstillinger, og en række materialer der kan anvendes i dette arbejde.

Ud over scenarierne, spillehallen og uddannelsesbogen indeholder Matematikkens Univers to typer læringsressourcer, et bibliotek med vidensobjekter og et træningsrum med opgaver.

Undersøgelsen er gennemført ved at lade lærerne vurdere om eleverne udviser tegn på at besidde matematisk kompetence. Rent teknisk er der gennemført en web-survey hvor hver af de deltagende lærere har angivet hvor mange grupper eller elever der i meget høj grad, i høj grad, i nogen grad, i mindre grad eller slet ikke har ageret kompetent i forhold til en række konkrete kompetencemål.

## Læring og faglig kompetence

I det følgende afsnit beskrives den opfattelse af læring og udvikling af faglig kompetence der ligger bag det udviklede undersøgelsesdesign.

Der tages udgangspunkt i to dominerende forståelser af læring: en psykologisk/konstruktivistisk forståelse og en mere socialt orienteret og situeret forståelse. En

konstruktivistisk forståelse af læring lægger vægt på at den lærende aktivt konstruerer ny viden ved at knytte denne an til det som den lærende allerede ved (Breidenbach et al., 1992; Glasersfeld, 1995; Sfard, 1991). En situeret forståelse af læring lægger vægt på at den lærende deltager aktivt i en faglig, kommunikerende praksis (Brown et al., 1989; Lave & Wenger, 1991; Michelsen, 2002; Vygotskii, 1978).

De to syn på læring kan med fordel ses som komplementære på den måde at de hver især giver os anledning til at studere væsentlige, men forskellige aspekter af den læring der foregår i en given situation. Ingen af de to blikke vil dog kunne give et udtømmende billede (Sfard, 1998; Stephan et al., 2003).

At vurdere elevens faglige udbytte af Matematikkens Univers kræver – ud over en forståelse af læring – et sprog for fag og faglighed. I faget matematik i grundskolen er den gældende læseplan Fælles Mål 2009, der lægger sig op ad en kompetenceorienteret opfattelse af hvad faglighed er. Der har i de sidste ca. ti år været en bevægelse fra pensumbaserede fagbeskrivelser hen imod mere kompetenceorienterede beskrivelser (se fx redegørelsen i Jensen et al., 2010). I faget matematik i en dansk sammenhæng er det væsentligste bidrag til denne bevægelse rapporten Kompetencer og matematiklæring (Niss et al., 2002). I denne rapport beskrives matematisk faglighed ved hjælp af følgende otte kompetencer, der også anvendes i Fælles Mål 2009:

- Tankegangskompetence – at kunne udøve matematisk tankegang
- Problembehandlingskompetence – at kunne formulere og løse matematiske problemer
- Modelleringskompetence – at kunne analysere og bygge matematiske modeller vedrørende andre felter
- Ræsonnementskompetence – at kunne ræsonnere matematisk
- Repræsentationskompetence – at kunne håndtere forskellige repræsentationer af matematiske sagsforhold
- Symbol- og formalismekompetence – at kunne håndtere matematisk symbolsprog og formalisme
- Kommunikationskompetence – at kunne kommunikere i, med og om matematik
- Hjælpemiddelkompetence – at kunne betjene sig af og forholde sig til hjælpemidler for matematisk virksomhed, herunder it.

Disse kompetencer beskrives som indbyrdes forbundne, uden at det dog er tilfældet at én af kompetencerne kan reduceres til de andre. At besidde en kompetence defineres som en indsigtfuld handleparathed (Niss et al., 2002).

At vurdere om en eller flere elever har udviklet matematisk kompetence, er et spørgsmål om hvorvidt der er forekommet en stigning i indsigtfuld handleparathed.

Men hvordan vurderes en stigning i handleparathed? Ifølge Blomhøj & Jensen må vi holde os til at iagttage tegn på kompetencebesiddelse, altså konkrete handlinger (udført af en elev eller en gruppe elever) der fortolkes af en fagperson som tegn på at eleven besidder en faglig kompetence (Blomhøj & Jensen, 2007). Mere præcist beskriver Jensen (2008) evaluering af kompetencer som bestående af en karakteristik af hvad man er på udkig efter, identifikation af i hvilket omfang det man er på udkig efter, er til stede i evalueringssituationen, og bedømmelse af det identificerede.

Det er væsentligt om denne analytiske enhed for kompetencebesiddelse er individer eller grupper af personer. Som udgangspunkt defineres kompetencebegrebet som knyttet til det enkelte individ. Samtidig pointeres det at kompetencer kommer til udfoldelse i konkrete situationer (Jensen, 2008; Niss et al., 2002) der typisk involverer flere elever. Betragtes læring som en proces hvor elever deltager i en faglig praksis, kan det være problematisk at udskille hvilke elever der udviser tegn på kompetencebesiddelse. Det er naturligvis nødvendigt at anlægge et individuelt syn på kompetence hvis formålet er at vurdere den enkelte elevs faglige niveau. Men for at vurdere et læremiddels potentiale er det ikke nødvendigt at underlægge sig en sådan begrænsning.

I det omfang kompetencebesiddelse ses som resultat af en situeret deltagelsesproces, er det vigtigt at kunne vurdere om grupper af elever udviser tegn på matematisk kompetencebesiddelse. Hvis vi derimod ser på matematisk kompetencebesiddelse som et resultat af individuel tilegnelse, er det vigtigere at vurdere om læremidlet lader den enkelte elev udvikle sin indsigtsfulde handleparathed.

I en undersøgelse af et læremiddels potentiale til at understøtte udvikling af faglig kompetence er det derfor væsentligt at anerkende at både en gruppe elever der gennemfører en fælles aktivitet, og en elev der arbejder alene, kan udvise tegn på kompetencebesiddelse.

## Lærere som ressource i vurderingen af læringspotentialer i læremidler

At vurdere læringspotentialer i et læremiddel handler om at vurdere det didaktiske samspil imellem lærer, elev og læremiddel. For at få informationer om dette samspil er der en række forskellige tilgange man kan anvende, og jeg vil i det følgende beskrive nogle af de mest almindelige.

Casestudietilgangen kan fremvise muligheden af et læremiddels anvendelighed og bidrage til en dybere forståelse af et læremiddels potentiale.

Et casestudie er i sin natur kvalitativt og beskriver en konkret situation eller et konkret forløb. Casestudiet giver altså et eksempel og kan således ikke sige noget

generelt eller repræsentativt for en større population. Den type viden der skabes i et casestudie, er derimod teorirelateret, enten ved at den udfordrer eller understøtter en eksisterende teori (Patton, 1990; Skott, 2006), eller ved at bidrage til at skabe ny teori (Charmaz, 2006).

I længerevarende interventionsprojekter anvender man ofte en såkaldt designbaseret tilgang hvor samspillet mellem intervention og observation er i fokus. Designbaserede tilgange beskrives ofte som en iterativ proces skiftende mellem på den ene side et konkret design, fx en teknologi eller et forløb, sammen med en forestilling om hvordan forløb eller teknologi kan anvendes i læringsøjemed (Cobb et al., 2001), og på den anden side de empirisk observerbare situationer som designet giver anledning til.

Endelig kan man anvende en præ-post-tilgang. Idéen er at teste en population af elever før og efter et forløb for at fastlægge hvor meget de har lært i forløbet. Hvor den viden der skabes i et casestudie er kvalitativ og teorirelateret, er præ-post-testen typisk god til at verificere om et læremiddel eller et forløb "virker", dvs. at en del af populationen lærer noget. En testtilgang til kompetence er typisk udelukkende baseret på en individ- og tilegnelsesorienteret forståelse af læring og kompetencebesiddelse (Kaplan & Saccuzzo, 2001) og respekterer ikke et syn på kompetence som knyttet til konkrete situationer.

I de ovenfor beskrevne tilgange er de primære informanter til viden om det didaktiske samspil enten forskerens observationer i klasseværelset eller elevernes løsninger af bestemte opgaver. I nærværende undersøgelse benyttes lærerne som informanter til viden om samspillet mellem lærer, elev og læremiddel. Det er en grundlæggende antagelse i undersøgelsen at lærere er gode informanter omkring dette samspil, samt at de kan understøttes i at vurdere læremidlets rolle i deres egen undervisning.

Rimeligheden af denne antagelse kan overvejes. Det synes rimeligt at betragte læreren som en god kilde til information om elevers kompetenceudvikling. Men når det kommer til at evaluere læremidlets potentialer, kan der fokuseres på en række forskellige forhold. Hansen (2008) skelner mellem produktion, anvendelse og vurdering og viser hvordan forskellige aktører har forskellige vurderingskriterier i forhold til læremidler. For læreren er anvendelighed af læremidlet for hhv. lærer og elev i fokus, altså om læremidlet er let at bruge korrekt, og om det understøtter lærerens udviklede praksis. Således er der en fare for at en lærerbaseret evaluering af et læremiddel snarere vil vurdere læremidlets potentiale til at understøtte etableret undervisningspraksis frem for at vurdere læremidlets potentiale til at understøtte udvikling af faglig kompetence hos de elever der bruger læremidlet.

I nærværende undersøgelse anvendes en kvantitativ tilgang der er baseret på lærerens vurdering af i hvor høj grad eleverne udviser tegn på besiddelse af en specifik kompetence.

På denne måde vurderer de deltagende lærere den faglige adfærd hos eleverne snarere end læremidlets kvalitet. Undersøgelsen samler lærernes vurdering af i hvor høj grad deres elever udviser tegn på kommunikations- og tankegangskompetencen i deres arbejde med Matematikkens Univers. Samlingen af disse lærervurderinger tages som et mål for læremidlets potentiale til at understøtte udvikling af matematisk kompetence hos de elever der bruger læremidlet.

Der vælges en kvantitativ tilgang fordi det giver indblik i en stor gruppe elevers arbejde med læremidlet. Lærernes vurdering af den udlevede kompetence hos deres elever er valgt som central datakilde. Baggrunden for dette valg er at faglig kompetence kan vurderes af en fagperson i en konkret kontekst og kun i ringe grad lader sig indfange af test.

Den kvantitative tilgang der beskrives i denne artikel, er i evalueringen af Matematikkens Univers kombineret med enkelte besøg hos en klasse der arbejdede med Matematikkens Univers, og med det materiale (i form af spørgeskemaresultater samt transskriptioner af fokusgruppeinterviews) der blev stillet til rådighed fra @ventures, der har gennemført en større evaluering af Matematikkens Univers, hvor den undersøgelse der beskrives her, udgør en mindre del (se fx Lund Larsen, 2010). Disse ekstra kilder er inddraget for at give et mere komplet billede af læremidlet, men falder uden for denne artikels fokus.

### *Præcisering af spørgsmål*

I undersøgelsen besvarer lærere der har anvendt læremidlet, en række spørgsmål om hvorvidt deres elever agerede matematisk kompetent i arbejdet med Matematikkens Univers. Mere specifikt har jeg set på elevernes kommunikationskompetence og problemløsningskompetence i deres arbejde med scenariet om design af regnmålere.

Det overordnede spørgsmål for undersøgelsen er om Matematikkens Univers har potentiale til at støtte udvikling af matematisk kompetence hos elever. For at foretage en præcis undersøgelse har jeg valgt at indsnævre dette spørgsmål. Derfor fokuseres der på hvorvidt lærere oplever at deres elever agerer matematisk kompetent i Matematikkens Univers. Den underliggende antagelse er at hvis elever får mulighed for at udvise matematisk kompetence i arbejdet med Matematikkens Univers, så støtter dette formodentlig elevernes udvikling af matematisk kompetence. Og omvendt, hvis lærerne oplever at Matematikkens Univers ikke understøtter at eleverne agerer matematisk kompetent, så støtter det formodentlig heller ikke udviklingen af matematisk kompetence.

Ved at fokusere på hvordan eleverne agerer, er det muligt at stille ret konkrete spørgsmål der beder læreren om at vurdere elevernes kompetenceniveau (ift. kommunikationskompetencen og problemløsningskompetencen) i handletermer snarere end i termer af potentiale til handling.

Undersøgelsens design benytter således kompetenceterminologien til at stille konkrete spørgsmål til lærernes oplevelse af elevernes arbejde med læremidlet og bruger besvarelsen som et udtryk for læremidlets potentialer.

### *Valg af kompetencer*

Undersøgelsen fokuserer på kommunikations- og problemløsningskompetencen. Dette valg er truffet i samarbejde med redaktørerne for Matematikkens Univers og begrundes i at disse to kompetencer indgår i læringsmålene i alle de scenarier der er udviklet til Matematikkens Univers. Den metode der beskrives nedenfor, kan med tilpasning også anvendes til at blotlægge i hvor høj grad lærerne vurderer at deres elever får mulighed for at agere kompetent i forhold til andre kompetencer.

Konkretisering af formålsformuleringer

I arbejdet med at karakterisere symbol- og formalismekompetencen har Jensen & Blomhøj (2007) gennemført en konkretisering af KOM-projektets version af symbol- og formalismekompetencen som et spørgsmål om hvorvidt elever kan:

“... gennemføre og forholde sig kritisk til at

- Afkode symbol og formelsprog
- Oversætte frem og tilbage imellem symbolholdigt matematisk sprog og naturligt sprog
- Behandle og betjene sig af symbolholdige udsagn og udtryk, herunder formler” (Blomhøj & Jensen, 2007, s. 30)

Inspireret af denne tilgang har jeg valgt at omsætte de formuleringer som rapporterne Kompetencer og matematiklæring (Niss et al., 2002) og Fælles Mål 2009 (Undervisningsministeriet, 2009) indeholder om kommunikationskompetence og problemløsningskompetence, til mere konkrete handletermer der relaterer sig til læremidlet Matematikkens Univers.

Denne oversættelse forsøger at respektere de formuleringer der er i de to dokumenter.

Det betyder i eksemplet kommunikationskompetence at de formuleringer der er angivet nedenfor, er forsøgt omsat til spørgsmål om kompetent ageren hos en elev eller en gruppe af elever der arbejder med Matematikkens Univers.

Beskrivelsen af kommunikationskompetence i (Niss et al., 2002, s. 60) og i Fælles Mål 2009 er her eksemplificeret ved Fælles Mål 2009's slutmål efter 9. klasse:



“Undervisningen skal lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til at udtrykke sig om matematiske spørgsmål og aktiviteter på forskellige måder, indgå i dialog og fortolke andres matematiske kommunikation (kommunikationskompetence).” (Undervisningsministeriet, 2009)

Formålsformuleringerne er forsøgt omsat til spørgsmål der kan besvares af en lærer der er i kontakt med en gruppe elever. Idéen er altså at læreren kan vurdere om en gruppe elever agerer kompetent (ift. kommunikationskompetencen), ved at besvare følgende konkrete spørgsmål om i hvor høj grad eleverne kan:

- forstå og forholde sig til relevante informationer
- se disse informationer som på en gang matematiske informationer og informationer om konteksten
- finde den information de har brug for
- have indbyrdes dialog der drejer sig om arbejdet med scenariet
- arbejde med at fremlægge og formulere den matematik der indgår i scenariet
- formulere deres problemstillinger og løsninger klart.

Tilsvarende er problembehandlingskompetencen bearbejdet fra politisk formulering til konkrete spørgsmål. Igen angives kun formuleringen fra slutmål efter 9. klasse:

“Undervisningen skal lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til at: erkende, formulere, afgrænse og løse matematiske problemer og vurdere løsningerne (problembehandlingskompetence).” (Undervisningsministeriet, 2009)

Formålsformuleringerne er her omsat til konkrete spørgsmål om i hvor høj grad en elev eller gruppe af elever:

- kan formulere de problemer de har arbejdet med
- kan beskrive de fremgangsmåder de har anvendt
- kan beskrive deres arbejdsformer
- kan argumentere for deres arbejdsformer
- har benyttet eksperimenterende og undersøgende arbejdsformer
- kan angive løsninger på forståelig vis.

Disse konkretiseringer anvendes til at støtte lærerens vurdering af om eleverne udviser tegn på kompetencebesiddelse i arbejdet med Matematikkens Univers.

## *Design af undersøgelse*

Der er både muligheder og udfordringer ved at lade lærere vurdere om eleverne udviser tegn på at besidde matematisk kompetence. Læreren udgør en fagperson der har langvarig faglig kontakt med eleverne og derfor er i stand til at vurdere tegn på kompetencebesiddelse. Samtidig beskriver Hansen (2008) at lærere typisk vurderer et læremiddels anvendelighed i forhold til at planlægge og gennemføre deres undervisning og ikke i så høj grad vurderer om læremidlet støtter udvikling af specifikke kompetencer.

Lærerens vurdering af om elever udviser matematisk kompetence, understøttes på to måder i undersøgelsen.

For det første er de abstrakte begreber om kommunikationskompetence og problemløsningskompetence præciseret i forhold til det konkrete scenarie som de har arbejdet med. For det andet er der udviklet et hjælpeskema til at støtte lærerens vurdering af den enkelte elev eller gruppe af elevers kompetenceniveau.

Læreren bruger hjælpeskemaet til at vurdere hver enkelt elev eller gruppe, og det er designet til at blive brugt i forbindelse med den elevfremlæggelse der afslutter arbejdet med scenariet om regnmålere.

Spørgsmålene i web-survey og hjælpeskema er enslydende. I web-surveyen indtaster læreren en sammentælling for alle de grupper eller elever læreren har arbejdet med. 18 lærere der har brugt Matematikkens Univers med en eller to klasser hver, har besvaret spørgeskemaet.

## *Læring og kompetenceudvikling i undersøgelsen*

Undersøgelsen anvender kompetencebegrebet til at konkretisere faglig kompetence. Undersøgelsen trækker som tidligere nævnt på to teoretiske blikke på læring, dels som individuel tilegnelse og dels som deltagelse i faglig praksis. Disse blikke kommer til udtryk i undersøgelsesdesignet ved at læreren har mulighed for at vælge om han vil se på grupper eller enkeltelever når han skal vurdere om eleverne udviser tegn på matematisk kompetence. I praksis har de lærere hvis elever arbejdede i grupper, vurderet kompetenceniveauet hos hver enkelt gruppe, og de lærere der har anvendt læremidlet til at understøtte mere individuelt arbejde, har vurderet de enkelte elever (tre af de 18 lærere har vurderet de enkelte elever).

Undersøgelsens antagelse om at lærerens vurdering af den kompetence som eleverne udviser når de arbejder med læremidlet, giver et fornuftigt billede af læremidlets potentialer, læner sig op ad en begrebsætning af læring som deltagelse i faglig praksis. Ved at samle viden om hvor matematisk kompetent eleverne agerer i deres arbejde med læremidlet, opnås et billede af i hvor høj grad kommunikations- og problemløsningskompetencen aktualiseres i elevernes deltagelse i faglig praksis. Betragtes læring derimod som tilegnelse af viden, er denne grundlæggende antagelse

mere problematisk fordi læremidler der lader eleverne agere meget kompetent, måske er for lette og ikke understøtter tilegnelse af nok nyt stof.

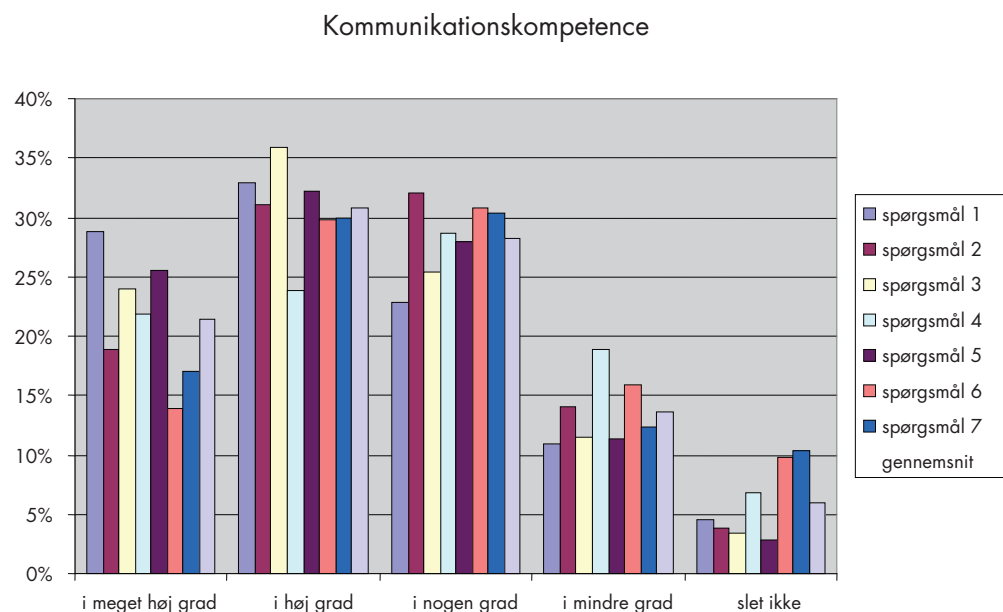
### Udvalg af lærere og scenarie

Undersøgelsen af kompetenceudvikling i Matematikkens Univers er gennemført som en del af en større evaluering af læremidlet. 86 lærere registrerede sig tidligt i forløbet med intentioner om at deltage i testen af Matematikkens Univers. Af dem endte 55 lærere med at gennemføre deres planlagte forløb og deltage i @ventures' evaluering, og 18 lærere deltog i den del af undersøgelsen der handlede om læremidlets potentiale til at understøtte udvikling af matematisk kompetence. At kun 18 lærere ud af de 55 deltog i denne del af undersøgelsen, skyldes først og fremmest at designet krævede at de havde arbejdet med det scenarie der handlede om udvikling af regnmålere. Der var udviklet tre scenarier på det tidspunkt hvor evalueringen blev gennemført.

## Udvikling af matematisk kompetence i Matematikkens Univers

### Kommunikationskompetence

Lærerne vurderer at deres elever har udvist matematisk kommunikationskompetence under deres arbejde med Matematikkens Univers. Det betyder at eleverne er i stand



**Figur 2.** De spørgsmål der relaterer sig til kommunikationskompetencen, samt gennemsnit. Spørgsmålenes ordlyd angives nedenfor.

til at finde og forholde sig til de informationer der indgår i scenariet, og til at se de matematiske og kontekstuelle aspekter af disse informationer på en og samme tid. Desuden vurderer lærerne at deres elever indbyrdes er i stand til at diskutere fagligt når de arbejder i Matematikkens Univers.

### *Kommunikationskompetencen*

**Spørgsmål 1:** Du bedes indtaste nedenfor det antal grupper af elever der kan forstå og forholde sig til de informationer om konteksten (økonomi, regnmålere, miljø og arkitektur) som scenariet omhandler.

**Spørgsmål 2:** Du bedes indtaste nedenfor om grupperne af elever kan se disse informationer som på en gang matematiske informationer og informationer om konteksten.

**Spørgsmål 3:** Du bedes indtaste nedenfor om grupperne har været i stand til at finde den information som de har haft brug for i forbindelse med deres arbejde med scenariet inden for rammerne af Matematikkens Univers.

**Spørgsmål 4:** Du bedes indtaste nedenfor hvorvidt grupperne har været i stand til at finde den information som de har haft brug for i forbindelse med deres arbejde med scenariet uden for rammerne af Matematikkens Univers (fx lærebøger og webressourcer).

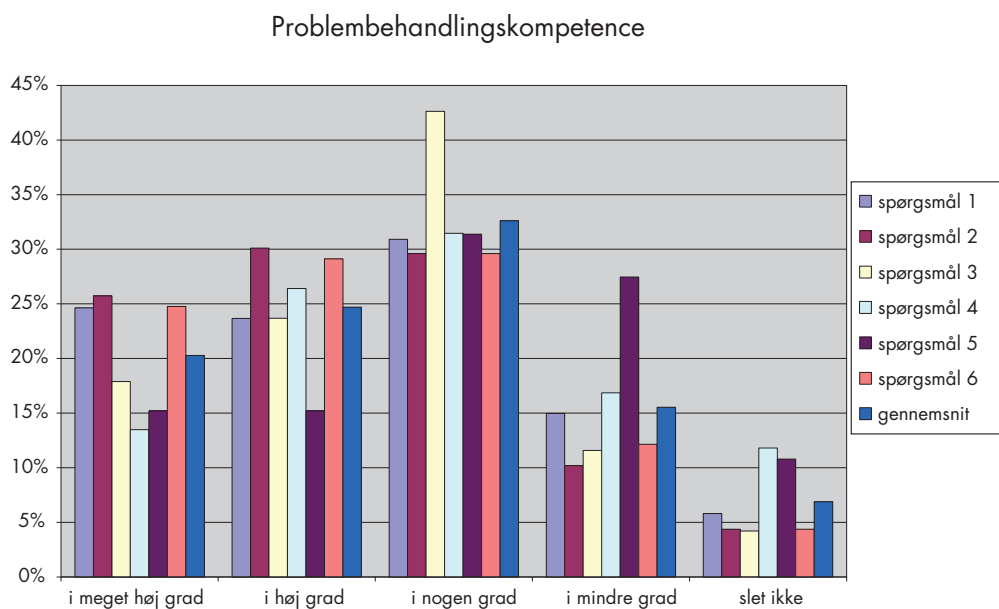
**Spørgsmål 5:** Du bedes indtaste herunder om gruppernes indbyrdes dialog har drejet sig om arbejdet med scenariet.

**Spørgsmål 6:** Du bedes indtaste herunder om eleverne har arbejdet med at fremlægge og formulere den matematik der indgår i scenariet.

**Spørgsmål 7:** Du bedes indtaste herunder om grupperne kan formulere deres problemstillinger og løsninger klart.

### *Problembehandlingskompetence*

Ligesom det er tilfældet ved kommunikationskompetencen, er lærernes vurdering af elevernes problembehandlingskompetence at en stor gruppe elever agerer kompetent i Matematikkens Univers.



**Figur 3.** De spørgsmål der relaterer sig til problembehandlingskompetencen, samt gennemsnit. Spørgsmålenes ordlyd angives nedenfor.

### Problembehandlingskompetence

**Spørgsmål 1:** Indtast nedenfor om eleverne kan formulere de problemer de har arbejdet med.

**Spørgsmål 2:** Indtast nedenfor om grupperne kan beskrive de fremgangsmåder de har anvendt.

**Spørgsmål 3:** Indtast nedenfor om grupperne kan beskrive deres arbejdsformer.

**Spørgsmål 4:** Indtast herunder om eleverne kan argumentere for deres arbejdsformer.

**Spørgsmål 5:** Indtast nedenfor om grupperne har benyttet eksperimenterende og undersøgende arbejdsformer.

**Spørgsmål 6:** Indtast nedenfor om grupperne kan angive løsninger på forståelig vis.

Et spørgsmål der stikker markant ud i negativ retning, er spørgsmål 5 der handler om hvorvidt der er anvendt undersøgende og eksperimenterende arbejdsformer. Lærernes vurdering tyder altså på at Matematikkens Univers støtter at eleverne agerer

matematisk kompetent, men kun i mindre grad støtter en undersøgende og eksperimenterende arbejdsform.

## Konklusioner om Matematikkens Univers

Lærerne vurderer at en stor andel af eleverne agerer matematisk kompetent i forbindelse med deres arbejde i Matematikkens Univers. Det gælder både kommunikationskompetence og problemløsningskompetence.

Det gælder for langt de fleste af de konkrete kompetencemål der vurderes, at halvdelen af eleverne/grupperne af elever i meget høj grad eller i høj grad er i stand til at vise tegn på denne kompetence. Medtages de elever/grupper af elever der i nogen grad viser denne kompetence, er resultatet omkring eller over 75 %.

Da ingen andre læremidler eller undervisningssituationer er evalueret med de samme konkrete kompetencemål, er det ikke muligt at vurdere om det betyder at Matematikkens Univers er lige så godt eller bedre end de andre læremidler der er til rådighed i dag. Men resultaterne giver dog pejling af at læremidlet understøtter udvikling af kommunikations- og problemløsningskompetence. En mere detaljeret beskrivelse af konklusionerne angående Matematikkens Univers kan findes i (Misfeldt, 2010).

## Resultater

Alt i alt har projektet givet tre konkrete resultater:

1. En indikation af at Matematikkens Univers kan bruges og bliver brugt på en måde hvor læremidlet understøtter udvikling af matematisk kommunikations- og problemløsningskompetence.
2. Et bud på konkrete kompetencemål for hvordan kommunikations- og problemløsningskompetencerne kan evalueres når elever arbejder i Matematikkens Univers. Disse kompetencemål er udelukkende udarbejdet med sigte på at eleverne arbejder i Matematikkens Univers, men de kan alligevel udgøre et sted at starte hvis man i anden sammenhæng vil udarbejde konkrete kompetencemål.
3. Et eksempel på et undersøgelsesdesign der aktiverer lærere som ressource i evaluering af læremidler. De grundlæggende antagelser om at læreren kan vurdere om (grupper af) eleverne agerer kompetent i forhold til nogle præcist opstillede kompetencemål, og at dette giver et fornuftigt billede af om læremidlet lader eleverne udvikle deres faglige kompetence, bør udsættes for videre udvikling og afprøvning, fx ved sammenligning med andre evalueringsformer. Designet giver et konkret bud på hvordan evaluering af et læremiddel i kompetencetermer kan gøres.

Dette sidste resultat diskuteres nedenfor.

## En metode til vurdering af et læremiddels potentiale til at understøtte kompetenceudvikling

Metoden der er anvendt til at evaluere Matematikkens Univers, består af følgende dele:

- Valg af en specifik del af læremidlet og specifikke kompetencer hvis anvendelse skal vurderes
- Konstruktion af konkrete kategorier der beskriver hvordan kompetencerne kan komme i spil i arbejdet med den valgte del af læremidlet
- Konstruktion af værktøj til at understøtte lærerens vurdering af kompetence-niveau hos en elev eller en gruppe af elever
- Opsamling af læreres vurdering ved webbaseret spørgeskema.

I denne undersøgelse blev der fokuseret på scenariet om konstruktion af regnmålere i Matematikkens Univers. De specifikke kompetencer i fokus var kommunikationskompetence og problemløsningskompetence. Konstruktionen af konkrete kategorier blev gennemført ved skrivebordet, hovedsageligt ud fra kendskab til scenariet om regnmålere i Matematikkens Univers og teksterne Fælles Mål 2009 (Undervisningsministeriet, 2009) og Kompetencer og matematiklæring (Niss et al., 2002). Redaktørerne af Matematikkens Univers og en lærer der havde arbejdet med Matematikkens Univers, deltog som sparringspartnere i udarbejdelsen af disse kategorier. Det værktøj der blev udviklet til at understøtte en kompetencevurdering af en elev eller en gruppe af elever under deres arbejde med Matematikkens Univers, var i dette tilfælde et skema.

Konkretiseringen af kompetencebegreberne og udviklingen af hjælpeværktøj til at vurdere hver enkelt gruppe er kritiske aspekter af undersøgelsesdesignet. Fremadrettet kan man overveje at udvikle konkretiseringer og hjælpeværktøjer i samarbejde med en gruppe af lærere. Problemer og muligheder i en sådan tilgang beskrives nedenfor.

Den tilgang der er anvendt i nærværende undersøgelse, har været at konstruere nøgterne beskrivelser af kompetent adfærd hos eleverne der kan forstås og vurderes af lærere der ikke har været med til at konstruere konkretiseringerne. En sådan tilgang understøtter evalueringer af læremidler med forholdsvis høj reliabilitet af to grunde. For det første muliggør denne tilgang at man inddrager en stor gruppe af lærere i evalueringen af et læremiddel, og for det andet understøtter centralt fastsatte konkretiseringer reliabiliteten alene ved at alle lærere besvarer de samme spørgsmål om læremidlet, hvilket ikke ville være tilfældet hvis konkretiseringerne blev konstrueret af den enkelte lærer eller i mindre grupper. Derimod er undersøgelsens validitet problematiseret af at enkelte lærere (en-to) ikke tog ejerskab til konkretiseringerne af faglig kompetence der lå til grund for arbejdet.

### *Ejerskab til den centrale konkretisering*

Enkelte læreres (to af de 18) fritekstsvar gav indtryk af at de ikke tog ejerskab til forskningsdesignets udviklede konkretiseringer af kompetent faglig adfærd. Den ene skriver at han/hun ikke forstår spørgsmålene, og den anden at klassen havde forladt arbejdet med Matematikkens Univers fordi de var frustrerede over aspekter af læremidlet. Fremover er det en mulighed at udvikle disse konkretiseringer i samarbejde med de lærere der skal forestå evalueringen. Et fælles ejerskab til disse konkretiseringer er vigtigt for undersøgelsens validitet. Hvis lærerne ikke har en klar fornemmelse af hvad de specifikke kompetencebegreber dækker over, eller ikke kan genkende den måde de er konkretiseret på i forhold til det læremiddel der undersøges, er det uklart hvad der måles i undersøgelsen.

I det projekt der inspirerede til at konkretisere kompetencemålene, var det projektgruppen der i fællesskab beskrev hvordan kompetencebegrebet konkret skulle forstås (Blomhøj & Jensen, 2007). En fælles konstruktion af de centrale konkretiseringer giver dog en grundlæggende anderledes undersøgelse med en anden type udsigelseskraft. Ved at lade den konkrete fortolkning af kompetencerne foregå i den lærergruppe der skal gennemføre evalueringen, vil det være vanskeligere at arbejde med store populationer af lærere, ligesom forsøg på at sammenligne forskellige læremidler vil være vanskeliggjort.

### *Aktualiseres gamle eller nye kompetencer?*

I undersøgelsesdesignet opsamles lærernes vurdering af i hvor høj grad eleverne udviser en specifik kompetence i deres arbejde med læremidlet. Dette valg tilgodeser et syn på læring som deltagelse i faglig praksis. Hvis vi ser på læring som tilegnelse af viden, er det naturligt at spørge om hvorvidt det måles om eleverne udviser nye eller gamle kompetencer. Hvis man skal lære noget nyt, skal man jo netop udvide sin kompetence og kan ikke udvise kompetent adfærd fra starten.

Ved at fokusere på om læremidlet lader eleven/gruppen af elever handle matematisk kompetent, er der en indbygget fare for at svære opgaver (der ikke umiddelbart lader elever handle kompetent) vil blive vurderet som ikke understøttende matematisk kompetenceudvikling, hvorimod meget lette opgaver vil lade eleven vise kompetence. Som undersøgelsen er designet, er vurderingerne overladt til lærerne.

Et mere præcist billede af læremidlets potentiale til at understøtte progression skal nok søges i et evalueringdesign der læner sig direkte op ad en forståelse af læring som tilegnelse, da progressionsbegrebet i en sådan forståelse umiddelbart er lettere at operationalisere.



## Konklusion: Fordele og ulemper ved at bruge læreres vurdering som evalueringsgrundlag for læremidler

Jeg har her fremlagt en metode til evaluering af et læremiddels potentiale til at understøtte kompetenceudvikling hos elever der bliver undervist ved hjælp af læremidlet. Metoden kan bruges som et alternativ til casebaserede, designbaserede og præ-post-test-baserede metoder og er udviklet som et læringsrettet supplement til egentlige tilfredshedsundersøgelser.

Det er en central fordel ved den foreslåede metode at den er skalerbar og dermed potentielt tilbyder en evidens der overgår casebaserede og designbaserede metoder. Man kan dog forestille sig at et egentligt eksperimentelt eller kvasiexperimentelt design der ikke benytter læreres vurdering, kan være en stærkere undersøgelse i forhold til at udtale sig evident om læringspotentialets "størrelse". Det er en fordel at man med den her foreslåede metode kan blotlægge hvad et læremiddel er godt og dårligt til. Her trækkes der på at kompetencebegreberne efterhånden er så veletableret en referenceramme blandt lærere at de kan udskille tegn på besiddelse af de forskellige matematiske kompetencer. Endelig er det min opfattelse at det er en fordel ved metoden at den harmonerer med et syn på læring som deltagelse i faglig praksis og anvender lærerens viden om elevernes udvisning af kompetence.

Det er en ulempe ved metoden at den ikke går i dybden som en casebaseret metode eller en designbaseret metode kunne gøre det. Det vil sige at man ikke kan forvente at få et teori-relateret indblik i de bagvedliggende sammenhænge der gør at læremidlet understøtter udvikling af bestemte matematiske kompetencer.

Undersøgelsen har været i stand til at give en pejling af at Matematikkens Univers har potentiale til at understøtte udvikling af både matematisk kommunikations- og problembehandlingskompetence. I det konkrete tilfælde er der ikke stor forskel på lærernes vurdering af potentialet til at understøtte udvikling af de to kompetencer, hvilket passer fint med at begge disse kompetencer var læringsmål for det scenarie i Matematikkens Univers som klasserne havde arbejdet med.

Denne undersøgelse er et eksempel på at kompetencebegreberne bruges til at evaluere undervisning og læremidler. Brugen af kompetencebegreberne som evalueringssprog kan måske muliggøre en sammenligning af forskellige læremidler på en række parametre der handler om elevens læringsudbytte. Dette vil være af stor værdi, ikke alene fordi det vil gøre det muligt at skille gode læremidler fra dårlige, men også fordi kompetencebegreberne er tilpas nuancerede til at vi måske vil kunne deklarere hvilke (typer af) læremidler der er gode til hvad. Viden om hvilke (typer af) læremidler der er særlig gode til at støtte fx kommunikationskompetencen, problembehandlingskompetencen eller symbol- og formalismekompetencen, er både vigtig for lærere der skal vælge læremiddel, for skoler og kommuner der skal investere i læremidler, og for

uddannelsesplanlæggere der skal tage stilling til overordnede rammer for introduktionen af fx nye digitale læremidler i skolen.

## Referencer

- Blomhøj, M. & Jensen, T.H. (2007). SOS-projektet – didaktisk modellering af et sammenhængsproblem. *MONA* 2007(3) s. 25-53.
- Breidenbach, D., Dubinsky, E., Hawks, J. & Nichols, D. (1992). Development of the Process Conception of Function. *Educational Studies in Mathematics*, 23(3), s. 247-285.
- Brown, J.S., Collins, A. & Duguid, P. (1989). Situated Cognition and the Culture of Learning. *Educational Researcher*, 18(1), s. 32-42.
- Cobb, P., Stephan, M., McClain, K. & Gravemeijer, K. (2001). Participating in Classroom Mathematical Practices. *Journal of the Learning Sciences*, 10(2), s. 113-163.
- Glaserfeld, E.V. (1995). *Radical Constructivism: A Way of Knowing and Learning*. Studies in Mathematics Education Series, 6. London; Washington, D.C.: Falmer Press.
- Hansen, T.I. (2008). Læremiddeldidaktik – hvad er det? *Tidsskrift for læremiddeldidaktik* 2008(1) s. 4-13.
- Jensen, T.H. (2008). Kompetencer, færdigheder og evaluering. *Matematik: tidsskrift for regne- og matematiklærere*, (36)7 s. 43-46.
- Jensen, T.H. (2009). Modellering versus problemløsning: om kompetencebeskrivelser som kommunikationsværktøj. *MONA*, 2009(2), s. 37-54.
- Jensen T.H., Bundsgaard J., Sølberg, J. & Elsmose, S. (2010) Kompetencemål i praksis – foranalysen bag projektet KOMPIS. *MONA*, 2010(3), s. 7-29.
- Kaplan, R.M. & Saccuzzo, D.P. (2001). *Psychological Testing: Principles, Applications, and Issues*. Belmont: Wadsworth.
- Lave, J. & Wenger, E. (1991). *Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation*. Learning in Doing. Cambridge: Cambridge University Press.
- Lund-Larsen, M. (2010). Effekt af e-læring: En undersøgelse i folkeskolen af anvendelse af Matematikkens Univers. eVidenCenter® Det Nationale Videncenter for e-læring.
- Michelsen, C. (2002). Begrebsdannelse ved domæneudvidelse: elevens tilegnelse af funktionsbegrebet i et integreret undervisningsforløb mellem matematik og fysik. *Dansk Institut for Gymnasiepædagogik*, Syddansk Universitet, Odense.
- Misfeldt, M. (2010). Evaluering af Matematikkens Univers. Et it-baseret undervisningsmiddel til matematisk kompetenceudvikling. *Matematik: tidsskrift for regne- og matematiklærere*, (38)3 s. 22-24.
- Niss, M., Jensen, T.H. & KOM-arbejdsgruppen. (2002). Kompetencer og matematiklæring: ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark. *Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie*, 18.

- Patton, M.Q. (1990). *Qualitative Evaluation and Research Methods*. Newbury Park, Californien: Sage Publications.
- Sfard, A. (1991). On the Dual Nature of Mathematical Conceptions: Reflections on Processes and Objects as Different Sides of the Same Coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), s. 1-36.
- Sfard, A. (1998). On Two Metaphors for Learning and the Dangers of Choosing Just One. *Educational Researcher*, 27(2), s. 4-13.
- Skott, J. (2006). Teoretiske løkker i matematikkens didaktik. Om relationen mellem empiri, teori og praksis. I: S. Ongstad (red.), *Fag og didaktik i læreruddanning: kunnskap i grenseland*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Stephan, M., Cobb, P., & Gravemeijer, K. (2003). Chapter 5: Coordinating Social and Individual Analyses: Learning as Participation in Mathematical Practices. *Journal for Research in Mathematics Education*. Monograph, 12, s. 67-102.
- Undervisningsministeriet. (2009). *Fælles mål 2009 – matematik*. Undervisningsministeriet.
- Vygotskii, L.S. (1978). *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. Cambridge: Harvard University Press.

## Abstract

This paper describes the investigation of the educational design “The Mathematical Universe” (Matematikkens Univers). The investigation uses teachers’ judgment of the extent to which the design supports competency development among the pupils. “The Mathematical Universe” is a scenario-based educational design where pupils can work individually or in groups with mathematical topics and problems. The investigation uses the conceptual framework describing mathematical competencies, now implemented in the Danish curriculum, as a framework for the teachers’ evaluation. According to the participating teachers, “The Mathematical Universe” supports the development of communicational competency and problem solving competency as described in the Danish curriculum. The research design is discussed, and can be considered as a result in the sense that it is an example of a quantitatively scalable evaluation of an educational design that is in tune with a conception of learning as situated in practice.