

Matematikken i PISA – i didaktisk perspektiv



Lena Lindenskov, DPU-
Aarhus Universitet



Peter Weng, DPU-
Aarhus Universitet

Abstract. Denne artikel fokuserer på matematik i PISA. Den præsenterer nogle af de arbejdsprocesser der går forud for at resultaterne kan offentliggøres, og som har særlig fagdidaktisk interesse, så artiklen handler om FØR PISA. Den præsenterer også vores bud på hvordan specifikke resultater fra undersøgelsen kan inspirere og anvendes af matematiklærere i skolen, og derved handler artiklen også om EFTER PISA.

De arbejdsprocesser FØR PISA-resultaterne som vi anser for særlig fagdidaktisk relevante, angår:

- hvilke spørgsmål undersøgelsen er iværksat for at afdække, politisk og fagligt
- hvordan matematikdomænet beskrives: matematiske situationer, kontekster, idéområder, discipliner og kompetencer
- hvordan elevopgaverne kategoriseres.

Nogle resultater er både politisk og didaktisk interessante. Det gælder fx resultater om marginalgrupper, hvor politikere vil fokusere på antallet, og didaktikere vil fokusere på hvilken faglighed marginalgrupperne indikeres at have. Som resultater der kan anvendes i skolens undervisning EFTERFØLGENDE, men som ikke er interessante resultater på det politiske niveau, præsenterer vi et eksempel på detaljeret viden om danske elevers besvarelser af en af matematikopgaverne i PISA. På www.dpu.dk/PISA findes yderligere materialer om danske elevers besvarelser af 15 matematikopgaver i PISA.

Artiklen er et supplement til de to artikler i sidste nummer af Eva Davidsson om naturfag i PISA og Niels Egelund om generelle forhold ved PISA-undersøgelsen (Davidsson, 2011; Egelund, 2011).

Hvilke tankesæt om matematik ligger til grund for undersøgelsen?

PISA-undersøgelsen har politisk til hensigt at bedømme hvor godt forberedte 15-årige er på fremtidens udfordringer, og hvilke rammer der giver en god forberedelse, her-

under hvordan uddannelsespolitik kan give en mere lige fordeling af læringsmuligheder og stærkere incitamenter for større effektivitet (PISA 2009, International, bind 1, s. 3). Som fagdidaktisk interesseret er det vigtigt at erkende undersøgelsens generelle uddannelsespolitiske sigte om effektivitet og lighed og at det er dette generelle sigte der gør at undersøgelsen er interessant på det politiske niveau. Matematik er i politisk forstand et af flere undersøgelsesdomæner som et middel til at opnå målet, og spørgsmålet melder sig om resultaterne så kun kan bruges politisk? For at svare på det er det afgørende at se på hvorfor matematik er udvalgt som et af undersøgelsesområderne i PISA.

Hvis matematik på grundskoleniveau var et tilvalgsfag kun for de elever der sigter mod teknisk-naturvidenskabelig uddannelse, så ville matematik nok slet ikke være blevet udvalgt i et OECD-initieret projekt som et af domænerne – og så ville der ikke have været nogen resultater på det matematiske område der kunne udnyttes politisk eller didaktisk. Matematik er imidlertid udvalgt i sin egenskab af at være et fagområde der har betydning for alle unge menneskers gennemførelse af uddannelse efter den obligatoriske skolegang og for deltagelse i hverdags- og samfundsliv. I PISA formuleres det brede sigte således:

Matematisk kompetence er det enkelte individs evne til at identificere og forstå den rolle, matematik spiller i verden, til at give velfunderede bedømmelser, og bruge og engagere sig ved hjælp af matematik på måder, der lever op til de behov der er, for at individet kan fungere som en konstruktiv, engageret og reflekterende borger. (Lindenskov & Weng, 2010a, s. 84)

Formuleringen om at “bruge og engagere sig” som borger ved hjælp af matematik viser at det er brugsaspektet der gælder for alle og ikke kun for specialisten, som man i PISA søger efter indikationer på når det gælder om hvor godt de unge er forberedt til livet efter grundskolen. Formuleringen er i overensstemmelse med det brede sigte der er i dansk matematikundervisning som det formuleres i *Fælles Mål 2009 – Matematik*, stk. 3.

Undervisningen skal medvirke til, at eleverne oplever og erkender matematikkens rolle i en kulturel og samfundsmæssig sammenhæng, og at eleverne kan forholde sig vurderende til matematikkens anvendelse med henblik på at tage ansvar og øve indflydelse i et demokratisk fællesskab.

Det er udvælgelsen af matematik med det anvendelsesorienterede sigte for alle der giver de grundlæggende betingelser for at udnytte PISA-resultater i et didaktisk perspektiv i dansk sammenhæng.

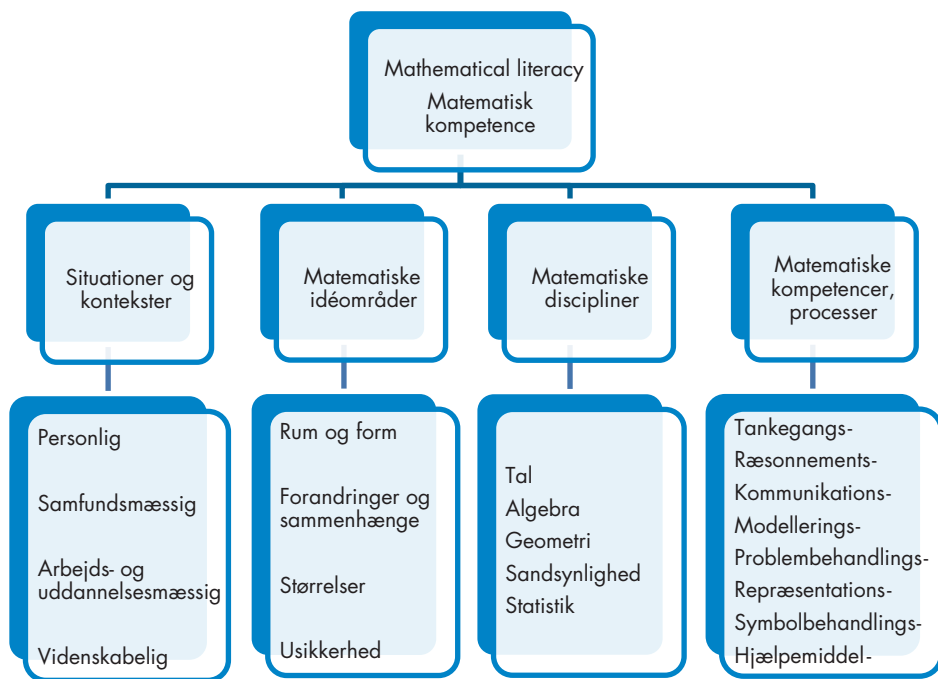
I PISA vurderes – som nævnt i Egelunds artikel i sidste nummer af *MONA* – kompetencerne ikke ud fra specifikke læseplaners indhold, men i stedet sigtes der på hvor godt de unge kan bruge deres viden og kunnen i forhold til udfordringer i det virkelige liv, således som det kan måles med de bedste test der på undersøgelsestidspunktet er til rådighed. Ud over nogle udvalgte rammefaktorer til politisk brug som indikatorer på uddannelsespolitikens mulige virkemidler med henblik på ligelig fordeling af læringsmuligheder og incitamenter for effektivitet, så indsamles der også informationer af særlig didaktisk interesse: I 2003 – og igen i 2012 – indsamles der via spørgeskema informationer om elevernes matematikfaglige interesser, opfattelser og læringsmåder.

Hvordan beskrives matematikdomænet: matematiske situationer, kontekster, idéområder, discipliner og kompetencer?

Der udvikles nogle begreber med henblik på at operationalisere den ovenstående brede beskrivelse af at være forberedt og parat til at bruge matematik i situationer uden for matematikundervisningen og til at sætte sig ind i og vurdere andres brug af matematik. Disse begreber er af didaktisk interesse idet de omhandler matematiske delområder, matematiske kompetencer og matematikholdige situationer og kontekster hvor mennesker tænker og agerer matematisk med det de ved og kan og vil. Der er sket en løbende udvikling af begreberne siden 1998 med den matematiske ekspertgruppe som rorgænger, hvor alle involverede fra de forskellige lande har kunnet kommentere og foreslå ændringer. (Den internationale ekspertgruppe for PISA 2009 består af Jan de Lange (formand), Holland, Werner Blum, Tyskland, John Dossey, USA, Zbigniew Marciniak, Polen, Mogens Niss, Danmark, samt Yoshinori Shimizu, Japan). Fx har den operationelle beskrivelse af begrebet kontekst udviklet sig, hvilket vi nøje beskrev i forbindelse med PISA 2003 (Lindenskov & Weng, 2004). Senest har der gennem 2010 været debat om det operationelle kompetencebegreb og om hvordan faglige delområder skulle prioriteres.

Af særlig dansk interesse er det at begreberne gennem hele forløbet har været inspireret af matematikopfattelser der for danske matematikundervisere kan associeres til den hollandske realistiske matematikundervisning, den danske modellerings- og kompetencetænkning og den amerikanske faglige helhedstænkning i NCTM's standards (NCTM, 2006). Desuden er det på linje med sociokulturelle sprogstudier, hvor der refereres til James Gee (1998), at der ikke søges testet i forhold til "matematik i sig selv", fx alene i forhold til skift imellem forskellige matematiske repræsentationer. Der er således ingen elevopgaver i PISA der svarer til færdighedsdelen af folkeskolens afgangsprøve, idet der alene søges indikationer på meningsfuld brug af matematik i sammenhænge hvor også sammenhængen er meningsfuld.

I den tekniske 2009-rapport har vi valgt at præsentere en oversigt over begreberne i følgende figur 1:



Figur 1. Oversigt over framework for matematik i PISA 2009.

Situationer i fire livssfærer

Et vigtigt aspekt ved matematisk kompetence er at involvere sig matematisk: Dette er afgørende for elevens tilgang til at behandle problemer i matematikholdige situationer eller kontekster. Hvilken strategi eleven vælger til at behandle en problemstilling, vil ofte være afhængig af beskrivelsen af situationen eller konteksten eleven skal behandle problemet i. De situationer og kontekster problemerne stilles i i PISA-undersøgelserne, er forsøgt kategoriseret i hvad der betegnes som sfærer af liv, som det formodes de 15-åriges liv kan vedrøre. Der er i PISA defineret fire typer livssfærer hvori man beskriver de situationer og kontekster som undersøgelsens opgaver relaterer sig til: det personlige liv, samfundsliv, uddannelses- og arbejdsliv samt videnskabelige sammenhænge.

De problemstillinger der indgår i opgaverne, er stillet således at de er tilgængelige for matematisk behandling i en "real-world-kontekst" der som mål har en aktivering af eleven til at undersøge hvilke matematiske begreber der kan indgå i anvendelsen af en matematisk løsning på det stillede problem. Det grundlæggende begreb i denne proces er "matematisering".

Matematiske idéområder og discipliner

Det matematikfaglige stofindhold beskrives både som fire overordnede idéområder og i discipliner. Udgangspunktet er at matematiske udfordringer ikke fremtræder uden for skolen som "algebra" eller som "geometri". Derfor er det matematiske stof i første omgang organiseret i PISA efter fænomenområder. Med reference til Freudenthals begrundelse er "*our mathematical concepts, structures, ideas (...) invented as tools to organise the phenomena of the physical, social and mental world*" (Freudenthal, 1983, s. ix). En opdeling af matematisk stof efter fænomenområder kan etableres på forskellige måder som det ses hos Devlin (1997) og Steen (1990, 1997), og i PISA sker der en opdeling i fire såkaldte overordnede idéområder (på engelsk: *overarching ideas*), som er rum og form, forandringer og sammenhænge, størrelser samt usikkerhed. De traditionelle matematiske discipliner indgår så med begreber og tankemåder som midler til at behandle de overordnede idéområder. Se mere om hvordan på side 177 i den tekniske rapport for PISA 2009.

Matematiske kompetencer

I Fælles Mål 2009 indgår de otte matematiske kompetencer for første gang som slutmål for folkeskolens matematikundervisning. I den foregående Fælles Mål blev de otte alene beskrevet i undervisningsvejledningen. For PISA's vedkommende har de otte været en del af beskrivelsen gennem hele forløbet. Især tankegangskompetencen kan det være vanskeligt at evaluere med skriftlige individuelle opgaver, og til brug ved opgørelsen af PISA-resultaterne er de otte kompetencer indtil videre reduceret til tre

Matematisk kompetence		
Reproduktionskompetence	Sammenhængskompetence	Refleksionskompetence
Standardrepræsentationer og standarddefinitioner	Udformning	Kompleks problemløsning og problemfremstilling
Rutineberegninger	Standardproblemløsning, omdannelse og fortolkning	Refleksion og indsigt
Rutineprocedurer	Flere veldefinerede metoder	Oprindelig matematisk indfaldsvinkel
Rutinepræget problemløsning		Flere komplekse metoder
		Generalisering

Figur 2. Tre kompetenceklasser.

kompetenceklasser: reproduktions-, sammenhængs- og refleksionskompetence. Kategorierne er delvist udtryk for stigende sværhedsgrad, og de adskiller sig med hensyn til arten og graden af fortolkning og refleksion, arten og antallet af repræsentationer, kompleksitet samt typer og niveauer af ræsonnement (OECD, 2009, s.120 ff.). Den stigende sværhedsgrad ses i figur 3:

Hvordan kategoriseres elevopgaverne?

Opgaverne udvælges således at de 15-årige kan trække på og demonstrere deres matematiske kompetence som anses for at være relevant for fremtiden.

Der anvendes en kombination af opgaveformater. Enten skal eleverne selv konstruere et svar, eller også skal de vælge et svar. I de tilfælde hvor eleverne selv skal konstruere et svar, skelner man mellem:

- et udvidet svar, hvor eleven fx skal vise en beregning, give en forklaring eller give en begrundelse for sin løsning (dette kaldes også åben-konstrueret-svar, fra engelsk 'open-constructed response item')
- et kort svar, hvor eleven skal give et tal eller flere tal som svar (dette kaldes også lukket-konstrueret-svar).

I de tilfælde hvor eleverne skal vælge et svar, skelner man mellem:

- komplekse flervalgsopgaver (multiple-choice), hvor eleven præsenteres for et antal udsagn og skal angive om de fx er sande eller falske
- simple flervalgsopgaver (multiple-choice), hvor eleven skal vælge ét svar ud af flere muligheder.

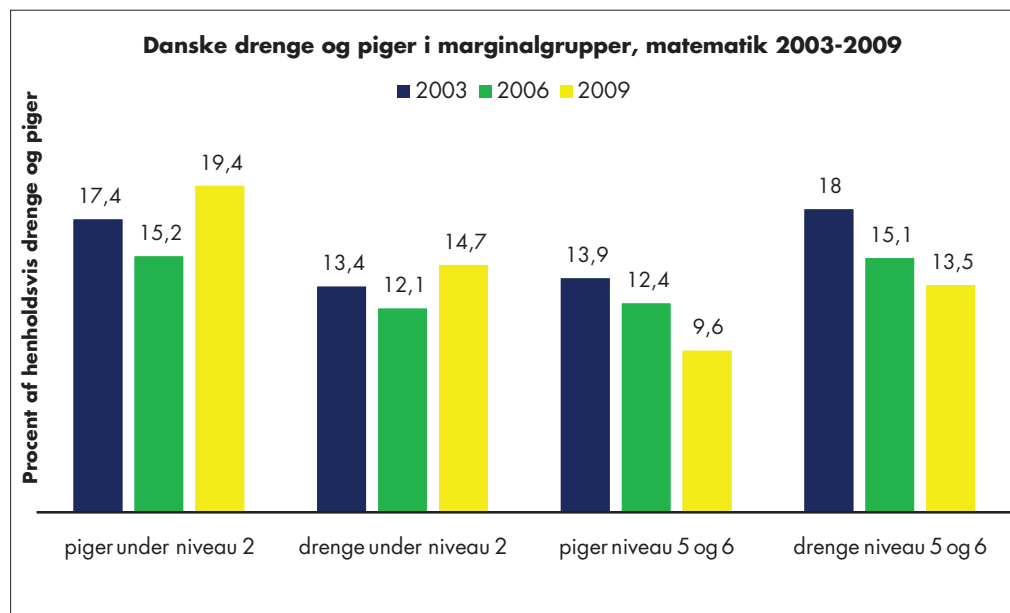
Hver opgave kategoriseres efter matematisk idéområde, kompetenceniveau og opgaveformat, som alle har indflydelse på den sidste kategorisering, "sværhedsgraden" af opgaven.

De PISA-opgaver hvor eleverne selv skal angive et svar, altså de opgaver hvor eleven ikke skal vælge et svar, vil for langt de flestes vedkommende blive "rettet" manuelt af en gruppe specielt trænede mennesker der kan tildele hvert enkelt svar en bestemt et- eller tocifret kode. Denne kode gør det muligt dels at angive "korrektheden" af en besvarelse ved at det første ciffer kan antage værdierne 2, 1 eller 0 som angiver point i relation til "korrekthed", dels at angive en "svartype" af en besvarelse ved at det andet ciffer informerer om den tænkning der kan formodes at ligge til grund for elevens besvarelse.

Brug af PISA-resultater

Et eksempel på resultat: elever der præsterer marginalt

Som eksempel på hvordan PISA-resultater kan vurderes politisk og didaktisk, vil vi se på elevpræstationer der indikerer en særlig god mathematical literacy, og elevpræstationer der indikerer en særlig ringe mathematical literacy. Det har vi betegnet som problemet om marginalgrupper. Politisk ligger hovedinteressen på hvor store marginalgrupperne er, og om marginalgrupperne bliver større eller mindre imellem undersøgelserne. Politisk er det således interessant at der er en større andel lavtpræsterende elever i Danmark i 2009 end i 2003. Ændringen er dog ikke signifikant. Det er desuden politisk interessant at der er en mindre andel højtpræsterende elever i Danmark i 2009 end i 2003. Denne ændring er signifikant. Det er også politisk interessant at der er flere lavtpræsterende piger end drenge, og at der er flere højtpræsterende drenge end piger. Det fremgår af figur 3:



Figur 3. Marginalgruppernes størrelse i 2003, 2006 og 2009, piger og drenge.

Mens den politiske interesse drejer sig om andele og udvikling i andele, så knytter den didaktiske interesse sig til hvad undersøgelsen indikerer om præstationernes karakter:

Hvad er det som de lavtpræsterende elever tilsyneladende kan og vil og ikke kan og vil, og hvad er det som de højtpræsterende elever tilsyneladende kan og vil og ikke kan og vil?

Didaktisk er det interessant at fx det højeste niveau, niveau 6, kræver at eleven gennem sine besvarelser har vist indikationer på kompetencer der kan karakteriseres som avancerede inden for matematisk tænkning og anvendelse af matematiske ræsonnementer. Det vil sige at eleven kan anvende sin matematiske indsigt og forståelse gennem anvendelse af det matematiske symbolsprog og de matematiske operationer til at beskrive sammenhænge på en kreativ måde ved at kunne udtænke strategier og gennemføre disse i problembehandling af matematikholdige situationer. Endvidere er eleverne på dette niveau karakteriseret ved præcist at kunne kommunikere deres begrundelser for og gennemførelse af en strategi samt reflektere over hvad denne har ført til.

På det laveste niveau, niveau 1, kan eleverne besvare opgaver der er "lige til at gå til" med hensyn til informationer og procedurer til besvarelsen af opgaven. Eleverne klarer standardopgaver der direkte signalerer proceduren der skal anvendes for at finde svaret. De elever der præsterer på dette niveau, behøver dog ikke at være uden matematisk viden og kunnen, men der er grund til at være opmærksom på at deres præstationer på opgaverne i PISA kan være en indikation på at de vil få svært ved at anvende matematik som et redskab i deres fremtidige liv både på det personlige, uddannelsesmæssige og samfundsmæssige område. (Se mere om niveauerne på side 89-92 i Resultatrapporten for PISA 2009).

Et eksempel på resultat: opgaven "Røverier"

Mens resultater om marginalgrupper er både politisk og didaktisk interessante, så er der detaljerede resultater om elevernes opgavebesvarelser som kun er didaktisk interessante. Vi har i en efterfølgende analyse af elevbesvarelser på 15 frigivne opgaver sammenlignet ikke blot rigtighedsprocenter, men også originale elevbesvarelser der kan give en indikation på elevens måde at tænke matematik på ud fra givne stimuli der er matematikholdige. Det samlede materiale er tilgængeligt på www.dpu.dk/PISA og kan være en inspirationskilde for en matematiklærer der fx ønsker at vurdere hvordan hendes elever besvarer matematikspørgsmål stillet i en kontekst. Alle de 15 opgaver der er tilgængelige på nettet, er beskrevet efter samme struktur:

- Præsentationen af opgaven
- Hvordan tillægges opgaven point?
- Hvilke informationer kan opgaven give?
- Hvordan besvarede danske elever opgaven sammenlignet med elever i andre lande?
- Hvordan besvarede danske elever opgaven?

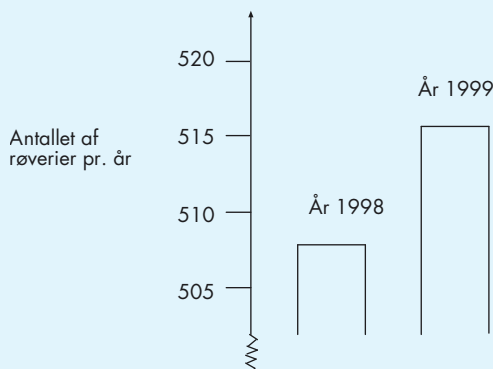
Der findes ikke mange matematiklærere der ikke er interesserede i at holde deres egne elevers resultater op mod andre elevers besvarelser. For hver af de 15 PISA-opgaver har vi derfor angivet hvordan rigtighedsprocenterne er for danske elever generelt og for elever i udvalgte lande som en perspektivering. Desuden er der angivet hvordan henholdsvis danske piger og drenge besvarer opgaven. De sidste, men ikke mindre relevante informationer i relation til en opgave som vi har gjort tilgængelige, er originale elevbesvarelser der kan give et unikt indblik i mulige forståelser, korrekte eller ikke-korrekte, som eleverne præsenterer. Dette kan give matematiklærere baggrundsinformation som kan styrke deres mulighed for at støtte en elev ud fra dennes besvarelse af opgaven hvad enten den er korrekt eller ikke.

PISA-opgave "Røverier"

En tv-journalist viste dette diagram og sagde:

"Diagrammet viser, at der har været en voldsom stigning i antallet af røverier fra 1998 til 1999."

Er journalistens påstand en rimelig fortolkning af diagrammet?



Gør rede for, om fortolkningen er rimelig eller urimelig.

Opgaven "Røveri" (se tekstboks) er et af de problemer i PISA som uanset hvordan man definerer "autentisk problemstilling", med rimelighed kan siges at omhandle et relevant problem knyttet til manipulation i en argumentation hvor matematik misbruges som redskab til at frembringe en sammenhæng som ønskes fra manipulatorens side. Opgavens primære mål for læreren er at indhente informationer om hvorvidt en elev har så megen matematisk forståelse at hun kan gennemskue en ikke-matematisk argumentation som ikke er holdbar.

Hvordan tillægges opgaven point?

Kode 21 gives til korrekte elevsvar af typen:

Nej, ikke rimelig. Fokuserer på det faktum at der kun er vist en LILLE DEL af grafen.

Fx til svarene:

Ikke rimelig. Hele grafen skulle være vist.

Jeg synes ikke at det er en rimelig fortolkning af grafen, for hvis de havde vist hele grafen, ville man have kunnet se at der kun er en lille stigning i røverierne.

Kode 22 gives til korrekte elevsvar af typen:

Nej, ikke rimelig. Indeholder korrekte argumenter hvor termer for FORHOLD mellem tal eller PROCENTVIS STIGNING indgår.

Fx til svarene:

Nej, ikke rimelig. 10 er ikke nogen stor stigning sammenlignet med det samlede tal på 500.

Nej, ikke rimelig. Ifølge procentdelen er stigningen kun på 2 %.

Kode 23 gives til korrekte elevsvar af typen:

Data for udvikling er nødvendige før man kan dømme.

Fx til svarene:

Vi kan ikke sige om stigningen er voldsom eller ej. Hvis antallet af røverier i 1997 var det samme som i 1998, så kunne vi sige at der var tale om en voldsom stigning i 1999.

Der er ingen der ved hvad "voldsom" dækker, fordi der mindst må være tale om to ændringer for at kunne tænke på stor og lille.

Kode 11 gives til delvist korrekte elevsvar af typen:

Nej, ikke rimelig, men forklaring er ikke detaljeret. Fokuserer KUN på en stigning angivet ved det nøjagtige antal røverier, men sammenligner ikke med det totale antal.

Fx til svarene:

Ikke rimelig. Det steg med ca. 10 røverier. Ordet "voldsom" forklarer ikke hvad det forøgede antal røverier var i virkeligheden. Stigningen var kun 10, og det vil jeg ikke kalde en "voldsom" stigning.

Fra 508 til 515 er ikke nogen stor stigning.

Kode 12 gives til delvist korrekte elevsvar af typen:

Nej, ikke rimelig. Enten med rigtig metode og mindre regnefejl eller rigtig metode og konklusion, men den beregnede procentdel er 0,03 %.

Kode 01 gives til svar der ikke gives point, af typen:

Det korrekte svar "nej", men med utilstrækkelig eller urigtig forklaring.

Fx til svarene:

Nej, jeg er ikke enig.

Journalisten skulle ikke have brugt ordet "voldsom".

Kode 02 gives til svar der ikke gives point, af typen:

Ja, og fokuserer på grafens udseende og nævner at antallet af røverier er fordoblet.

Fx til svarene:

Ja, grafens højde er dobbelt så stor.

Ja, antallet af røverier er næsten fordoblet.

Kode 03 gives til svar der ikke gives point, af typen:

Ja, men ingen eller andre typer forklaringer end nævnt i kode 02.

Kode 04 gives til andre typer svar der ikke gives point.

Kode 09 gives når eleven ikke angiver noget svar.

Hvilke informationer kan opgaven give?

PISA 2003-kategoribeskrivelser	
IDÉOMRÅDE	Usikkerhed
KONTEKST	Samfundsliv
KOMPETENCEKLASSE	Sammenhængskompetence
FORMAT	Redegørelsessvar (udvidet svar)
SVÆRHEDSGRAD	577 niveau 4 ved delvist korrekt, 694 niveau 6 ved fuldt korrekt

Figur 4. Karakteristika ved opgaven:

Idéområdet er usikkerhed. Konteksten er samfundsliv, da opgaven går ud på at vurdere en påstand der fremsættes på baggrund af en statistisk afbildning som man dagligt kan møde i medierne. Da vurderingen skal ske ud fra en tolkning af et diagram, kræves der sammenhængskompetence. Opgavetypen er åben, og besvarelsen skal indeholde en argumentation for den konklusion der angives, så opgavens format er redegørelsessvar. Opgaven kan besvares på to niveauer. Et delvist korrekt svar hvor der er en svag argumentation for at forkaste påstanden, gives 1 point. Sværhedsgraden er 577, der placerer besvarelsen på niveau 4. En korrekt besvarelse med ræsonnementer med brug af relative forhold gives 2 point og er placeret på niveau 6 med en sværhedsgrad på 694, hvilket gør spørgsmålet til et af de vanskeligste at besvare i undersøgelsen. Formatet er udvidet svar, og det giver god mulighed for at vurdere korrektheden af et svar både som fuldt og som delvist korrekt.

Eleven skal tolke og vurdere hvilke informationer der med rimelighed kan indhentes ud fra en given grafisk fremstilling af to på hinanden følgende statistiske undersøgelser

vedrørende røverier. Informationerne er gengivet grafisk ved to søjlediagrammer hvor en del af de to søjler er gengivet. Opgaven går ud på at se og forstå en forandring/vækst og se denne i sammenhæng med den samlede størrelse, altså antallet af røverier.

Konteksten formodes at tilhøre den sfære omkring elevens dagligliv der omhandler samfundet, som indeholder situationer der tilhører en sfære eleven kun indirekte er i kontakt med. Korrekt besvarelse af opgaven kræver sammenhængskompetence. En korrekt besvarelse skal indeholde en vurdering der påpeger det urimelige i journalistens fortolkning og begrundet det med den afkortede y-akse i den grafiske fremstilling.

Hvordan besvarede danske elever opgaven sammenlignet med elever i andre lande?

En kvantitativ sammenligning mellem besvarelser fra elever i Danmark og en række andre lande kan man få ved at se på den procentvise fordeling mellem de forskellige point og intet svar. Der beregnes en rigtighedsprocent ved at addere den procentandel der får 2 point, med halvdelen af den procentandel, der får 1 procent, fx $19 + 15$ for danske elever.

Land	0 point	1 point	2 point	Ingen svar	Rigtigheds-% for piger	Rigtigheds-% for drenge	Rigtigheds-% alle
Danmark	33	30	19	19	32	36	34
Finland	31	38	27	4	44	47	46
Island	45	24	16	15	29	27	28
Norge	26	26	29	19	41	42	42
Sverige	29	26	33	13	47	43	45
Tyskland	42	28	15	15	26	31	29
Holland	45	31	22	2	35	40	38
USA	43	33	17	8	31	35	33
Japan	39	35	11	14	27	31	29
Tyrkiet	60	13	6	20	11	14	13
Mexico	60	14	6	20	13	12	13
OECD	41	28	15	15	28	31	30

Figur 5. Svarprocenternes fordeling i Danmark og i udvalgte andre lande.

Som det fremgår af figur 5, har mange elever i alle de deltagende lande haft svært ved at besvare denne type opgave som må siges at være meget relevant set ud fra en målsætning om dannelse af samfundsborgere der er i stand til på et sagligt grundlag at kunne deltage i den demokratiske debat.

De angivne rigtighedsprocenter for drenge, piger og alle dækker som nævnt både over korrekte og delvist korrekte besvarelser. Således dækker de 34 % som er den danske rigtighedsprocent, over at 19 % af besvarelsenerne var korrekte, og 30 % delvist korrekte. Et tilsvarende tal for finske elever – de internationale topscorere i denne opgave – var henholdsvis 38 % og 27 %. Elever i Finland, Norge og Sverige præsterer relativt godt.

Afsluttende bemærkninger

Det er ikke altid let at gennemskue hvad en opgavekonstruktør i fx en lærebog har tænkt med en foreliggende opgave, modsat opgaverne der er med i PISA. Her er alle opgaver beskrevet med en række kategorier. Arbejdet med disse kategorier er en didaktisk interessant del af arbejdet FØR der kan tilvejebringes resultater. Det er også beskrivelsen af opgaverne med kategorier der er afgørende for at der er didaktisk interessante resultater. Indtil nu har der overvejende været politisk brug af undersøgelsens resultater fra organisationer og politikerside. Men med den detaljerede EFTER-analyse af danske elevsvar til 15 frigivne opgaver indvarsler vi en ny æra for hvordan resultater fra internationale undersøgelser – taget i bred forstand – kan indgå i den samfundsmæssige skolediskurs og nyttiggøres i skolens hverdag som baggrundsinformation og inspiration for matematiklæreres videre støtte til deres elever, hvad enten elevernes ytringer må anses som korrekte eller ikke.

Referencer

- Davidsson, E. (2011) PISA naturfag 2009. *MONA*, 2011(1), s. 66-72.
- Devlin, K. (1997). *Mathematics, The Science of Patterns*. Scientific American Library. New York, NY.
- Egelund, N. (2011). PISA (Programme for International Student Assessment) – 2009. *MONA*, 2011(1), s. 58-65.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: D. Reidel.
- Gee, J.P. (1998). *Preamble to a Literacy Program*. Madison: University of Wisconsin-Madison, Department of Curriculum and Instruction.
- Lindenskov, L. & Weng, P. (2004). Matematisk kompetence. I: J. Mejding (red.), *PISA 2003*. s. 35-96 København: DPU, AKF, SFI.

- Lindenskov, L. & Weng, P. (2010a). Matematik. I: N. Egelund (red.), *PISA 2009. Danske unge i international sammenligning. Bind 1 – Resultatrapport* (s. 83-104). København: DPU, AKF, SFI.
- Lindenskov, L. & Weng, P. (2010b). Matematik. I: N. Egelund (red.), *PISA 2009. Danske unge i international sammenligning. Bind 2 – Teknisk rapport* (s. 109-134). København: DPU, AKF, SFI.
- NCTM. (2006). *Curriculum Focal Points for Prekindergarten Through Grade 8 Mathematics: A Quest for Coherence*. Reston: NCTM.
- Niss, M. & Jensen, T. (red.). (2002). *Kompetencer og matematiklæring. Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. Uddannelsesstyrelsens temahæfte nr. 18.
- Niss, M. (1999). Kompetencer og uddannelsesbeskrivelse. *Uddannelse, 9*, s. 21-29.
- Steen, L.A. (1990). *On the Shoulders of Giants: New Approaches to Numeracy*. National Academy Press, Washington, D.C.
- Steen, L.A. (red.). (1997). *Why Numbers Count: Quantitative Literacy for Tomorrow's America*. New York: The College Board.
- Undervisningsministeriet. (2009). *Fælles Mål 2009 – Matematik. Faghæfte 12*. København.
- PISA FRAMEWORKS:
- OECD. (1998). *The PISA Assessment Frameworks – and Overview. September 1998 Draft*.
- OECD. (2003). *The PISA 2003 Assessment Framework – Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skill*.
- OECD. (2006). *Assessing Scientific, Reading and Mathematical Literacy. A Framework for PISA 2006*.
- OECD. (2009). *PISA 2009 Assessment Framework. Key Competencies in Reading, Mathematics and Science*.