

Læsning af matematikfagtekster i gymnasiet

Identificering af gymnasiefremmede elevers læsevanskeligheder og udvikling af metoder til forbedring af læsestrategier



Sarah Bredgaard Stampe Hjørth
htx Køge, EUC Sjælland



Hanne Vejlgård Nielsen
htx Køge, EUC Sjælland



Mikkel Stampe Hjørth
htx Køge, EUC Sjælland

Abstracts: I januar 2010 satte Undervisningsministeriet hovedprojektet "Imødegåelse af negative social arv i gymnasiale uddannelser" i gang. Rammerne for hovedprojektet er, at udviklingsarbejdet skal integreres i den daglige undervisning. I dette regi er der gennemført et forsøgs- og udviklingsprojekt koncentreret om matematikundervisningen i htx. I projektet rettes søgelyset helt nøjagtigt mod den del af matematikundervisningen, som er læsning af matematikfaglige tekster. Det søges klarlagt, hvorfor eleverne støder på forhindringer, når deres læsestrategi møder den matematikfaglige teksts elementer. I projektets praksisarbejde udvikles og afprøves forskellige metoder til overvindelse af disse forhindringer. Nærværende artikel redegør hovedsagelig for projektets metoder og resultater.

Under the auspices of a ministerial project about how to counter educationally disadvantaged social backgrounds in secondary school in which it was stipulated that developments should be integrated in ordinary teaching we designed and executed a project which focused on mathematics in a technical secondary school and specifically on the reading of mathematical texts. We attempted to identify why students hit barriers when their reading strategy meets such texts. In the empirical part of this project various ways of surmounting these barriers were developed and tested. Here we mainly describe our methods and results

Indledning

Det delprojekt under Undervisningsministeriets hovedprojekt, som denne artikel omhandler, er gennemført i perioden fra 1. januar 2010 til 15. januar 2011.

Undervisningsministeriets hovedprojekt med titlen "Imødegåelse af negativ social arv i gymnasiale uddannelser" tager udgangspunkt i undersøgelser, som har vist, at gymnasielever fra gymnasiefremmede familier støder på særlige problemer undervejs i deres gymnasieforløb. I artiklen "Fra gymnasiefremmed til student – større fagligt udbytte for elever fra gymnasiefremmede miljøer" (Ulriksen et al., 2007) beskrives nogle af disse problemer. Som mere målrettede oplæg til de enkelte forsøgs- og udviklingsprojekter er udarbejdet fagspecifikke rapporter inden for de forskellige gymnasieretninger. Nærværende projekt er udfoldet inden for matematikundervisningen på htx, og tager dermed, ud over artiklen "Fra gymnasiefremmed til student – større fagligt udbytte for elever fra gymnasiefremmede miljøer" (Ulriksen et al., 2007), udgangspunkt i faggrupperapporten "Matematik på htx" (Holst et al., 2009), hvori flere mulige indsatsområder til imødegåelse af gymnasiefremmede elevers vanskeligheder i forbindelse med faget matematik nævnes. Projektgruppen har valgt at arbejde med fokus på elevernes læsning af matematiske tekster. Projektets tre deltagere underviser alle i matematik på htx i Køge, som hører under EUC Sjælland og har gennem projektperioden brugt egne matematikklasser som grundlag for empiri.

Selve definitionen af gymnasiefremmedhed har været genstand for diskussion. I nærværende projekt er skellet lagt ved elever, hvis forældre enten slet ikke har studentereksamen eller har studentereksamen men ikke har gennemført en mellemlang eller lang videregående uddannelse, som har krævet studentereksamen. Argumentet for denne definition er, at vi skønner, at der er stor sandsynlighed for, at denne forældregruppe ikke har haft en succesoplevelse ved deres eget gymnasieforløb, og dermed måske ikke selv har knækket koden til det at gå i gymnasiet.

Inden projektstart undersøgte vi, hvor mange af de elever, som indgår i forsøgs- og udviklingsarbejdet, der er gymnasiefremmede ud fra ovenfor beskrevne definition. Eleverne udfyldte et spørgeskema, og vi kunne heraf konstatere, at i to af klasserne er ca. 60 % af eleverne gymnasiefremmede, mens der i én klasse er 80 %. Med denne viden om elevernes ophav, undersøgte vi elevernes karakterer i matematik på htx og konstaterede, at elevernes matematikfaglige niveau ikke afspejler, hvorvidt eleverne er gymnasiefremmede eller ej. De gymnasiefremmede elever ligger jævnt fordelt over karakterskalaen, ligesom de ikke-gymnasiefremmede gør.

Ud over den faggrupperapport, som var udarbejdet inden projektstart forelå der ikke nogen undersøgelsesresultater for, hvilke vanskeligheder gymnasiefremmede elever har ved netop matematik. Men som et godt teoretisk indspark til problemstillingen, har vi haft glæde af at læse Magnus Österholm: "Läsförståelsens roll inom matematikutbildning" (Österholm, 2009) og Elisabeth Ambak: "Faglig læsning" (Ambak, 2009).

Österholm konkluderer blandt andet i sin artikel, at hvor der optræder symboler i en (matematikfaglig) tekst, vil mange elever under læsning af teksten springe over symbolerne, og altså reelt se bort fra dele af teksten. Denne strategi er naturligvis uheldig, idet eleven opnår en mangelfuld forståelse af tekstens indhold. Österholm angiver med andre ord, at en uhensigtsmæssig læsestrategi kan resultere i en udeblivende forståelse af den læste tekst. Set i relation hertil er det interessant, at Arnbak i (Arnbak, 2009) blandt andet udtrykker, at det at opnå forståelse af et fagligt stof, som søges tilegnet gennem læsning, er forbundet med en formålstjenlig læsestrategi. Og endvidere, at definitionen af, hvilken læsestrategi der er formålstjenlig, vil afhænge af, hvilken teksttype eleven (læseren) møder. Derudover giver Arnbak mange gode eksempler på læseaktiviteter før, under og efter læsningen.

Med henvisning til (Arnbak, 2009) ligger der altså inden for vores interessefelt en opgave i at finde frem til en læsestrategi, som er formålstjenlig netop for matematik i gymnasiet. Ingen af os i projektgruppen havde forinden haft fokus på læsningen som et særligt element i undervisningen. Nærmest tværtimod; eleverne var henvist til at læse lærebogen hjemme, enten før eller efter gennemgang af stoffet på klassen, og det fik ringe plads i klasseundervisningen. Disse input og overvejelser mandede ud i følgende problemformulering:

Problemformulering

Hvordan imødegås de gymnasiefremmede elevers vanskeligheder med faglig læsning og sprogforståelse?

Herunder vil vi se på:

Hvilke forskellige matematiske teksttyper møder eleven?

Hvilke læsestrategier skal bruges til de forskellige teksttyper?

Hvordan er elevernes læseforståelse nu og hvordan måles den?

Hvordan tilrettelægger vi undervisningen, så den øger elevernes læseforståelse?

Forhåndsviden om matematiske tekster

Vi har med udgangspunkt i dels Österholm (2009) dels i egne erfaringer identificeret nogle læsetekniske udfordringer, som er helt specifikke for matematikfaglige tekster, nemlig at læseren skal forholde sig til at læse både matematisk symbolsprog og usammenhængende tekst. Usammenhængende tekstelementer kan være figurer, tabeller og grafer. Den matematiske tekst er helt anderledes struktureret end f.eks. en danskfaglig tekst, og den matematiske tekst skal derfor læses anderledes.

En fagteksts tilgængelighed påvirkes af tekstens sproglige, visuelle og indholdsmæssige tilgængelighed (Arnbak, 2009). Skal tekstlig tilgængelighed rides meget kort op, handler det om, at tekstens sproglige tilgængelighed blandt andet afgøres af omfanget af fremmedord og komplicerede sætningsstrukturer. Det letter den sproglige tilgængelighed, hvis tekstens forskellige dele er bundet sammen f.eks. ved henvisninger mellem de forskellige tekstdele. Visuel tilgængelighed er knyttet til layout, skrifttype og sidens grafiske opsætning. En tekst kan gøres indholdsmæssigt tilgængelig, hvis teksten præsenterer informationerne i en hensigtsmæssig rækkefølge, således at det er nemt for læseren at følge den "læsesti", ad hvilken et emne udvikles hen igennem teksten.

Vi måtte her erkende, at noget af det, som skaber problemer for eleverne i forbindelse med læsning af lærebøgerne, kan være, at matematiske tekster ofte har en ringe tilgængelighed både sprogligt og indholdsmæssigt.

Hertil kommer, at gymnasiestarten ofte er elevernes første møde med matematik som et fag, hvori de skal tilegne sig ny viden ved læsning. I grundskolens matematikundervisning arbejdes begribeligvis også med lærebøger, men omfanget af læsning begrænses, lidt groft sagt, til læsning af forholdsvist korte tekster, ofte opgavetekster. Dette afspejles i, at eleverne, når de begynder på matematik i gymnasiet, ikke allerede er udstyret med en funktionel strategi for læsning af de matematikfaglige tekster, de møder i gymnasiet.

Undersøgelse af elevernes læsestrategi

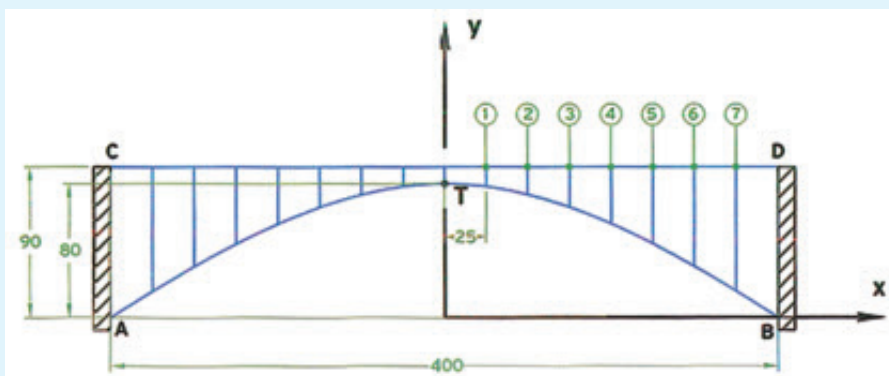
Det var vigtigt for vores arbejde inden for dette forsøgs- og udviklingsprojekt, at det baseres på viden om elevernes faktiske læsestrategi, og ikke bare på vores egne formodninger. Derfor gjorde vi et forsøg på at måle udvalgte elevers læsestrategi, før projektarbejdet igangsattes i deltagerklasserne.

Vi prøvede gennem interviews af udvalgte elever at måle deres læsestrategi kvalitativt. Til undersøgelsen udvalgte fra hver af de tre deltagerklasser to gymnasiefremmede elever, hvoraf den ene havde høje karakterer i matematik og den anden lave karakterer. Formålet med denne form for undersøgelse, som blev udført både ved projektets start og ved projektets afslutning, var altså at undersøge, hvordan de udvalgte elever læser en matematikfaglig tekst. Vi har ikke haft kendskab til en metode, der på meningsfuld vis kunne give en kvantitativ måling af elevernes læsefærdigheder, derfor valgte vi udelukkende at foretage en kvalitativ måling. (I forbindelse med udarbejdelse af denne artikel er vi af MONA blevet gjort opmærksom på, at Magnus Österholm i sin afhandling (Österholm, 2009) anviser en metode til kvantitativ måling af læsestrategi.)

Ved første undersøgelse blev eleverne præsenteret for en typisk opgavetekst fra en lærebog, se figur 1

Opgave 16

På figur 3 ses en bro over en kløft. Brobanen hviler på lodrette afstivninger, der bæres af en parabel-formet gitterkonstruktion.



På figur 3 ses en skitse af en del af broen indlagt i et koordinatsystem. Alle mål i meter.

Parabelbuen ATB har toppunktet $T = (0, 80)$. Punkterne $A = (-200, 0)$ og $B = (200, 0)$.
Vejbanen CD er en ret linie som er parallel med x -aksen. Punkt $C = (-200, 90)$.

- Opstil en funktionsforskrift for linien CD .
- Opstil en funktionsforskrift for parabeln ATB .
- Beregn længden af de lodrette afstivninger mærket 1 til 7.

Det oplyses at den vandrette afstand mellem hver afstivning er 25 meter.

Figur 1. Opgavetekst til indledende elevinterview (Jensen et al., 2009).

Undersøgelsen foregik ved, at teksten blev lagt på bordet foran eleven i ca. fem sekunder. Teksten blev herefter fjernet, og eleven blev stillet nogle spørgsmål til tekstlæsningen. Formålet med denne første del var at undersøge, hvordan eleven orienterer sig i teksten. Begrundelsen for kun at give få sekunder til at se på teksten var, at vi ønskede at afdække en eventuel grundlæggende forskel på, hvordan eleverne "tager hul på" en tekst. Vi var interesserede i, om eleverne hurtigt afkoder, hvilken teksttype der er tale om (i dette tilfælde en opgavetekst), og skelner mellem de enkelte tekstelementer.

Herefter fik eleven lov til at læse en del af teksten (nu uden tidsbegrænsning), hvorefter der blev stillet flere spørgsmål.

Endelig skulle resten af teksten læses, igen uden tidsbegrænsning, og vi snakkede teksten igennem. Seks gymnasiefremmede elever blev testet på denne måde i starten af projektet og seks elever igen som afslutning af projektet. Det bør hér præciseres, at den tekst, som eleverne blev præsenteret for ved de afsluttende interviews, var en ukendt tekst men inden for kendt stof, i lighed med den første test. Teksten ved første interview var en opgavetekst, mens teksten ved andet interview var en teoretisk udledning. Formen på de afsluttende interviews var identisk med formen på de indledende med faste tidsrammer og spørgsmål til tekstforståelsen. Ved det sidste interview blev yderligere spurgt konkret til elevernes læsestrategi.

Af personlige årsager blev den ene af de svage elever kun interviewet ved projektstart, og der kom derfor en ny elev ind i det afsluttende interview. Fem af eleverne blev altså interviewet to gange.

Følgende er kun gengivet svarene fra én matematikfaglig stærk elev (Elev1) og fra én matematikfaglig svag elev (Elev2). For transskriberinger af de øvrige interviews henvises til projektgruppens afrapportering til Undervisningsministeriet (Hjorth et al., 2011).

Elev 1 får opgaveteksten, han begynder at læse, og efter 5 sekunder fjernes opgaveteksten:

L: Hvordan startede du?

E1: Jeg så på billederne først. Begyndte dernæst at læse øverste tekst men blev ikke færdig.

Så ikke så meget på fotoet, fordi der sikkert ikke er nogen oplysninger på det, der er jo mål på tegningen.

L: Hvilken type tekst tror du det er?

E1: Opgave

L: Hvad handler teksten om?

E1: Den handler om en bro, en parabel

L: Hvad tror du, du skal?

E1: Noget med en parabel. Løse opgaven. Finde lodret afstand mellem to grafer, fordi denne opgave ser ud nogenlunde som en opgave vi tidligere har haft.

Herefter får eleven lov at læse brødteksten og se på figur og billede, mens spørgsmålene i opgaveteksten er tildækkede:

L: Hvad gjorde du?

E1: Læste oppefra og ned fordi informationerne plejer at komme først. Ser på figuren og teksten.

L: Så du på figuren?

E1: Ja

L: Hvornår så du på figuren?

E1: F.eks. ved "parablen ATB", "toppunktet T". Hver gang teksten refererer til figuren.

L: Hvad så du på?

E1: Søger efter det teksten henviser til, f.eks. en bue, når der står "parabelbue", et topunkt, når der står "toppunkt" og bagefter ser jeg om bogstavet T passer.

L: Hvad for nogle opgaver tror du, du skal løse? /hvilke informationer står i teksten?

E1: Noget med lodrette afstande.

Skriv funktionen for parabeln.

Find længden af en af de lodrette hængere.

Eleven får nu lov at læse resten af opgaveteksten uden tidsbegrænsning:

L: Stod der det du forventede?

E1: Ja

L: Forklar med egne ord, hvad opgaven går ud på?

E1: Man skal skrive de to funktioners forskrifter og finde længden på nogle lodrette afstivninger.

L: Beskriv opgaven med 2-3 ord

E1: Funktionsforskrifter, lodret afstand

Elev 2 får opgaveteksten, han begynder at læse, og efter 5 sekunder fjernes opgaveteksten:

L: Hvordan startede du?

E2: Så på teksten under billedet

L: Hvilken type tekst tror du det er?

E2: Nåede ikke at se det

L: Hvad handler teksten om?

E2: Funktionsforskrifter

L: Hvad tror du, du skal?

E2: Noget med en parabel

Herefter får eleven lov at læse brødteksten og se på figur og billede, mens spørgsmålene i opgaveteksten er tildækkede:

L: Hvad gjorde du?

E2: – (eleven var usikker på, hvad han skulle svare)

L: Så du på figuren?

E2: Ja

L: Hvornår så du på figuren?

E2: Da der i teksten stod "på figur 3" og efter at have læst færdig

L: Hvad så du på?

E2: På figuren: at den er i et koordinatsystem med x-og y-akse. Numrene 1 – 7.

Ellers ikke andet

L: Hvad for nogle opgaver tror du, du skal løse? /hvilke informationer står i teksten?

E2: – (eleven har ikke noget gæt)

Eleven får nu lov at læse resten af opgaveteksten:

L: Stod der det du forventede?

E2: Det var hvad man kunne forvente

L: Forklar med egne ord, hvad opgaven går ud på?

E2: Finde funktionsforskriften for parabeln. Så kan jeg beregne afstivningerne fra 1 til 7

L: Beskriv opgaven med 2-3 ord

E2: Parabel, toppunkt, koordinatsystem

Sammenlignes eksemplerne ovenfor, skinner det igennem, at den fagligt stærke elev havde en velfungerende læsestrategi, idet han f.eks. løbende inddrog de usammenhængende tekstelementer (i dette eksempel diagrammet i opgaveteksten), også når brødteksten kun indirekte refererede dertil. Eleven vidste allerede efter fem sekunder, at han skulle arbejde med andengradspolynomier, og havde efter at have læst brødteksten, men inden han læste spørgsmålene, sporet sig ind på, hvilke opgaver han forventedes at løse.

I modsætning hertil brugte den fagligt svage elev ikke diagrammet hensigtsmæssigt, når han læste. Han fik ikke hurtigt et klart billede af, hvilken del af matematik-

ken han skulle arbejde med for at løse opgaven. Derudover sprang han flere af de matematiske symboler over.

Analyseres alle interviewundersøgelserne, ses at de ovenfor omtalte observationer gik igen i de øvrige interviews. Der kunne dermed spores et sammenfald mellem læsemønstret for de tre matematikfagligt stærke elever og ligeledes for de tre matematikfagligt svage elever. Vi drog den slutning, at de fagligt svage elever læser en matematikfagtekst på samme måde, som de læser f.eks. en historie; med start øverst til venstre og stop ved sidens slutning. Det bør for en god ordens skyld nævnes, at hele grundlaget for Undervisningsministeriets hovedprojekt er, at gymnasiefremmede elever har særlige udfordringer ved at tage en gymnasial uddannelse. I dette delprojekt har vi udvalgt én af disse udfordringer jfr. faggrupperapporten for matematik (Holst et al., 2009). Derfor har vi ikke arbejdet med en kontrolgruppe af ikke-gymnasiefremmede elever.

Hvordan skal matematiske tekster læses?

Elisabeth Arnbak redegør i Arnbak (2009) for, hvad det kræver af læseren at få udbytte af faglig læsning. Vi har analyseret disse generelle krav til aktiv og meningssøgende læsning, og har derefter søgt at omsætte dem til elementer i læsning af specifikt matematiske tekster, der, som tidligere nævnt, ofte byder læseren yderligere udfordringer. Erfaringerne fra den kvalitative måling af elevernes læsestrategi, som omtales ovenfor, er desuden inddraget. Dette er mundet ud i følgende, som er projektgruppens egen formulering af, hvad en aktiv og meningssøgende læsning af matematikfagtekster kræver af læseren:

En matematisk tekst skal ofte ikke umiddelbart læses i den rækkefølge teksten optræder på siden, men derimod med løbende inddragelse af usammenhængende tekstelementer, som indeholder information der er afgørende for forståelsen af den samlede tekst. Disse er almindeligvis placeret uden for brødteksten. En elev med en uhensigtsmæssig læsestrategi vil ofte se på et usammenhængende tekstelement som blot en illustration uden at læse de informationer, som det rent faktisk indeholder, og sætte informationerne sammen med den øvrige tekst. Eleven går derved glip af en vigtig del af tekstens mening. Hertil kommer, at samme elev vil betragte de tekstelementer, der udtrykkes ved matematisk symbolsprog, som usammenhængende tekst, med det til følge at eleven igen blot ser på tekstelementet som en illustration men ikke læser det.

Der er altså en systematik ved læsning af matematiske tekster, som eleverne først skal til at tillære sig, når de møder matematik som et læsefag. Eleverne skal være i stand til at forstå de anvendte matematiske symboler og de matematiske gloser, som ofte er fremmedord, og skal kunne "springe" mellem de forskellige tekstdele for at inddrage usammenhængende tekst.

Eleven skal som udgangspunkt kende formålet med at læse teksten, hvilket også indebærer at identificere hvilken teksttype der er tale om – er det en opgavetekst som eleven læser med det formål at kunne besvare opgaven, eller er det en forklarende tekst som eleven læser med det formål at sætte sig ind i nyt stof? Og eleven skal vide, hvordan pågældende teksttype læses hensigtsmæssigt.

Under læseprocessen skal eleven kunne forstå de enkelte ord i teksten, hvilket for en matematisk tekst nok bør udvides til ikke blot at kende eventuelle fremmedord men at kende og forstå hele tekstens sprog, idet eleven også skal vide hvad en graf eller figur repræsenterer og skal kunne afkode tekstens matematiske symbolsprog.

Eleven skal gennemskue, hvad der er nøgleord i teksten, og hvilke ord der snarere er "omsvøb". Dette kan synes elementært, men for en elev som ikke helt mestrer læsning af det matematiske sprog, kan det være svært at få overblik over de enkelte ords vigtighed for helheden.

Ved læsning af en matematisk tekst skal eleven vide, hvilken del af matematikken der skal bruges til forståelse af teksten – og hvordan. Eleven skal altså gerne aktivere et relevant indre billede, hente relevant forhåndsviden frem, og kunne drage følgeslutninger heraf.

Hertil skal eleven have en velfungerende arbejdshukommelse, således at tekstens informationer huskes og sættes i sammenhæng.

Med denne formulering af, hvordan eleverne bør læse matematikfaglige tekster, lå udviklingsopgaven nu i at vise vore elever, hvordan de skal læse.

Metode

En væsentlig del af dette projekt har været det praksisnære forsøgs- og udviklingsarbejde. Der var i hovedprojektets regi udstukket den ramme, at arbejdet skulle være centreret om det, der foregår i den daglige undervisning. Vort fokus i projektets praksisdelen har været at udvikle og afprøve forskellige undervisningsmetoder, med det ret snævre mål, at eleverne skulle oparbejde en bedre metodik til at læse matematiske fagtekster. Vi har arbejdet på at gøre elevernes læsning af matematikfagtekster til en aktiv og meningsføgende læseproces, frem for en ufokuseret, ofte kronologisk gennemlæsning.

Inspireret af (Arnbak, 2009) bruger vi betegnelsen "aktiv læsning" om en læseproces, hvorigennem læseren hele tiden holder sig tekstens formål for øje (f.eks. at teksten er et matematisk bevis), navigerer fornuftigt i teksten (at matematiske symboler læses og ikke springes over, at diagrammer inddrages løbende) og aktivt søger at forstå alle dele af teksten (f.eks. selv gennemregner de forskellige trin i en teoretisk udledning). Vi har arbejdet med den aktive læseproces som en helhed opbygget af tre faser: Aktivering af elevernes forhåndsviden, aktiviteter under læsningen og efterfølgende bearbejdning af den læste tekst.

Inden selve læsningen påbegyndes, skal elevens forhåndsviden aktiveres. Vi har tolket aktivering af forhåndsviden således, at hvis der i teksten bruges begreber og matematiske teoremer, som eleven på forhånd formodes at være bekendt med, så bør disse opfriskes inden læsningen. Dertil kommer afklaring af betydningen af svære fremmedord. Elevens eget arbejde med forhåndsviden ligger i, at eleven skal gøre sig bekendt med tekstens formål og genstandsfelt (nævnt i afsnittet "Hvordan skal matematiske tekster læses?") og danne sig en forventning om tekstens indhold, således at eleven er klar over, hvilken del af den allerede erhvervede matematikfaglige viden teksten bygger videre på. Herved har eleven mulighed for at repetere matematiske begreber eller et stofområde inden læsningen. Arnbak (2009) har inspireret til at bruge *ordkendskabskortet* som redskab til aktivering af forhåndsviden.

Under læsningen skal eleven følge en hensigtsmæssig ruteplan. Hvis eleven sidder med en tekst, der er svært tilgængelig (jfr. afsnittet "Forhåndsviden om matematiske tekster"), kræver det at eleven selv kan afkode, hvordan de forskellige tekstelementer skal læses, og hvornår de skal inddrages i læsningen. Altså skal eleven være udrustet med en god læsestrategi. Ved læsning af en matematisk tekst vil det være en hjælp f.eks. at gennemregne eksempler og beviser eller at skitsere en beskrevet problemstilling grafisk.

Efter at have læst den givne tekst bør eleven gennemtænke, hvad det centrale i teksten har været, og hvad eleven har lært ved gennemlæsning af teksten.

En vigtig del af arbejdet har været bevidstgørelse om og italesættelse af læseprocessen overfor eleverne ud over det praksisnære arbejde med at udvikle og afprøve forskellige metoder til læsetræning.

Vi har afprøvet flere undervisningsmetoder, hvoraf nogle viste sig ikke at fungere hensigtsmæssigt. Disse sidste er der ikke brugt ressourcer på at redegøre for på skrift. I nærværende artikel gives indblik i tre metoder, som projektets undervisere vurderede var velfungerende. Flere metoder nævnes i projektaf rapporteringen (Hjorth et al., 2011). Det er vore egne oplevelser og ikke målbare fakta, der ligger til grund for, om en metode betragtes som velfungerende. Ved vurdering af en metodes egnethed har vi sammenholdt øvelsens formål med det udbytte, som eleverne fik af øvelsen. Elevernes udbytte er undersøgt uformelt i de enkelte undervisningssituationer ved samtale med eleverne.

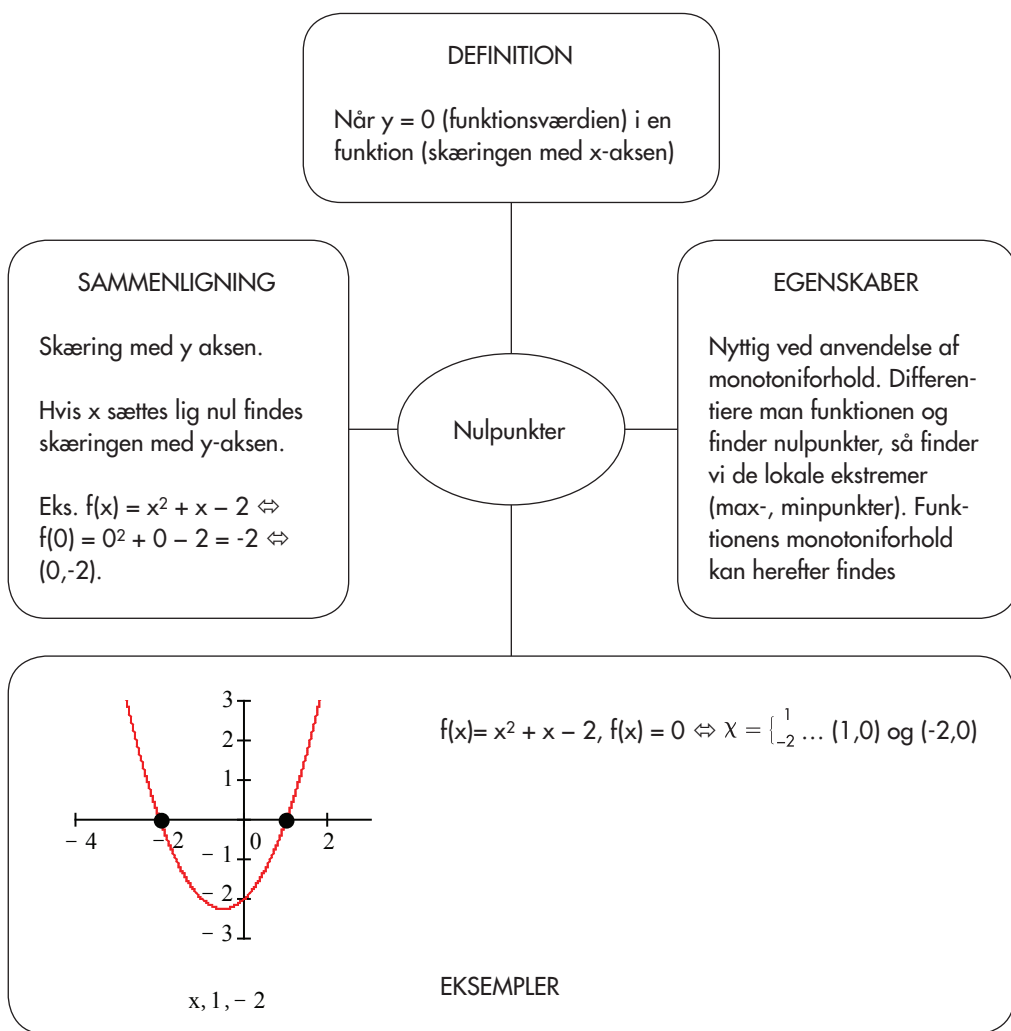
Ordkendskabskort

(fra Arnbak (2009))

Formål: Denne metode er en hjælp til at få klarhed over et (svært) begreb for eleven. Metoden kan anvendes i flere faser: i arbejdet med elevernes forhåndsviden når begreber skal sættes ind i en ny sammenhæng, i efterbearbejdningen af en læst tekst eller blot som metode til repetition af begrebet.

Indhold: Eleven skal for et givet begreb udfylde følgende punkter: Definition, egenskaber, sammenligninger og eksempel. Eleverne kan selv udforme et ordkendskabskort eller kan bruge en skabelon som er udformet af læreren.

Eleverne kan skrive og gemme ordkendskabskortet på deres computer, eller i en fysisk mappe. I figur 2 vises et eksempel på et ordkendskabskort. Eleverne får ca. 10 min til at udfylde kortet, hvorefter det gennemgås i fællesskab i klassen. Begrebet kan vælges af underviseren, af en elevgruppe eller af en enkelt elev, ligesom det kan være én elev, en gruppe eller underviseren, som står for den fælles gennemgang.



Figur 2. Eksempel på et ordkendskabskort udarbejdet af en elev. Her er anvendt MS word.

Evaluering: Ordkendskabskortet virker godt både som efterbearbejdning af nye begreber enkeltvis, og som hjælp til at få den nødvendige forhåndsviden på plads ved indgangen til et nyt emne. Eleverne udtrykte især, at de fandt metoden motiverende, når de selv var med til at vælge begreberne.

Stop og giv svar

(Fra Ambak (2009))

Formål: Formålet med Stop og giv svar er at få eleven til at læse hele teksten, indbefattet usammenhængende tekstelementer, og analysere både indholdet og formålet med at læse teksten.

Indhold: I Stop og giv svar skal eleverne i mindre grupper læse højt for hinanden, hvorefter de sammen gennemarbejder tekstens indhold. Eleverne kan evt. skiftes til at læse højt, men der bør tages højde for, at usikre læsere ikke skal presses ud i et nederlag. Det understreges inden højt-læsningen, at eleverne skal inddrage figurer og læse alle symboler højt. Et eksempel herpå kan være, at når Dx optræder i brødteksten, skal Dx genfindes i en graf et andet sted på siden. Da en matematikfaglig tekst ofte er meget kompakt med høj informationstæthed, er det hensigtsmæssigt at eleverne læser ret korte dele ad gangen, f.eks. blot en enkelt linje i et matematisk bevis eller få sætninger med symbolsprog i. Den læste tekstdel analyseres, inden højt-læsningen fortsætter. Gennemarbejdning af teksten kan evt. foregå med udgangspunkt i en række spørgsmål, som underviseren forinden har formuleret. Et eksempel herpå vises i figur 3.

Hvis der arbejdes med en tekst af høj sproglig sværhedsgrad; f.eks. hvori der indgår mange fremmedord og abstrakte begreber, kan det være en god investering af tid at arbejde med elevernes forhåndsviden, inden højt-læsningen overhovedet påbegyndes. En time af klasseundervisningen kan f.eks. bruges på at lade eleverne selv formulere betydningen af de ord og begreber som optræder i teksten.

Evaluering: Metoden kræver af eleverne, at de læser aktivt, og det er ofte en øjenåbner for alle elever, uanset fagligt niveau, at det er så krævende at læse og forstå et tekststykke. Eleverne samtaler om stoffet og må forholde sig til det for at komme videre. Det er projektdeltagernes vurdering at eleverne i denne proces opnår at forstå stoffet bedre, end når de blot er blevet bedt om selv at læse et afsnit indenad.

I forsøgsarbejdet har vi afprøvet niveaudeling i denne øvelse, således at eleverne er delt i tre niveaugrupper efter deres evne til at arbejde selvstændigt i faget. Eleverne kan enten selv fra gang til gang vælge, hvilken gruppe de vil være i, eller underviseren kan stå for gruppedelingen. Når eleverne vælger selv, indebærer det, at de skal vurdere, hvor selvstændigt de ønsker at arbejde med teksten. Gruppedelingen vil ofte afspejle både elevernes faglige niveau og deres egen erkendelse af, hvor gode de er til at ar-

LÆSEØVELSE: STOP OP – OG GIV SVAR

I denne læseøvelse skal I i gruppen læse højt for hinanden og derefter snakke om, hvad det var, der stod i teksten.

I skal skiftes til at læse højt. Husk at læse alle symboler med og at bruge figurerne.

- Gruppemedlem 1:** Læser fra s. 84 og frem til og med eksempel 3 (midt side 85).
STOP OP OG GIV SVAR
Er der forskel på vektorfunktion og parameterfremstilling for en ret linje?
Er de øvrige gruppemedlemmer enige?
- Gruppemedlem 2:** Læser eksempel 4 på side 85
STOP OP OG GIV SVAR
Hvordan kommer vi fra "almindelig" funktion til vektorfunktion?
Er de øvrige gruppemedlemmer enige?
- Gruppemedlem 3:** Læser side 86
STOP OP OG GIV SVAR
Beskriv kort metoden til at undersøge om punktet ligger på linjen.
Er de øvrige gruppemedlemmer enige?
- Gruppemedlem 4/1:** Læser s. 87 til og med sætning 2.
STOP OP OG GIV SVAR
Hvad minder sætning 2 om?
Er de øvrige gruppemedlemmer enige?
- Alle gruppemedlemmer:** CAS-eksemplet side 87-89 laves på en maskine mens I gennemgår det i bogen.
- Gruppemedlem 2:** Læser s. 89 fra "Vektorfunktionens y-funktion".
STOP OP OG GIV SVAR
Hvordan kommer man fra vektorfunktion til den "almindelige" funktion?
Er de øvrige gruppemedlemmer enige?

Figur 3. Eksempel på oplæg fra underviser til læseøvelsen "Stop og giv svar".

bejde fokuseret. Niveaudeling har været befordrende for, at eleverne – både dygtige og svage – kan gå frem i det tempo, de ønsker. Der er elever, som har svært ved det faglige, og som ved samtaler i plenum er usikre på, hvordan de skal spørge for at få hjælp. Disse elever er glade for denne organisering og griber muligheden for at stille mange spørgsmål, idet denne elevgruppe hjælpes meget af underviseren undervejs i øvelsen. Det viser sig imidlertid, at de meget selvstændige og middelselvstændige elever ofte bruger omtrent lige så lang tid på læsningen som de svage elever, fordi de jo selv skal finde svar på egne spørgsmål.

Computerbaseret begrebstræning

Formål: Denne øvelse er egen idé. Øvelsen har til formål at træne begrebsforståelse, og adskiller sig primært fra anvendelse af begrebkort ved at være baseret på, at den formelle definition på abstrakte begreber skal være en del af elevernes paratviden. Metoden kan få plads både i arbejdet med elevernes forhåndsviden og ved efterbehandling af en læst tekst.

Indhold: Underviseren udvælger særlige ord, hvortil eleverne enten skriftligt skal formulere en definition, eller identificere den korrekte blandt flere mulige definitioner, som vist i figur 4. Der anvendes et egnet computerprogram, her undervisnings- og læringsplatformen "it's learning".



Figur 4. Eksempel på opgave, hvor eleverne for hvert begreb skal vælge den tilhørende forklaring.

Evaluerings: Øvelsen er formet som en computerbaseret test, der giver øjeblikkelig tilbagemelding. Testen blev gentaget med de samme begreber, hvilket viste sig at motivere eleverne til at træne deres paratviden. Eleverne var glade for denne metode og ønskede i mange tilfælde at gentage samme test, indtil de kunne huske begrebsdefinitionerne.

Computerbaseret begrebstræning skal ikke stå alene, da forståelse for matematik ikke kan bygges på paratviden alene, men metoden er brugbar til at arbejde med den del af matematikforståelsen, som kan sammenstilles med gloselære i sprogfag, og er dermed et godt element at inddrage i både arbejdet med elevernes forhåndsviden og i efterbearbejdning af tekster.

Resultater

Her vurderes udbyttet af det gennemførte forsøgs- og udviklingsprojekt. Konklusioner baseres dels på de involverede underviseres egne oplevelser af forløbet og elevernes uformelle udsagn, dels på de afsluttende interviews sammenholdt med de indledende interviews.

Gennem de forskellige øvelser i projektets praksisdel har vi oplevet en forbedring af elevernes læseforståelse og læsestrategier. Denne forbedring har været synlig i daglige undervisningssituationer og træder frem i den afsluttende interviewundersøgelse, hvor det især er tydeligt, at de matematikfagligt svage elever har taget læseøvelserne til sig og kan anvende dem i deres egen læsning. Flere af de elever som tidligere opgav læsningen, når de stødte på en tekst, som de ikke umiddelbart forstod, er altså blevet bedre til at holde fast og prøve at finde mening i det, de læser.

Dette kom bl.a. til udtryk ved, at en af disse elever, ved det afsluttende interview fortalte, at hun ville stoppe op i teksten og først gå videre, når hun havde forstået det læste. Hun trak altså selv metoden Stop og giv svar fra praksisrummet frem. En anden af de tre fagligt svage elever havde ved projektets indledende læsetest svært ved at navigere i teksten og inddrage usammenhængende tekst. Han viste ved den afsluttende læsetest, at han nu kunne afkode, hvornår en figur skal inddrages, og at han har lært, at man skal læse elementer med matematisk symbolsprog for at forstå hele meningen. Han viste sig meget vedholdende i forsøget på at forstå de enkelte trin i en matematisk udledning. Han sagde, at hans strategi nu ville være at læse teksten flere gange for at være sikker på at forstå den. Ved projektstart fortalte denne elev til sammenligning, at han, hvis han stødte på noget i teksten, som han havde svært ved at forstå, opgav og gik videre i teksten.

Generelt er det vores oplevelse, at eleverne i deltagerklasserne har fået en langt bedre matematisk sprogforståelse end vi har oplevet på tidligere års matematikhold. Eleverne har gennem projektet erfaret, at de ved læsning kan opnå forståelse for noget, som de ikke på forhånd ved, og er derfor måske blevet mere trygge ved at stå over for nyt stof. Man kan mene, at dette ikke har stor nyhedsværdi, men for netop den del af vores elever, som hidtil ikke har vidst, hvad det kræver at læse en matematikfaglig tekst, er det faktisk nyt, at de nu har nogle redskaber der giver mulighed for at læse en umiddelbart utilgængelig tekst.

Det er projektgruppens oplevelse, at de svage elever har flyttet sig mest i forhold til matematisk læseforståelse. Flere dygtige elever gav indimellem udtryk for, at nogle af øvelserne forekom dem langtrukne, og at de havde brug for motivation og udfordringer på andre måder. Det gav anledning til at afprøve opdeling af eleverne i grupper ud fra deres evne til selvstændigt arbejde i faget. Gennem øvelsen med at stoppe op, gives de svage elever bedre mulighed for at øve sig i at formulere spørgsmål. Dette kommer til udtryk ved, at disse elever er blevet bedre til at stille spørgsmål og

indgå i dialog med underviser i den øvrige del af undervisningen. Set med vores øjne har gevinsten for de dygtige elever været, at deres matematiske sprog er skærpet. De dygtige elever, som jo i forvejen havde en god matematisk forståelse, har måske ikke yderligere øget denne, men de er blevet mere fortrolige med fagspecifikke termer og med selv at formulere sig i og om matematik.

I henhold til rammerne for Undervisningsministeriets hovedprojekt, var fokusgruppen for dette forsøgs- og udviklingsarbejde de gymnasiefremmede elever og deres vanskeligheder i gymnasiet. Vi vil vove den forsigtige påstand, at lige præcis faget matematik ser ud til at have sine egne spilleregler i dette perspektiv, da vi for eksempel ikke kunne konstatere nogen forskel på matematikkarakterer afhængig af, om eleverne var gymnasiefremmede eller ej. Sigtet med projektet er derfor nok snarere blevet at løfte de elever, som har svært ved matematik, uanset deres baggrund.

I projektgruppen kan vi konstatere, at vores egen planlægning af undervisningen også i andre sammenhænge er blevet stærkt påvirket af dette projekt. Vi er blevet mere bevidste om at tænke i de tre faser i forhold til læsningen; forhåndsviden, fordybelse og efterbearbejdning. Store dele af undervisningen kan gentænkes vha. de tre faser. For eksempel repetition af begreber fra tidligere gennemgået stof som en del af den nødvendige forhåndsviden. Derudover har vi mere fokus på at henlægge læsning til selve undervisningstiden, for at sikre, at læsetræning bliver en del af læringsprocessen.

Valg af lærebog

At opmærksomheden i så udpræget grad er blevet rettet mod de tekster, som eleverne stilles overfor, har gjort os i projektgruppen kritiske over for lærebogsmateriale. Det er af stor betydning, at elevernes lærebøger ikke undviger de store sproglige udfordringer ved eksempelvis at nedprioritere sprogets præcision til fordel for umiddelbar tilgængelighed. Idet gymnasieundervisningen skal være studieforberedende, må gymnasieeleverne nødvendigvis i deres gymnasietid udrustes med redskaber til selvstændigt at læse fagtekster, og hér er det en vigtig egenskab at kunne forstå og anvende et præcist matematisk sprog.

Da vi på egen skole stod over for at skulle købe nye lærebøger, granskede vi flere lærebogssystemer. Vi havde tidligere brugt systemet Teknisk Matematik af Preben Madsen fra Erhvervsskolernes Forlag, men valgte i stedet at anskaffe systemet "MAT htx" af Michael Jensen og Klaus Marthinus fra forlaget Systeme.

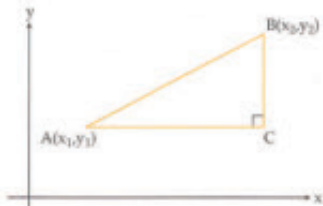
Teknisk Matematik er forholdsvist let at læse for en elev der kommer lige fra grundskolen, men vi valgte systemet fra dels fordi bøgerne ikke altid giver præcise matematiske forklaringer, dels fordi svære dele af matematikken nogle gange behandles for overfladisk. Det kan desuden være svært for læseren at orientere sig i bogen, da tekstdelene formål ikke altid fremgår eksplicit; eksempelvis kan det være svært at

skelne beviser fra eksempler. Vi mener, at bogsystemet er for anvendelsesorienteret og ikke løfter elevernes faglige niveau tilstrækkeligt.

I figur 5 nedenfor vises et uddrag herfra (Madsen, 2005).

Afstandsformlen

Du vil nu få at se, hvorledes du kan bestemme afstanden mellem to punkter $A(x_1, y_1)$ og $B(x_2, y_2)$ (se figur 8.2).



Figur 8.2

Du tegner en retvinklet trekant og bestemmer koordinaterne til punkt C. Det bliver $C(x_2, y_1)$. Herefter kan du ved hjælp af koordinaterne bestemme afstanden AC. Det bliver $x_2 - x_1$. På tilsvarende måde kan du bestemme afstanden BC, som bliver $y_2 - y_1$. Nu kan du benytte Pythagoras' læresætning på trekanten. Du får:

$$AB^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Du har hermed fået en formel, som du kan benytte, når du skal bestemme afstanden mellem to punkter i koordinatsystemet. Formlen kalder du *afstandsformlen*.

Figur 5. Udledning af afstandsformlen fra (Madsen, 2005).

Det valgte bogsystem, MAT htx, er skrevet i et matematisk præcist sprog og er samtidig ret tilgængeligt både sprogligt, visuelt og indholdsmæssigt. Systemet har gode illustrationer. Vi vurderer, at bøgerne i MAT-systemet giver et udmærket afsæt til matematikbøgerne senere i uddannelsessystemet.

Figur 6 viser et uddrag herfra (Jensen et al., 2008).

Forskellen på de to lærebogssystemer illustreres af ovenstående uddrag fra henholdsvis (Madsen, 2005) og (Jensen et al., 2008), som hver på sin måde udleder afstandsformlen.

A AFSTANDSFORMLEN
Vi skal her se på, hvordan man kan finde afstanden mellem to punkter i koordinatssystemet, hvis man kender deres koordinater.

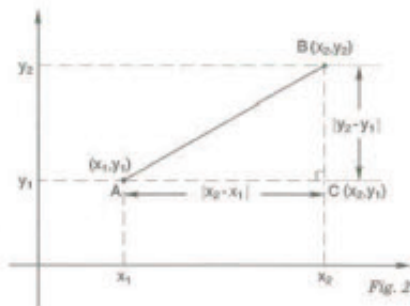
SÆTNING 1 (AFSTANDSFORMLEN).

Afstanden mellem punkterne $A(x_1, y_1)$ og $B(x_2, y_2)$ er

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

B **Bevis.** Vi skelner mellem to tilfælde:

1. Liniestykket AB ligger på 'skrå' i koordinatssystemet.
2. Liniestykket AB ligger parallelt med x -aksen eller y -aksen.



Tilfælde 1. Vi skal bestemme længden af liniestykket AB , se fig. 2. Ideen er, at vi danner en retvinklet trekant, hvori vi kan benytte Pythagoras' sætning.

Vi tegner de stiplede linjer gennem A og B parallelle med akserne. Liniernes skæringspunkt kaldes C . Nu har C samme x -koordinat som B og samme y -koordinat som A , så C har koordinaterne (x_2, y_1) .

I $\triangle ABC$ er kateterne parallelle med koordinataksene, så deres længder er forskellen mellem x -koordinaterne (vandt side) eller y -koordinaterne (lodret side). For at sikre at længderne bliver positive, benytter vi numerisk tegn, så

$$|AC| = |x_2 - x_1| \text{ og } |BC| = |y_2 - y_1|.$$

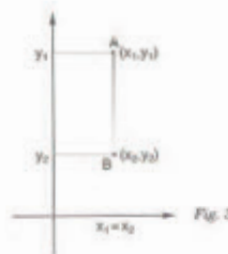
Vi bruger nu Pythagoras' sætning til at finde længden af hypotenusen AB

$$|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2 \Leftrightarrow |AB|^2 = |x_2 - x_1|^2 + |y_2 - y_1|^2.$$

Altså får vi længden af liniestykket AB til

$$|AB| = \sqrt{|x_2 - x_1|^2 + |y_2 - y_1|^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

Vi har under kvadratrodstegnet benyttet, at ved kvadrering af en numerisk værdi kan man slette numerisktegnet, dvs. vi har benyttet reglen $|a|^2 = a^2$.



Tilfælde 2. Vi tænker os, at AB er parallel med y -aksen (fig. 3). Længden af AB er

$$|AB| = |y_2 - y_1|.$$

Også i dette tilfælde gælder formelen ovenfor. Vi har nemlig, at $x_1 = x_2$, så $x_2 - x_1 = 0$. Formlen giver

$$|AB| = \sqrt{|x_2 - x_1|^2 + |y_2 - y_1|^2} = \sqrt{0 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(y_2 - y_1)^2} = |y_2 - y_1|,$$

og det var jo netop det ønskede.

Er liniestykket AB parallelt med x -aksen, kan vi gå frem på tilsvarende måde.

Figur 6. Udledning af afstandsformlen fra (Jensen et al., 2008).

Perspektiv

Det er en langsigtet proces at oparbejde gode læsestrategier hos eleverne. En stor del af eleverne har ikke gjort de læsestrategier, der er forsøgt videregivet gennem projektet, til deres egne, men er dog blevet i stand til at anvende en fornuftig læsestrategi, når de eksplicit bliver bedt om det.

Fordi det har vist sig så krævende for eleverne at læse sig til viden i matematikbøgerne, har projektgruppens deltagere omlagt den almindelige undervisningspraksis, således at væsentlige dele af den læsning, som er en del af det at lære matematik, henlægges til undervisningen, mens en større del af opgaveregningen flyttes fra undervisningen til hjemmearbejdet.

Traditionelt udgøres elevernes skriftlige arbejde af opgaveregning. Men nogle af hjemmeopgaverne kan måske med fordel erstattes af udarbejdelse af ordkendskabskort. Eleverne kan eksempelvis få til opgave at udarbejde ordkendskabskort inden

for et område, som er nødvendig forhåndsviden til det nye stof, som skal læres i de følgende matematiktimer i klassen.

Det kan synes tidskrævende at bruge kostbar undervisningstid på højtlesning eller læsning af matematikbogen under andre former, men man må som underviser overveje, om denne tid er en god investering. Det er helt utvetydigt holdningen hos denne projektgruppe, at det kan betale sig.

Referencer

- Arnbak, Elisabeth (2009). Faglig læsning – fra læseproces til læreproces: 1. udgave, 4. oplag. Gyldendal.
- Hjorth, M.S., Hjorth, S.B.S. & Nielsen, H.V. (2011). Chancelighed for gymnasiefremmede elever gennem matematikundervisningen FOU-projekt 126002: Et delprojekt under hovedprojektet Imødegåelse af negativ social arv. [16.06.2011] på [<http://www.ind.ku.dk/negativ-social-arv/netvaerksprojekter/>].
- Holst, J., Iversen, G., Scholl, S. & Schou, M.H. (2009). Den negative sociale arv i ungdomsuddannelserne: Matematik på htx. [16.06.2011] på [<http://www.ind.ku.dk/negativ-social-arv/fagrappporter/>].
- Jensen, K. & Marthinus, M. (2008). Mat B2 htx: 2. udgave, 1. oplag. Systime.
- Madsen, P. (2005). Teknisk matematik: 3. udgave, 1. oplag. Erhvervsskolernes Forlag.
- Ulriksen, L. et al. (2007). Fra gymnasiefremmed til student – større fagligt udbytte for elever fra gymnasiefremmede miljøer. Gymnasieskolernes Lærerforening (GL), oktober 2007.
- Österholm, M. (2009). Läsförståelsens roll inom matematikutbildning. I: Brandell, Gerd et al., Matematikdidaktiska frågor – resultat från en forskarskola (side 154-165). Göteborg: Göteborgs universitet, Nationellt centrum för matematikutbildning.