

Matematiklærerprofessionen i et institutionelt perspektiv



Carl Winsløw, Institut for
Naturfagenes Didaktik,
Københavns Universitet

Abstract: *Artiklen tager udgangspunkt i de udfordringer som lærerprofessionen – og mere specifikt professionen som matematikunderviser – står over for. En nærmere analyse af disse udfordringer omfatter rammer og betingelser for udøvelsen af professionen som falder uden for den klassiske didaktiks rammer. For at præsentere elementer af en sådan analyse introduceres derfor et relativt nyt forskningsprogram i matematikkens didaktik, den antropologiske teori om det didaktiske (ATD), som eksplicit fokuserer på institutionelle betingelser for undervisning og muliggør et komparativt perspektiv i hvilket man kan identificere centrale forskelle, dvs. afgørende betingelser som varierer fra institution til institution og dermed – i det mindste principielt – kan forandres.*

1. Matematiklærerprofessionen som problem

Det er blevet almindeligt at sige at vi lever i et “videnssamfund” – selvom man nok snarere burde tale om et uddannelses- og teknologisamfund. I det mindste udtrykkes videnssamfundets politiske og økonomiske konsekvenser aldrig som efterspørgsel på viden (dvs. som ubesvarede spørgsmål), men derimod meget hyppigt som krav om mere og bedre uddannelse og især om mere og bedre teknologi – som man rutinemæssigt, men fejlagtigt kalder videnskab (jf. Eco, 2002). Uddannelser begrundes i øvrigt hovedsageligt med de behov som udnyttelse og udvikling af teknologi skaber.

Matematikens rolle som basis for store dele af den teknologiske udvikling – ikke mindst den computerbaserede – har allerede i en del årtier givet faget en særstatus i den skolepolitiske debat, ikke mindst internationalt. De hyppigt skiftende og i det store hele voksende krav om matematikfærdigheder indebærer også større krav om professionalisme i løsningen af uddannelsesopgaven. Selvom løsningen afhænger af flere andre faktorer, stiller dette dog alligevel matematiklæreren i et skarpt projektørlys: Hvad skal hun kunne og vide for at leve op til disse krav og forventninger? I et uddannelses- og teknologisamfund forenkles spørgsmålet hurtigt til: Hvilken uddannelse – evt. efteruddannelse – skal hun have, og hvilke teknologiske hjælpe-

midler (i bred forstand) skal udvikles og stilles til hendes disposition? Det er klart at faget matematik på en eller anden måde (fx afhængigt af hvordan "matematik" forstås) indgår i svar på disse spørgsmål, men det er langt fra klart hvordan. Dertil kommer at både uddannelse og teknologi som regel afhænger af andet og mere end matematikundervisningens betingelser. Og endelig er det væsentligt at fastholde det oprindelige spørgsmål om lærerens viden og kunnen – og disses samspil med såvel professionens praksis som andre sammenhænge hvor denne viden udvikles (gennem forskning i en eller anden forstand).

I denne artikel vil vi derfor først se på nogle af matematikdidaktikkens nyere forudsætninger for og redskaber til at afklare disse spørgsmål, og derpå kaster vi os ud i deres aktuelle status og et par mulige løsninger i dansk sammenhæng.

2. Lidt historisk baggrund

Didaktikkens centrale genstandsområde beskrives ofte vha. den didaktiske trekant som betoner samspillet mellem tre hovedelementer i en undervisningssituation (lærer, elever og fagligt stof; se fx Winsløw, 2006, s. 16). Den tidlige europæiske fagdidaktik fokuserede primært på organiseringen af undervisningsfagligt indhold – *stoffet*. Fra slutningen af 60'erne fik den psykologiske videnskab stigende indflydelse også i matematikdidaktisk forskning, hvilket specielt ledte til en større forskningsmæssig opmærksomhed på *elevens* læreprocesser (ibid., kap. 5-6). Et sådant perspektiv lader let både betydning og organisering af indholdets art noget i baggrunden samtidig med at det sociale perspektiv ignoreres; og undervisning er jo sjældent rettet mod en enkelt elev. Man kan fortolke anerkendelsen af disse mangler ved en psykologisk baseret didaktik som baggrunden for en række nyere fagdidaktiske teoridannelser som især har vundet udbredelse siden 1980'erne, og som typisk ikke er mere fagspecifikke. Et fremtrædende eksempel er teorien om didaktiske situationer i matematik (ibid., kap. 7) som tilbyder nye metoder og modeller til at beskrive og designe samspillet mellem elever og "indhold" (nu modelleret som et struktureret didaktisk miljø), mellem eleverne og mellem disse og deres lærer. Man kan sige at vi her ser en slags syntese mellem den ensidige interesse for henholdsvis stof og elever, idet hovedfokus nu er *relationen* mellem eleverne og et matematisk indhold – uanset om det beskrives som emner eller kompetencer. Lærerens rolle opfattes så i højere grad som det at formidle denne relation gennem passende udfordringer, evalueringer osv.

Det tredje element i undervisningssituationen – læreren – er først blevet et centralt tema i den matematikdidaktiske forskning inden for de seneste par tiår, idet man er blevet mere opmærksom på den betydning som lærerens praksis, viden og forestillinger kan have for undervisningens forløb og resultater. Matematikdidaktisk forskning og matematiklæreruddannelse er gensidigt afhængige i mange lande, og sådan har det

været siden de første lærestole i matematikdidaktik blev oprettet i Tyskland i de sidste årtier af 1800-tallet. Ikke mindst i 70'erne og 80'erne blev etableringen af nye centre og institutter for matematikdidaktisk forskning mange steder direkte *motiveret* af at der gennem uddannelse skulle formidles ny og opdateret viden i læreruddannelsen. Måske netop af den grund har matematiklæreren og hendes uddannelse ikke selv været opfattet som en væsentlig del af genstandsfeltet for forskningen der jo derved ville komme til at handle om sig selv eller i hvert fald sine egne institutionelle betingelser.

Den nye forskningsmæssige interesse for matematiklærere og deres uddannelse nødvendiggør således en mere systematisk analyse af institutionelle betingelser – fx læreruddannelsens og skolevæsenets grundlæggende indretning. De kan ikke blot anses som “givne naturbetingelser”. Især internationale sammenligninger af matematikundervisningens resultater (PISA mv.) har åbnet for – eller ligefrem nødvendiggjort – at matematikdidaktikere “ser ud over” egne institutionelle og nationale forhold, og mere alment har internationaliseringen af matematikdidaktisk forskning ledt til institutionelle perspektiver på matematikundervisning og læreruddannelse, som man kunne kalde “makrodidaktiske” i modsætning til den “mikrodidaktiske” interesse for matematikundervisningens finmekanik. Men det er også klart at det institutionelle perspektiv kun bliver didaktisk hvis det ses i sammenhæng med konkret undervisningspraksis (mikrodidaktik) – ellers bedriver man slet og ret amatørsociologi.

I de følgende afsnit introduceres og bruges derfor elementer af *den antropologiske teori om det didaktiske* (se fx Bosch & Gascón, 2006) som redskab til at analysere en række aktuelle spørgsmål vedrørende matematiklæreres praksis, viden og uddannelse. Denne teori – som måske på dansk mere retvisende skal kaldes et *forskningsprogram* (jf. Winsløw, 2006, s. 34) – er efter min mening blandt de allervigtigste af matematikdidaktikkens nyere landvindinger, et synspunkt som fx bestyrkes af at teoriens grundlægger, Yves Chevallard, i 2010 blev tildelt den prestigøse *Hans Freudenthal-pris* (Artigue, 2010). At teorien også er så godt som ukendt i Danmark, motiverer yderligere at vi her bruger lidt plads på at introducere den, selvom det naturligvis må blive relativt kort og målrettet artiklens emne. Det skal i øvrigt understreges at ATD ikke har meget andet end navnet tilfælles med den humanvidenskabelige disciplin antropologi.

3. Om praksis, teori og institutioner

Et gennemgående tema i diskussionen af professionsuddannelser er sammenhængen mellem “praksis” og “teori” – forstået som henholdsvis udøvelsen af professionen og en såkaldt akademisk teori som i det væsentlige hører uddannelsen til. Men i det mindste når det gælder matematiklæreruddannelse, er de to kategorier noget forvirrende idet lærerens praksis er at formidle et mere eller mindre teoretisk fag – man kan sige at “teori” er en del af “praksis” i dette tilfælde. At der også findes teoretisk

baseret (fx matematikdidaktisk) viden om lærerens praksis, betyder blot at der også er en vis forvirring omkring hvad der menes med “teori”.

Den antropologiske teori om det didaktiske (i det følgende forkortet ATD) begynder med at præcisere forskelle og sammenhænge mellem “praksis” og “teori”: En *praksis* består af en bestemt type af opgaver eller udfordringer sammen med systematiske måder at løse dem på (kaldet *teknikker*). Et eksempel på en *matematisk praksis* kan være opgavetyperen “at løse førstegradslikninger” og en eller flere måder at gøre det på. Når vi beskriver praksis, bruger vi sproglige ytringer og i mange tilfælde også mere sammenhængende systemer af begreber, følgeslutninger osv. – denne sproglige beskrivelse og begrundelse af praksis kaldes *teori*. Fx kan en teknik hørende til opgavetyperen “Løs $ax + b = c$ ” både forklares og begrundes inden for en algebraisk teori – og, mere uformelt, på mange andre måder. Det afgørende er nu at *teori udspringer af praksis* som den tjener til at forklare og begrunde. Samtidig kan praksis (ikke mindst i tilfældet matematisk praksis) være mere eller mindre utænkelig uden teoretiske beskrivelser og begrundelser – her adskiller mennesker sig både fra dyr og computere. Praksis og teori er altså – i den forstand som er skitseret ovenfor – uadskillelige sider af menneskelig aktivitet. En praksis og den tilhørende teori kaldes i ATD for *en prakseologi*. Man kan altså have en prakseologi om at løse førstegradslikninger, en anden for polynomiedivision og en tredje for at pudse vinduer. Vi bemærker at mange praksisser kan dele samme teori, og det er da også en væsentlig side af teori at skabe sammenhæng mellem “beslægtede” praksisser.

Når vi taler om menneskelig praksis, er der selvfølgelig individer som udfører den. Alligevel er praksis i antropologisk forstand ikke knyttet til individer, men til større eller mindre *grupper af individer* som udøver den. Det er normalt sådan at individerne har forskellige roller i forhold til praksis, dvs. at der er forskellige *positioner* som individer kan indtage i gruppen, hvor altså ikke alle nødvendigvis er involveret i alle dele af den praksis som forener gruppen. En institution kan således mere præcist karakteriseres som *en samling af prakseologier kombineret med en samling af positioner i forhold til disse* (jf. Chevallard, 2009).

Denne definition omfatter dels alle de menneskelige fællesskaber vi normalt kalder “institutioner” (fx FN, den danske folkeskole og Sengeløkke Sangkor), dels hvad Chevallard kalder *mikroinstitutioner*, fx en skoleklasse og deres matematiklærer *i relation til en bestemt samling af prakseologier*. Man skal her lægge mærke til at institutioner ikke er karakteriseret ved de konkrete individer der på et givent tidspunkt indgår i dem, men i stedet ved de positioner individer kan indtage i forhold til hinanden og til prakseologierne. Fx kan vi tale om “den danske folkeskole” over lang tid uanset at lærere, elever og andre aktører løbende udskiftes, og uanset at positioner og prakseologier løbende undergår mindre forandringer. Institutionerne – og deres prakseologier – har “deres eget liv” med stabile egenskaber der ikke afhænger af de

aktuelle aktører. Det er specielt kun derfor det er muligt og meningsfuldt at forske i institutioners praksis.

Vi kan i øvrigt her knytte en bemærkning til den nødvendige skelnen mellem videnskab og teknologi. Mens videnskab organiseres i selvstændige prakseologier og institutioner og specielt udvikler sine egne teorier, så handler teknologi alene om teknikker – om at løse bestemte opgaver bedre, hurtigere eller mere effektivt. Det er så bl.a. den matematiske videnskabs privilegium at dens teknikker overraskende ofte kan anvendes til teknologiske formål. Det man sommetider kalder udviklingsarbejde i uddannelsessammenhæng, handler også om at udvikle og beskrive teknikker til en eller flere uddannelsesinstitutioner – og kunne dermed kaldes “pædagogisk teknologi”. Matematikdidaktik som videnskab kan med rette have som ambition at bidrage til sådanne teknologier, men er kun en videnskab i kraft af selvstændige institutioner og prakseologier.

4. Det didaktiske – og didaktiske prakseologier

Men vi er ved at forhaste os lidt. For hvad karakteriserer uddannelsesinstitutioner, eller, som det hedder i ATD, “didaktiske institutioner”? Hvad betyder “didaktisk”, og hvorfor kaldes teorien “antropologisk”? Svaret på disse spørgsmål er det samme: Det er en fundamental mulighed og nødvendighed for eksistensen af (menneskelige) prakseologier og institutioner at individer udefra kan tilegne sig prakseologierne, dels gennem deltagelse i praksis (*learning by doing*), dels gennem beskrivelse og begrundelse af dem (det vi lidt forenklet har kaldt teori, og som ikke mindst er vigtigt for tilegnelsen af en “kompliceret” praksis). Denne tilegnelse kan endvidere organiseres intentionelt – ordet *didaktisk* henviser per definition til en sådan intention.

Givet en prakseologi P som man i et eller andet omfang selv kan udøve, kan man stille sig den *didaktiske* opgave det er at skabe betingelser som muliggør at andre end en selv udøver P . Denne opgave løses selvfølgelig med didaktiske teknikker (som afhænger af P) og leder mere alment til en *didaktisk prakseologi*, som vi vil betegne δP (hvor det bløde “d” indikerer at δP delvist er afledt af P). Det er en indbygget egenskab ved en didaktisk prakseologi at etablere to fundamentalt forskellige positioner i forhold til P : den, der udøver δP (fx kaldet læreren) med henblik på at en eller flere andre (kaldet elever, studerende, lærlinge osv.) bliver i stand til at udøve P – dvs. løse dens opgaver, bruge dens teknikker og måske også i et eller andet omfang beherske den teoretiske overbygning. Disse to positioner, lærer og lærende, er den grundlæggende og minimale egenskab for en didaktisk institution, som naturligvis kan have langt flere og mere specifikke positioner end blot de to.

En didaktisk prakseologi δP er ikke kun praksis, men også teori. Det betyder at den har sit eget selvstændige liv som ikke blot er afledt af P , men også – over tid – kan

modificere P . I ATD er denne vekselvirkning mellem P og δP en afgørende pointe. Matematikdidaktikken som videnskab udgøres af prakseologier som tager udgangspunkt i problemstillinger ("opgaver") vedrørende denne vekselvirkning og dens institutionelle betingelser; den indeholder altså specielt studiet af *såvel* matematiske som didaktiske prakseologier, og således kan ingen matematikdidaktisk prakseologi være "matematikfri".

At didaktiske institutioner ikke blot viderefører prakseologier ubeset og uforandret, men også udvikler og omformer dem fx i lyset af mere overordnede hensyn og betingelser, er essensen i hvad ATD kalder *didaktisk transposition* – dvs. udvikling og tillempling af prakseologier inden for rammerne af den didaktiske institution. Disse rammer omfatter både indre og ydre betingelser – hvor de ydre typisk angår krav og muligheder for så vidt angår elevernes udøvelse af P , og de indre er afledt af den didaktiske institutions egne teorier og specielt den sammenhæng de (fx af praktiske grunde) søger at etablere mellem forskellige didaktiske prakseologier. Hvis de ydre betingelser fx indebærer at elever i 9. klasse skal kunne foretage simple beregninger med "procenter", kan de indre (fx hvad tilgængelige lommeregnerne kan) måske lede til udvikling og brug af teknikker og teorier om hvordan man svarer på bestemte slags spørgsmål med procenter, fx i termer af de operationer eller ligefrem knapper man skal bruge – og hvordan man skelner mellem forskellige typer af opgaver.

Det hører til blandt de mest grundlæggende indsigter i moderne didaktik at didaktisk transposition ikke blot er *tradition* – altså direkte overførsel af prakseologier – men også, i og med at den ledsages af en egen teori, indebærer udviklinger og tillemplinger som indimellem forandrer prakseologierne meget betydeligt. Det er nok ikke tilfældigt at denne indsigt fremtræder med særlig styrke i studiet af skolefaget matematik som uden sammenligning er både det største og ældste i verden. Her kan man fx følge transpositioner af Euklids *Elementer* (300 f.v.t.) helt op i nutidens didaktiske prakseologier.

5. Studiet af matematiklærerpraksis og dens betingelser

Matematiklærerens position er altså at udøve en række prakseologier af typen δP , hvor P er en matematisk prakseologi (i bred forstand) som omformes både af δP og af en række ydre og indre betingelser i den didaktiske institution. Matematiklærerens autonomi i forhold til den didaktiske transposition kan anskues såvel fra et individuelt som fra et institutionelt perspektiv. Store dele af den matematikdidaktiske litteratur om matematiklærerpraksis fokuserer på det første, dvs. på matematiklærerens "personlige" teknikker og teorier vedrørende P og δP i forbindelse med en konkret undervisningssituation. Selvom dette mikrodidaktiske perspektiv også i mange sammenhænge afspejler matematiklærerens egen oplevelse af sin praksis, rummer det også en fare

for at overse det institutionelle perspektiv – dvs. de mange former for bestemmelse som udøves af andre medlemmer og betingelser i den didaktiske institution.

De kan naturligvis også være mere eller mindre stærke. I Danmark er der som i mange andre vestlige lande en betydelig tradition for at hævde lærerens autonomi i egen klasse som noget karakteristisk og positivt ved undervisningsarbejdet. Med lærerens autonomi menes normalt friheden til at planlægge og gennemføre undervisningen med “egne metoder” (altså selvvalgte didaktiske teknikker); udtrykket afspejler også den almindelige situation at læreren står alene med selve undervisningssituationen og planlægningen af den. Men det er klart at der kun er tale om begrænset og relativ autonomi fordi læreren er afhængig af indre og ydre bestemmelser af δP : krav til indhold og resultater i elevernes udøvelse af P (fx målt ved test og eksamener), tilgængelige ressourcer, andre kilder til teknikker for δP (lærebøger, emu.dk mv.) og institutionens egne rammer og normer (fx tidsskemaer og pædagogiske principper).

ATD opererer med en række veldefinerede niveauer af didaktisk bestemmelse (se fx Bosch & Gascón, 2006; Artigue & Winsløw, 2010). Det indebærer at undervisningssituationen analyseres i sammenhæng med de betingelser som er med til at bestemme den – fx betingelser i læreplan, skolen og samfundet. Et af de mest interessante perspektiver i ATD-baseret forskning er at demonstrere i hvor høj grad “lærerens autonomi” ofte er en illusion, og at mange funktionsproblemer i undervisningen kan spores direkte til paradokser og modsætninger i den ydre og indre didaktiske bestemmelse. I mange tilfælde kan ATD-baseret analyse af længere undervisningsforløb og deres didaktiske bestemmelse således med stor præcision demonstrere hvordan en læreplan kombineret med tidsmæssige rammer tvinger læreren til at gennemspille en række indbyrdes usammenhængende matematiske temaer (dvs. indøve uafhængige og ufuldstændige matematiske prakselogier).

Fx viser Barbé et al. (2005) hvordan introduktionen i det spanske gymnasium af grænseværdi og kontinuitet af funktioner bliver usammenhængende fordi læseplanen og tidspresset ikke giver mulighed for at stille og besvare spørgsmål vedrørende eksistens af grænseværdi (kun *beregning* – “kan man finde grænseværdien, findes den”). At kontinuitet defineres som den situation hvor funktionsværdien i et punkt er lig med grænseværdien i punktet, bliver næsten cirkulært fordi “indsættelse” af punktet i et funktionsudtryk (efter en algebraisk omskrivning) indgår i alle de af eleverne kendte teknikker til at finde en grænseværdi. På den anden side foreskriver læreplanen at eleverne behersker visse algebraiske teknikker til at finde grænseværdier, og at de møder en definition af kontinuitet; de to ting kan blot ikke bringes i meningsfuld sammenhæng på det foreliggende grundlag. De realiserede prakselogier svarer derfor til de foreskrevne, og det er i dem sammenhængsproblemet er. Artiklen, som tager udgangspunkt i en række klasserumsobservationer, giver således en mere dybdegående analyse af hvad der ved første øjekast bare ligner dårlig, usammenhængende undervisning.

En analyse af undervisningen alene kan således afdække funktionsproblemer i de enkelte situationer (fx usikkerhed i elevernes matematiske praksis) og deres indbyrdes sammenhæng. Under den antagelse at læreren er autonom, bliver hun så mere eller mindre eksplicit gjort ansvarlig for problemerne. En konventionel analyse af samspillet mellem δP og P , som antager at læreren på egen hånd konstruerer δP , må jo pege på det tekniske niveau i δP som kilden til mangler i P .

Det institutionelle perspektiv afviser den klassiske didaktiske illusion om lærerens totale autonomi. Dermed stilles der også nye krav til den *empiriske basis* for analysen. Alene det at studere de umiddelbare institutionelle forudsætninger for matematiklærerens didaktiske prakseologier gør det nødvendigt at skaffe sig viden om såkaldte *paradidaktiske prakseologier* (cf. Winsløw, 2011; Miyakawa & Winsløw, u. udg.) som indgår i lærerens arbejde med undervisningen *uden for* selve denne – fx forberedelse og efterbearbejdning af undervisningen, lærermøder osv. Et ATD-baseret pilotprojekt om komparativ evaluering af lærerprakseologier i mikroinstitutioner er for nylig gennemført af Durand-Guerrier, Winsløw & Yoshida (2010).

Vi støder allerede her på ressourcer og betingelser som ikke altid er synlige i selve undervisningen. Blandt de ret oplagte ressourcer i lærerens arbejde (jf. Gueudet & Trouche, 2009) kan fx nævnes: lærebøger – også sådanne som ikke bruges direkte i undervisningen – læreplaner, samtaler med kolleger, online materiale osv. Som et dansk eksempel på studier af paradidaktiske prakseologier kan nævnes et nyere kandidatspeciale (Svendsen, 2009) der bl.a. viser den centrale rolle som tidligere eksamenssæt spiller for i det mindste nogle gymnasielæreres valg og konstruktion af opgaver og eksempler til brug i matematikundervisningen. Kort sagt indebærer det institutionelle perspektiv ikke blot at didaktikken beskæftiger sig med *hele* lærernes praksis (individuel såvel som kollektiv, i klasseværelset såvel som andre steder) og med *alle* dens betingelser og forudsætninger (videnskabelige, faglige, administrative, kulturelle osv.) – men også at det gøres i sammenhæng.

6. Institutioner, idioti og opportuniste

Med dette bredere perspektiv kommer vi naturligt også ind på sammenhænge hvor matematiklærere udøver og udvikler δP (og dermed også til P) i fællesskab: i udviklingsarbejder, under efteruddannelse, i faglærergrupper osv. Her kommer der fornyet fokus på karakter og sammenhænge af *teoriblokke*, herunder såvel “fagsprog” som “professionens egne teorier”.

Jo mere “fælles” og “officielle” disse er, des mere udfordrende bliver det at fastholde to afgørende forudsætninger for at en teori kan fungere i en institutionel sammenhæng, nemlig at den for institutionens aktører besidder

- præcision og meningsfuldhed i forhold til praksis
- begreber og begrundelser som der er konsensus om.

Bemærk at disse to kriterier er *interne* for en given institution – tænk fx på folkeskolens matematikundervisning (makro) eller matematiklærergruppen på en given skole (mikro). Det er altså kriterier som drejer sig om institutionens egne behov for at dele og udvikle egen praksis.

I begge de nævnte eksempler er der naturligvis også begrundelser og begreber som “trænger sig på” udefra, fx gennem læreplaner og anden skolelovgivning. Der kan så opstå en konflikt mellem de to nævnte kriterier på den ene side og behovet for overensstemmelse med de udefrakommende bestemmelser på den anden.

Et historisk eksempel i matematikundervisningssammenhæng er den periode hvor “den ny matematik” blev indført i Danmark og en række andre lande. Et aktuelt eksempel er de ihærdige forsøg på at give “de otte kompetencer” (Niss et al., 2002) mening i forhold til undervisningspraksis i folkeskolens matematikfag, som fx udtrykt i beskrivelsen af et udviklingsprojekt (Kjeldsen & Westphael, 2008):

I 2002 udkom komrapporten med et forslag til en anderledes beskrivelse af indholdet af matematikundervisningen på alle niveauer i uddannelsessystemet. Den har efterfølgende haft stor indflydelse, idet både Fælles Mål for matematik i folkeskolen (...) er beskrevet i forhold til kompetencebeskrivelsen. (...) Derfor er formålet med dette udviklingsprojekt at se på lærernes planlægning, målsætning og evaluering af undervisningen og forsøge at få den ind i den begrebsramme, som kompetencetænkningen danner. Dette er i overensstemmelse med KOM-rapportens anbefalinger ...

En tilsvarende bestræbelse på at “implementere kompetencetænkningen” (en didaktisk teori) i undervisningen (didaktisk praksis) finder vi mere eller mindre tydelige spor af i en del aktuelle efteruddannelsesaktiviteter, lærebøger mv. Udfordringen er bl.a. at de abstrakte kompetencekategorier i udgangspunktet er formuleret i en anden institutionel sammenhæng (et ministerielt nedsat udvalg ledet af universitetsforskere) og derfor skal transponeres til undervisningsinstitutionerne. At begreberne i deres oprindelige form og kontekst kan være svære at knytte præcist til lærerens praksis, udelukker selvfølgelig ikke at der som resultat af undervisningsinstitutionens eget arbejde kan udvikles konsensus omkring kategoriernes betydning og brug som teknologi. Men det er ikke automatisk.

I situationer som de nævnte må undervisningsinstitutionerne finde en balance mellem på den ene side behovet for at opretholde konsistens og konsensus i egne teoriblokke (herunder interne diskurser og normer) og på den anden side nødvendigheden af at tilpasse sig til omgivelsernes (især overordnede institutioners) be-

stemmelser og betingelser. At institutioner på visse punkter “tænker” som en slags kollektivt individ (jf. Douglas, 1987), betyder også at de reagerer på en af følgende to måder når det opleves som svært eller umuligt at forene en ovenfrakommende teori med institutionens prakseologier i øvrigt:

- Institutionen lukker sig om sig selv, dvs. udvikler *institutionel idioti* (efter den oprindelige betydning af det græske ἰδιος, “sig selv (nok)”).
- Institutionen underkaster sig på overfladen den udefrakommende teori uden at den får selvstændig betydning for praksis, en situation man kunne kalde *institutionel opportunisme*.

Begge reaktionsmønstre er almindelige i både forsknings- og undervisningsinstitutioner, og det er mere udtrykkene end resultaterne der er forskellige, i den forstand at prakseologierne i de ramte institutioner bliver præget af defensiv stilstand. Og før eller siden fører situationen også til konflikter og barrierer mellem institutionerne som på samfundsniveau (jf. fx Winsløw, 2006, kap. 2) kan være yderst skadelige og vanskelige at gøre noget ved.

7. Det komparative perspektiv

I de fleste lande kan man identificere i det mindste fem typer af institutioner der på forskellig måde har betydning for matematikundervisningen:

- De institutioner, hvor undervisningen foregår (folkeskole og gymnasiet i Danmark)
- Læreruddannelsesinstitutioner (professionshøjskoler og universiteter i Danmark)
- Matematikdidaktiske forskningsinstitutioner (i Danmark hovedsageligt mindre grupper af forskere på universiteterne)
- Matematiske forskningsinstitutioner (i Danmark hovedsageligt universitetsinstitutter)
- Offentlige forvaltningsinstitutioner (i Danmark to ministerier og 98 kommuner).

I Danmark er samspillet mellem disse fem typer mere eller mindre officielt organiseret i to “søjler” som formelt kun har overlap i ministerierne. I første søjle finder vi folkeskoler, professionshøjskoler, kommuner samt de relevante ministerier; i den anden søjle har vi gymnasier, universiteter og de to ministerier. De to ministerier udstikker bestemmelser for henholdsvis undervisningen i folkeskoler og gymnasier og for de tilsvarende læreruddannelser, men de to søjler har hver deres afdelinger i ministerierne. For så vidt angår den akademiske praksis, kan man vel sige at gymnasierne traditionelt refererer til de matematiske forskningsinstitutioner og deres matematiske

prakseologier, mens folkeskolen og professionshøjskolerne i højere grad har udviklet en egen matematikfaglighed, undertiden med referencer til universitær matematikdidaktisk teori og praksis. Det fører dels til større og mindre forskelle i de matematiske prakselogier som eleverne møder i de to typer af undervisningsinstitutioner, dels til ganske radikale forskelle i læreruddannelsernes organisering og indhold. Man kan analysere begge de eksempler på reformbestræbelser som blev berørt i forrige afsnit (den ny matematik og teorien om matematiske kompetencer) som motiveret af intentioner om at bryde de uomtvistelige tegn på idioti og opportunisme som findes i begge søjler og også mere lokalt i deres institutioner. Niss et al. (kap. 10.3) taler således om denne centrale udfordring som “to vidt forskellige matematiklærerkulturer”, omend det også påpeges at der er tale om en forenkling af situationen.

Et komparativt perspektiv på institutioner og deres prakselogier handler netop om at identificere *forskelle* og årsagerne til dem, fx institutionelle barrierer skabt af manglende fælles teori. De kan altså iagttages allerede på et nationalt niveau. Men de fremtræder med særlig tydelighed som institutionelle fænomener når vi sammenligner forholdene i forskellige lande og kulturer, og det er ikke mindst i et sådant komparativt perspektiv at ATD kan udfolde sin fulde styrke som analyseapparat (se Artigue & Winsløw, 2010). Når det fx er muligt at påstå at elevernes matematiske prakselogier – og især deres praksis – meningsfuldt kan sammenlignes på tværs af alverdens lande og kulturer, skyldes det jo en forestilling om at deres og samfundenes behov for sådanne prakselogier er sammenlignelige, hvis ikke ens, i en verden der mere eller mindre velbegrunder betegnes som “globaliseret”. I givet fald bliver også matematikundervisningens institutioner og de institutioner som de afhænger af (fx læreruddannelsen), naturligvis genstand for en lignende sammenligning. Analysen af forudsætninger, metoder og slutninger i sådanne sammenligninger kan ikke foretages meningsfuldt med mindre matematiske og matematikdidaktiske prakselogier ses i sammenhæng med interne og eksterne institutionelle forhold, herunder naturligvis også lærernes paradidaktiske prakselogier.

Min egen forskning på dette område har i høj grad fokuseret på prakselogier og institutioner i og omkring japansk skoleundervisning. Jeg vil her pege på to bøger af amerikansk oprindelse som jeg det seneste tiår har anbefalet til alle med professionel interesse for skolens matematikundervisning, og som har motiveret og fortsætter med at motivere mange til at rette det komparative perspektiv mod Østasien:

- Stigler og Hieberts bog *The Teaching Gap* (1998), baseret bl.a. på de første TIMSS-video-studier af matematikundervisningspraksis i 8. klasse i USA, Tyskland og Japan
- Liping Mas bog (og ph.d.-afhandling) *Knowing and Teaching Elementary Mathematics* fra 1999, som sammenligner kinesiske og amerikanske matematiklæreres prak-

sis (i og uden for undervisningen) med den både overraskende og overbevisende konklusion at de kinesiske lærere er de amerikanske kolleger meget overlegne.

I begge tilfælde peger forfatterne netop på hvad man i ATD ville kalde for *paradidaktiske prakseologier* som den afgørende kilde til de østasiatiske læreres mere avancerede didaktiske prakseologier. Disse prakseologier lever i institutioner der kort kan beskrives som *paradidaktiske mikroinstitutioner for udvikling af matematiklæreres praksis og viden*. Den afgørende forskel på de amerikanske og de kinesiske lærere i Liping Mas bog er at amerikanerne mangler sådanne institutioner idet de forbereder og gennemfører deres undervisning alene. Det samme forhold peger Stigler og Hiebert på i deres bog, idet de især fremhæver den japanske praksis *lesson study* (på dansk *lektionsstudium*, jf. Winsløw, 2006, s. 185 f.; Winsløw, 2009). Det centrale element i lektionsstudiet er et lærerteams fælles planlægning og observation af en matematiktime, ofte gentaget i flere iterationer. I den engelsktalende verden er lektionsstudier blevet ret almindelige inden for de seneste ti år. I Danmark er der i perioden 2008-2010 gennemført et pilotprojekt med lektionsstudier inden for rammerne af det daværende nationale center for matematikdidaktik (NAVIMAT) (jf. Bilsted, 2010).

Det mest centrale træk ved den japanske lektionsstudiepraksis er nok det i og for sig banale at *lærere regelmæssigt observerer hinandens undervisningspraksis og reflekterer over den sammen på basis af konkrete mål for den observerede undervisning*. Dette element genfindes i det ligeledes japanske format *open lesson* (offentlig lektion, se Miyakawa & Winsløw, u. udg.). At det ikke er så banalt endda, ses af at det springer i øjnene som en radikal *forskel* mellem fx dansk og japansk matematikundervisningspraksis. Det drejer sig mere præcist om forskelle i paradidaktiske prakseologier, herunder ikke blot paradidaktisk *praksis*, men også fælles *teori* (herunder diskurser og normer) for denne praksis.

Lad os her dvæle lidt ved det faktum at en professionel praksis kun bliver professionel når den har et grundlag der overskrider den individuelle udøvers "knowhow". Man kan fx tænke på forskellen mellem en *healer* og en praktiserende læge. En rigtig profession bygger på et fælles og stærkt vidensgrundlag, hvilket bl.a. fordrer et veludviklet *fælles fagsprog*. For matematiklærere drejer det sig om fælles teori om lærernes matematiske og didaktiske praksis. Japanske matematiklæreres fagsprog er så avanceret at der findes hele ordbøger for begyndere (fx lærerstuderende). Det omfatter både egen matematisk teori, med termer som kan bruges til præcist at beskrive enkeltdele af skolens matematik (fx opgavetyper, repræsentationsformer mv.), og *didaktisk* teori med termer som handler om undervisningens form og metoder. Man kan ikke blot sige at det drejer sig om "terminologi": At udvikle et præcist fagsprog hænger nøje sammen med udviklingen af den professionelle viden. Miyakawa & Winsløw (u. udg.) præsenterer en uddybning af dette på basis af et detaljeret casestudium. Vi vil her

nøjes med at konstatere at selve det at etablere paradidaktiske mikroinstitutioner efter japansk (eller kinesisk) forbillede ikke kan ventes straks at fungere som i Japan eller Kina alene fordi det at udvikle et fælles og avanceret fagsprog tager lang tid. Når man derimod udefra forsøger at påtvinge professionen en teori om professionens egen praksis, fører det som nævnt let til opportunisme og idioti.

Det hører med til den institutionelle analyse at japanske mikroinstitutioner som lektionsstudieteam og åbne lektioner fungerer som de gør, i kraft af en række andre forudsætninger. Især vil jeg her pege på samspillet mellem makroinstitutioner af de typer vi indledte afsnittet med at ridse op. Skoler er ikke isoleret fra universiteterne der i Japan uddanner lærere til alle niveauer. Ethvert universitet med læreruddannelse har nemlig tilknyttet en eller flere skoler *som en del af institutionen* (det som på engelsk kaldes *attached schools*). Der gennemføres lektionsstudier allerede i selve læreruddannelsen, og heri deltager ikke blot lærerstuderende og erfarne lærere, men også universitetslærere. På alle skoler er det almindeligt at lektionsstudier og åbne lektioner involverer såvel lærere fra andre skoler som gæster udefra, herunder universitetsforskere eller ansatte fra undervisningsafdelingen i den offentlige forvaltning. Disse paradidaktiske institutioner involverer således aktører fra alle de fem typer af makroinstitutioner. Dette samspil omkring *selve professionens kerne* modvirker efter min vurdering en del af den idioti og opportunisme som i dansk sammenhæng præger samspillet mellem makroinstitutionerne og specielt de to "søjler". Det betyder specielt at større læreplansreformer kan gennemføres forholdsvis effektivt og gnidningsfrit (se fx Lewis & Tsuchida, 1997; Winsløw, 2011), og at der er langt større sammenhæng mellem matematiklæreres, matematiklæreruddannes og universitetsforskere praksisologier (såvel på praksis- som på teoriniveau, se fx Miyakawa & Winsløw, 2009). Matematikere og matematikdidaktikere er i øvrigt ofte ansat ved de samme institutter, omend man også i Japan har institutter som alene dyrker den akademiske forskning i matematik. Men til forskel fra fx USA er det dog ikke almindeligt at sådanne institutioner udvikler idiotiske teorier om skolens matematikundervisning (se fx Davidson & Mitchell, 2008).

8. Nødvendige institutionssamspil

Som konklusion på denne relativt overordnede analyse vil jeg tillade mig nogle mere konkrete og personlige forslag til hvordan man kunne fremme udviklingen af matematikunderviserprofessionen i Danmark inden for de aktuelle makroinstitutionelle rammer – dvs. jeg forudsætter at de fem institutionstyper som er nævnt i forrige afsnit, indtil videre forbliver uændrede for så vidt angår deres grundlæggende opgaver og rollefordelinger.

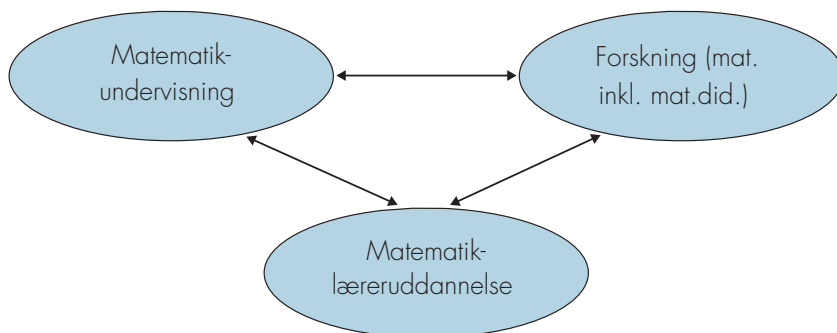
Det vil utvivlsomt være vanskeligt, men nok ikke umuligt, at skabe rammer for længerevarende forsøg med lektionsstudiegrupper i såvel folkeskoler som gymnasier

som involverer aktører fra alle fem typer af institutioner – altså lærere, læreruddannere, forskere (i matematik og matematikdidaktik), fagkonsulenter og andre med administrativt ansvar for matematikundervisningen i skoler og gymnasier.

Man kunne også med fordel lade lektionsstudieformater indgå i læreruddannelserne til begge skoleformer, især hvis det kunne lykkes at skabe forpligtende samarbejder om det mellem skoler og læreruddannelser (universiteter, professionshøjskoler).

Etableringen af nationale fora for matematikundervisning, fx kongresser og tidskrifter, er en forudsætning for at vidensdelingen i mikroinstitutioner kommer til at få mere landsdækkende og blivende rækkevidde, herunder at der udvikles et mere avanceret fagsprog. Også i denne sammenhæng kunne arbejdsformer af lektionsstudietypen være med til at sikre at der ikke blot etableres endnu et lag i hvad Chevallard (1985) kalder *noosfæren* (“den tænkende sfære”) omkring – men hermetisk adskilt fra – professionen. Vi har ikke brug for flere noosfæriske reservater, fx konferencer og seminarer om teori uden klar forbindelse til den relevante praksis (og specielt prakseologier af typen δP). *Når vi mødes med henblik på at udvikle matematiklærerprofessionen, skal den selv være til stede.*

På samme måde er det af stor potentiel betydning at læreruddannelsen og forskningsmiljøerne i matematik og matematikdidaktik integreres. Nyuddannede matematiklærere får førstehåndskendskab til relevant matematikdidaktisk forskning, og de skal også have førstehåndskendskab til matematik som levende fag – altså som et fag hvor grænserne for det kendte fremdeles kan blive og bliver rykket. Det forudsætter omvendt at universiteterne udvikler nye didaktiske teknikker som gør sådanne “indblik” i forskningens verden mulige (se fx Madsen & Winsløw, 2009) – og som gør det muligt for kommende matematiklærere at udvikle og dyrke en livsvarig nysgerrighed i forhold til matematiske og matematikdidaktiske problemer.



Figur 1. Tre hovedgrupper af prakseologier hvis samspil skal styrkes i Danmark, fx ved at udøverne mødes i praksisfællesskaber, og ved at praksisfællesskaberne deler udøvere.

Pointen er altså at de nye former for samspil ikke i første række drejer sig om at "samle aktører" på tværs af institutioner, men om at "samle deres prakseologier"; specielt er det afgørende at undervisningspraksis, og ikke blot teorier om den, bliver konkret tilstedeværende i samspillet. Ikke desto mindre er institutionernes samspil langtfra uafhængige af aktørernes mobilitet mellem dem. For så vidt angår matematiklærerprofessionen, drejer det sig især om følgende tre praksisser (jf. fig. 1): matematikundervisning, matematiklæreruddannelse og forskning (i matematik og matematikdidaktik). Det ville således kunne medvirke til matematiklæreruddannelsens status og styrke hvis læreruddannerne samtidig skulle udøve mindst én af de to øvrige praksisser.

Referencer

- Artigue, M. (2010). The Hans Freudenthal Medal for 2009 Goes to Yves Chevallard, IUFM d'Aix-Marseille, France. *Educational Studies in Mathematics* (kun online). DOI 10.1007/s10649-010-9244-7.
- Artigue, M. & Winsløw, C. (2010). International Comparative Studies on Mathematics Education: A Viewpoint from the Anthropological Theory of Didactics. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 30(1), s. 47-82.
- Barbé, J., Bosch, M., Espinoza, L. & Gascon, J. (2005). Didactic Restrictions on the Teacher's Practice: The Case of Limits of Functions in Spanish High Schools. *Educational Studies in Mathematics*, 59(1-3), s. 235-268.
- Bilsted, E. (Ed.) (2010). *Lektionsstudier i matematikundervisningen*. København, Forlaget NAVI-MAT. Lokaliseret 22. oktober 2012 på www.e-pages.dk/bording/5/
- Bosch, M. & Gascón, J. (2006). Twenty Five Years of the Didactic Transposition. *ICMI Bulletin*, 58, s. 51-65.
- Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. (2009). *La TAD face au professeur des mathématiques*. Manuskript. Lokaliseret den 22. oktober 2012 på: yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/La_TAD_face_au_professeur_de_mathematiques.pdf.
- Davidson, D. & Mitchell, J. (2008). How Is Mathematics Education Philosophy Reflected in the Math Wars? *The Montana Mathematics Enthusiast*, 5(1), s. 143-154.
- Douglas, M. (1987). *How Institutions Think*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Durand-Guerrier, V., Winsløw, C. & Yoshida, H. (2010). A Model of Mathematics Teacher Knowledge and a Comparative Study in Denmark, France and Japan. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 15, s. 141-166.
- Eco, U. (2002). Videnskab, teknologi og magi. Tale holdt i Rom, 2002, og senere trykt i dagbladet *La Repubblica*. Dansk oversættelse i essaysamlingen *Fordele og ulemper ved døden*, Forum (2006).

- Gueudet, G. & Trouche, L. (2009). Towards New Documentation Systems for Mathematics Teachers? *Educational Studies in Mathematics Education*, 71, s. 199-218.
- Kjeldsen, D. & Westphal, H. (2008). Åbne opgaver og kompetencebegrebet i folkeskolen Upubliceret projektbeskrivelse.
- Lewis, C. & Tsuchida, I. (1997). Planned Educational Change in Japan: The Case of Elementary Science Instruction. *Journal of Educational Policy*, 12 (5), s. 313-331.
- Madsen, L.M. & Winsløw, C. (2009). Relations Between Teaching and Research in Physical Geography and Mathematics at Research Intensive Universities. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 2009(7), s. 741-763.
- Miyakawa, T. & Winsløw, C. (2009). Didactical Designs for Students' Proportional Reasoning: An "Open Approach" Lesson and a "Fundamental Situation". *Educational Studies in Mathematics*, 72(2), s. 199-218.
- Miyakawa, T. & Winsløw, C. (u. udg.). Developing Mathematics Teacher Knowledge: The Paradigmatic Infrastructure of "Open Lesson" in Japan. Manuskript indsendt til tidsskrift.
- Niss, M. et al. (2002). *Kompetencer og matematiklæring. Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. København: Undervisningsministeriet.
- Svendsen, J. (2009). *Matematiklærerens forberedelse*. Kandidatspeciale, Institut for Naturfagernes Didaktik, Københavns Universitet. Lokaliseret 22. oktober 2012 på: www.ind.ku.dk/publikationer/studenterserien/studenterserie9/.
- Winsløw, C. (2006). *Didaktiske elementer – en indføring i matematikkens og naturfagernes didaktik*. Frederiksberg: Biofolia.
- Winsløw, C. (2009). Et mysterium om tal – og japanske lektionsstudier. *MONA*, 2009(1), s. 31-43.
- Winsløw, C. (2011). A Comparative Perspective on Teacher Collaboration: The Cases of Lesson Study in Japan and of Multidisciplinary Teaching in Denmark. I: G. Gueudet, B. Pepin & L. Trouche (red.), *Mathematics Curriculum Material and Teacher Documentation: From Textbooks to Shared Living Resources* (s. 291-304). New York: Springer.

English Abstract

The paper starts from current challenges of the teaching profession, in particular the case of mathematics teachers. A deeper analysis of these challenges must account for conditions and contexts of the profession that are beyond the scope of classical didactics. To present elements of such an analysis we introduce a relatively new research programme in the didactics of mathematics, the anthropological theory of the didactical (ATD), which focuses explicitly on institutional conditions for teaching and enables a comparative perspective which can identify central differences, i.e. crucial conditions that vary among institutions, and therefore – in principle – may be changed.

NOTE: Artiklen er en let bearbejdet version af et kapitel med samme titel som er offentliggjort i bogen *Viden om lærere – lærerviden redigeret af M. Andresen og udgivet af forlaget NAVIMAT* (2011).