

Analyse giver værdifuldt sprog for elevers udfordringer med brøker



Mette Thompson, cand.
pæd. i didaktik (matematik)
og matematikkonsulent,
Helsingør Kommune

Kommentar til Pernille Ladegaard Pedersen, Christian Gregersen Brix og Bent Sortkærs: "Brøker, fejlsvar og regnestrategier – en analyse af fejlsvar i folkeskolens prøver i matematik", MONA, 2026(2).

Pedersen, Brix og Sortkærs analyse af fejlsvar i brøkopgaver ved folkeskolens afgangsprøve tegner et alvorligt billede af elevernes forståelse af rationale tal. Det mest tankevækkende er ikke alene de mange fejlsvar, men at svarene synes at følge genkendelige mønstre. Tæller og nævner behandles som adskilte heltal, regneregler blandes sammen, og brøken mister sin betydning som en størrelse.

Artiklens begreber "heltalsdistraktorer" og "fragmentbaseret metode" tilbyder et nyttigt sprog for dette mønster. Begreberne kan hjælpe lærere med at få øje på, når en elev bearbejder brøkens enkelte dele, men ikke forholder sig til den størrelse, som brøken repræsenterer. Samtidig er det vigtigt at fastholde forfatternes eget forbehold: Analysen beror på elevernes fejlsvar, men ikke på deres ræsonnementer, og dermed kan man ikke vide, hvordan de er kommet frem til netop dette svar.

Alligevel står artiklens overordnede resultat stærkt, for i seks ud af syv analyserede brøkopgaver svarede omkring halvdelen af eleverne eller færre korrekt. Det kalder på en opmærksomhed.

En aktuel og relevant pointe i den nye fagplan

Artiklen tager forståeligt nok udgangspunkt i læseplanen fra 2019, hvor udviklingen af regnestrategier knyttes tæt til elevernes talforståelse. Dette kan genfindes og er forstærket i andet udkast til den nye fagplan for matematik fra juni 2026 (Børne- og Undervisningsministeriet, 2026a). Her er fleksibiliteten indskrevet i fagets formål, hvor der står, at eleverne skal udvikle et matematisk blik på verden, hvilket indebærer, at

de fleksibelt kan anvende matematiske idéer og måder at tænke og handle på, bl.a. i problemstillinger, der rækker ud over matematikken selv.

I indskolingen er det faglige fokus tydeligt afgrænset til de naturlige tal. Eleverne skal udvikle fleksible strategier og lære at vælge og tilpasse dem til situationer og de tal, der indgår. Først på mellemtrinnet beskrives udvidelsen fra naturlige tal til hele og rationale tal som en central kerneidé. Denne progression er væsentlig. Det giver nemlig mulighed for at sætte tempoet ned. Eleverne skal først opbygge et sikkert og fleksibelt fundament i arbejdet med de naturlige tal. Derefter skal forståelsen udvides, udfordres og delvist omstruktureres og omorganiseres, når eleverne møder rationale tal, hvilket kræver en undervisning, hvor eleverne støttes i at udvikle nye måder at tænke om tal på (Clarke et al., 2010).

Elevernes erfaringer med naturlige tal er derfor både en nødvendig ressource og en potentiel barriere. Det er netop denne dobbelthed, artiklens analyse af heltalsdi-straktorer og fragmentbaserede metoder synliggør.

Hvad vil det sige at forstå?

Forståelse er et nøglebegreb i arbejdet med talforståelse, men det er ikke et enkelt begreb. Hiebert og Carpenter (1992) beskriver forståelse som den måde, en persons indre repræsentationer er organiseret på. Graden af forståelse afhænger af antallet og styrken af forbindelserne mellem repræsentationerne.

Overført til brøker er det derfor ikke tilstrækkeligt, at en elev kan genkende en brøknotation, huske en regel eller gennemføre en indøvet procedure. Eleven må kunne forbinde brøken med en størrelse, en placering på tallinjen, en del af en helhed, et forhold og en kvotient. Eleven må også kunne se forbindelser mellem konkrete, visuelle, sproglige og symbolske repræsentationer.

Artiklens anvendelse af fejltyperne kan i dette perspektiv tolkes som et tegn på et indre netværk, hvor forbindelserne endnu er for få eller for svage. Eleven ser tælleren og nævneren, men ikke brøken som ét tal. Eleven genkender måske dele af forskellige algoritmer, men kan ikke forbinde dem med operationens betydning eller vurdere, om resultatet er rimeligt.

At forstå en brøk er at kunne anvende sin viden flydende og fleksibelt. Det viser sig, når eleven kan bevæge sig mellem forskellige repræsentationer, genkende sammenhænge og vælge en strategi, der passer til de konkrete tal og den situation, de indgår i. Flexibiliteten er dermed ikke blot at gøre noget forskelligt. Den må være funderet i forståelse.

Vanskelighederne kan opdages tidligt

Vi har gennem mange år vidst, at matematikvanskeligheder ofte opstår tidligt og kan følge eleverne gennem skoleforløbet. VIVE's undersøgelse (Mikkelsen et al., 2023) af børn og unge i matematikvanskeligheder viste, at 15 % af eleverne havde utilstrækkelige eller mangelfulde resultater i den nationale test i matematik i 3. klasse. Blandt disse elever havde 42 % også dårlige resultater i 6. klasse, og 65 % af denne gruppe befandt sig senere i matematikvanskeligheder i 9. klasse.

Det er derfor næppe ved afgangsprøven, at de forståelser, artiklen afdækker, pludselig opstår. FP9 kan synliggøre problemets omfang, men prøven kan ikke længere danne afsæt for den undervisning, som netop disse elever har haft brug for.

I Helsingør Kommune har vi gennem flere år arbejdet med en talforståelsestest, som søger at give lærerne indblik i elevernes forståelse tidligere i skoleforløbet. Vores erfaring er, at nogle af de misforståelser, som artiklen finder i FP9, allerede kan iagttages, når eleverne har svært ved at placere brøker på en tallinje, sammenligne deres størrelse eller vurdere, hvad det halve eller det dobbelte af en brøk kan være (Thompson, 2024).

Lignende forståelser vil også kunne belyses gennem den nye nationale færdighedstest, der netop tester tal, regnestrategier og algebra. I rammeværket for testen indgår positive ægte brøker fra 6. klasse, hvor elevernes forståelse af brøkers størrelse og forskellige repræsentationer samt regning med brøker afdækkes (Børne- og Undervisningsministeriet, 2026b). Her bliver det afgørende, at resultaterne ikke alene bruges til at opgøre, hvor mange opgaver eleven har besvaret korrekt. Fejlsvarene må give anledning til faglig nysgerrighed: Hvilken forståelse kan ligge bag svaret? Hvilken viden fra de naturlige tal forsøger eleven at anvende? Hvilke forbindelser mellem repræsentationer mangler eleven endnu at udvikle?

Opmærksomhedspunkter i undervisningen

Artiklens anvendelse af heltalsdistraktorer og begrebet fragmentbaseret metode er i det efterfølgende forsøgt omsat til en række konkrete opmærksomhedspunkter i undervisningen.

For det første er der flere betydninger af brøker. En brøk kan beskrive en del af en helhed, et mål, en kvotient, en operator eller et forhold (Kieren, 1976). Brøker afbildes ofte på den samme måde, mens konteksten, de anvendes i, er afgørende for, hvordan de skal anvendes og forstås. Min erfaring er, at de forskellige forståelser ikke er tydelige for lærere og elever, og måske kunne en større vægtning af dette have en betydning for tilegnelsen af forståelsen for brøker.

For det andet må brøker etableres som tal og som samlede størrelser og ikke som to hele tal med en brøkstreg imellem sig. Her kan tallinjen være særlig værdifuld. For hvis

elever placerer en brøk på en åben tallinje, må de forholde sig til dens størrelse, dens afstand til de andre tal og dens placering ift. andre referencepunkter som fx 0, $\frac{1}{2}$ og 1.

For det tredje må undervisningen systematisk opbygge forbindelser mellem repræsentationerne. Brøktænger, arealmodeller, blokmodeller og tallinjer skaber ikke i sig selv forståelse. Eleverne skal sætte ord på, hvordan modellerne hænger sammen med brøksymbolet og den størrelse, brøken repræsenterer. De skal have mulighed for at tegne, bygge, sammenligne, forklare og begrunde.

Endelig skal regneoperationerne forbindes med betydning og vurdering af resultater. Før en beregning kan eleverne overveje, om resultatet bliver større eller mindre end udgangspunktet, og om det kommer til at ligge under eller over 1. Efter beregningen kan de vurdere, om svaret er rimeligt.

Fra konstatering til didaktisk handling

Pedersen, Brix og Sortkærs analyse giver matematiklærere et værdifuldt sprog for nogle af de forståelser, der kan gemme sig bag elevernes fejlsvare. Begreberne heltalsdistraktorer og fragmentbaseret metode gør det muligt at få øje på, når en elev arbejder med tæller og nævner uden at tænke på brøken som et tal.

Men analysens vigtigste didaktiske bidrag opstår, når blikket flyttes fra FP9 og ind i undervisningen. Elevernes forståelse af rationale tal må opbygges gennem forbindelser: mellem naturlige og rationale tal, mellem forskellige repræsentationer og mellem beregninger og en fornemmelse for tallenes størrelse.

Det kræver tid og vedholdende opmærksomhed gennem skoleforløbet. Den tydeligere progression i den nye fagplan giver os mulighed for at tage den tid, som artiklen med stor tydelighed viser, er nødvendig.

Referencer

- Børne- og Undervisningsministeriet. (2026a). *Andet udkast: Fagplan for matematik, juni 2026*. <https://uvm.dk/media/115b23fj/260624-fagplan-for-matematik-juni-2026.pdf>
- Børne- og Undervisningsministeriet. (2026b). *Folkeskolens Nationale Færdighedstest*. <https://uvm.dk/grundskole/folkeskolen/laering-og-laeringsmiljoe/test-og-evalueringsredskaber/folkeskolens-nationale-faerdighedstest/>
- Clarke, C., Fisher, W., Marks, R., Ross, S. & Zbiek, R.M. (2010). *Developing essential understanding of rational numbers for teaching mathematics in grades 3-5*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Hiebert, J. & Carpenter, T.P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D.A. Grouws (red.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (s. 65-97). Macmillan Publishing Co.

- Kieren, T.E. (1976). On the mathematical, cognitive and instructional. In R.A. Lesh & D.A. Bradbard (red.), *Number and measurement: Papers from a research workshop* (s. 108-151).
- Mikkelsen, M., Rangvid, B.S. & Jensen, V.M. (2023). *Børn og unge i matematikvanskeligheder: En registeranalyse af konsekvenser og kendetegn*. VIVE – Det Nationale Forsknings- og Analysecenter for Velfærd. <https://local.forskningsportal.dk/search/100977/S01-000.00-715545#record-1-5>
- Thompson, M. (2024). Styrkelse af elevers talforståelse – en tidlig og målrettet indsats i Helsingør Kommune. *MONA*, 2024(S), 146-159. <https://doi.org/10.7146/mona.v24iS.150691>