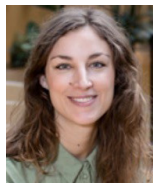


Digital matematisk myndiggørelse



Cecilie Carlsen Bach,
Københavns Universitet



Camilla Finsterbach Kaup,
Professionshøjskolen UCN



Jack Jalal Kallo,
Københavns Universitet



Morten Misfeldt,
Københavns Universitet

Abstract: I denne artikel undersøger vi, hvordan matematikundervisning kan bidrage til digital myndiggørelse. Med implementeringen af teknologiforståelse i folkeskolen er der opstået et behov for at forstå, hvordan matematikfaget kan støtte elevernes kritiske forståelse af og handlekraft i en digitaliseret verden. Vi argumenterer for, at et dannesperspektiv, frem for et rent kompetenceperspektiv, er særlig velegnet til dette formål, da dannelsesbegrebet rummer den kritisk-refleksive dimension, som digital myndiggørelse fordrer. Vi viser, hvordan to didaktiske tilgange, teknokritisk matematikundervisning og konstruktionisme, bidrager på komplementære måder: Den teknokritiske tilgang understøtter kritisk bevidsthed om teknologiens rolle i samfundet, mens konstruktionismen understøtter matematisk dannelse gennem skabende aktivitet. Ved hjælp af de to tilgange kan digital matematisk myndiggørelse realiseres.

Introduktion

I takt med den stigende digitalisering bliver det stadig vigtigere at ruste eleverne med kompetencer, der gør dem i stand til at forstå og navigere i en teknologifyldt verden. Målet med introduktionen af teknologiforståelse som faglighed er netop at udvikle eleverne til kritiske samfundsborgere. Som status er nu, vil teknologiforståelse fra skoleåret 2027/2028 blive implementeret som valgfag fra 7. klasse samt i dansk, matematik og natur/teknologi fra 1. til 9. klasse (Børne- og Undervisningsministeriet, 2024).

Teknologiforståelse har tidligere eksisteret som et forsøgsfag (Tekforsøget). Forsøgsfaget blev afprøvet i perioden 2019-2021. Teknologiforståelse har tidligere eksisteret som et forsøgsfag (Tekforsøget). Faget byggede på fire centrale kompetenceområder: *computational tankegang (CT)*, *digitalt design og designprocesser*, *digital myndiggørelse*

og *teknologisk handleevne* (Børne- og Undervisningsministeriet, 2019). Disse områder sigtede mod at ruste eleverne til at forstå og agere i en digitaliseret verden ved at koble tekniske færdigheder med kritisk refleksion og kreativ problemløsning.

Størstedelen af den eksisterende litteratur om teknologiforståelse og matematik fokuserer på CT (Elicer & Tamborg, 2023). CT har i de senere år fået stor international opmærksomhed som en nøglekompetence inden for undervisning i teknologi (Bocconi et al., 2022; Brown et al., 2014; Grover & Pea, 2013; Niemelä et al., 2017). CT kan anskues både som en væsentlig kompetence på niveau med at læse, skrive og regne (fx Barr & Stephenson, 2011; Wing, 2006) og som en bro mellem problemløsningskompetence og digitale teknologier. Sidstnævnte har netop medført, at CT er blevet implementeret i flere nationale læseplaner (Bocconi et al., 2016).

Flere forskningsresultater peger på en tæt relation mellem CT og matematik, hvor elementer af CT kan bidrage til arbejdet med problemløsning og autentiske problemstillinger og styrke elevernes matematiske forståelse (fx Kaup et al., 2023; Israel & Lash, 2019; Pérez, 2018; Weintrop et al., 2016). Samtidig er der i litteraturen også identificeret udfordringer ved implementeringen af CT i matematik, herunder lærernes manglende pædagogiske redskaber og fraværet af klare didaktiske principper for samspillet mellem matematiske stofområder og CT (Elicer & Tamborg, 2023).

Et eksempel på en national implementering findes i Sverige, hvor programmering i 2018 blev integreret i grundskolens læseplaner i matematik og teknik for at styrke elevernes digitale kompetencer, herunder datalogisk tænkning og forståelse af algoritmer (Jahnke, 2020). Evalueringer af denne implementering viste, at programmering kunne fremme tværfaglig integration og gøre abstrakte matematiske begreber som koordinatsystemer og variable mere tilgængelige via værktøjer som Scratch (Nouri, 2020). Derudover rapporterede lærerne øget elevengagement og forbedrede problemløsningsfærdigheder (Vikslund, 2020) samt større motivation og en mere positiv indstilling til matematik (Jahnke, 2020).

I England har CT været en central del af de nationale "computing"-læreplaner, som er et selvstændigt fag adskilt fra matematikundervisningen. Der har dog også været initiativer som ScratchMaths, der havde til formål at udvikle elevernes matematiske ræsonnement og problemløsning gennem materialer baseret på CT og matematik for 9-11-årige (Benton et al., 2016). Selvom projektet blev positivt modtaget, viste evalueringerne ingen tegn på udvikling af elevernes matematiske kompetencer i relation til projektet (Boylan et al., 2018; Elicer & Tamborg, 2023). De internationale erfaringer med samspillet mellem matematik og de tre andre kompetenceområder i forsøgsfaget er langt mere fragmenterede, og da forsøget med teknologiforståelse var slut, viste resultaterne, at undervisningen i matematik ofte ikke fokuserede på selve kompetenceområderne (fx digital myndiggørelse), men i stedet på vidensområderne (Børne- og Undervisningsministeriet, 2021). Dette peger på et behov for at fokusere

på, hvordan teknologiforståelse og matematik bedst kan integreres, med henblik på at styrke elevernes dannelse og kritiske bevidsthed.

I en dansk kontekst har man oprettet Videnscenter for Digital Teknologiforståelse. Videnscenteret har til formål at bidrage til udviklingen af en ny faglighed for teknologiforståelse i matematikfaget (Videnscenter for Digital Teknologiforståelse, 2025). I denne artikel ønsker vi derfor at koble digital myndiggørelse med matematisk dannelse for at se på, hvordan undervisningen kan udformes for at tage højde for dette. Vi søger at svare på følgende forskningsspørgsmål:

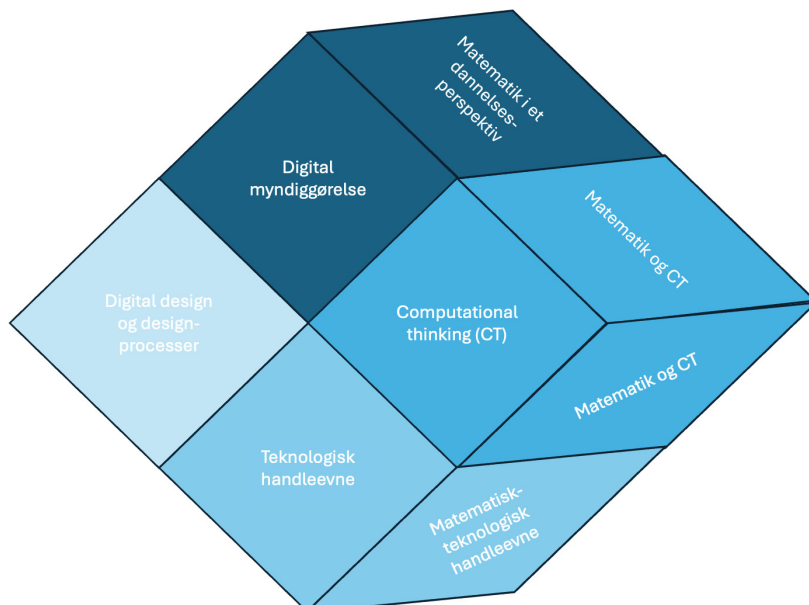
Med udgangspunkt i to tilgange til matematikundervisning (konstruktionisme og teknokritisk matematikundervisning): Hvordan kobles matematisk dannelse og digital myndiggørelse, og hvordan er forholdet mellem realdannelse, kritisk tænkning og kreative udtryk og deltagelse?

For at besvare dette spørgsmål vil vi først beskrive, hvad teknologiforståelse er, og hvordan det er blevet implementeret i den danske folkeskole – herunder erfaringerne fra forsøgsfaget teknologiforståelse. Herefter vil vi beskrive, hvad digital myndiggørelse og matematisk dannelse er, og introducere to eksempler på matematikundervisning, der er rettet mod digital myndiggørelse, nemlig teknokritisk matematikundervisning og konstruktionisme. Med udgangspunkt i disse to eksempler diskuterer vi samspillet mellem kernefaglig viden (matematik og CT), kritisk opmærksomhed på digitale teknologiers samfundsmæssige betydning og de kreative muligheder for at skabe og udtrykke sig, som teknologierne giver. Artiklen henvender sig primært til matematiklærere, læreruddannere og fagdidaktikere, der står over for at skulle integrere teknologiforståelse i matematikundervisningen fra 2027/2028. Ved at belyse samspillet mellem digital myndiggørelse og matematisk dannelse bidrager artiklen med konkrete didaktiske perspektiver for undervisningsudvikling.

Teknologiforståelse

Som tidligere beskrevet var fagligheden for digital teknologiforståelse i Tekforsøget beskrevet som et samspil mellem fire kompetenceområder (Børne- og Undervisningsministeriet, 2019). Når teknologiforståelse implementeres i matematik, kan det derfor illustreres som vist i figur 1 herunder.

Figur 1 giver et overblik over, hvordan matematik kan spille sammen med hvert af de fire kompetenceområder i teknologiforståelse. Figuren illustrerer, hvordan denne kobling kan styrke elevernes muligheder for at forstå, skabe og forholde sig kritisk til digitale teknologier og deres rolle i samfundet. For fagudviklerne i matematik under Tekforsøget viste det sig særlig givtigt, at alle fire kompetenceområder kunne inddrages. Det muliggjorde en mere helhedsorienteret tilgang, hvor det matematiske



Figur 1. Overblik over kompetenceområder i teknologiforståelse og matematik (med inspiration fra Børne- og Undervisningsministeriet, 2019, s. 8).

indholdsområde blev forbundet med kreative, praktiske og kritiske perspektiver på teknologi (Slot et al., 2021).

CT omhandler særligt elevers problemløsningsprocesser i mødet med computere. I læseplanen for forsøgsfaget blev CT beskrevet således:

At kunne omsætte en kompleks problemstilling til en mulig digital løsning fordrer en

“abstraktion over fænomener og relationer i verden og computerens evne til at informationsbehandle disse. Denne evne kaldes computationel tankegang [computational thinking]. [...] Dermed kan eleven kritisk og reflektivt forholde sig til computerbaserede modeller af fænomener og relationer omkring os” (Børne- og Undervisningsministeriet, 2019, s. 9)

CT er altså centralt ift. at udvikle evnen til kritisk refleksion og dermed også ift. udvikling af digital myndiggørelse, der vedrører elevernes evne til at forholde sig kritisk til digital teknologi og dens betydning for samfundet og individet. CT hænger tæt sammen med de tre øvrige kompetenceområder, som tilsammen udgør grundlaget for teknologiforståelse som fag.

Digital myndiggørelse handler om, at eleverne udvikler evnen til at forholde sig kritisk og reflekteret til digitale teknologiers betydning i både samfundet og deres

eget liv. Det rummer bl.a. en forståelse for, hvordan normer, værdier og holdninger kan være indlejret i digitale artefakter, og hvordan det kan påvirke brugerens handlemuligheder.

Teknologisk handleevne retter sig mod elevernes muligheder for at bruge og arbejde med teknologi i praksis. Her handler det om at opbygge et fagsprog og få erfaring med at omsætte idéer til konkrete digitale løsninger, så eleverne samtidig får indsigt i, hvordan teknologier fungerer og skaber forandring i deres omgivelser.

Digitalt design og designprocesser sætter fokus på de skabende og eksperimenterende aktiviteter, der opstår, når elever designer og redesigner digitale artefakter. I arbejdet med design indgår valg og fravalg, som former teknologiens udtryk og funktion. Eleverne bliver bevidste om, at teknologiske løsninger ikke er neutrale, men altid er formet af bestemte intentioner og brugs kontekster (Børne- og Undervisningsministeriet, 2019).

På trods af forsøgsfagets brede sigte har evalueringen af teknologiforståelse i folkeskolen vist, at det var vanskeligt i matematikforløbene at inddrage samfundsrelevante problemstillinger, dvs. den digitale myndiggørelse (Børne- og Undervisningsministeriet, 2021). Dette er problematisk, da digital myndiggørelse sammen med CT udgør en væsentlig del af det at styrke elevernes kritiske stillingtagen og evne til at forstå, hvad der ligger bag ved digitale teknologier. Disse kompetencer er ikke kun nødvendige for elevernes faglige udvikling, men også for deres dannelse som ansvarlige og demokratiske borgere i en digitaliseret verden (Iversen et al., 2019). Der er derfor behov for at se nærmere på, hvad digital myndiggørelse indebærer, og hvordan denne kompetence kan forstås og realiseres i praksis, særligt i en matematikfaglig kontekst. I det følgende udfoldes begrebet med fokus på dets betydning for elevernes teknologiforståelse i samspil med matematisk dannelse.

Digital myndiggørelse og matematisk dannelse

Digital myndiggørelse

Som nævnt drejer *digital myndiggørelse* sig om evnen til at forstå og forholde sig kritisk til teknologi i et digitaliseret samfund. Begrebet rummer ikke primært tekniske færdigheder, men en forståelse af teknologiens sociale, kulturelle og etiske implikationer, hvilket gør det til en essentiel del af moderne dannelse (Fibiger et al., 2019).

Historisk set kan *myndiggørelse* spores tilbage til Kants oplysningsfilosofi, hvor han forbandt begrebet med mod, selvstændig tænkning og ansvar. Myndiggørelse handler ifølge Kant om at træde ud af umyndighed, forstået som en tilstand, hvor man ikke bruger sin egen forstand (Fibiger et al., 2019). I en digital sammenhæng beskrives myndiggørelse som en bevægelse fra passiv teknologibrug til aktiv og kritisk deltagelse. Det indebærer, at eleverne skal kunne gennemskue de digitale teknologiers opbygning

og virkemåder, herunder hvordan data indsamles og behandles af algoritmer. Ved at tilegne sig denne indsigt kan de navigere mere bevidst i en digital verden, fx på sociale medier, hvor forståelsen af databehandling og algoritmer bidrager til større gennemskuelse (Caeli, 2020). Ifølge Fibiger et al. (2019) er det lærerens ansvar at engagere eleverne i undervisningen ved at relatere den til elevernes hverdag, hvor der bliver skabt en lyst til at interagere med teknologien. Særligt i en dansk kontekst har man arbejdet med en designorienteret tilgang til teknologiforståelse. Gennem designprocesser får eleverne indsigt i, hvordan teknologiske artefakter skabes og udvikles, og hvordan brugerens interaktion kan ændre teknologiens formål og anvendelse (Iversen et al., 2019). Dette styrker elevernes evne til at forstå teknologiens bagvedliggende intentioner og træffe oplyste beslutninger. Digital myndiggørelse handler således ikke blot om at lære at bruge teknologi, men om at udvikle kompetencer, der gør eleverne i stand til at forstå, handle og tage ansvar i en teknologisk præget verden. Dette understreger Dindler et al. (2020) i deres definition af digital myndiggørelse. Det særlige for denne definition er koblingen til CT:

“[...] En bekymring for, hvordan børn gives mulighed for at træffe kritiske og informerede beslutninger om teknologiens rolle i deres liv. CE [forkortelse for *computational empowerment*, dvs. digital myndiggørelse] flytter fokus fra programmeringsfærdigheder som et mål i sig selv mod at give børn og unge de nødvendige forudsætninger for at deltage i den teknologiske udvikling. Hvor CT primært beskæftiger sig med at forstå begrebet computing, søger CE at engagere børn i bredere spørgsmål som følgende: Hvordan udfordrer digital teknologi vores demokratiske rettigheder og borgerlige engagement? Hvordan forandrer digitale teknologier vores personlige relationer og vores hverdagspraksisser? Hvordan fortolker vi de intentioner, der er indlejret i hverdagsteknologi, og hvordan kan ethvert barn deltage i samfundet ved at remixe, designe eller skabe digital teknologi, der er mere i tråd med visioner om en bedre fremtid?” (Dindler et al., 2020, s. 67)

Dindler et al.s (2020) definition understreger dermed CT's nødvendighed både ift. “computing” og ift. digital myndiggørelse. CT bliver derved en slags baggrundskompetence for at kunne udvikle digital myndiggørelse. Sammenligner vi med matematikfaget, har Johansen og Jankvist (2022) påpeget, at der er et særligt potentiale i at fokusere på elevernes dannelse i koblingen mellem matematik og teknologi. På baggrund af den følgende litteratur vil vi argumentere for, at der er et stort potentiale for at fokusere på og udvikle netop elevernes digitale myndiggørelse i en undervisning, der kobler matematik og teknologiforståelse.

Dannelse i matematikfaget

Inden vi dykker dybere ned i dannelsesbegrebet, vil vi kort vende et relateret begreb. *Matematisk kompetence* kommer fra en idé om, at det at "kunne" matematik bygger på mere end rene standardiserede færdigheder og kundskaber (Niss, 2017). Matematiske kompetencer kan snarere ses som særlige matematiske evner, fx ræsonnementer og problemløsning ift. omverdenens kontekster (Niss, 2017). Men der ses tydelige sammenhænge mellem matematiske kompetencer og dannelsesbegrebet, som det beskrives i fx PISA (Biehler, 2019). Kompetencebegrebet fokuserer på, hvad eleven kan gøre i matematiske situationer. Klafki tilføjer en dimension til dannelsesbegrebet, der handler om elevens forhold til verden – den dobbelte åbning. For digital myndiggørelse, der netop handler om at forholde sig kritisk til teknologiens rolle i samfundet, er denne relationelle dimension central. Vi anlægger derfor et dannelsesperspektiv som supplement til kompetencetilgangen. Der er mange bud på, hvad dannelse er, men vi lægger os op ad både Klafkis (2001) og Niss' (2021). Ifølge Klafki handler almindelig dannelse bl.a. om, at eleven etablerer relationer til verden gennem en dobbelt åbning: Eleven åbner sig for verden gennem interesser og engagement, og samtidig åbner verden sig for eleven gennem en systematisk præsentation af kulturel viden (Klafki, 2001). I en matematisk kontekst betyder den dobbelte åbning, at eleven åbner sig for matematiske idéer og strukturer gennem engagement og undersøgelse, mens matematikken åbner verden for eleven ved at give redskaber til at forstå og analysere fænomener, fx hvordan algoritmer fungerer, eller hvordan data kan misbruges. Matematisk dannelse adskiller sig dermed fra generel dannelse ved specifikt at fokusere på, hvordan matematisk viden kan bidrage til at forstå og handle i verden. Både Blomhøj (2001) og Niss (2021) læner sig ligeledes op ad Klafki (2001) og Winter (1996). Niss (2021) tilbyder følgende definitioner, ift. at dannelse skal:

- "Være for alle, ikke for de få.
- Primært være til af hensyn til den enkelte, men også af hensyn til samfundet, forstået som kollektiv, ikke som magthierarki.
- Fokuserer på realdannelse; formaldannelse afledes heraf og dyrkes ikke abstrakt.
- Betone realdannelsens processer, ikke kun dens indhold.
- Lægge hovedvægt på de fundamentale træk og bærende konstruktioner i såvel realdannelsens indhold som dens processer, ikke på en sværm af konkrete partikulariteter" (Niss, 2021, s. 75)

I tråd med Klafki (2001) skelner Niss (2021) mellem *formal-* og *realdannelse*. Formaldannelse omhandler individets evner og kvaliteter. Realdannelse fokuserer på den indsigt og viden, som opnås gennem kendskab til forskellige fag-, sags- og genstandsområder, såsom latin (Niss, 2021). Niss beskriver formaldannelse som en vigtig, men

problematisk kategori, “der består i udviklingen og konsolideringen af det enkelte individs generelle personlige *fakulteter* såsom tænkeevne, logisk sans, udtryksevne, tilgang til verden, karakter, moral, opførsel, manerer, holdninger til andre, smag osv.” (Niss, 2021, s. 72).

Niss gør det tydeligt, at denne formaldannelse nok er vigtig, men ikke er let at indfange i faglig undervisning. Så selvom matematikfaget traditionelt er tænkt til at støtte elevernes tænkeevne, så er det konkret meget vanskeligt at gøre dette til et omdrejningspunkt for undervisningen. Niss’ svar på dette problem er at fokusere på matematiske realdannelsesprocesser. Disse processer er ifølge Niss (2021) forankret i de otte matematiske kompetencer¹ samt de tre områder for overblik og dømmekraft,² som er defineret i KOM-projektet (Niss & Jensen, 2002). Kompetencerne i KOM-projektet fokuserer på den enkeltes evne til at agere hensigtsmæssigt i matematiske situationer på baggrund af vedkommendes viden og færdigheder.

Her adskiller Niss sig fra Klafki. Klafki fokuserer ikke primært på realdannelsesprocesser, men retter i stedet opmærksomheden mod samspillet mellem real- og formaldannelse – det, han betegner som *kategorialdannelse*. Til forskel fra formaldannelse kan kategorialdannelse ifølge Klafki omsættes til undervisning. Kategorialdannelsesprocesser handler om at bringe den viden og de færdigheder, man tilegner sig gennem realdannelse, i spil sammen med dømmekraft og højere erkendelsesevner. Dette sætter eleverne i stand til at forholde sig til og håndtere komplekse problemstillinger i undervisningen.

Niss (2021) pointerer med udgangspunkt i Richard Noss, at matematisk dannelse og matematikundervisning gerne skal “bidrage til afdækningen af matematikkens skjulte rolle overalt i samfundet og kulturen, herunder i it-systemer – altså at gøre det usynlige synligt” (s. 84).

Digital myndiggørelse og matematisk dannelse

Med både digital myndiggørelse (Dindler et al., 2020) og matematisk dannelse (Niss, 2021) skærpes relationen mellem faglig dannelse og kompetencer. For den digitale myndiggørelse er det den særlige kobling og forståelse af eksempelvis CT. Begge definitioner lægger vægt på myndiggørelse og/eller dannelse i relation til individets engagement i hverdagen, kulturen og samfundet. Som Niss forklarer, kan en væsentlig pointe være, at vi skal åbne den skjulte matematik for børnene, når det kommer til teknologisk matematisk dannelse, ved implementeringen af teknologiforståelse i

1 De otte matematiske kompetencer inkluderer problembehandling, modellering, ræsonnement, tankegang, repræsentation, symbol- og formalisme, kommunikation og hjælpemiddel (Niss & Jensen, 2002).

2 1) Matematikkens faktiske anvendelse i andre fag- og praksisområder, 2) matematikkens historiske udvikling, såvel internt som i samfundsmæssig belysning, og 3) matematikkens karakter som fagområde.

matematikfaget. På denne måde kan man arbejde med elevernes *digitale matematiske myndiggørelse*. Undervisningen i teknologiforståelse kan med udgangspunkt i Klafki (2001) omhandle såkaldt *epokale nøgleproblemer* i relation til teknologi. Det kan ske gennem projektarbejde og problemstillinger, der både har relevans for den enkelte elev og samtidig åbner mulighed for kritisk refleksion. I det kommende afsnit præsenterer vi et eksempel på et undervisningsforløb om ansigtsgenkendelse. Denne teknologi kan betegnes som et epokalt nøgleproblem, da den fundamentalt ændrer, hvordan mennesker interagerer med samfundet, overvåges og identificeres. Teknologien har dermed vidtrækkende konsekvenser for individets frihed, rettigheder og digitale myndiggørelse. Som et epokalt nøgleproblem rummer den både tekniske, etiske og samfundsmæssige dimensioner, der forudsætter en kritisk og tværfaglig forståelse.

To tilgange til undervisning med relevans for teknologiforståelse og matematik

I det følgende vil vi præsentere to tilgange, som rummer mulighed for, at eleverne kan arbejde med digital myndiggørelse og matematisk dannelse, da disse netop søger mod at koble elevernes faglige matematiske viden i en digital verden.

Metodisk tilgang

Denne artikel præsenterer et teoretisk bidrag, hvor vi gennemgår to tilgange til matematikundervisning. Teknokritisk matematikundervisning iscenesætter kritisk tænkning om matematik, samfund og teknologi, mens Paperts konstruktionisme fokuserer på meningsfuld skabelse og hverdagsrelaterede cases. Deres forskelligheder muliggør en komparativ analyse af, hvordan de to tilgange bidrager på forskellige måder. Samtidig har de det tilfælles, at de begge orienterer sig mod dannelse, og derfor kan de potentielt supplere hinanden. De to undervisningseksempler fungerer som illustrationer af tilgangene i praksis.

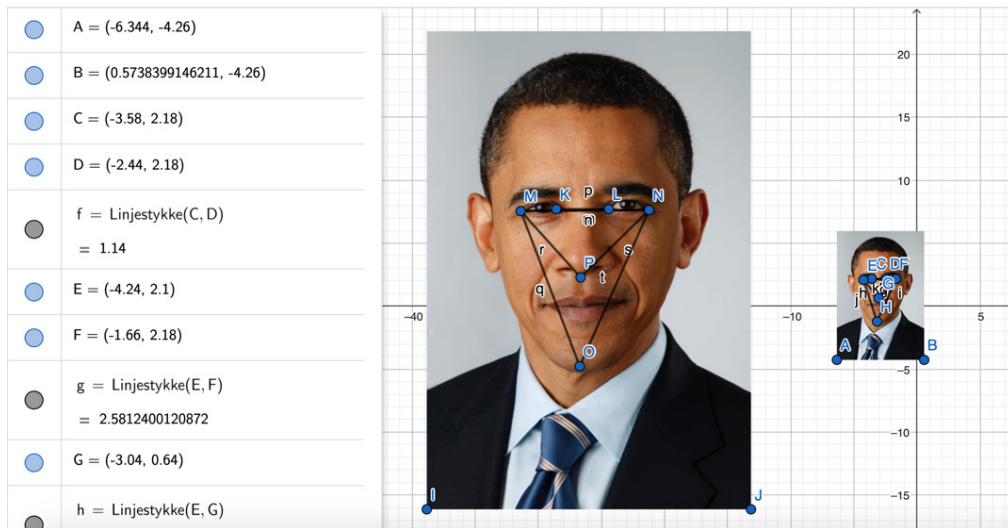
Teknokritisk matematikundervisning

Teknokritisk matematikundervisning er et nyt perspektiv på matematikundervisning, som tager udgangspunkt i Skovsmoses (2023) kritiske matematikundervisning. Skovsmoses kritiske matematikundervisning bygger på idéen om at betragte samfundet som et matematisk undersøgelseslandskab, hvor eleverne hjælpes til at forstå, hvilken rolle matematikken har i deres liv. Kritisk matematikundervisning søger netop at fokusere på medborgerskab og kritisk tænkning. Med den stigende betydning af digitale teknologier i samfundet opstår da den *teknokritiske* tilgang for at understrege vigtigheden i at kunne åbne for den skjulte matematik i teknologien (Misfeldt & Jankvist, 2020; Jankvist et al., 2023)

Den teknokritiske matematikundervisning er særlig vigtig i vores tid med det store indtog af digitale teknologier. En del af den teknokritiske matematikundervisning fokuserer netop på oversættelsesprocesser, forstået som de processer, hvorved matematikkens indhold synliggøres og bearbejdes på tværs af digitale og ikkedigitale repræsentationsformer, og dermed på at åbne den skjulte matematik for eleverne. På denne måde skal undervisningen bidrage til op- og nedpakning af matematikken i teknologien, dvs. elevernes arbejde med at forstå, hvordan matematik henholdsvis frigøres fra og indlejres i digitale teknologier. Her skal eleverne kunne skelne mellem *blackboxing* og *løftestangsprincippet* (Misfeldt & Jankvist, 2020; Jankvist et al., 2023). Blackboxing omhandler, at de matematiske processer, som foregår i værktøjerne, er skjulte for eleverne. Her kan altså opstå læringsmæssige problemer for eleverne, da de ikke får indblik i matematikken bag (Buchberger, 1990). Eleverne bruger teknologien som løftestang, dvs. at de kan udlicitere simple beregninger til værktøjet, således at de kan bruge kræfter på mere krævende matematik og forstå principperne (Dreyfus, 1994).

Undervisningseksempel: Som en del af vores arbejde i Videnscenter for Digital Teknologiforståelse har vi afprøvet et forløb om ansigtsgenkendelse i gymnasiet, som netop er et godt eksempel på teknokritisk matematikundervisning. En tidligere udgave er udarbejdet af Rønne (2023). Forløbet forsøger at udfolde, hvordan ansigtsgenkendelse foregår i virkeligheden. Eleverne starter med selv at udforske og arbejde undersøgende med emnet ved at finde karakteristiske proportioner i ansigtet på fx Barack Obama eller Helle Thorning-Schmidt, herunder ved manuelt at markere og måle karakteristiske punkter i ansigtet. Undervejs finder eleverne ud af, at der er særlige forhold i et ansigt, som er særlig karakteristiske, og som genkendes matematisk, fx af en algoritme. Efterfølgende skal eleverne arbejde med ansigterne i GeoGebra (se figur 2) og i Jupyter Notebook. Her præsenteres eleverne for maskinlæringsmodeller. Den første, *facial landmarks*, gør det samme, som eleverne selv har gjort – den sætter punkter på ansigter (Kazemi & Sullivan, 2014). I en anden notebook får eleverne mulighed for stifte bekendtskab med *convolutional neural networks*. Afslutningsvis arbejder eleverne med en case, hvori de skal forholde sig til, hvis der blev implementeret ansigtsgenkendelse på deres gymnasium.

Forløbet om ansigtsgenkendelse er et godt eksempel på, hvordan det, eleverne arbejder med i skolen, kan bruges til at forstå og navigere i verden. Ved brug af relativt simpel matematik (om proportionalitet) synliggøres den skjulte matematik i teknologien. Eleverne får mulighed for at arbejde selvstændigt med relevante emner og kan diskutere teknologiens konsekvenser for samfund og individ. Eksempelvis: Hvordan fungerer ansigtsgenkendelse? Hvordan ændrer ansigtsgenkendelse vores samfund og personlige frihed? Hvornår er det en dårlig idé?



Figur 2. Illustration af, hvordan elevernes arbejde med ansigter i GeoGebra kunne se ud.

Konstruktionisme

Seymour Papert er en af de vigtigste figurer i arbejdet med at bruge teknologi i matematikundervisningen, og hans betydning er svær at overvurdere. Paperts tilgang til brugen af computere i matematikundervisningen var et opgør med den traditionelle "papir og blyant-matematik", hvor eleverne bruger tiden på det, Papert betragtede som meningsløs, aritmetisk og algebraisk træning. I stedet skulle undervisningen være sjov, personlig og relevant (Stager, 2016). Baseret på pædagogiske eksperimenter udviklede han i bogen *Mindstorms* fra 1980 en konstruktivistisk læringsteori, der bygger på to centrale antagelser: 1) Læring er en interaktiv proces, hvor den lærende udforsker og opbygger agens over et omkringliggende miljø. 2) Denne læringsproces er særlig effektiv, hvis den lærende er i gang med at konstruere artefakter, der er meningsfulde for denne, og som kan deles og diskuteres med andre (Papert, 1980). Gennem programmering kan eleverne bruge matematik til at skabe meningsfulde artefakter. Papert argumenterede for, at teknologier (fx programmeringssprog) kan designes, så de understøtter eleverne i at udtrykke sig og hjælper med at gøre komplekse og abstrakte matematiske begreber mere tilgængelige. Sådanne miljøer – som Papert kalder "mikroverdener" – giver eleverne mulighed for at udforske og forstå matematik gennem aktiv skabelse og tilpasning. Mikroverdener skaber en platform, hvor eleverne kan eksperimentere og engagere sig i problemløsning på kreative måder. Mere specifikt fremhæver Papert, at elever lærer bedst, når de (Papert, 2000):

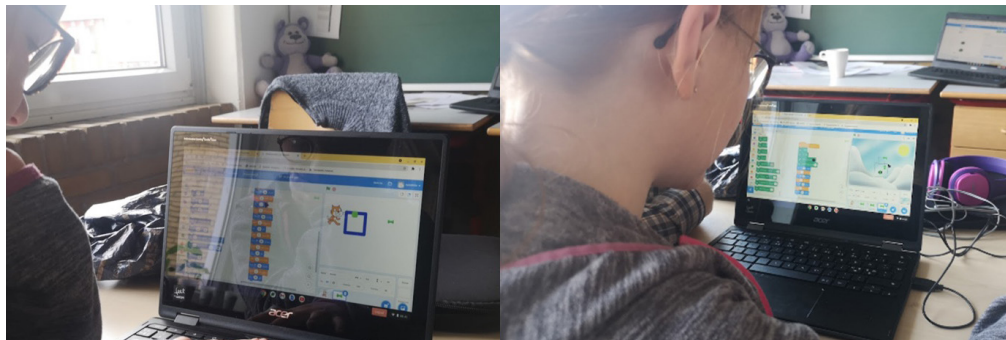
- Skaber noget, der har personlig betydning
- Har frihed til at eksperimentere og fejlfinde
- Arbejder med virkelige og meningsfulde problemer.

Uddannelsesudviklere bør derfor, ifølge Papert, fokusere på at skabe miljøer, der understøtter disse processer. Digitale teknologier giver mulighed for at designe mikroverdener, der muliggør ovenstående processer, samtidig med at de fokuserer på vigtige faglige idéer. Mikroverdener er åbne læringsværktøjer, der understøtter projektarbejde og vedvarende og aktiv deltagelse, og som giver eleverne mulighed for at tage ejerskab over deres læringsproces. Gennem mikroverdener kombineres leg, nysgerrighed og opdagelse, hvor eleverne kan udforske og skabe løsninger uden at følge en forudbestemt vej. Paperts (1980) centrale eksempel er programmeringssproget logo, der var designet til at støtte matematisk og især geometrisk tænkning. I stedet for at undervise mekanisk i algoritmer og geometriske begreber og fakta ønskede han, at eleverne skulle opdage mønstre og sammenhænge gennem leg og eksperimentering. Læreren har en vigtig rolle at spille som den, der bringer kulturelt overleveret viden ind i elevernes arbejde. Det er vigtigt, at dette foregår på en måde, der er baseret på elevernes egne idéer. Paperts (2000) begreb "powerful idea" understøtter denne proces. Idéer er "powerful", hvis de 1) resonerer med elevernes identitet og interesse, 2) kan bruges til at løse de problemer, eleverne står med i deres arbejde, og 3) knytter an til andre idéer og begreber, som eleverne kender eller kan have glæde af.

Paperts (1980) vision var, at arbejdet med mikroverdener og programmering kunne tilbyde nye kontekster og muligheder for engagement i matematik. Denne opfattelse af programmering som et sprog til at lære og udtrykke matematik ligger også til grund for projekter som ScratchMaths, der bygger på Paperts idéer og forbinder matematik, kreativitet og teknologi i praksis.

Undervisningseksempel: Dette eksempel stammer fra interventionen CTiMAT, som løb fra 2019 til 2021 (Kaup et al., 2023). Det illustrerer det konstruktionistiske perspektiv i arbejdet med programmeringsprogrammet Scratch. Eleverne i 3. klasse arbejder i Scratch som en del af deres matematikundervisning. De har tidligere prøvet programmet, men er stadig i en eksperimenterende fase. Opgaven går ud på at undersøge, hvordan de kan få deres "sprite" til at tegne geometriske figurer. Se illustration af eksemplet i figur 3.

En pige eksperimenterer ved manuelt at gentage en sekvens af kommandoer, hvor hendes sprite går et bestemt antal skridt og drejer 90 grader for at forme en firkant. Efter at have tegnet flere firkanter på skærmen begynder hun at eksperimentere med baggrunde og vælger et snelandskab. Inspireret af snelandskabet prøver hun at tegne to firkanter oven på hinanden ved at justere sprite-positionen ved hjælp af



Figur 3. Elevers arbejde i Scratch.

koordinater. I denne mikroverden begynder hun at udvikle en forståelse for mønstergenkendelse ved at gentage bestemte skridt og rotationer. Abstraktion ses, da hun eksperimenterer med at ændre enkelte elementer som størrelse og placering. En yderligere form for abstraktion ses i hendes forsøg på at tegne en snemand, og da hun endnu ikke kan skabe en cirkel, vælger hun i stedet at bygge figuren op af firkanter. Hun arbejder også med algoritmisk tænkning, idet hun konstruerer en trin for trin-instruktion, som hun løbende tilpasser og udbygger, efterhånden som hendes projekt udvikler sig. Matematikken er tydeligt til stede i hendes arbejde med firkanter egenskaber, herunder at alle sider er lige lange, og at vinklerne er 90 grader.

Casen viser, hvordan arbejdet med Scratch i en konstruktionistisk ramme kan give elever mulighed for at udforske det, Papert kalder *powerful ideas* – idéer, der ikke blot er fagligt relevante, men som også rummer potentiale for at forme tænkning og skabe forbindelser på tværs af kontekster. Eleven arbejder her med mønstergenkendelse, algoritmisk tænkning og geometrisk forståelse gennem eksperimenter, og hun udvikler sine idéer gennem afprøvning og justering. Papert (1980) ønskede, at børn selv skulle opdage og udvikle en sans for *powerful ideas* gennem erfaring, men han pegede også på den udfordring, at det kræver materialer, der faktisk rummer dette potentiale. I dette tilfælde viser Scratch sig som en mikroverden, hvor *powerful ideas* gøres tilgængelige og meningsfulde for eleven. Casen illustrerer, hvordan konstruktionisme giver eleven mulighed for at udtrykke sig gennem teknologi, også uden at beherske alle tekniske færdigheder. Eleven ønskede at lave en snemand, men manglede færdighederne til at programmere en cirkel. I stedet fandt hun en kreativ løsning ved at bygge figuren af firkanter. Teknologien blev dermed ikke en begrænsning, men et udtryksrum, hvor hun kunne realisere sine idéer på egne præmisser. Dette viser konstruktionismens bidrag til matematisk dannelse: Eleven åbner sig for matematiske begreber (geometri, vinkler) gennem meningsfuld skabelse, og matematikken åbner sig for eleven som et redskab til at udtrykke sig kreativt.

Diskussion

Som Dindler et al. (2020) og Niss (2021) understreger, kan CT og de matematiske kompetencer ses som kernefagligheden ved implementering af teknologiforståelse i matematikundervisningen. Disse to fagligheder er begge relevante at få i spil, hvis eleverne skal udvikle digital matematisk myndiggørelse.

Evalueringen af Tekforsøget viste, at digital myndiggørelse blev nedprioriteret i matematikundervisningen til fordel for vidensområder (Børne- og Undervisningsministeriet, 2021). Dette peger på en fundamental udfordring: Hvordan sikrer vi, at implementeringen af teknologiforståelse ikke blot bliver endnu et teknisk kompetenceområde, men faktisk understøtter elevernes dannelse som kritiske, handlingsdygtige borgere?

De to tilgange, vi har præsenteret, teknokritisk matematikundervisning og konstruktionisme, adresserer denne udfordring på komplementære måder. Den teknokritiske tilgang undersøger teknologiens skjulte matematiske strukturer og synliggør, hvordan matematik bringes i anvendelse i de teknologier, vi omgiver os med. Konstruktionismen fokuserer på handling og meningsskabelse ved at positionere eleverne som nogen, der selv skaber med teknologi. Ved at kombinere teknokritisk matematikundervisning og konstruktionisme kan vi sikre, at eleverne oplever både at udvikle teknologi selv, at skabe gennem teknologien og derigennem også at få en forståelse for teknologiens begrænsninger, fx hvis ansigtsgenkendelsesforløbet blev udbygget til, at eleverne ikke blot skulle udforske andres koder, men også selv skabe dem.

De to tilgange sætter fokus på forskellige aspekter af dannelsesdiskussionen. Ift. Klafkis idé om den dobbelte åbning ses på den ene side teknokritisk matematikundervisning, der primært handler om at bruge matematik til at åbne og kritisk diskutere ens teknologiske omverden, og på den anden side ses Paperts konstruktionistiske tilgang, der primært handler om at eksternalisere og konstruere elevs kreative idéer med brug af matematik og teknologi. Dette spænd genfindes i implementeringen af teknologiforståelse i matematikundervisningen som helhed, hvor vi finder en særlig kobling mellem CT og matematiske kompetencer. Disse to elementer udgør da dannelsesfundamentet, dvs. realdannelsen med udgangspunkt i Klafki. Hermed ses to komplementære dannelsespotentialer: teknokritisk matematikundervisning som ramme for at udfolde og forstå fænomener i elevernes teknologiske omverden og konstruktionisme som det skabende og innovative element. Det er altså realdannelsen, som vi skal stå på. De kritiske og skabende aspekter bliver da måderne, hvorpå vi kan indgå i vores samfund. I det følgende uddybes dette med særligt fokus på CT som realdannelsesfundament i den teknokritiske matematikundervisning.

Realdannelsesfundamentet for teknokritisk matematikundervisning

Både den teknokritiske matematikundervisning og CT involverer refleksion over teknologi, men med forskelligt fokus. Den teknokritiske tilgang retter sig mod at synliggøre teknologiens samfundsmæssige rolle og etiske implikationer ved at åbne black boxes (Misfeldt & Jankvist, 2020). CT fokuserer derimod på tankeprocesser om problemløsning, algoritmisk tænkning og design (Barr & Stephenson, 2011). Som beskrevet af Dindler et al. (2020) bidrager CT primært med det computationelle, fx gennem programmering, men uden nødvendigvis at forholde sig til, hvorfor og hvordan fx algoritmer fungerer i et bredere perspektiv. CT kan derved blive "neutralt", hvor eleverne "blot" lærer at kode, lave loop og finde mønstre. I Tekforsøget viste evalueringen, at dette netop ofte kunne ske, og at der var et manglende fokus på digital myndiggørelse (Børne- og Undervisningsministeriet, 2021). Derimod er den teknokritiske tilgang særligt orienteret mod samfundet og kritisk tænkning. Uden et solidt realdannelsesfundament i både matematik og CT risikerer den teknokritiske tilgang imidlertid at blive til løsrevne politiske diskussioner uden faglig forankring.

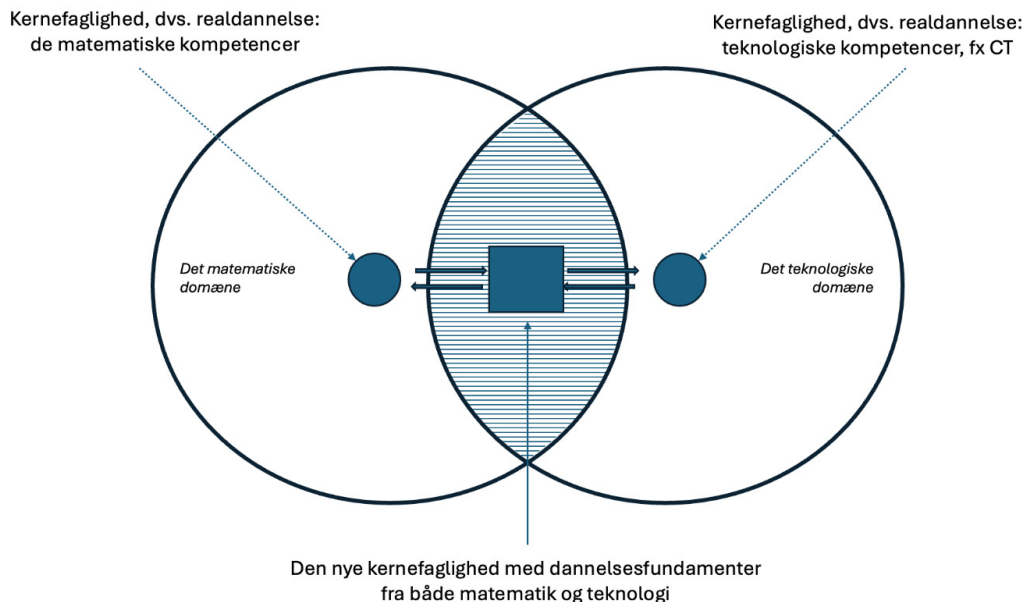
Hvis vi anskuer dette ud fra Klafki, vil den kritiske tænkning i teknokritisk matematikundervisning være en del af formaldannelsen, hvor de matematiske kompetencer/begrebsforståelsen samt de computationelle færdigheder og forståelser, som kan anskues ud fra CT, er de realdannende processer. Begge er vigtige, men af forskellig karakter – og nødvendige ift. *digital matematisk myndiggørelse*.

Realdannelsesfundamentet for konstruktionismen

Konstruktionisme handler om, ligesom CT, at *skabe og eksperimentere med* digitale teknologier. Papert (1980) så programmering som en naturlig læringsplatform, hvor elever konstruerer mening gennem aktiv skabelse. Hvor CT primært fokuserer på at strukturere tankeprocesser i problemløsning, lægger konstruktionismen vægt på meningsfuldhed, kreativitet og arbejdet med virkelige problemer (Papert, 1980; Goldenberg, 2019).

Ifølge Goldenberg (2019) kan programmering give mulighed for kreativ udfoldelse og matematikforståelse, hvis det integreres som et naturligt sprog i undervisningen. Dette kræver, at arbejdet med CT og programmering udvikler sig sammen med matematikken og anvendes på måder, der understøtter snarere end konkurrerer med den faglige udvikling. Arbejdet med CT må ikke blive eller fremstå som et isoleret projekt, som sjov og leg uden forbindelse til den faglige udvikling. Hvis lærere lykkes med at integrere CT og programmering som en del af matematikundervisningen, kan programmeringens fleksibilitet og kreative potentiale ifølge Goldenberg (2019) spille en central rolle i at fremme elevernes matematiske forståelse og kreativitet.

For at konstruktionisme skal kunne bidrage til dannelse, skal realdannelsen være på plads. I eksemplet med Scratch ses det, at pigens arbejde bygger på både matematisk



Figur 4. Overblik over koblingen af de to faglige domæner og deres kernefagligheder.

viden (firkanters egenskaber) og færdigheder inden for computing (algoritmisk tænkning, evnen til at bevæge sig mellem abstrakt og konkret). Disse computing-færdigheder kan forstås gennem CT (Wing, 2006), der fokuserer på at strukturere tankeprocesser i problemløsning. CT adresserer dog ikke i sig selv den kritisk-refleksive dimension, som digital myndiggørelse fordrer. Konstruktionismen tilfører denne meningsfuldhed og kreativitet, men kun når den hviler på et solidt realdannelsesfundament.

Matematisk dannelse ift. teknologiforståelse

Som diskuteret ovenfor opnår vi med implementeringen af teknologiforståelse i matematikundervisningen en ny faglig identitet. Når to faglige domæner, teknologi og matematik, integreres, vil dette ikke bare medføre et nyt fagligt domæne, men også en ny kernefaglighed, altså realdannelse, som bygger på både teknologi og matematik. Denne realdannelse er netop essentiel ift. at udvikle situationer, hvori elever har mulighed for at udøve *digital matematisk myndiggørelse*. Se figur 4.

Figur 4 illustrerer, hvordan de to kernefagligheder, matematik og teknologiforståelse, mødes og skaber en ny integreret kernefaglighed. Dette er ikke blot to fag lagt sammen, hvor matematik og CT eksisterer side om side. I stedet opstår en ny faglig praksis, hvor de to områder påvirker hinanden: Matematikken udvides til at omfatte kritisk teknologiforståelse, mens teknologiforståelsen forankres i matematisk indhold.

I en undervisningspraksis betyder dette, at valget af cases og problemstillinger bliver afgørende. De to tilgange, vi har præsenteret, viser, hvordan CT og matematik kan forbindes naturligt gennem velvalgte cases som ansigtsgenkendelse eller geometrisk programmering – cases, hvor realdannelsen (matematiske og teknologiske kompetencer) naturligt kobles med dannelsens kritisk-refleksive og kreativ-skabende dimensioner. På denne måde adresseres de problemer, der tidligere er identificeret: manglende didaktiske principper og fraværet af klare sammenhænge mellem matematiske stofområder og CT (Elicer & Tamborg, 2023). Analysen er primært teoretisk funderet, og de to cases fungerer som illustrationer snarere end som empirisk grundlag. En fremtidig undersøgelse kunne med fordel inddrage systematisk empiri fra klasserum, hvor de to tilgange afprøves, både hver for sig og i kombination, for at undersøge, hvordan lærere navigerer i spændingsfeltet mellem fagligt indhold og kritisk refleksion, og hvordan elever oplever og udvikler digital matematisk myndiggørelse i praksis.

Konklusion

Digital myndiggørelse og matematisk dannelse er to centrale elementer af de to kernefagligheder: matematik og teknologiforståelse. Disse to fagligheder skal mødes ved implementering af teknologiforståelse i matematikundervisningen. Vi har her beskrevet to tilgange, der bidrager på hver sin måde: Den teknokritiske tilgang understøtter kritisk bevidsthed om teknologiens rolle i samfundet, mens konstruktionismen understøtter matematisk dannelse gennem skabende aktiviteter. Det er dog vigtigt at understrege, at ingen af disse tilgange kan stå alene uden at have kernefaglighederne for øje.

Vi har i denne artikel understreget den særlige relation mellem dannelsesfundamentet (realdannelse) i form af matematiske kompetencer og CT, som ligger til grund for at elever kan udøve digital matematisk myndiggørelse. Her bliver de to kernefagligheder særligt væsentlige ift. at kunne bringe samfundsrelevante problemstillinger i spil. Det er altså ikke et enten-eller-spørgsmål, om man vil se på digital myndiggørelse eller kernefaglige kompetencer. Det hele hører sammen.

De to tilgange, vi har præsenteret i artiklen, er ikke de eneste, men de er brugbare til at designe en undervisning, som sigter mod at få eleverne til at udvikle digital matematisk myndiggørelse. Sluttelig skal det bemærkes, at teknologiforståelse som faglighed endnu er under udvikling. Hvor matematikken har veletablerede kompetencebeskrivelser, udgør CT kun én af flere kompetencer i teknologiforståelse. Dette åbner for videre undersøgelser af, hvordan de to fagligheder bedst integreres i praksis.

Tak!

Dette arbejde er en del af Videnscenter for Digital Teknologiforståelse, som er finansieret af Novo Nordisk Fonden (NNF23SA0082894), Villum Fonden (54607) og Lundbeckfonden (R419-2022-1261).

Referencer

- Barr, V. & Stephenson, C. (2011). Bringing computational thinking to K-12: What is involved and what is the role of the computer science education community? *ACM Inroads*, 2(1), 48-54. <https://doi.org/10.1145/1929887.1929905>
- Benton, L., Hoyles, C., Kalas, I. & Noss, R. (2016). Building mathematical knowledge with programming: Insights from the ScratchMaths project. I A. Sipitakiat & N. Tutiyaaphuengprasert (red.), *Constructionism in Action 2016: Conference Proceedings* (s. 26-33). Suksapattana Foundation.
- Biehler, R. (2019). Allgemeinbildung, mathematical literacy, and competence orientation. I H.N. Jahnke & L. Hefendehl-Hebeker (red.), *Traditions in German-speaking mathematics education research* (s. 141-170). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-11069-7_6
- Blomhøj, M. (2001). Hvorfor matematikundervisning? Matematik og almindelig dannelse i et højt teknologisk samfund. I M. Niss (red.), *Matematikken og verden* (s. 218-246). Fremad.
- Bocconi, S., Chiocciariello, A., Dettori, G., Ferrari, A. & Engelhardt, K. (2016). *Developing computational thinking in compulsory education: Implications for policy and practice* (nr. JRC104188). Joint Research Centre. <https://doi.org/10.2791/792158>
- Bocconi, S., Chiocciariello, A., Kampylis, P., Dagienė, V., Wastiau, P., Engelhardt, K., Earp, J., Horvath, M.A., Jasutė, E., Malagoli, C., Masiulionytė-Dagienė, V. & Stupurienė, G. (2022). *Reviewing computational thinking in compulsory education: State of play and practices from computing education*. Publications Office of the European Union. <https://doi.org/10.2760/126955>
- Boylan, M., Demack, S., Wolstenholme, C., Reidy, J. & Reaney, S. (2018). *ScratchMaths: Evaluation report and executive summary*. Education Endowment Foundation.
- Brown, N.C.C., Sentance, S., Crick, T. & Humphreys, S. (2014). Restart: The Resurgence of Computer Science in UK Schools. *ACM Transactions on Computing Education*, 14(2), 1-22. <https://doi.org/10.1145/2602484>
- Buchberger, B. (1990). Should students learn integration rules? *ACM SIGSAM Bulletin*, 24(1), 10-17. <https://doi.org/10.1145/382276.1095228>
- Børne- og Undervisningsministeriet. (2019). *Læseplan for forsøgsfaget teknologiforståelse*. <https://www.emu.dk/sites/default/files/2019-02/GSK.%20Læseplan.Tilgængelig.%20Teknologiforståelse.%20pdf.pdf>
- Børne- og Undervisningsministeriet. (2021). *Forsøg med teknologiforståelse i folkeskolens obligatoriske undervisning – slutevaluering*. https://emu.dk/sites/default/files/2021-09/gsk_teknologiforståelse_evalueringsrapport.pdf

- Børne- og Undervisningsministeriet. (2024). *Her er anbefalingerne til folkeskolens nye fagplaner*. <https://uvm.dk/aktuelt/nyheder/2024/december/241218-fagfornyelsens-beslutningsgrundlag>
- Caeli, E.N. (2020). *Teknologiforståelse*. Aarhus Universitetsforlag.
- Dindler, C., Smith, R.C. & Iversen, O.S. (2020). Computational empowerment: Participatory design in education. *CoDesign: International Journal of CoCreation in Design and the Arts*, 16(1), 66-80. <https://doi.org/10.1080/15710882.2020.1722173>
- Dreyfus, T. (1994). The role of cognitive tools in mathematics education. I R. Biehler, R.W. Scholz, R. Strässer & B. Winkelmann (red.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (s. 201-211). Kluwer Academic Publishers.
- Elicer, R. & Tamborg, A.L. (2023). A critical case study on the implementation of computational thinking in mathematics education. *Implementation and Replication Studies in Mathematics Education*, 3(1), 44-74. <https://doi.org/10.1163/26670127-bja10011>
- Fibiger, J., Hjorth, M., Lorentzen, R. & Pasgaard, N.J. (2019). Digital myndiggørelse fra Kant over Dewey til teknologiforståelse i folkeskolen. *Studier i Læreruddannelse og -Profession*, 4(1), 56-76. <https://doi.org/10.7146/lup.v4i1.117980>
- Goldenberg, E.P. (2019). Problem posing and creativity in elementary-school mathematics. *Constructivist Foundations*, 14(3), 319-331. <https://constructivist.info/14/3/319>
- Grover, S. & Pea, R. (2013). Computational thinking in K-12: A review of the state of the field. *Educational Researcher*, 42(1), 38-43. <https://doi.org/10.3102/0013189X12463051>
- Israel, M. & Lash, T. (2019). From classroom lessons to exploratory learning progressions: Mathematics + computational thinking. *Interactive Learning Environments*, 28(3), 362-382. <https://doi.org/10.1080/10494820.2019.1674879>
- Iversen, O.S., Dindler, C. & Smith, R.C. (2019). *En designtilgang til teknologiforståelse*. Dafolo.
- Jahnke, A. (red.). (2020). *Programmering i skolan. Vad, hur, när och varför? Slutrapport från FoU-programmet Programmering i ämnesundervisningen* (Ifous rapportserie 2020:5).
- Jankvist, U.T., Misfeldt, M., Geraniou, E., Sánchez Aguilar, M. & Baccaglioni-Frank, A. (2023). Towards a technocritical mathematics education. *NOMAD Nordic Studies in Mathematics Education*, 28(3-4), 9-34. <https://doi.org/10.7146/nomad.v28i3-4.149029>
- Johansen, S.G. & Jankvist, U.T. (2022). The potential role of digital tools in students' development of Bildung: An illustrative case of statistical distributions. I H.-G. Weigand, A. Donevska-Todorova, E. Faggiano, P. Iannone, J. Medová, M. Tabach & M. Turgut (red.), *MEDA3 Mathematics Education in Digital Age 3: Proceedings of the 13th ERME Topic Conference (ETC13)* (s. 188-195). European Society for Research in Mathematics Education.
- Kaup, C.F., Pedersen, P.L. & Tvedebrink, T. (2023). Integrating computational thinking to enhance students' mathematical understanding. *Journal of Pedagogical Research*, 7(2), 127-142. <https://doi.org/10.33902/JPR.202318531>

- Kazemi, V. & Sullivan, J. (2014). One millisecond face alignment with an ensemble of regression trees. I *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition* (s. 1867-1874). <https://doi.org/10.1109/CVPR.2014.3>
- Klafki, W. (2001). *Dannelsesteori og didaktik – nye studier*. Klim.
- Misfeldt, M. & Jankvist, U.T. (2020). Teknokritisk matematikundervisning: at åbne den skjulte matematik i demokratiets tjeneste. I C. Haas & C. Mathiessen (red.), *Fagdidaktik og demokrati* (s. 331-348). Samfundslitteratur.
- Niemelä, P., Partanen, T., Harsu, M., Leppänen, L. & Ihantola, P. (2017). Computational thinking as an emergent learning trajectory of mathematics. I *Proceedings of the 17th Koli Calling International Conference on Computing Education Research* (s. 70-79). <https://doi.org/10.1145/3141880.3141885>
- Niss, M. (2017). Numeracy, mathematical literacy og matematisk kompetence. *Viden om Literacy*, 22, 4-9. http://www.videnomlaesning.dk/media/2218/22_mogens-niss.pdf
- Niss, M. (2021). Matematisk dannelse i det 21. århundrede. I M.W. Andersen & P. Weng (red.), *Håndbog om matematik i grundskolen. Læring, undervisning og vejledning* (s. 71-85). Dansk Psykologisk Forlag.
- Niss, M. & Jensen, T.H. (red.). (2002). *Kompetencer og matematiklæring: Idéer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark* (Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie nr. 18). Undervisningsministeriet.
- Nouri, J. (2020). Forskningsindsatsens gennemførende og resultat. I A. Jahnke (red.), *Programmering i skolan. Vad, hur, när och varför? Slutrapport från FoU-programmet Programmering i ämnesundervisningen* (s. 35-50, Ifous rapportserie 2020:5).
- Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, computers and powerful ideas*. Basic Books.
- Papert, S. (2000). What's the big idea? Toward a pedagogy of idea power. *IBM System Journal*, 39(3-4), 720-729. <https://doi.org/10.1147/sj.393.0720>
- Pérez, A. (2018). A framework for computational thinking dispositions in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 49(4), 424-461. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.49.4.0424>
- Rønne, M. (2023). *Matematik og innovation i undervisningen*. Center for Undervisningsmidler og Undervisningsministeriet. <https://emu.dk/stx/matematik/det-innovative/matematik-og-innovation-i-undervisningen>
- Skovsmose, O. (2023). *Critical mathematics education*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-26242-5>
- Slot, M.F., Hjorth, M. & Gissel, S.T. (2021). Teknologiforståelse i fag. *Learning Tech*, 6(10), 190-217. <https://doi.org/10.7146/lt.v6i10.125676>
- Stager, G. (2016). Seymour Papert (1928-2016). *Nature*, 537, 308. <https://doi.org/10.1038/537308a>
- Videnscenter for Digital Teknologiforståelse. (2025). *Videnscenterets vision*. <https://tekforstaa.dk>
- Vikslund, S. (2020). Tyresö: Eleverna har lärt sig begrepp och har precis som lärarna nu ett gemensamt språk. I A. Jahnke (red.), *Programmering i skolan. Vad, hur, när och varför? Slut-*

rapport från FoU-programmet Programmering i ämnesundervisningen (s. 23-26, Ifous rapportserie 2020:5).

- Weintrop, D., Beheshti, E., Horn, M., Orton, K., Jona, K., Trouille, L. & Wilensky, U. (2016). Defining computational thinking for mathematics and science classrooms. *Journal of Science Education and Technology*, 25(1), 127-147. <https://doi.org/10.1007/s10956-015-9581-5>
- Wing, J.M. (2006). Computational thinking. *Communications of the ACM*, 49(3), 33-35. <https://doi.org/10.1145/1118178.1118215>
- Winter, H. (1996). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, 61, 37-46. <https://ojs.didaktik-der-mathematik.de/index.php/mgdm/article/view/69>

English abstract

This article examines how mathematics education can contribute to computational empowerment. With the implementation of technology comprehension in Danish primary schools, there is a need to understand how mathematics can support students' critical understanding of and agency in a digitalized world. We argue that a Bildung perspective, rather than a purely competence-based approach, is particularly suited for this purpose, as the concept of Bildung encompasses the critical-reflective dimension that computational empowerment requires. Through two didactic approaches – techno-critical mathematics education and constructionism – we demonstrate how these contribute in complementary ways: the techno-critical approach supports critical awareness of technology's role in society, while constructionism supports mathematical Bildung through creative construction. Together, the two approaches can realize digital mathematical empowerment.